|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Poliedros y cuerpos de revolución |
| Código del guion | MA\_08\_10\_CO |
| Descripción | Muchas de las cosas que conocemos en nuestro entorno se pueden modelar utilizando la geometría. Aprenderemos las características de los poliedros, prismas, pirámides y cuerpos de revolución; como también hallar sus respectivas áreas y volúmenes, entre otros. |

[SECCIÓN 1] **1 Los poliedros**

Sabías que todas las formas de los objetos que nos rodean obedecen a cuerpos geométricos o a la composición de algunos de ellos. Por ejemplo, un balón se parece a una esfera y las latas de las bebidas a un cilindro; estas similitudes facilitan su entendimiento, manejo y estudio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG01 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img1_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los poliedros |
| **Pie de imagen** | Los objetos de nuestro entorno están modelados a través de los cuerpos geométricos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de poliedro** |
| **Contenido** | Cuerpo geométrico que encierra un volumen finito limitado por caras planas que forman polígonos. |

Los cuerpos geométricos los podemos clasificar en dos grandes grupos, **los poliedros** y **los cuerpos de revolución**; a continuación, estudiaremos cada uno de ellos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC20 |
| **Título** | Introducción a los poliedros y los cuerpos de revolución |
| **Descripción** | Interactivo para introducir los conceptos de poliedro, poliedro regular y cuerpos de revolución |

[SECCIÓN 2] **1.1 Los elementos de un poliedro**

Ahora definamos los elementos que encontraremos en todo poliedro:

**Cara:** polígono que delimita el poliedro.

**Arista:** segmento recto que delimita cada cara del poliedro.

**Vértice:** punto de unión de tres o más aristas del poliedro.

**Ángulo:** el espacio que hay entre dos caras de un poliedro.

**Diagonal:** segmento que une dos vértices no consecutivos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG02 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13440/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img2_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los Elementos de un poliedro |
| **Pie de imagen** | Elementos de un poliedro. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC30 |
| **Título** | Los elementos de un poliedro |
| **Descripción** | Interactivo que explica los elementos de un poliedro |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC40 |
| **Título** | Identifica las características de un poliedro |
| **Descripción** | Actividad para describir las características de un poliedro |

[SECCIÓN 2] **1.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los poliedros |
| **Descripción** | Actividades sobre Los poliedros |

[SECCIÓN 1] **2 Los Tipos de poliedros**

Como ya hemos definido qué es un poliedro y los elementos que lo componen, vamos a identificar las diferentes clases de poliedros que podemos encontrar.

[SECCIÓN 2] **2.1 Los poliedros convexos y los poliedros cóncavos**

Según la forma, un poliedro se define como **convexo** si al prolongar cualquiera de sus caras esta nunca cortará al poliedro. Pero si al prolongar alguna de sus caras esta corta al poliedro, se denomina **cóncavo**.

Otra forma útil de determinar si se trata de un poliedro **convexo** es ver si este se puede apoyar sobre una superficie plana con cada una de sus caras. Si no es así, entonces se trata de un poliedro **cóncavo**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG03 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13440/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img5_zoom.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los tipos de poliedros/ el poliedro A es cóncavo y el poliedro B es convexo |
| **Pie de imagen** | Ejemplos de poliedro cóncavo (A) y de poliedro convexo (B). |

[SECCIÓN 2] **2.2 Los tipos de poliedros convexos. Áreas y volúmenes**

Los poliedros convexos, a su vez, se clasifican en otros tipos de poliedros dependiendo de su forma, entre los que encontramos los **sólidos platónicos**, los **prismas** y las **pirámides**, que a continuación vamos a caracterizar.

[SECCIÓN 3] **2.2.1 Poliedros regulares y duales**

Los poliedros regulares conocidos también como **sólidos platónicos**,son poliedros que:

* Todas sus caras están formadas por polígonos regulares iguales.
* En cada uno de sus vértices concurre el mismo número de caras formando ángulos iguales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los cinco poliedros regulares |
| **Pie de imagen** | Los cinco sólidos platónicos. |

Un poliedro también se puede caracterizar a través de su **desarrollo plano**, es decir, la forma en que se ve el poliedro si lo desarmamos y lo ubicamos en un plano. A partir de este desarrollo podemos apreciar que además de tener un volumen, los poliedros también poseen área.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG05 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13440/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img7_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los cinco poliedros regulares con sus características y desarrollo |
| **Pie de imagen** | **Desarrollo plano** de los sólidos platónicos. |

El área y el volumen se pueden hallar en función de la longitud de la arista. Por ejemplo, en el cubo o hexaedro, como está compuesto por cuadrados, sabemos que el área de un cuadrado es el producto de sus lados, es decir, *a2* y según su desarrollo el número de caras es 6, así se puede concluir que su área total es 6*a*2 y su volumen es el producto de sus dimensiones, o sea *a*3.

Entonces, si decimos que la arista de un cubo mide 5 cm, ¿cuáles son su volumen y su área?

Área:

*A* = 6 ⋅ (5 cm)2

*A* = 6 ⋅ (25) cm2

*A* = 150 cm2

Volumen:

*V* = (5 cm)3

*V* = 125 cm3

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Área y volumen** |
| **Contenido** | El área es la superficie de un cuerpo y se calcula en unidades cuadradas, es decir u2, mientras que el volumen es la cantidad de espacio que un cuerpo ocupa y se calcula en unidades cúbicas, esto es u3. |

**Los poliedros duales**

Dos poliedros son duales si el número de vértices del primero coincide con el número de caras del segundo y viceversa. Además, deben tener el mismo número de aristas.

Si dos poliedros son duales puede construirse uno a partir del otro uniendo con segmentos los centros de cada dos caras contiguas del primero.

En la siguiente figura observa que el cubo y el octaedro son duales, el dodecaedro y el icosaedro también y que el tetraedro es dual consigo mismo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG06 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13440/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img17_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Observa las características que hacen al cubo y al octaedro duales entre sí. |
| **Pie de imagen** | El cubo y el octaedro son duales entre sí. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC60 |
| **Título** | Tipos de poliedros regulares |
| **Descripción** | Interactivo que muestra características de los poliedros regulares |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC80 |
| **Título** | Clasifica poliedros cóncavos y poliedros convexos |
| **Descripción** | Actividad para clasificar poliedros cóncavos y poliedros convexos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC90 |
| **Título** | Identifica características de poliedros regulares |
| **Descripción** | Actividad para identificar las características de los poliedros regulares |

[SECCIÓN 3] **2.2.2 Los prismas**

Los **prismas** son poliedros que están compuestos por dos caras, denominadas **bases**, que son polígonos, son iguales y paralelos entre sí, y **caras laterales** que son paralelogramos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG07 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img18_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Los elementos del prisma. |
| **Pie de imagen** | El prisma y los elementos que lo componen. |

Un prisma lo podemos nombrar en función del polígono de sus bases, es decir, que puede ser triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG08 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img19_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Diferentes tipos de prismas, definidos por la **forma de las bases**: de izquierda a derecha, triangular, pentagonal y hexagonal. |
| **Pie de imagen** | Diferentes tipos de prismas, definidos por la **forma de las bases**: de izquierda a derecha, triangular, pentagonal y hexagonal. |

Otra forma de caracterizar un prisma es de acuerdo con la perpendicularidad de las caras laterales respecto a las bases, y pueden ser de dos tipos:

* Los **rectos**: sus lados son rectángulos.
* Los **oblicuos:** sus lados son romboides.

Si las **bases** de un prisma recto son **polígonos regulares**, decimos que el prisma es **regular**.

Si las **bases** del prisma son **paralelogramos**, es un **paralelepípedo**.

Si las **bases** y los **lados** son **rectángulos**, es un **ortoedro**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG09 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img20_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/algunos ejemplos de diferentes variedades de prismas |
| **Pie de imagen** | Algunos ejemplos de variedades de prismas. |

Al igual que en los sólidos platónicos, los prismas también tienen desarrollo plano, a través del cual se puede apreciar cómo se compone el área total del prisma.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG10 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img21_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/Ten en cuenta que el **desarrollo de los prismas regular** |
| **Pie de imagen** | Observa que el **desarrollo de los prismas regulares** está formado por tantos rectángulos iguales como lados tiene y por dos polígonos regulares que forman las bases. |

En la figura se observa que el área se compone por el área de las dos bases (*Ab*) y por el área del rectángulo que forman todas las caras laterales (*AL*). De esta manera, el área total (*AT*) se calcula mediante:

*AT* = 2*Ab* + *AL*

De acuerdo con la figura, la longitud de la base del rectángulo que compone el área lateral, coincide con la longitud del perímetro (*P*) del polígono que forma la base y la altura (*h*) del rectángulo es la misma altura del prisma. Reemplazando entonces en la fórmula del área tenemos:

*AT* = 2*Ab* + *P* ∙ *h*

Y para calcular el volumen multiplicamos el área de la base por la altura del prisma.

*VP* = *Ab ∙ h*

Revisemos el siguiente ejemplo:

Una fábrica de chocolates ha diseñado dos cajas de presentación para uno de sus productos. Una de las cajas es un prisma triangular; en el que la base es un triángulo equilátero con uno de sus lados de 5 cm y la altura de la caja de 12 cm; la otra caja es un prisma hexagonal con 6 cm de lado y 5 cm de altura. ¿Cuánto material se emplea en cada caja y cuál es el volumen de cada una?

Para la caja en forma de prisma triangular su área se compone del área de los dos triángulos equiláteros base y los tres rectángulos de las caras laterales. Entonces, para calcular el área de la base se debe hallar inicialmente la altura utilizando el teorema de Pitágoras.

*c*2 = *a*2 + *b*2

Reemplazando apropiadamente se obtiene que la altura es uno de los catetos del triángulo rectángulo y:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_001>>

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_002>>

De este modo, calculamos el área del triángulo.

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_003>>

Y el área de las caras laterales teniendo en cuenta que el perímetro es 15 cm, es:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_004>>

Así el área total es:

*AT* = 2*Ab* + *P* ∙ *h* = 2 ∙ 10,75 + 180 = 21,5 + 180 = 201,5 cm2

Mientras que el volumen es:

*VP* = *Ab* ∙ *h* = 10,75 ∙ 12 = 129 cm3

Ahora, para el caso de la caja hexagonal tenemos que la longitud de la base es 6 cm y su altura es 5 cm.

Vamos a proceder de manera similar que en la caja triangular, para lo cual hallamos primero el área del hexágono calculando inicialmente la longitud de su apotema.

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_005>>

El área dela base es:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_006>>

Y el área lateral es:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_007>>

Por ende, el área total queda:

*AT* = 2*Ab* + *P* ∙ *h* = 2 ∙ 93,6 + 180 = 187,2 + 180 = 367,2 cm2

Y el volumen:

*VP* = *Ab*∙ *h* = 93,6 ∙ 5 = 468 cm3

[SECCIÓN 3] **2.2.3 Las pirámides**

Una **pirámide** es un poliedro que tiene como base un **polígono** y las caras laterales son **triángulos** con un vértice común, que llamamos **vértice de la pirámide**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG11 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img23_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los elementos de la pirámide**)** |
| **Pie de imagen** | Los **elementos** de la **pirámide**. |

Al igual que los prismas, la pirámide puede ser triangular, cuadrada, pentagonal, etc., dependiendo del polígono que conforma la base.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG12 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img24_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/distintos tipos de pirámides |
| **Pie de imagen** | Distintos tipos de **pirámides**: de izquierda a derecha, triangular, cuadrangular y pentagonal. |

Asimismo, las pirámides pueden ser rectas u oblicuas:

* Las **rectas**: su vértice se proyecta en vertical sobre el centro de la base.
* Las **oblicuas**: el vértice no se proyecta en vertical sobre el centro de la base.

Si la base de una pirámide recta es un polígono regular, decimos que la **pirámide es regular**. En este caso, los lados son triángulos isósceles.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG13 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img25_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/ejemplos de pirámides |
| **Pie de imagen** | En las pirámides rectas la línea que representa la altura se encuentra en su interior mientras que en las oblicuas se halla en el exterior. |

Para calcular el área de la pirámide debemos estudiar su **desarrollo plano** y observar cómo es su composición.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG14 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img26_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/observe el desarrollo de una pirámide regular |
| **Pie de imagen** | Desarrollo de una pirámide. |

Observa que su desarrollo plano está compuesto por su base y sus caras laterales, por ende, el área lateral depende del número de caras.

Por consiguiente, el área total (*AT*) se compone del área de la base (*Ab*) más el área lateral (*AL*):

*AT* = *Ab* + *AL*

Para una pirámide regular de *n* aristas la fórmula que da de la siguiente forma:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_008>>

donde ***ab***es la apotema de la base y ***Pb*** es el perímetro de la base.

Mientras que el **volumen de una pirámide** es siempre igual a la tercera parte del volumen de un prisma que tenga la misma base y la misma altura:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_009>>

Por ejemplo, se ha diseñado una maqueta a escala de la pirámide de Keops que es una pirámide cuadrangular con las dimensiones siguientes: altura: 280 mm, arista lateral: 418 mm, arista básica: 440 mm y apotema 356 mm. ¿Cuál es el área y el volumen de la pirámide a escala?

El área total se compone del cuadrado que forma la base y los cuatro triángulos congruentes que forman las caras laterales.

De esta manera, el área de la base y el área lateral son:

*Ab* = (440)2 = 193 600 mm2 = 1936 cm2

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_010>>

Por lo tanto, el área total es:

*AT* = 1936 + 3132,8 = 5068,8 cm2

Y su volumen es:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_011>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Pirámides truncadas** |
| **Contenido** | Cuando un plano corta todas las aristas laterales de una pirámide, obtenemos un cuerpo geométrico que llamamos **tronco de pirámide**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG15 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img28_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/si la pirámide es recta y el plano |
| **Pie de imagen** | Si la pirámide es recta y el plano que la corta es **paralelo a la base**, las dos bases del **tronco de la pirámide** son polígonos semejantes. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC100 |
| **Título** | Las áreas del prisma y la pirámide |
| **Descripción** | Interactivo para explicar cómo calcular las áreas de prismas y pirámides |

[SECCIÓN 3] **2.2.4 El principio de Cavalieri**

**Bonaventura Cavalieri** (1598 - 1647), matemático italiano, estableció que:

Si dos cuerpos tienen la misma altura y además tienen igual área en sus secciones planas realizadas a una misma altura, poseen entonces igual volumen.

Por ejemplo, si un prisma tiene la base cuadrada y otro prisma posee base pentagonal, ambos con la misma altura, y si el área del cuadrado es igual al área del pentágono, cada sección transversal tendrá la misma área que la sección transversal correspondiente del otro prisma. Por tanto, ambos prismas poseerán idénticos volúmenes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG16 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img29_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/observa en estos prismas el principio de Cavalieri |
| **Pie de imagen** | El principio de Cavalieri representado en estos dos prismas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC110 |
| **Título** | El volumen del prisma y la pirámide y el principio de Cavalieri |
| **Descripción** | Interactivo mediante el cual se explica el cálculo del volumen de prismas y pirámides |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC120 |
| **Título** | Halla área y volumen de prismas |
| **Descripción** | Actividad para hallar área y volumen de prismas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC130 |
| **Título** | Determina área y volumen de pirámides |
| **Descripción** | Actividad para resolver ejercicios y situaciones que involucran área y volumen de pirámides |

[SECCIÓN 3] **2.2.5 Los poliedros semirregulares**

Los **poliedros semirregulares** son poliedros cuyas caras son **polígonos regulares de dos o más tipos**, de manera que en cada vértice concurren los mismos polígonos. Por ejemplo, el **cuboctaedro** está formado por cuadrados y triángulos equiláteros.

Estos poliedros se pueden inscribir en una esfera y podemos formarlos a partir de los poliedros regulares, mediante la técnica del truncamiento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Contenido** | **Truncar un poliedro** consiste en suprimir uno de los vértices mediante la aplicación de un corte plano. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG17 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img30_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/observa la diferencia entre el cubo y el cubo truncado. |
| **Pie de imagen** | Diferencia entre un cubo y un cubo truncado. |

[SECCIÓN 2] **2.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC160 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los tipos de poliedros |
| **Descripción** | Actividades sobre Los tipos de poliedros. |

[SECCIÓN 1] **3** **Los planos de simetría en los poliedros**

Algunos poliedros tienen la propiedad de ser simétricos respecto a uno o varios planos llamados **planos de simetría**. Si cortáramos el poliedro por dicho plano y pusiéramos una mitad pegada a un espejo por el corte, obtendríamos la imagen del poliedro completo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG18 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img31_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img31_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría de los poliedros/si partimos un cubo.  <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img32_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Si se parte un cubo por la mitad con un plano de simetría (izquierda) y se toma una parte (centro), con su reflexión en un espejo (derecha) formará la imagen del cubo completo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El plano de simetría de un poliedro** |
| **Contenido** | Un plano de simetría o reflexión de un poliedro es como un espejo imaginario que refleja la mitad de un poliedro.  Un poliedro es simétrico respecto a un plano cuando este es un plano de simetría. |

El tetraedro tiene seis planos de simetría.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG19 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img32_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img32_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/planos de simetría del tetraedro |
| **Pie de imagen** | Los planos de simetría del tetraedro pasan por una arista y por el punto medio de la arista opuesta. |

El cubo tiene nueve planos de simetría, de los cuales tres son paralelos a dos de sus caras y seis contienen dos aristas opuestas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG20 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img33_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img33_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/ planos de simetría del cubo |
| **Pie de imagen** | Los nueve planos de simetría de un cubo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Dos aristas son opuestas si el plano que determinan pasa por el centro del poliedro. |

El octaedro tiene nueve planos de simetría, de los cuales tres contienen cuatro vértices y seis comprenden solo dos vértices.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG21 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img34_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img34_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/planos de simetría del octaedro |
| **Pie de imagen** | Los nueve planos de simetría del octaedro. |

El dodecaedro y el icosaedro tienen quince planos de simetría cada uno.

En el caso de los ortoedros, podemos encontrar diferentes casos. Observemos la siguiente figura:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG22 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img35_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img35_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/diferentes casos de simetría de ortoedros |
| **Pie de imagen** | Los diferentes casos de simetría de los ortoedro. |

* **Caso 1**: si las tres dimensiones del ortoedro (largo, ancho y alto) son diferentes, tiene tres planos de simetría.
* C**aso 2**: si dos de las dimensiones del ortoedro son iguales, tiene cinco planos de simetría.
* **Caso 3**: si las tres dimensiones del ortoedro son iguales, se trata de un cubo y tiene nueve planos de simetría.

Un prisma recto regular tiene un plano de simetría que lo divide por la mitad de la altura, y tantos planos de simetría como ejes de simetría tiene el polígono de su base.

Fíjate en el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG23 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img36_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img36_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/el prisma hexagonal |
| **Pie de imagen** | El prisma hexagonal regular tiene siete planos de simetría. |

Una pirámide regular tiene tantos planos de simetría como ejes de simetría tiene el polígono de su base.

Fíjate en el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG24 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img37_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img37_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los planos de simetría/una pirámide hexagonal |
| **Pie de imagen** | Una pirámide hexagonal regular tiene seis planos de simetría. |

[SECCIÓN 2] **3.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC180 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los planos de simetría en los poliedros |
| **Descripción** | Actividad para practicar y reforzar los aprendido sobre los planos de simetría en los poliedros |

[SECCIÓN 1] **4.** **Los cuerpos de revolución**

Los **cuerpos de revolución** son cuerpos geométricos que obtenemos cuando hacemos girar una figura plana alrededor de un **eje de rotación**. Están limitados por superficies curvas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG25 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img39_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/cuerpos de revolución/entre los cuerpos de revolución se encuentran |
| **Pie de imagen** | El **cilindro**, el **cono** y la **esfera** son algunos ejemplos de **cuerpos de revolución.** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC190 |
| **Título** | Los cuerpos de revolución: el cilindro, el cono y la esfera |
| **Descripción** | Interactivo que muestra cómo se generan los cuerpos de revolución |

[SECCIÓN 2] **4.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC210 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los cuerpos de revolución |
| **Descripción** | Actividad para reconocer características de cuerpos en revolución |

[SECCIÓN 1] **5 Los tipos de cuerpos de revolución**

Como lo hemos mencionado, algunos de los cuerpos de revolución que conocemos son el cilindro, el cono y la esfera.

[SECCIÓN 2] **5.1 El cilindro**

El cilindro es una superficie que se forma cuando hacemos rotar el lado de un rectángulo alrededor de su lado paralelo; a este último lo llamamos **eje de rotación** y al otro lado lo denominaremos **generatriz** del cilindro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG26 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img40_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/los tipos de cuerpos de revolución/observa los elementos del cilindro |
| **Pie de imagen** | Los elementos del cilindro. |

Los elementos que componen un cilindro son:

* El **eje**: el lado fijo alrededor del cual gira el rectángulo.
* Las **bases**: las dos caras circulares, perpendiculares al eje de rotación.
* La **cara lateral**: la cara curva que, desarrollada, se transforma en un rectángulo.
* El **radio del cilindro**: es el mismo radio de las bases.
* La **altura**: la distancia entre las dos bases.
* La **generatriz**: el lado del rectángulo opuesto al eje. Es igual a la altura.

También podemos determinar el **área del cilindro**, para lo cual es útil observar su desarrollo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG27 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img41_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/elementos y desarrollo plano de un cilindro |
| **Pie de imagen** | Composición del desarrollo plano de un cilindro. |

**Su desarrollo plano consta de**:

* un rectángulo que corresponde a la cara lateral. Su base es la longitud de la circunferencia y su altura es la generatriz.
* dos círculos, que corresponden a las bases.

El área de un cilindro corresponde, entonces, a la suma del área lateral y el área de las dos bases, así:

*A*cilindro = *A*lateral + 2*A*base = 2π*rh* + 2π*r*2

Sacando el factor común se obtiene finalmente:

*A*cilindro = 2π*r* (*h* + *r*)

El **volumen del cilindro** es igual al área de su base por su altura:

*V*cilindro = *A*base · *h*

En el caso del cilindro su base es un círculo, y sabemos que el área de un círculo se calcula mediante la fórmula *A* = π*r*2. En consecuencia, el volumen del cilindro es:

*V*cilindro = π*r*2 · *h*

Examinemos un ejemplo:

Se desea hacer un tanque cilíndrico para contener residuos tóxicos, con una capacidad de 300 litros, y ubicarlo debajo de una zona cubierta con 5 m de altura. Halla el diámetro que debe ocupar dicho tanque y la cantidad de material que se debe comprar para su fabricación.

Como en este caso se solicita, el diámetro *d* que es igual a dos veces el radio (*d* = 2*r*) entonces, utilicemos la fórmula dada para el volumen del cilindro y despejemos *r*:

*V*cilindro = π*r*2 · *h*

Despejando y reemplazando los valores del volumen del cilindro que es 300 l y la altura de 5 m, se obtiene:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_012>>

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_013>>

4,3 m = *r*

Por tanto, el diámetro del tanque es *d =* 2*r =* 8,6 m (se toma solamente la solución positiva del radio por ser medida de longitud). Cuando se pregunta la cantidad de material requerido se está refiriendo al área del cilindro, entonces reemplazando en:

*A*cilindro = 2π*r* (*h* + *r*)

*A*cilindro = 8,6π(5 + 4,3)

*A*cilindro = 251,26 m2

Por ende, hay que comprar 251,26 m2 de material, para la elaboración del tanque.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC220 |
| **Título** | Resuelve problemas de área y volumen de cilindros |
| **Descripción** | Actividad para resolver situaciones problema que involucran área y volumen de cilindros |

[SECCIÓN 2] **5.2 El cono**

El **cono** es un cuerpo de revolución formado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. La altura del cono es la del cateto que hemos utilizado como eje de giro y el radio es el cateto restante.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG28 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img43_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/observa los elementos del cono |
| **Pie de imagen** | Observa los **elementos del cono**. La hipotenusa del triángulo rectángulo se denomina **generatriz del cono**. |

Los elementos de un cono son:

* El **eje**: cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.
* La **base**: círculo generado por el cateto del triángulo que no es el eje de giro.
* La **cara lateral**: cara curva generada por la hipotenusa del triángulo, que desarrollada se transforma en un sector circular.
* El **vértice**: punto donde se cortan la generatriz y el eje de giro.
* El **radio del cono**: el radio de su base.
* La **altura**: distancia entre el vértice y el centro de la base.
* La **generatriz**: hipotenusa del triángulo rectángulo.

Veamos el desarrollo plano del cono para calcular su **área**:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG29 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img44_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/la cara lateral desarrollada |
| **Pie de imagen** | La **cara lateral desarrollada** es un **sector circular** cuyo radio es la generatriz y cuya amplitud es la longitud de la circunferencia de la base. |

El área del cono es la suma del área lateral más el área de la base y se calcula con la fórmula:

*A*cono = *Alateral* + *Abase*

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_014>>

donde *g* es la generatriz del cono y *r* es su radio. Si sacamos el factor común, queda:

*Acono* = π*r* · (*g* + *r*)

El **volumen de un cono** es la tercera parte del volumen del cilindro que tenga la misma base y la misma altura:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_015>>

Examinemos un problema donde se apliquen las fórmulas dadas.

Se tiene un cono que mide 20 cm de generatriz y 3 cm de radio. Halla su área lateral, área total y volumen.

Para hallar el área lateral es necesario tener la generatriz *g*. Por teorema el de Pitágoras se tiene:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_016>>

Entonces, se puede encontrar que el área lateral como:

*Alateral**=**πrg* ***=*** *π* ⋅(3) ⋅ (20,23) *=* 190,66 cm2

Para hallar el área total debemos simplemente reemplazar:

*Acono* = π*r* (*g* + *r*) = π ⋅ (3) ⋅ (20,23 + 3) = 218,93 cm2

Por último, el volumen que está dado como:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_017>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC230 |
| **Título** | Calcula el área y el volumen del cono |
| **Descripción** | Actividad para practicar el cálculo del área y el volumen en los conos |

[SECCIÓN 2] **5.3 La esfera**

La **esfera** es el cuerpo geométrico que se forma cuando un semicírculo gira 360° alrededor de su diámetro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG30 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img46_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img46_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/observa una esfera |
| **Pie de imagen** | Una esfera, el **semicírculo que la genera** y el radio de la misma. |

Los elementos de la esfera son:

* El **centro**: punto interior que equidista de cualquier punto de la superficie de la esfera.
* El **radio**: distancia desde el centro hasta un punto de la superficie de la esfera.
* La **cuerda**: es el segmento que une dos puntos de la superficie de la esfera.
* El **diámetro**: es la cuerda que pasa por el centro.
* Los **polos**: son los puntos donde el eje de giro se interseca con la superficie esférica.

La esfera no se puede desarrollar en el plano.

El **área de una esfera** de radio *r* es igual al área lateral del cilindro que la circunscribe.

El radio de ese cilindro también es *r* y su altura es 2*r*, por tanto, el área de la esfera se calcula así:

*A* = 2π*r* · 2*r* = 4π*r*2

Las figuras esféricas de superficie son:

* El **casquete esférico**: cada una de las partes que forman la superficie esférica cuando la corta un plano. Su área se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_018>>

donde *h* es la distancia entre la base del casquete y su polo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG31 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img47_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img47_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/casquete esférico |
| **Pie de imagen** | El **casquete esférico** es una figura formada por la superficie esférica cuando la corta un plano. |

* La **zona esférica**: es la parte de la **superficie** esférica comprendida entre dos planos paralelos. Su área se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_019>>

donde *h* es la distancia entre los dos planos paralelos de corte.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG32 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img48_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img48_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/la zona esférica |
| **Pie de imagen** | La **zona esférica** es la parte de la superficie esférica que se encuentra comprendida entre **dos planos paralelos**. |

Ejemplo

Un publicista decidió colocar en la superficie de la Luna un letrero, en forma de cinturón, que promocione la venta de viajes espaciales. El letrero tiene de ancho la parte que se ve desde la Tierra (es decir, solo una cara) y de largo, de 10 km. ¿Qué área tiene el letrero, si se sabe que la luna tiene 1737,4 km de radio? Si pagan $1000 por cada metro cuadrado del letrero, ¿cuánto le costará la elaboración del letrero?

Si *R* es el radio de la Luna y *h* = 10 km, el área corresponde a media zona esférica, por lo tanto, el letrero tendrá un área de:

*A* = π∙ *R* ∙ *h*

= π∙ 1737,4∙ 10

≈ 54 582,03 km2

Entonces, el área que tiene el letreo es: 54 582, 03 km2 y al pagar $ 1000 por cada metro cuadrado, entonces el costo será de $ 54 582 303,76.

* El **huso esférico**: es la parte de la superficie esférica comprendida entre dos planos secantes que pasan por el centro de la esfera. Su área se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_020>>

donde *α* es el ángulo que forman los planos secantes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG33 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img49_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img49_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/el huso esférico |
| **Pie de imagen** | El **huso esférico** es la parte de la superficie esférica que se encuentra entre dos planos secantes que pasan por el centro de la esfera. |

* El **volumen** de la esfera es:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_021>>

Las figuras esféricas de volumen son:

* El **sector esférico**: es el formado por un **casquete esférico** y el **cono** que delimitan los radios de sus bordes. Su volumen se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_022>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG34 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img50_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img50_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/el sector esférico |
| **Pie de imagen** | El **sector esférico** es una figura esférica de superficie formada por un **casquete esférico** y un **cono**. |

* El **segmento esférico de una base**: es el cuerpo limitado por una superficie esférica y un plano que la corta. Su volumen se calcula así:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_023>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG35 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img51_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img51_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/el segmento esférico de una base |
| **Pie de imagen** | El **segmento esférico de una base** es una figura limitada por una superficie esférica y un plano que la corta. |

* El **segmento esférico de dos bases** es el cuerpo limitado por una superficie esférica y dos planos que la cortan. Su volumen se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_024>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG36 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img52_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img52_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/el sector esférico de dos bases |
| **Pie de imagen** | El **segmento esférico de dos bases** es una figura limitada por una superficie esférica y dos planos que la cortan. |

* El **anillo esférico**: es el volumen generado por un segmento circular que gira alrededor de un eje que pasa por el centro de la esfera. Su volumen se calcula:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_025>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG37 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img53_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img53_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/el anillo esférico |
| **Pie de imagen** | El **anillo esférico** es el volumen que se genera por el giro de un segmento circular alrededor de un eje que pasa por el centro. |

* La **cuña esférica**: es la parte de volumen de una esfera limitada por un huso y dos semicírculos máximos. Su volumen se calcula así:

<<FQ\_MA\_08\_10\_CO\_026>>

donde *n* es el número de grados del ángulo de la cuña.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_IMG38 |
| **Descripción** | [http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img54_small.jpg](http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package13434/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_08_img54_zoom.jpg) |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 3°ESO/Matemáticas aplicadas/Los poliedros y los cuerpos de revolución/la cuña esférica |
| **Pie de imagen** | La **cuña esférica** es la parte de volumen de la esfera comprendida entre dos planos que cortan a dicha esfera por el diámetro. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC240 |
| **Título** | Conoce las figuras esféricas |
| **Descripción** | Actividad para identificar figuras esféricas con su representación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC250 |
| **Título** | Resuelve problemas de área y volumen de la esfera |
| **Descripción** | Actividad para hallar el área y el volumen de esferas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC260 |
| **Título** | Calcula volúmenes de esferas |
| **Descripción** | Actividad para relacionar distintas esferas con su volumen |

[SECCIÓN 2] **5.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC270 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los tipos de cuerpos de revolución |
| **Descripción** | Actividades sobre Los tipos de cuerpos de revolución |

[SECCIÓN 1] **6** **Competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC280 |
| **Título** | Competencias: cálculo del volumen de cilindros |
| **Descripción** | Actividad para comprobar si el volumen de dos cilindros es igual |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC290 |
| **Título** | Competencias: Aplicaciones de los poliedros y sólidos de revolución. |
| **Descripción** | Actividad que propone la aplicación de los poliedros y sólidos de revolución. |

[SECCIÓN 1] **7** **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC300 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema Los poliedros y cuerpos de revolución |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_09\_REC310 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema Los poliedros y cuerpos de revolución. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_10\_REC00 | |
| **Web 01** | *Cuerpos geométricos-repaso* | *http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas\_conocimiento/mat/cuerposgeom/index.html* |
| **Web 02** | *Cuerpos geométricos-Repaso* | [*http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena8/index\_3quincena8.htm*](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena8/index_3quincena8.htm) |
| **Web 03** | *Volumen de cuerpos geométricos* | [*https://luisamariaarias.wordpress.com/matematicas/tema-14-cuerpos-geometricos-volumen/*](https://luisamariaarias.wordpress.com/matematicas/tema-14-cuerpos-geometricos-volumen/) |
| **Web 04** | *Taller de Cuerpos Geométricos* | *http://gauss.acatlan.unam.mx/mod/resource/view.php?id=602* |
| **Web 05** | *Cuerpos de revolución-El cono* | *http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/110919\_conos.elp/index.html* |
| **Web 06** | *Cuerpos de revolución-Resumen y Práctica* | *http://www.uv.es/lonjedo/esoProblemas/unidad10apoliedrosycuerposderevolucion.pdf* |
| **Web 07** | *Arte y Simetría* | *http://www.lanubeartistica.es/Volumen/Unidad1/VO1\_U1\_T3\_Contenidos\_v05/index.html* |
| **Web 08** | *Esfera y la tierra* | *http://www.houspain.com/gttp/doku.php?id=la\_esfera\_y\_sus\_elementos* |