|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Los triángulos y los cuadriláteros** |
| Código del guion | MA\_08\_09\_CO |
| Descripción | Los triángulos y los cuadriláteros son las figuras geométricas que más aplicaciones tienen en campos como la ingeniería, el arte y la arquitectura. En este tema caracterizaremos cada uno de estos polígonos y estudiaremos sus propiedades. |

[SECCIÓN 1] **1 Los triángulos**

Un triángulo es un polígono de tres lados determinado por tres puntos no colineales, denominados vértices del triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC10 |
| **Título** | **¿Qué sabes de los triángulos y de los cuadriláteros?** |
| **Descripción** | Interactivo que permite indagar por saberes previos sobre los triángulos y cuadriláteros |

Los elementos que componen un triángulo son:

**Los vértices:** son los puntos en los cuales se unen los lados del triángulo y se denotan por las letras mayúsculas *A*, *B* y *C*.

**Los lados:** son los segmentos que unen dos vértices en el triángulo; se denotan por la misma letra del vértice opuesto, pero escrita en minúscula.

**Los ángulos:** son las aberturas que existen entre dos lados de un triángulo; estos pueden ser internos o externos y se denotan por la misma letra del vértice o usando letras del alfabeto griego.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Las letras al lado del triángulo deben ir en cursiva, las mayúsculas rojas son los nombres de los puntos, las minúsculas verdes son la medida del lado y deben tener cotas. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Elementos que componen un triángulo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Clasificación de los triángulos**  Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus lados en:  **Equilátero**: es aquel en el que la medida de todos sus lados es igual.  **Isósceles:** es aquel que tiene dos de sus lados con medidas iguales.  **Escaleno:** es aquel en el que la medida de todos sus lados es diferente.  Y según la medida de sus ángulos en:  **Acutángulo:** es aquel en el que la medida de todos sus ángulos es menor que 90°.  **Obtusángulo:** es aquel en el que la medida de uno de sus ángulos es mayor que 90°.  **Rectángulo:** es aquel en el que la medida de uno de sus ángulos es de 90°. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Las letras deben estar en cursiva, las mayúsculas son los nombres de los puntos, tener cuidado con poner las mismas líneas que van en la mitad de algunas de las líneas de los triángulos de arriba. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Clasificación de los triángulos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC20 |
| **Título** | **Identifica elementos de los triángulos** |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar los elementos de un triángulo |

[SECCIÓN 2] **1.1 Los ángulos de un triángulo**

En todo triángulo se encuentran dos clases de ángulos que se conocen como **ángulos internos** y **ángulos externos**.

[SECCIÓN 3] **1.1.1 Los ángulos internos de un triángulo**

Los ángulos internos de un triángulo están determinados por dos lados del triángulo; para nombrarlo se usa el símbolo ∡, que significa ángulo, acompañado de la letra del vértice que forma al ángulo o una letra del alfabeto griego.

Así en la figura el ángulo con vértice en *A* se nombra como: ∡*A* y se lee <<el ángulo a>>.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de ángulo interior** |
| **Contenido** | Dado el Δ*ABC*, un ángulo interior es aquel que se forma por las semirrectas que contienen a dos lados del triángulo con un vértice común. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC30 |
| **Título** | **Reconoce propiedades de los triángulos** |
| **Descripción** | Actividad para determinar ángulos internos en un triángulo |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 Los ángulos externos de un triángulo**

Los ángulos exteriores de un triángulo se forman a partir de uno de sus lados y la prolongación de otro de sus lados.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de ángulo exterior** |
| **Contenido** | Dos ángulos formados por las rectas que contienen a los lados de un triángulo, si son suplementarios con el ángulo interior adyacente, reciben el nombre de ángulos exteriores. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los ángulos 1 y 2 son ángulos exteriores porque son adyacentes al ángulo formado en el vértice *B*; de igual forma, los ángulos 3, 4, 5 y 6 son ángulos exteriores por ser adyacentes con los ángulos formados en los vértices *C* y *A* respectivamente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC40 |
| **Título** | **Calcula la medida de los ángulos de un triángulo** |
| **Descripción** | Actividad para determinar la medida de los ángulos externos de un triángulo |

[SECCIÓN 2] **1.2 Las propiedades de los triángulos**

Teniendo como base la definición de triángulo, los elementos que lo componen y la clase de ángulos que lo conforman, se puede realizar el estudio de las propiedades que se cumplen en todo triángulo.

**Propiedad 1:** la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo siempre es igual a 180°.

**Propiedad 2:** en todo triángulo *ABC* la medida del ángulo exterior siempre es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En este caso se tiene que γ = 890, α = 40° y β = 51° y verificando la propiedad, se tiene: δ = 89° + 40°= 129°. |

**Propiedad 3:** un ángulo interior y su respectivo ángulo exterior siempre forman un par lineal.

**Propiedad 4:** la medida de uno de los lados de un triángulo siempre es menor que la suma de las medidas de los otros dos. Esta propiedad es conocida como la propiedad de la desigualdad triangular.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | Las letras deben ir en cursiva, las mayúsculas son los nombres de los puntos, las minúsculas son la medida de los lados, agregar cotas. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la figura se puede observar que la medida de cada lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos lados. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| La propiedad de la desigualdad triangular | | |
| *a* < *b* + *c*  10,44 < 6,66 + 8,05  10,44 < 14,71 | *b* < *a* + *c*  6,66 < 10,44 + 8,05  6,66 < 18,49 | *c* < *a* + *b*  8,05 < 10,44 + 6,66  8,05 < 17,1 |

A partir de las propiedades de los triángulos es posible resolver problemas asociados con los triángulos y con las medidas de sus lados y sus ángulos; observemos algunos ejemplos.

* A partir de la figura, ¿cuál es la medida de cada uno de los ángulos internos del triángulo?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Las letras deben estar en itálica y cursiva, las fórmulas que están adentro son a medida de los ángulos respectivamente. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los ángulos internos del triángulo son: 2*x* + 5, 7*x* − 20 y 10*x* + 5. |

De acuerdo con la propiedad uno se tiene (2*x* + 5) + (7*x* − 20) + (10*x* + 5) = 180°. Resolviendo esta ecuación lineal se tiene:

2*x* + 5 + 7*x* − 20 + 10*x* + 5 = 180°

19*x* − 10 = 180

19*x* = 190

*x* = 190/19

*x* = 10

Ahora se reemplaza el valor de *x* en cada ángulo.

En el vértice *A*: 2*x* + 5 = 2(10) + 5 = 25

En el vértice *B*: 7*x* − 20 = 7(10) − 20 = 50

En el vértice *C*: 10*x* + 5 = 10(10) + 5 = 105

* Determinar la medida del ángulo θ.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Sin cotas, las letras deben estar en mayúscula y cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Con base en la figura se tiene que el ángulo del vértice *A* mide 52°, del vértice *B* es 32° y del vértice *C* es 30°. |

Según la propiedad del ángulo exterior se puede decir que para el Δ*ADC*:

∡*D* = ∡*A* + ∡*C*

∡*D* = 52° + 30°

∡*D* = 820

Para el Δ*DBX*:

θ = ∡*D* + ∡*B*

θ = 82°+ 32°

θ = 114°

* Verifiquemos si las medidas dadas en la siguiente figura corresponden a las medidas de un triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Dejar un espacio entre el número y el símbolo de centímetros; el símbolo de centímetros (cm) debe estar en minúscula y sin cursiva. Las letras (mayúsculas y minúsculas) en cursiva |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Para verificar si las medidas dadas en la figura corresponden a las de un triángulo se puede aplicar la propiedad 4 y comprobar si se cumple la desigualdad triangular. |

Se sabe que *a* = 4 cm, *b* = 10 cm y *c* = 15 cm, entonces, se debe comprobar que:

*a* < *b* + *c →* 4 < 10 + 15 → 4 < 25

*b* < *a* + *c →* 10 < 4 + 15 → 10 < 19

*c* < *a* + *b →* 15 < 4 + 10 → 15 < 14

Se puede observar que la propiedad se cumple para los dos primeros casos, pero en el tercero se llega a una contradicción porque 15 no es menor que 14, lo cual implica que las medidas dadas en la figura no corresponden con las medidas de los lados de un triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC50 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3 ESO/Matemáticas académicas/Los triángulos y la semejanza/ Averigua si es un triángulo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Determina si se forma un triángulo** |
| **Descripción** | Actividad para analizar y clasificar triángulos |

[SECCIÓN 2] **1.3 La construcción de triángulos**

Aunque los triángulos son los polígonos más simples de la geometría, una parte importante de su estudio es su proceso de construcción.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC60 |
| **Título** | **La construcción de triángulos con regla y compás** |
| **Descripción** | Interactivo para abordar la construcción con regla y compás de triángulos |

Por ejemplo, ¿cómo construir un triángulo si se conocen las medidas de sus tres lados?

* Construyamos un triángulo en el que las medidas de sus tres lados sean las siguientes:

*a* = 5 cm, *b* = 7 cm y *c* = 4 cm. Para ello se pueden seguir los siguientes pasos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Primer paso: con la regla vamos a trazar el segmento *BC* de 5 cm, que represente el lado *a*.  Segundo paso: con el compás se hace centro en *B* y se traza una circunferencia de radio igual a 7 cm.  Tercer paso: con el compás se hace centro en *C* y se traza una circunferencia de radio igual a 4 cm; se marca el punto de intersección entre las dos circunferencias y lo llamamos *A.*  Cuarto paso: se trazan los segmentos *AB* y *AC,* así se forma el Δ*ABC,* un triángulo escaleno con lados de medidas 5 cm, 7 cm y 4 cm. |

* Ahora revisemos cómo podemos construir un triángulo que sea equilátero.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG10 |
| **Descripción** | Las letras deben estar en cursiva, las mayúsculas son los nombres de los puntos, la letra minúscula es la medida del segmento, agregar cotas.  Agregar a la imagen un compás que muestre el trazo de la circunferencia con centro en *A* y otro que muestre el trazo de la circunferencia con centro en *B*.  Las letras mayúsculas son nombres de puntos, las letras minúsculas son las medidas de los lados por favor agregar las cotas. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Primer paso: se traza un segmento *AB*.  Según paso: con centro en *A* y radio *AB* se traza una circunferencia; luego, con centro en *B* y radio *BA* se traza otra circunferencia. A uno de los puntos de intersección entre las dos circunferencias lo llamamos *C*.  Tercer paso: se trazan los segmentos *AC* y *BC*, de esta forma se construye el triángulo equilátero *ABC*. |

* Ahora revisemos cómo construir un triángulo rectángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Primer paso: se traza una recta *l* y sobre ella se ubica el segmento *AB*.  Segundo paso: con centro en *A* se traza una circunferencia de radio menor que *AB* y se marcan como *m* y *n* los puntos de corte de la circunferencia con la recta *l.*  Tercer paso: con radio *mn* se hace centro en *m* y se traza una circunferencia; después, se lleva a cabo el mismo procedimiento, pero con centro en *n*; finalmente se marca como *k* uno de los puntos de corte entre las dos circunferencias.  Cuarto paso: se traza la recta que pasa por *A* y *k*, sobre ella se ubica un punto *C* y se unen *BC* para completar el triángulo rectángulo *ABC*. |

[SECCIÓN 2] **1.4 Las líneas y los puntos notables del triángulo**

Álvaro debe instalar una antena repetidora en una ciudad que se halle a la misma distancia de 3 estaciones de radio. Para hacerlo, debe construir una base triangular que esté apoyada sobre una única viga de soporte. ¿En qué parte de la ciudad es adecuado ubicar la antena de repetición? ¿En qué lugar debe situar la viga de soporte? Este tipo de problemas se puede solucionar mediante el estudio de las diferentes líneas y puntos notables de un triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC80 |
| **Título** | **La construcción de líneas y puntos notables de un triángulo** |
| **Descripción** | Interactivo para estudiar la construcción de las líneas y puntos notables en un triángulo |

**Alturas y ortocentro**

Dado un triángulo *ABC*, la altura es el segmento de recta que parte desde un vértice y es perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto del vértice.

El ortocentro es el punto de corte de las tres alturas de un triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG12 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las tres alturas del triángulo *ABC* se cortan en un mismo punto, llamado ortocentro; en cualquier triángulo acutángulo este punto se encuentra situado en el interior del triángulo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG13 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Para encontrar el ortocentro de un triángulo obtusángulo se trazan las alturas a cada uno de sus lados desde los correspondientes ángulos opuestos; luego, se prologan las tres alturas y se cortan en un mismo punto que es el ortocentro, situado, en este caso, fuera del triángulo. |

**Medianas y baricentro**

Al marcar el punto medio de cada uno de los lados de un triángulo y trazar segmentos desde cada vértice se intersecan en un punto dado, este punto se conoce como baricentro, y los segmentos trazados como medianas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG14 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las medianas de un triángulo se cortan en un mismo punto llamado **baricentro**. |

**Bisectriz e incentro**

Dado un triángulo, **la bisectriz** es la semirrecta que parte desde un vértice y divide en dos ángulos congruentes a cada ángulo interior de un triángulo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG15 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El incentro es el punto de corte de las tres bisectrices de un triángulo. |

**Mediatriz y circuncentro**

Dado un triángulo *ABC*, la **mediatriz** de un triángulo es la recta perpendicular a cada lado del triángulo que pasa por el punto medio de cada lado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG16 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | El circuncentro es el punto de corte de las tres mediatrices del triángulo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC90 |
| **Título** | **Reconoce las características de las líneas notables de un triángulo** |
| **Descripción** | Actividad para reconocer las características de las líneas y puntos notables en un triángulo |

[SECCIÓN 2] **1.5 Los triángulos congruentes**

Cuando dos triángulos tienen entre sí la misma **forma** y **tamaño** se dice que lostriángulos son **congruentes**;esto serepresenta mediante el símbolo ≡. Así se dice que:

Δ*ABC* ≡Δ*DEF*

que se lee el triángulo *ABC* es congruente con el triángulo *DEF*.

Esto significa que tanto la medida de los lados como la medida de los ángulos, en los dos triángulos, son iguales, por lo que se tiene que los lados y los ángulos también son congruentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC100 |
| **Título** | **Identifica elementos congruentes** |
| **Descripción** | Actividad para identificar elementos congruentes |

[SECCIÓN 3] **1.5.1 Los criterios de congruencia**

Los criterios de congruencia se definen como postulados y teoremas que enuncian cuáles son las condiciones mínimas que deben reunir dos o más triángulos para que sean congruentes. Por tanto, se pueden definir criterios de congruencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC110 |
| **Título** | **Los criterios de congruencia en triángulos** |
| **Descripción** | Interactivo para identificar los criterios de congruencia en triángulos |

**Criterio LAL, lado – ángulo – lado**

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo determinado por ellos respectivamente iguales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG17 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Triángulos semejantes por el criterio de un **ángulo igual** y los **lados** que lo forman **proporcionales**. |

**Criterio ALA, ángulo – lado – ángulo**

Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos y el lado común a ellos, respectivamente, congruentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG18 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Como ∡*B* ≡ ∡*F,* ∡*C* ≡ ∡*E* y *BC* ≡ *FE* se puede afirmar que Δ*ABC* ≡Δ*DEF* pues se cumple el criterio ángulo lado ángulo*.* |

**Criterio LLA, lado – lado – ángulo**

Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente congruentes dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG19 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Como ∡*A* ≡ ∡*D*, *AB* ≡ *DE* y *BC* ≡ *EF*, entonces Δ*ABC* ≡Δ*DEF* pues se cumple el criterio lado - lado - ángulo. |

**Criterio LLL, lado – lado – lado**

Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG20 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Se tiene que si *AB* ≡ *A’B’*, *AC* ≡ *A’C’* y *BC* ≡ *B’C’*, entonces se puede afirmar que Δ*ABC* ≡Δ*A’B’C’* debido a que se cumple el criterio lado - lado - lado. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC120 |
| **Título** | Ordena la demostración de congruencia de triángulos |
| **Descripción** | Actividad para asociar justificaciones en la demostración de congruencia |

[SECCIÓN 3] **1.5.2 Criterios de congruencia en la resolución de problemas**

A partir de los criterios de congruencia vamos a revisar algunos problemas y teoremas que se pueden demostrar a través de estos criterios.

* Demostrar que dado el triángulo *ABC* isósceles con *AC* ≡ *BC*, la bisectriz del ángulo del vértice *C* divide al Δ*ABC* en dos triángulos: Δ*AMC* y Δ*BMC* que son congruentes entre sí.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG21 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Poner la letra γ para identificar el ángulo de ese vértice, dejar todas las letras en cursiva. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Reformulando el problema se puede observar que lo que se debe demostrar es que si Δ*ABC* es isósceles con *AC* ≡ *BC* y *CM* es la bisectriz del ángulo γ, entonces Δ*AMC* ≡ Δ*BMC*. |

A partir de los datos y la figura se puede realizar la demostración:

|  |  |
| --- | --- |
| Demostración del Δ*AMC* ≡ Δ*BMC* | |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. Δ*ABC* es isósceles. 2. *AC* ≡ *BC* 3. *CM* es bisectriz de γ. 4. α ≡ β 5. ∡*ACM* ≡ ∡*BCM* 6. Δ*AMC* ≡ Δ*BMC* | 1. Dado. 2. Dado. 3. Dado. 4. Por definición de triangulo isósceles. 5. Por definición de bisectriz. 6. Por el criterio de congruencia ALA. |

En este caso el razonamiento que se usó permitió llegar al criterio ALA para demostrar la congruencia de los dos triángulos.

* Sean *ABCD* un paralelogramo y *E* el punto de intersección de las diagonales *AD* y *CB*. Demostrar que Δ*ACE* ≡ Δ*BDE.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG22 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Dejar las letras en cursiva, tener cuidado de dejar las mismas letras griegas. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En los paralelogramos podemos encontrar triángulos congruentes. |

|  |  |
| --- | --- |
| Demostración deΔ*ACE* ≡ Δ*BDE* | |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *ABCD* es paralelogramo. 2. *AD* y *CB* son diagonales de *ABCD*. 3. *E* es el punto de intersección entre *AD* y *CB*. 4. *AC* es paralelo a *BD*. 5. *AD* es transversal a *AC* y *BD*. 6. *CB* es transversal a *AC* y *BD*. 7. γ ≡ δ 8. β ≡ α 9. *AC* ≡ *BD* 10. Δ*ACE* ≡ Δ*BDE* | 1. Dado. 2. Dado. 3. Dado. 4. Por definición de paralelogramo. 5. Por definición de diagonal. 6. Por definición de diagonal. 7. Por ser ángulos internos alternos entre paralelas. 8. Por ser ángulos internos alternos entre paralelas. 9. Por definición de paralelogramo. 10. Por el criterio ALA. |

En este ejemplo se han construido los argumentos que nos llevan a la congruencia de los triángulos a través del criterio ALA.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC130 |
| **Título** | **Ordena la demostración de congruencia** |
| **Descripción** | Actividad para ordenar la demostración de congruencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC140 |
| **Título** | **Completando la demostración de congruencia** |
| **Descripción** | Actividad para completar la demostración de congruencia |

[SECCIÓN 3] **1.5.3 Triángulos rectángulos congruentes**

Un triángulo rectángulo es cualquier triángulo que tiene uno de sus ángulos interiores recto (90°). Los lados que componen el ángulo recto se denominan catetos, mientras que el lado que se opone al ángulo recto se denomina hipotenusa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG23 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Elementos del triángulo rectángulo. |

Para comprobar la congruencia de triángulos rectángulos solo se requiere verificar dos elementos, ya que se tiene asegurado uno de ellos que es su ángulo recto. Esta es una diferencia con los criterios de congruencia de triángulos no rectángulos, pues se necesita la congruencia de, por lo menos, tres elementos correspondientes.

**Criterio cateto – cateto**

Si los catetos de un triángulo rectángulo son congruentes con los catetos correspondientes de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Si *AB* ≡ *DE* y *BC* ≡ *EF*, entonces Δ*ABC* ≡ Δ*DEF.*

**Criterio hipotenusa – ángulo**

Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y el ángulo agudo correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Si *AC* ≡ *DF* y α ≡ β, entonces Δ*ABC* ≡ Δ*DEF.*

**Criterio cateto – ángulo**

Si un cateto y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes con un cateto y el ángulo agudo correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Si *AB* ≡ *DE* y α ≡ β, entonces Δ*ABC* ≡ Δ*DEF.*

**Criterio cateto – hipotenusa**

Si la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y el cateto correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Si *BC* ≡ *EF* y *AC* ≡ *DF*, entonces Δ*ABC* ≡ Δ*DEF.*

* A partir de los criterios de congruencia para triángulos rectángulos demostremos el teorema que se presenta en la siguiente imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG24 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Por favor agregar a la recta que pasa por el punto P el nombre: *l*, en cursiva y minúscula. Letras de los vértices en mayúscula y cursiva |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Si una recta *l* es mediatriz del lado que va desde el punto *A* hasta el punto *B*, entonces cualquier punto *P* ∈ *l* es equidistante de los extremos de *AB*. |

|  |  |
| --- | --- |
| Demostración del teorema | |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *AB* es un segmento. 2. *l* es mediatriz de *AB*. 3. Sea *P* ∈ *l*. 4. *M* punto medio de *AB*. 5. *m* ∡*AMP* = 90° y *m* ∡*BMP* = 90°. 6. ∡*AMP* y ∡*BMP* son rectos. 7. Δ*AMP* y Δ*BMP* son rectángulos. 8. *AM* ≡ *MB* 9. *MP* ≡ *MP* 10. Δ*AMP* ≡ Δ*BMP* 11. *AP* ≡ *BP* | 1. Dado. 2. Dado. 3. Dado. 4. Por construcción. 5. Por definición de mediatriz. 6. Porque miden 90°. 7. Porque tienen un ángulo recto. 8. Por definición de punto medio. 9. Por propiedad reflexiva. 10. Por el criterio cateto – cateto. 11. Por definición de triángulos congruentes. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC160 |
| **Título** | **Asocia parejas de triángulos rectángulos congruentes** |
| **Descripción** | Actividad para asociar parejas de triángulos rectángulos congruentes |

[SECCIÓN 2] **1.6 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC170 |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje: Los triángulos** |
| **Descripción** | Actividades sobre Los triángulos |

[SECCIÓN 1] **2 Los** **Cuadriláteros**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG25 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Por favor agregar nombres a los puntos azules, los nombres deben ser A y B en mayúscula y cursiva.  Los nombres de los cuadriláteros deben ir escritos así: Cuadrilátero convexo Cuadrilátero cóncavo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Un cuadrilátero se puede definir como un polígono de cuatro lados y cuatro ángulos. Los cuadriláteros pueden ser de dos tipos: convexos y cóncavos. |

Son cuadriláteros convexos aquellos que si se toman dos puntos interiores *A* y *B* cualesquiera del mismo, todos los puntos del segmento *AB* que lo determinan están dentro del cuadrilátero, y cóncavosson aquellos cuadriláteros en los que se pueden encontrar dos puntos interiores *A* y *B* del mismo, tales que algunos de los puntos del segmento *AB* que lo determinan están fuera del cuadrilátero.

Como todo cuadrilátero está formado por cuatro ángulos, vamos a revisar cuáles son sus posiciones relativas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG26 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png  Dejar los mismos nombres a los vértices de cada figura (en mayúscula y cursiva). |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Posición relativa de los lados y los ángulos de un cuadrilátero. |

**Lados opuestos**: son los lados que no tienen un vértice común. En la figura los segmentos *AD* y *BC* son lados opuestos del cuadrilátero *ABCD*, al igual que los lados *AB* y *DC*.

**Lados adyacentes:** son los lados que tienen un vértice en común. En la figura son ejemplo de lados adyacentes los segmentos *EF* y *FG*, al igual que los segmentos *GH* y *HE*.

**Ángulos opuestos:** en un cuadrilátero se dice que dos ángulos opuestos son aquellos que no tienen ningún lado en común. En la figura son ejemplo de ángulos opuestos los de los vértices *J* y *L* al igual que *I* y *K*.

**Ángulos adyacentes:** en un cuadrilátero se dice que dos ángulos son adyacentes si comparten un lado común. En la figura son ejemplo de ángulos adyacentes los de los vértices *N* y *M* al igual que *O* y *P*.

[SECCIÓN 2] **2.1** **Clasificación de los cuadriláteros**

Los cuadriláteros convexos se clasifican según el paralelismo de sus lados en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

[SECCIÓN 3] **2.1.1** **Los paralelogramos**

Un paralelogramo es un cuadrilátero que tienen dos pares de lados opuestos paralelos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG27 |
| **Descripción** | Letras de los vértices en mayúscula y cursiva |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Cuadrado**: tiene sus cuatro ángulos rectos y sus cuatro lados congruentes.  **Rectángulo**: tiene sus cuatro ángulos rectos y sus lados opuestos iguales.  **Rombo**: tiene sus cuatro lados congruentes y sus ángulos opuestos congruentes.  **Romboide**: tiene sus lados opuestos congruentes y sus ángulos opuestos congruentes. |

En todo paralelogramo se cumplen las siguientes propiedades:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG28 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.  Las diagonales se intersecan en el punto medio.  Cada diagonal lo descompone en dos triángulos congruentes.  Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.  Los pares de ángulos adyacentes de un paralelogramo son suplementarios, es decir, suman 180°. |

[SECCIÓN 3] **2.1.2** **Los trapecios**

Un trapecio es un cuadrilátero que tiene solo un par de lados opuestos paralelos.

En un trapecio los lados opuestos que son paralelos se llaman **bases**;la base mayor es el segmento de mayor longitud y la base menor es el segmento de menor longitud. El segmento que une a los puntos medios de los lados no paralelos se conoce como **base media.**

La **altura** de un trapecio es el segmento perpendicular que une un punto de la base mayor con un punto de la base menor.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG29 |
| **Descripción** | C:\Users\MIGUEL MUÑOZ\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Elementos de un trapecio. |

En la siguiente imagen se puede observar la clasificación de los trapecios.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_IMG30 |
| **Descripción** | Letras de los vértices en mayúscula y cursiva. Escribir trapecio rectángulo con la “r” en minúscula |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Trapecio rectángulo**: tiene un lado perpendicular a sus bases que forma ángulos de 90°.  **Trapecio isósceles**: tiene sus lados no paralelos congruentes y los ángulos de la base común también son congruentes.  **Trapecio escaleno:** es aquel en el que la medida de todos sus lados y sus ángulos es diferente. |

En los trapecios, el trapecio isósceles se caracteriza por cumplir las siguientes propiedades:

* Las diagonales de un trapecio isósceles siempre son congruentes.
* Los ángulos formados en cada una de las bases son congruentes entre sí.

[SECCIÓN 3] **2.1.3** **Los trapezoides y sus propiedades**

Un trapezoide es un paralelogramo que no tiene ningún par de lados paralelos y pueden ser de dos tipos, tales como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G08\_09\_CO\_IMG31 |
| **Descripción** | Letras de los vértices en mayúscula y cursiva. Escribir Trapezoide simétrico con la “s” en minúscula |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | **Trapezoide simétrico**: tiene dos pares de lados consecutivos iguales, pero el primer par es diferente del segundo par.  **Trapezoide asimétrico**: es aquel que no conserva las características de un trapezoide simétrico. |

En un trapezoide simétrico se cumple que la diagonal mayor de un trapezoide simétrico lo divide en dos triángulos congruente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC180 |
| **Título** | **Identifica propiedades de los cuadriláteros** |
| **Descripción** | Actividad para identificar propiedades de los cuadriláteros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC190 |
| **Título** | **Relaciona cuadriláteros con sus definiciones** |
| **Descripción** | Actividad para asociar cuadriláteros y sus definiciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC200 |
| **Título** | **Clasifica cuadriláteros** |
| **Descripción** | Actividad para clasificar cuadriláteros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC210 |
| **Título** | **Determina el valor de verdad de una afirmación** |
| **Descripción** | Actividad para practicar los conceptos sobre cuadriláteros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC220 |
| **Título** | **Halla medidas en los cuadriláteros** |
| **Descripción** | Actividad para afianzar las propiedades de los cuadriláteros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC230 |
| **Título** | **La construcción de cuadriláteros con regla y compás** |
| **Descripción** | Interactivo para abordar la construcción de cuadriláteros con regla y compás |

[SECCIÓN 2] **2.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_CO\_REC240 |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje: Los cuadriláteros** |
| **Descripción** | Actividades sobre Los cuadriláteros |

[SECCIÓN 1] **3** **Ejercitación y competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC250 |
| **Título** | Competencias: la construcción de líneas notables de un triángulo |
| **Descripción** | Actividad para determinar las líneas notables de un triángulo a partir del plegado de papel |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC260 |
| **Título** | Competencias: demuestra propiedades de los cuadriláteros |
| **Descripción** | Actividad parar demostrar las propiedades de los cuadriláteros a partir del trabajo con papel |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC270 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema Los triángulos y los cuadriláteros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC280 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema Los triángulos y los cuadriláteros |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC300 | |
| **Web 01** | ***Geogebra*** | [*http://www.geogebra.org/search/perform/search/congruencia%20de%20triangulos/materials/*](http://www.geogebra.org/search/perform/search/congruencia%20de%20triangulos/materials/) |
| **Web 02** | ***Geogebra*** | [*http://www.geogebra.org/search/perform/search/cuadrilateros/materials/*](http://www.geogebra.org/search/perform/search/cuadrilateros/materials/) |
| **Web 03** | *tareaspluss* | [*https://aula.tareasplus.com/Juan-Jose-Ortiz/Geometria-Basica*](https://aula.tareasplus.com/Juan-Jose-Ortiz/Geometria-Basica) |