[SECCIÓN 1] **1 El concepto de función**

El concepto de función es uno de los más importantes en el estudio de las Matemáticas ya que a través de las funciones es que se modela y se estudia el comportamiento que tiene una cantidad respecto a otra. Por ejemplo el precio de la gasolina, depende de la cantidad de galones que se compren. La cantidad de baldosas que se usan para cubrir un piso, estas cambian dependiendo de la cantidad de área que se desea cubrir.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1600379/328908284/stock-photo-closeup-image-of-businessman-drawing-graph-business-strategy-as-concept-328908284.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | A través de las funciones se estudia el comportamiento de fenómenos físicos, biológicos, económicos entre otros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de función** |
| **Contenido** | Una función es una **relación de** **correspondencia** entre elementos de un conjunto A llamado conjunto de salida y un conjunto B llamado conjunto de llegada. En el que a cada elemento del conjunto A le corresponde un **único** elemento del conjunto B.  Se expresa como  *f: AB y se lee función de A en B*  *y=f(x) se lee función de variable equis* |

Observa los siguientes ejemplos.

Sean A:{Colombia, Chile, Perú, Bolivia, Ecuador} y B:{Santiago de chile, Quito, Bogotá, Lima, La Paz}. ¿Cuál es la relación que existe entre estos dos conjuntos? Podemos decir que los elementos del conjunto B son las capitales de los elementos del conjunto A. Y a esta relación es a la que llamamos función ya que un país no puede tener dos capitales, por tanto cada elemento del conjunto A esta relacionado con un único elemento del conjunto B

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG02 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las flechas indican el comportamiento de la función e indican cual es el elemento del conjunto B con el que se relaciona cada elemento del conjunto A |

Sean los conjuntos A:{1, 2, 3, 4, 5} y B:{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} y *f* la función que toma a cada elemento de A lo multiplica por dos para asignarle un elemento de B

La función anteriormente descrita la podemos expresar como

*x → 2x*

Con la cual cada elemento de A se multiplicara por dos

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La función transforma cada elemento de A en su doble para relacionarlo con un elemento de B |

**Escritura de una función**

Para escribir matemáticamente una función se emplea la notación

***y=f(x)***

La variable x se le denomina **variable independiente** porque puede tomar cualquier valor sin ninguna restriccióny *f(x)* Es la **variable dependiente** porque sus valores dependen de los valores que tome x

Ejemplos

La función que a cada número real le asigna su cuadrado

f*(x) = x2*

La función que a cada número real lo multiplica por dos y le suma tres

*f(x) = 2x+3*

**Los Elementos de una función**

**Dominio:** Son los elementos que pertenecen al conjunto de salida y se escribe como *Df*

**Rango:** Son los elementos que pertenecen al conjunto de llegada y se escribe como *Rf*

**Transformación:** Es la regla que se aplica para asociar un elemento del conjunto del dominio y asignarle un elemento del conjunto de llegada.

Por ejemplo

Sea A el conjunto de los números enteros mayores o iguales a uno y menores que 10 y sea f le función que a cada número le asigna su cuadrado

La función queda expresada como

*f(x)=x2*

El **dominio** de esta función según la condición del conjunto son los números del 1 al 9 es decir.

*Df* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Para calcular **la imagen de una función** y determinar el rango, se reemplaza cada número del dominio en donde aparezca equis en la función y se efectúa la operación que quede indicada. Esta operación es la **regla de transformación**

*f(1)=12 = 1*

*f(2)=22 =4*

*f(3)=32 =9*

*f(4)=42 =16*

*f(5)=52 =25*

*f(6)=62 =36*

*f(7)=72 =49*

*f(8)=82 =64*

*f(9)=92 =81*

Así por ejemplo la imagen de 5 bajo la función planteada es 25

Los elementos del **rango** para esta función son

*Rf = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81}*

Aquellas situaciones en las que a un elemento del dominio les corresponde dos o más imágenes en el conjunto de llegada no se consideran función y se denominan relación

Por ejemplo.

A={1, 2, 3, 4, 5, 6} y B={1, 2, 3, 4, 5, 6} cada elemento de b de B se relacionara con cada elemento a de A de tal modo que b sea un divisor de a

En este caso tenemos el siguiente esquema

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG04 |
| **Descripción** | Diseñar imagen que relacione los números del conjunto A con sus respectivos divisores mediante un diagrama de Venn |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Cuando un elemento del dominio se relaciona con dos o más elementos del conjunto de llegada la relación planteada o es una función |

.

[SECCIÓN 2] **1.1 Variación y dependencia de magnitudes**

Las funciones en Matemáticas y en diferentes contextos permitir estudiar el comportamiento o cambio en la medida de una **magnitud** respecto a la medida de otra magnitud.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Una Magnitud es todo aquello a lo que se le puede asignar una medida. Por ejemplo el precio de un artículo, la estatura de una persona, el tiempo, el área, el volumen entre otros.** |

**Variación** son las diferentes medidas que puede tomar una magnitud y **dependencia** es el cambio que tiene la medida de una magnitud respecto al cambio de la medida de otra magnitud.

**Ejemplos de dependencia de magnitudes**

El valor que hay que pagar en una cabina de teléfonos celulares por cada minuto o fracción que se consumen

* El número de dulces que se deben repartir en un grupo de niños
* El tiempo que emplea un automóvil en recorrer una distancia a velocidad constate
* La variación de la temperatura durante el trascurso de un día

[SECCIÓN 2] **1.2 La representación de una función**

Para representar se puede realizar de diversas maneras

* **Expresión algebraica**: Es la expresión algebraica que describe el comportamiento de la función.

Por ejemplo la función que a cada número real lee asigna su cuadrado y lo aumenta en tres. La expresión algebraica que representa esta función es:

***f(x) = x2 + 3*** o también***y = x2 + 3***

* **Representación tabular**: Es una tabla de datos que muestra algunos elementos del dominio con sus respectivas imágenes.

Para realizar la tabla de valores primero se le asignan unos valores a la variable independiente *x* y a través de la transformación de la función se hallan los valores para la variable dependiente *f(x)*

Por ejemplo para la función *f(x)=x2+3* completemos la siguiente tabla.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *f(x)* |  |  |  |  |  |  |  |  |

Calculamos cada una de las imágenes para cada valor de *x* que aparece en la tabla del siguiente modo

Para *x = -3*

*f(x)=x2+3*

*f(-3)=(-3)2+3*

*f(-3)=9+3*

*f(-3)=12*

Para *x = -2*

*f(x)=x2+3*

*f(-2)=(-2)2+3*

*f(-2)=4+3*

*f(-2)=7*

Para *x = -1*

*f(x)=x2+3*

*f(-1)=(-1)2+3*

*f(-1)=1+3*

*f(-1)=4*

Para *x = 0*

*f(x)=x2+3*

*f(0)=(0)2+3*

*f(0)=0+3*

*f(0)=4*

Para *x = 1*

*f(1)=x2+3*

*f(1)=(1)2+3*

*f(1)=1+3*

*f(x)=4*

Para *x = 2*

*f(x)=x2+3*

*f(2)=(2)2+3*

*f(2)=4+3*

*f(2)=7*

Para *x = 3*

*f(x)=x2+3*

*f(3)=(3)2+3*

*f(3)=9+3*

*f(x)=12*

Para *x = 4*

*f(x)=x2+3*

*f(4)=(4)2+3*

*f(x)=16+3*

*f(x)=17*

Ahora ubicamos cada valor obtenido debajo de cada valor de *x*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *f(x)* | 12 | 7 | 4 | 3 | 4 | 7 | 12 | 17 |

* **Representación gráfica**: Son el conjunto de puntos en el plano cartesianos que corresponden a los elementos del dominio con sus respectivas imágenes

Para esbozar la gráfica de una función primero elaboramos la tabla de valores y cada pareja (*x, f(x)*) de la tabla representa un punto en el plano cartesiano, teniendo en cuenta que la variable independiente se ubica en el eje de las abscisas (eje x) y la variable dependiente se ubica en el eje de las ordenadas (eje y) y se unen los puntos mediante una línea que represente la función.

Así por ejemplo para la función *f(x)=x2+3* con la tabla de valores

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *f(x)* | 12 | 7 | 4 | 3 | 4 | 7 | 12 |

La representación gráfica queda del siguiente modo

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG05 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** |  |

Para determinar si una gráfica representa a una función, se debe verificar mediante una recta vertical y esta recta solo debe cortar a la gráfica en un punto, si la recta corta a la gráfica en dos o más puntos la gráfica corresponde a una relación pero no una función.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG06 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones solo se cortan en un punto con una recta vertical, las relaciones se cortan en dos o más puntos con una recta vertical |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

[SECCIÓN 1] **2** **Las funciones Constantes lineales y afines**

Algunos fenómenos se comportan de forman lineal o constante, es decir su variación es de forma gradual y se puede observar fácilmente de qué forma cambian. Por ejemplo el dinero que pagas por cada dulce de $100 que compras. En este caso la variación es de 100 en 100. Este tipo de funciones se representaran mediante rectas como veremos a continuación

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Funciones cuya gráfica es una recta** |
| **Contenido** | *f(x) = k Función constante*  *f(x) = mx Función lineal*  *f(x) = mx+b Función afín* |

[SECCIÓN 2] **2.1 Funciones cuya gráfica es una recta**

Las funciones constantes representan situaciones en las que al variar una magnitud el resultado de la otra permanece siempre igual. Por ejemplo los planes de telefonía ilimitada siempre tienen el mismo valor que se debe pagar independientemente de la cantidad de minutos que consumes en el mes.

Su representación algebraica es de la forma:

*f(x)=k*

Donde *k* es un número real cualquiera

Ejemplo.

* Tienes un plan de telefonía móvil ilimitado por el cual pagas una tarifa fija de $38.000.

Esta función queda representada como

*C(x)=38000*

Donde *x* es la variable independiente y representa la cantidad de minutos mientras que *C(x)* es la variable dependiente y representa el costo del plan.

Tomemos algunos valores para x y elaboremos la tabla de datos para analizar que sucede con la función

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 1 | 2 | 30 | 40 | 100 | 150 |
| *C(x)* | 38000 | 38000 | 38000 | 38000 | 38000 | 38000 |

Observa que independientemente de la cantidad de minutos que uses dentro del plan el valor a pagar es el mismo. A este tipo de función se le conoce como **función constante** y su representación gráfica como se verá a continuación es una recta que siempre es horizontal y corta el eje y en el valor de *C(x)*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f(x)=k*, donde k es un número real se llama función constante y su representación gráfica es una recta horizontal |

[SECCIÓN 3] **2.1.1 Función lineal**

Una función lineal es aquella en la que su representación gráfica es una recta que siempre pasa por el origen de coordenadas, es decir por el punto (0,0).

Su representación algebraica es de la forma

*f(x)=mx*

Don de m es un número real

Las funciones lineales cumplen las siguientes propiedades:

* *f(a)+f(b)=f(a+b)*
* *k[f(x)]=f(kx)*

**Ejemplo**

* Debes entregar un trabajo impreso y en la papelería te cobran $80 por cada hoja que imprimes.

Esta función queda representada como

*C(x) = 80x*

Donde *x* es la variable independiente y representa la cantidad de impresiones mientras que *C(x)* es la variable dependiente y representa el costo de las impresiones.

Tomemos algunos valores para x y elaboremos la tabla de datos para analizar que sucede con la función

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 4 | 10 | 20 |
| *C(x)* | 0 | 80 | 160 | 320 | 800 | 1600 |

Comprobemos las propiedades para *x = 2* y *x = 4 y k = 3*

Propiedad 1

*Si f(2) = 160 , f(4) = 320 y f(6) = 420* entones

*f(2) + f(6) = f(2+4)*

*f(2) + f(6) = f(6)*

*160 + 320 = 420*

*420 = 420*

Propiedad 2

*Si f(2) = 160 y k =3* entones

*3f(2) = f(2∙3)*

*3f(2) = f(6)*

*3∙160 = 420*

*420 =420*

Observa que en este caso el costo varía de acuerdo al número de impresiones. A este tipo de función se le conoce como **función lineal** y su representación gráfica como se verá a continuación es una recta oblicua que siempre pasa por el origen del sistema de coordenadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f(x)=mx* donde m es un número real representan una recta que siempre pasa por el origen del plano cartesiano |

[SECCIÓN 3] **2.1.2 Función afín**

La función afín es aquella en la que su representación gráfica siempre es una recta pero que no pasa por el origen de coordenadas.

Su representación algebraica es de la forma

*f(x)=mx+b*

Las letras m y b son números reales cualesquiera y además el valor de m se conoce como pendiente de la recta y el término b se conoce como término independiente de la función

**Ejemplo**

* Debes llenar un tanque con capacidad de 1000 litros abriendo un grifo. Se sabe que al momento de abrir el grifo el tanque ya tiene almacenados 120 litros y el grifo deja salir agua a una razón de 15 litros por segundo.

Esta función queda representada como

*V(t) = 15t+120*

Donde *t* es la variable independiente y representa el tiempo medido en segundos *V(t)* es la variable dependiente y representa los litros que se depositan en el tanque según transcurre el tiempo.

Tomemos algunos valores para x y elaboremos la tabla de datos para analizar que sucede con la función

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 4 | 10 | 20 |
| *C(x)* | 120 | 135 | 150 | 180 | 270 | 420 |

Observa que en este caso la cantidad de agua en el tanque aumenta a medida que avanza el tiempo. Y además en el instante cero, es decir cuando se abre la llave el tanque ya tiene 120 litros que en el plano representa el punto (0, 120) a este tipo de función se le conoce como función se le conoce como **función afín** y su representación gráfica como se verá a continuación es una recta oblicua que nunca pasa por el origen del sistema de coordenadas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG09 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las funciones de la forma *f(x)=mx* *+ b* donde *m* y *b* son números reales representan una recta que corta al eje y en el punto b |

[SECCIÓN 3] **2.1.3 Pendiente de una recta**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG10 |
| **Descripción** | Traffic alerts downhill slope. Reduce speed and use a lower gear. Drive with caution. - stock photo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La pendiente de una recta sirve para determinar la inclinación de una carretera |

Decimos que sí *y = f(x)* es una función lineal, a fin o constante entonces el coeficiente de *x* es la pendiente de la recta. Si la función viene edad de la forma

*f(x)=mx* *+ b*

*f(x)=mx*

*f(x)=k*

El valor de *m* es el que corresponde al de la pendiente de la recta y e indica el **grado o razón de inclinación de la recta** además de su orientación o dirección.

Ten en cuenta que en el caso de la función constante como no está expresado el coeficiente de *x* significa que el valor de m es cero es decir que por ser una recta horizontal no tiene inclinación con respecto al eje x.

Así por ejemplo en las expresiones

*y=2x+4* la pendiente es *m = 2*

*y=-x* la pendiente es *m = -1*

*y=3* la pendiente es *m=0*

La inclinación que representa la pendiente significa que por cierto desplazamiento horizontal existe un desplazamiento vertical. Imagina que vas ascendiendo por una montaña para llegar a su cima, cuando te desplazas subiendo la montaña estás haciendo simultáneamente un desplazamiento horizontal y uno vertical.

Observa el siguiente ejemplo

Estudiar el comportamiento de la siguiente recta a partir de su pendiente

Ya sabemos que esta ecuación representa una función lineal, es decir que es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano. Y para este caso la pendiente es *m=2/3* significa que por cada tres unidades de desplazamiento con la horizontal, se debe avanzar dos unidades en la vertical de forma ascendente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG11 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La pendiente describe la inclinación de la recta. |

Si en una recta solo se conocen dos puntos por los cuales pasa la recta, a partir de ellos es posible de terminar la ecuación que la representa y lo primero que se define con dos puntos de una recta es su pendiente. Así si se conocen dos puntos A(*x1, y1*) y B(*x2, y2*) la pendiente que determinada por:

Donde *y2-y1* indica el cambio vertical y *x2-x1* indica el cambio horizontal

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG12 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La pendiente de una recta se determina mediante las coordenadas de dos puntos cualesquiera que contenga la recta |

**Por ejemplo**

Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(3,4) y B(-2,5)

Primero determinamos quien es *y2, y1, x2,* y *x1*y reemplazamos en la formula

Como en este caso la pendiente es negativa significa que por cada cinco unidades que se desplaza en forma horizontal hacia la derecha, debe desplazarse una unidad en forma vertical hacia abajo.

**Por ejemplo**

Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(-5,-4) y B(-2,8)

Primero determinamos quien es *y2, y1, x2,* y *x1*y reemplazamos en la formula

Como en este caso la pendiente es un número entero significa que por cada unidad que se desplaza en forma horizontal, debe desplazarse tres unidades en forma vertical hacia arriba.

[SECCIÓN 3] **2.1.4 Clasificación de las rectas según su pendiente**

De acuerdo al valor de la pendiente de una recta estas pueden ser **crecientes** son aquellas en las que su valor es positivo, **decrecientes** son aquellas en las que su valor es negativo, **horizontales** son aquellas en las que su pendiente es igual a cero y **verticales** que son aquellas para las cuales el valor de su pendiente no está definido.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Clasificación de las rectas según su pendiente** |
| **Contenido** | Creciente si m > 0  Decreciente si m < 0  Horizontal si m =0  Vertical si m no está definido |

**Ejemplos**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ecuación de la recta** | **Valor de la pendiente** | **Tipo de recta** |
| *y = 3x – 4* | *m=3* luego *m>0* | Creciente |
| *y = -2x - 4* | *m=-2* luego *m<0* | Decreciente |
| *y = 4* | *m=0* luego *m=0* | Horizontal |
| *x=3* | *m* no está definido | Vertical |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG13 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.pngC:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Rectas crecientes y decrecientes |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG14 |
| **Descripción** | **C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png** C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Rectas horizontales y verticales |

[SECCIÓN 2] **2.2 La ecuación de la recta**

Como te has dado cuenta las funciones lineales afines y constantes se representan mediante rectas. En términos generales definimos la ecuación de la recta de la siguiente forma:

***y = mx + b***

Donde ***m*** representa la pendiente de la recta y ***b*** representa el punto de corte con el eje y

Para determinar la ecuación de una recta se puede proceder de diferentes formas dependiendo de los elementos que de ella se conozcan.

[SECCIÓN 3] **2.2.1 La ecuación de la recta conociendo la pendiente y el intercepto con el eje y**

Si se conoce el valor de la pendiente y el punto de corte con el eje y, la ecuación se determina en forma inmediata.

Por ejemplo si sabemos que en una recta tiene pendiente 4/3 y corta al eje y en el punto -3 inmediatamente reconocemos que *m = 2* y *b = -3* por tanto la ecuación se escribe como

Para graficar este recta procedemos mediante los siguientes pasos:

* Ubicar en el eje y el valor de b.
* A partir del valor de b realizar el movimiento horizontal y vertical que queda definido por la pendiente. Para ubicar un nuevo punto por el pasara la recta
* Con los dos puntos ubicados en el plano se traza la recta que los contiene

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG15 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Gráfica de una recta a partir de su ecuación |

[SECCIÓN 3] **2.2.2 La ecuación de la recta conociendo un punto y la pendiente**

Para hallar la ecuación de una recta en la que el punto que se conoce no es el intercepto con el eje y. Usamos la ecuación de la pendiente para obtener una nueva fórmula que permita hallar la ecuación de la recta.

De la anterior expresión si conocemos uno de los puntos la podemos escribir del siguiente modo.

Donde *x1*y *y1* son las coordenadas del punto conocido

**Ejemplos**

* Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente *m = 3* y pasa por el punto A (4,-1)

Identificamos el valor de m y el de las componentes del punto dado y reemplazamos en la fórmula del siguiente modo.

Por lo tanto la ecuación de la recta que tiene pendiente *m = 3* y pasa por el punto A(4,-1) es:

* Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente *m = 2/3* y pasa por el punto A (-2,5)

Identificamos el valor de m y el de las componentes del punto dado y reemplazamos en la fórmula del siguiente modo.

Por lo tanto la ecuación de la recta que tiene pendiente *m = 2/3* y pasa por el punto A(-2,5) es:

[SECCIÓN 3] **2.2.3 La ecuación de la recta conociendo dos puntos**

Si se conocen las coordenadas de dos de los puntos por los cuales pasa la recta. Para hallar su ecuación se calcula primero el valor de su pendiente y después se aplica la formula punto pendiente con cualquiera de los dos puntos que se conocen.

**Ejemplos**

* Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(2,1) y B(3,5)

Primero hallamos la pendiente

Segundo aplicamos la formula punto pendiente, en este caso lo haremos con las coordenadas del punto A

Con lo que se obtiene que la ecuación que pasa por los puntos A(2, 1) y B(3, 5) es

Si hubiésemos tomado las coordenadas del punto B observa que llegamos al mismo resultado.

Apliquemos la formula punto pendiente, con las coordenadas del punto B

Con lo que se obtiene que la ecuación que pasa por los puntos A(2, 1) y B(3, 5) es

[SECCIÓN 2] **2.3** **Rectas paralelas y perpendiculares**

Para determinar si dos rectas son paralelas se debe considerar el tipo de representación que se esté trabajando. En la representación gráfica o desde un punto de vista geométrico, dos rectas serán paralelas si al graficarlas están orientadas en la misma dirección y la distancia que las separa siempre es la misma mientras que desde sus ecuaciones son paralelas si tienen la misma pendiente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG16 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Rectas parales: Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Rectas paralelas** |
| **Contenido** | Dadas dos rectas con ecuaciones  *y=m1x+b1*y *y=m2x+b2* se dice que son paralelas si y solo si *m1=m2* |

**Ejemplo**

Sus pendientes son iguales en este caso es 2/3

Para determinar si dos rectas son perpendiculares se debe considerar el tipo de representación que se esté trabajando. En la representación gráfica o desde un punto de vista geométrico, dos rectas serán perpendiculares si al graficarlas se cortan en un punto y además forman ángulos de 900 y a partir de sus ecuaciones se dice que son perpendiculares si el producto de sus pendientes es -1

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG17 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes es -1 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Rectas perpendiculares** |
| **Contenido** | Dadas dos rectas con ecuaciones  *y=m1x+b1*y *y=m2x+b2* se dice que son perpendiculares si y solo si *m1∙m2=-1* |

**Ejemplo**

El producto de sus pendientes es

[SECCIÓN 2] **2.4 Modelación de situaciones**

El estudio de la ecuación de la recta y de las funciones lineales y afines permite modelar y resolver situaciones problema en diversos contextos.

Para modelar una situación mediante una función se deben seguir los siguientes pasos durante la lectura de la situación.

* Identificar la variable dependiente y la variable independiente
* Asignar letras a las variables dependientes y las variables independientes
* Identificar si en el problema existen términos independientes
* Proponer una función que relacione las variables y los términos independientes

**Ejemplos**

En las siguientes situaciones vamos a proponer una función lineal o fin que modele la situación propuesta.

* Una tienda de teléfonos móviles fija el salario mensual de sus empleados de la siguiente forma: se asigna un salario básico de $350.000 al mes más una comisión de $7.000 por cada equipo móvil vendido en el mes. ¿Cuál es la función que modela el salario mensual de un vendedor en la tienda?

En este caso las variables son el salario mensual y el número de equipos vendidos en el mes, el término independiente es el sueldo base. Fíjate que el sueldo depende del número de equipos vendidos.

Por tanto asignemos las letras del siguiente modo.

*x* representa el número de equipos vendidos

*S(x)* representa el salario del mes en función de los equipos que se vendan.

Por otra parte se sabe que la comisión es de 7000 por equipo vendido por tanto podemos escribir la comisión como 7000x y a la comisión le debemos sumar el sueldo básico del vendedor. Así la función que modela el salario del vendedor es:

Así por ejemplo si al fin de mes un vendedor vendió 120 celulares su sueldo final se calcula a través de la función.

Significa que al final de mes el salario del vendedor después de vender 120 celulares es de $1’190.000

* Una vela de 40cm de altura es encendida y pierde altura a razón de dos centímetros y medio por cada minuto que transcurre. ¿Cuál es la función que modela la altura de la vela en función del tiempo transcurrido?

Las variables en es teso son la altura de la vela y el tiempo que transcurre mientras que el término independiente es 40.

Ahora asignamos letras a las variables así:

*t* Representa el tiempo que se mide en minutos

*h(t)* Representa la altura de la vela que se mide en minutos y está en función del tiempo

Sabemos que la altura de la vela disminuye 2cm y medio cada minuto es decir que lo podemos escribir como 2.5t y esto se va restando de la altura inicual de la vela así que la función plateada es:

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

[SECCIÓN 1]  **3 La función cuadrática**

La función cuadrática corresponde a un polinomio de segundo grado de la forma:

*f(x)* = *ax*2 + *bx* + *c*

En donde *a*, *b* y *c* son números reales y *a ≠ 0*

Se debe tener en cuenta que si *a = 0* la función pasa de ser cuadrática a ser una función lineal.

Ejemplos de funciones cuadráticas

*f(x)* = 2*x*2 + *3x* + *1*

*f(x)* = *-4x*2 + *x*

*f(x)* = 7*x*2

Observa que al ser un polinomio de grado dos, el exponente de la función siempre es dos y el coeficiente de *a* nunca es cero, sin embargo los coeficientes de *b* y *c* si pueden ser cero.

[SECCIÓN 2] **3.1 Representación de la función cuadrática**

La representación gráfica de una función cuadrática se conoce con el nombre de **Parábola,** pero ¿Qué es una parábola? Imagina la trayectoria que describe un balón de baloncesto cuando es lanzado para ser encestado o el cable que sostiene los amarres de un puente colgante. Esta gráfica se obtiene ubicando en el plano cartesiano los puntos (x, f(x)) que se obtienen de la función

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG018 |
| **Descripción** | Diseñar dos imágenes que ejemplifiquen las situaciones anteriormente mencionadas y se resalte la forma de la parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La parábola es una curva en forma de U que representa a la función cuadrática |

**¿Cómo graficar una función cuadrática?**

Una forma de graficar la función cuadrática es a través de una tabla de valores que represente algunas parejas (x, f(x)) que posteriormente se ubican en el plano cartesiano posteriormente se unen con una línea para hacer el trazo de la función.

Graficar la función

Asignamos valores a la variable *x* y calculamos sus respectivas imágenes para *f(x)* y los ubicamos en la tabla de valores.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *f(x)* | 14 | 5 | 0 | -1 | 2 | 9 | 20 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG19 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Grafica de una función cuadrática |

[SECCIÓN 2] **3.2 Características de la función cuadrática**

En la gráfica de las funciones cuadráticas se identifican los siguientes elementos que la caracterizan.

**Vértice**: Es el punto máximo o mínimo de la función

**Eje de simetría**: Es una recta vertical que pasa por el vértice y divide a la gráfica en dos partes iguales

**Raíces**: Son los puntos de corte de la parábola con el eje x

**Concavidad**: Es la orientación hacia la que abre la parábola. Puede ser cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.

**Intercepto con el eje y**: Es el punto de corte de la función con el eje de las ordenadas

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG20 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Elementos de la parábola |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG21 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Concavidad de la parábola |

En la representación algebraica ***f(x) = ax2+bx+c*** los elementos de la gráfica de la función cuadrática se obtienen de la siguiente forma:

Calculemos los elementos de la función *f(x) = x2+2x-3* teniendo en cuenta que

*a = 1*; *b = 2* y *c = -3*

**Vertice:** El vértice corresponde al punto de coordenadas **(*h, k*)** donde

Reemplazando por los valores de ***a*** y de ***b*** tenemos que

Ahora reemplazamos el valor de ***h*** en la función y así obtenemos el valor de ***k***

De lo anterior se obtiene que el vértice de la parábola es el punto de coordenadas

***v(-1,-3)***

**Eje de simetría**: Corresponde a la recta vertical que pasa por el vértice y se describe como:

Para la función *f(x) = x2+2x-3* el eje de simetría corresponde a la recta vertical

***x = -1***

**Concavidad**: Corresponde a la abertura de la parábola y puede ser

Cóncava hacia arriba si ***a > 0***

Cóncava hacia abajo si ***a < 0***

De la función *f(x) = x2+2x-3*  se observa que el coeficiente de *x2* es 1 por tanto tenemos que

*1 > 0* lo que implica que la parábola es cóncava hacia arriba

**Raíces**: Corresponde a los puntos de corte con el eje *x* y se hallan igualando la función a cero para resolver la ecuación que queda descrita.

La función *f(x) = x2+2x-3* la igualamos a cero y tenemos que

*x2+2x-3=0*

Observa que el miembro izquierdo corresponde a un trinomio de la forma *x2+bx+c* por tanto lo podemos factorizar como el producto de dos binomios con lo que obtenemos

Como el producto de los dos binomios esta igualado a cero significa que alguno de los dos factores es cero y tenemos que:

Sí *x+3 = 0* entonces *x = -3* y sí *x-1 = 0* entonces *x = 1*

Por tanto las raíces de la función son:

***x1=-3*** y ***x2=1***

**Intercepto con el eje y**:Corresponde al término independiente de la función tiene coordenadas ***(0,c)***

Para la función *f(x) = x2+2x-3* tenemos que *c = -3,* luego el punto de corte con el eje y es *(0,-3)*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_07\_IMG22 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | ***f(x) = x2+2x-3*** |

[SECCIÓN 2] **3.3 Situaciones que se modelan con la función cuadrática**

La función cuadrática sirve como modelo para diversas situaciones, observemos algunos ejemplos:

* Un proyectil es lanzado desde el suelo hacia arriba y su altura en función del tiempo queda descrita mediante la función *f(t)=-2t2+32t* donde *t* es medido en segundos y *f(t)* es medido en metros ¿Cuánto tiempo tarde el proyectil en alcanzar su altura máxima? ¿Cuánto tiempo se demora el proyectil en llega al suelo nuevamente?

**Solución**

En el primer caso nos preguntan la altura máxima que en la función cuadrática determina el vértice por tanto identificamos que *a=-2*; *b=32* y *c=0* ahora reemplazamos en la fórmula del vértice y tenemos que:

Reemplazamos y hallamos k

El vértice de la parábola es el punto **v(8,16)** lo que significa que el proyectil alcanza la altura máxima a los 8 segundos y es de 16 metros.

Para determinar cuánto tiempo tarda el proyectil en llegar al suelo debemos calcular las raíces es decir cuan do la altura es cero por tanto tenemos que:

Igualamos a cero y factorizamos

De donde se tiene que ese producto es cero si *-2t = 0* o *t-16 = 0* por tanto las raíces son:

**t*1=0*** y ***t2=16***

La primera raíz indica el instante en que es lanzado el proyectil y la segunda raíz es el instante en que el proyectil llega al suelo, por tanto el tiempo que demora en llegar al suelo es de 16 segundos.

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

[SECCIÓN 1] **4 Ejercitación y competencias**

[SECCIÓN 1] **4.** **Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | XX\_G00\_00\_REC00 | |
| **Web 01** | *Título* | *URL* |
| **Web 02** | *Título* | *URL* |
| **Web 03** | *Título* | *URL* |