|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **La probabilidad** |
| Código del guion | MA\_08\_12\_CO |
| Descripción | ¿Cuáles son los conceptos básicos de la probabilidad? Aprende qué son los experimentos aleatorios y aplica la ley de Laplace para conocer las probabilidades de un suceso. |

[SECCIÓN 1] **1 La probabilidad**

La **probabilidad** es la disciplina matemática que estudia los **experimentos** o **fenómenos aleatorios**.

Conocer la probabilidad nos ayuda a mejorar la **toma de decisiones** en situaciones de incertidumbre y a tener sentido crítico ante informaciones de fenómenos aleatorios.

Si lanzamos dos dados de seis caras y queremos acertar el resultado de su suma, ¿es mejor apostar por un número que por otro? Si nos dejan escoger entre 2, 7 o 10, ¿por cuál debemos decidirnos?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14873/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_12_img1_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Imagen aprovechada de:  3°ESO-Matemáticas académicas-La probabilidad-Sección 1(imagen 1) |
| **Pie de imagen** | La **probabilidad** estudia **fenómenos aleatorios**, como tirar unos dados o lanzar una moneda al aire, cuyos resultados no se puede predecir. |

Puede parecer que todo esto depende de la suerte y que el resultado es imprevisible. La realidad es que nuestra decisión es importante, puesto que hay más combinaciones de números que suman 7 que combinaciones que suman 10 o 2. Por tanto, deberíamos apostar por el número 7.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC10 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - Introducción a la probabilidad |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Introducción a la probabilidad |
| **Descripción** | Interactivo para explicar los conceptos de probabilidad a través de la visualización de un vídeo |

[SECCIÓN 2] **1.1 Los fenómenos aleatorios**

El término ***experimento*** se usa para describir cualquier método de recogida de datos. Un experimento puede producir un valor numérico o un resultado cualitativo.

Los experimentos estadísticos pueden ser de dos tipos:

* Los **deterministas**: podemos **predecir** los resultados. Por ejemplo, en el experimento de “sacar un bola de una bolsa llena con bolas verdes y observar su color”, el resultado es predecible: se extraerá una bola de color verde.
* Los **aleatorios**: los resultados son **impredecibles**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14873/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_12_img2_zoom.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Imagen aprovechada de:  3°ESO-Matemáticas académicas-La probabilidad-Sección 2(imagen 2 del cuaderno) |
| **Pie de imagen** | El resultado de arrojar unos dados es un **experimento aleatorio**, porque no se puede predecir. En cambio, si se lanza una pelota al aire, es un **experimento determinista**, porque se puede predecir con seguridad que volverá a caer al suelo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Experimento aleatorio** |
| **Contenido** | Los **experimentos aleatorios** son fenómenos en los cuales no es posible predecir su resultado antes de realizarlo, pero se conoce el conjunto de los posibles resultados. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Experimento determinístico** |
| **Contenido** | En los **experimentos determinísticos** el resultado es predecible. |

Por ejemplo**,** ¿qué diferencia existe entre extraer una balota roja de una urna en la que todas las balotas son rojas y extraer una balota azul de una urna en la que todas las balotas son de diferente color?

En el primer caso tendremos la seguridad de decir que la balota extraída será roja, mientras que en el segundo caso no podemos asegurar de antemano que la balota sea azul.

En este último caso diremos que estamos frente a un **fenómeno** o **experimento aleatorio,** por tanto, expresaremos que un **experimento aleatorio** es aquel en el que no es posible predecir su resultado, aunque sí se conocen sus posibles resultados. Si en el experimento los resultados se pueden predecir con anterioridad, diremos que es un experimento **determinístico**.

Los fenómenos o **experimentos aleatorios** tienen en común las siguientes características:

* Se conoce el conjunto de todos los **resultados posibles**, pero no el que se obtendrá al realizar el experimento.
* Se puede **repetir** tantas veces como se quiera en condiciones idénticas y su resultado siempre puede variar.
* Cualquier variación de las condiciones iniciales de la repetición puede modificar el resultado.
* Si el experimento se repite un gran número de veces, entonces aparece algún modelo de **regularidad estadística** en los resultados obtenidos.

[SECCIÓN 2] **1.2 El espacio muestral y los sucesos**

El **conjunto de todos los resultados posibles** de un experimento aleatorio se llama **espacio muestral**. Lo representamos con la letra *S*, aunque también se suele denotar mediante la letra griega omega mayúscula (Ω).

Por ejemplo:

* Al lanzar una moneda al aire para ver si sale cara o sello, el espacio muestral tiene dos elementos: *S* = {cara, sello}.
* Al lanzar un dado cúbico y apuntar los resultados, el espacio muestral será el conjunto: *S* = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
* Al sacar un tornillo de una caja en la que hay muchos, para saber si es defectuoso o no, el espacio muestral será: *S* = {defectuoso, no defectuoso}.

A cualquier hecho o resultado que puede interesarnos estudiar en un experimento aleatorio lo llamamos **suceso** o **evento**. Se representa con una letra mayúscula.

Así, por ejemplo, en el experimento de lanzar un dado al aire cuyo espacio muestral es: *S* = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, podemos definir los siguientes sucesos:

* Que el resultado del dado sea un número par: *A* = {2, 4, 6}.
* Que el resultado del dado sea un múltiplo de 3: *B* = {3, 6}.
* Que el resultado del dado sea un número primo: *C* = {2, 3, 5}.

[SECCIÓN 3] **1.2.1 Los tipos de sucesos**

Decimos que un determinado suceso ha ocurrido si el resultado de la experiencia aleatoria ha sido alguno de los elementos de ese suceso. Por ejemplo, si al lanzar un dado ha salido un 2, un 4 o un 6, podemos asegurar que ha tenido lugar el suceso “salir un número par”.

Hay distintos tipos de sucesos que pueden producirse en función de su resultado:

* Los **elementales** o **simples**: están formados por **un único resultado** del espacio muestral. En el ejemplo del dado, los sucesos simples son: {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, que se corresponden con cada uno de los resultados posibles del experimento. En el experimento “sacar una bola de una urna que contiene tres bolas blancas y tres bolas negras”, los sucesos simples son: {bola negra}, {bola blanca}.
* Los **compuestos**: están determinados por **dos** o **más resultados** del espacio muestral. Es decir, están compuestos por **dos** o **más sucesos elementales**. Por ejemplo: un suceso compuesto del experimento aleatorio lanzar un dado sería “obtener un número par”: {2, 4, 6}. Un suceso del experimento sacar una bola de una urna con tres bolas blancas y tres negras dos veces consecutivas, sería el suceso “obtener al menos una bola blanca”: {(bola negra, bola blanca), (bola blanca, bola blanca), (bola blanca, bola negra)}.
* Los **imposibles**: son los que nunca ocurrirán. Se denotan con el signo de conjunto vacío: {∅}. Por ejemplo, un suceso imposible del experimento aleatorio “sacar una bola de una urna que contiene tres bolas blancas y tres bolas negras” sería “sacar una bola roja”.
* Los **seguros**: están formados por todos los resultados posibles del experimento; ocurren siempre y coinciden con el espacio muestral. En el experimento “tirar un dado de seis caras”, sería el suceso “sacar una puntuación menor que 7”.
* Los **equiprobales**: dos sucesos son equiprobables si tienen la misma probabilidad de suceder. Por ejemplo, el suceso “sacar un 2” y el suceso “sacar un 5” al lanzar un dado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Espacio muestral y suceso** |
| **Contenido** | El **espacio muestral** es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; se denota con la letra *S* o la letra Ω.  Un **evento** o **suceso** es un subconjunto del espacio muestral que cumple una característica particular. Se representa con las letras mayúsculas del alfabeto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC20 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - Experimentos aleatorios y sucesos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Experimentos aleatorios y sucesos |
| **Descripción** | Interactivo que expone los experimentos aleatorios y permite saber qué es un suceso |

[SECCIÓN 2] **1.3 Las operaciones con sucesos**

Antes de exponer las operaciones que se pueden realizar con sucesos, conviene saber que dos sucesos cualesquiera pueden ser **compatibles** o **incompatibles**.

* **Los sucesos compatibles**: son aquellos que **se pueden dar de forma simultánea**. Por ejemplo, tenemos el suceso *A*, “obtener un número par”, con los resultados favorables {2, 4, 6}, y el suceso *B*, “obtener un número mayor que 2”, con los resultados favorables {3, 4, 5, 6}. Al lanzar un dado se ha obtenido un 4: como pertenece a los dos sucesos, decimos que los sucesos *A* y *B* son compatibles.
* Los **sucesos incompatibles**: son aquellos que no se pueden dar de forma simultánea. La intersección de sus resultados favorables es el conjunto vacío {∅}. Para que dos sucesos sean incompatibles, no pueden tener elementos comunes. Por ejemplo, en el lanzamiento de dados, el suceso “obtener un número impar” {1, 3, 5} es incompatible con el suceso “obtener un número par” {2, 4, 6}.

Las **operaciones** que se pueden realizar con sucesos son:

* La **unión de sucesos**: la unión de dos sucesos *A* y *B* se verifica cuando ocurren *A* o *B*. El suceso unión de *A* y *B* es el formado por todos los elementos de *A* y todos los elementos de *B*. Se escribe como:

***A*** ⋃ ***B***

Y se lee *A* unión *B*.

* La **intersección de sucesos**: solo sucede cuando *A* y *B* ocurren al mismo tiempo (deben ser sucesos compatibles). El **suceso intersección** de *A* y *B* es el formado por todos los elementos que son, a la vez, de *A* y de *B*. Se escribe como:

***A*** ⋂ ***B***

Se lee *A* intersección *B*.

* La **inclusión de sucesos**: acontece cuando *A* contiene a *B*. Se escribe como:

***A*** ⊂ ***B***.

Se lee *A* contiene a *B*.

* El suceso **diferencia**: sucede cuando ocurre *A*, pero no ocurre *B*. Si se toma como ejemplo los sucesos *A* = {2, 4, 6} y *B* = {3, 6}, el suceso diferencia sería: *A* – *B* = {2, 4}.
* El suceso **contrario** o **complementario**: es el conjunto de resultados posibles no favorables. Dado un suceso cualquiera *A*, al suceso que tiene lugar siempre que no suceda *A*, lo llamamos **suceso contrario** de *A*. Por ejemplo: el contrario de {1, 3} es {2, 4, 5, 6}, para el lanzamiento de un dado de 6 caras. El suceso contrario se escribe *Ac.*

Ten en cuenta que dos sucesos contrarios siempre son incompatibles, pero dos sucesos incompatibles no siempre son contrarios; además, la unión de los sucesos posibles del experimento tiene que ser el espacio muestral.

Vamos a ver las operaciones con sucesos con el experimento de lanzar un dado al aire una vez, cuyo espacio muestral es:

*S* = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Y definamos los siguientes sucesos:

* Que el resultado sea un número par: *A* = {2, 4, 6}.
* Que el resultado sea un múltiplo de 3: *B* = {3, 6}.
* Que el resultado dado sea un número mayor que 2: *C* = {3, 4, 5, 6}.
* Que el resultado sea un número impar: *D* = {1, 3, 5}.

Las operaciones con sucesos serán:

* La **unión de sucesos s**ería igual a: *A* ⋃ *B*={2, 3, 4, 6}.
* La **intersección de sucesos** sería: *A* ⋂ *B* = {6}.
* La **inclusión de sucesos:** observa que en nuestro ejemplo el suceso *C* = {3, 4, 5, 6} contiene al suceso *B* = {3, 6}, ya que los elementos de *B* también pertenecen a *C*. Por tanto: ***C*** ⊂ ***B.***
* El suceso **diferencia** sería: *A* – *B* = {2, 4}.
* El suceso **contrario** o **complementario**, para el evento *A* = {2, 4, 6} sería el evento *D* = {1, 3, 5}, su complemento. El suceso contrario se escribe como *Ac.* Por tanto: *D* = *Ac* = {1, 3, 5}.

Para ejemplificar un experimento podemos utilizar una ilustración llamada ***diagrama de Venn***. Veámoslo para el experimento de lanzar un dado y los sucesos *A* “obtener un número par” {2, 4, 6} y *C* “obtener un número mayor que 2” {3, 4, 5, 6}. El rectángulo representa el espacio muestral:

*A* ⋃ *C* = {2, 3, 4, 5, 6}

*A* ⋂ *C* = {4, 6}

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14873/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_12_img3_zoom.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Imagen aprovechada de:  3°ESO-Matemáticas académicas-La probabilidad-Sección 2(imagen 3 del cuaderno) |
| **Pie de imagen** | **Diagrama de Venn** en el que se representan los sucesos *A* “obtener un número par” y *B* “obtener un número mayor que 2”. |

Vamos a practicar las operaciones con sucesos en el siguiente ejemplo: realizamos el experimento aleatorio “lanzar un dado dos veces consecutivas”.

Paso 1: hallamos su espacio muestral.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Resultados posibles de lanzar un dado de seis caras dos veces** | | | | | |
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

Paso 2: seleccionamos entre todos los resultados, aquellos que correspondan a los siguientes sucesos.

* Suceso *A* = “salir dos números iguales”: *A* = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}
* Suceso *B* = “obtener una suma par”: *B* = {(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6)}
* Suceso *C* = “obtener una suma de 9”: *C* = {(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)}
* Suceso *D* = “obtener una suma impar”: *D* = {(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5)}

Paso 3: realizamos las operaciones con sucesos.

* Suceso *A* ⋃ *C* = “salir dos números iguales” u “obtener una suma de 9”:

*A* ⋃ *C* = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)}

* Suceso *A* ⋃ *D* = “salir dos números iguales” u “obtener una suma impar”:

*A* ⋃ *D* = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5)}

* Suceso *A* ⋂ *C* = “salir dos números iguales” y “obtener una suma de 9”:

*A* ⋂ *C* = {∅}

* Suceso complementario o contrario de *A* ⋃ *D* (es decir, aquellos resultados que faltan al conjunto *A* ⋃ *D* para completar el espacio muestral):

{(1, 3), (1, 5), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (6, 2), (6, 4)}

* ¿Qué sucesos son incompatibles?

El suceso *A* y *C*, el suceso *A* y *D*, el suceso *C* y *B*, y el suceso *B* y *D*.

* De todos estos sucesos incompatibles, ¿cuáles son también sucesos contrarios?

El suceso *B* y *D*, porque o saldrá una suma par o saldrá una suma impar. Fijémonos en que la unión de ambos nos da el espacio muestral.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Las operaciones con sucesos** |
| **Contenido** | Las operaciones que se pueden realizar con sucesos son:   * La **unión de sucesos**: *A* ⋃ *B* es el suceso que ocurre si y solo si *A* o *B* (o ambos) ocurren. * La **intersección de sucesos**: *A* ∩ *B* es el suceso que ocurre si y solo si *A* y *B* ocurren. * La **inclusión de sucesos**: el suceso *A* ⊂ *B* ocurre cuando *A* contiene a *B*. * El suceso **diferencia**: sucede cuando ocurre *A*, pero no ocurre *B*. * El suceso **contrario:** el suceso *Ac* ocurre cuando no ocurre *A.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC30 |
| **Título** | **Determina experimentos** |
| **Descripción** | Actividad para determinar si un experimento es aleatorio o no |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC40 |
| **Título** | **Representa sucesos probabilísticos** |
| **Descripción** | Actividad para seleccionar la situación que representa un suceso |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC50 |
| **Título** | **Las operaciones con sucesos** |
| **Descripción** | Interactivo que expone las operaciones con los sucesos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC60 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3° ESO/Matemáticas académicas/ La probabilidad/ Practica operaciones con sucesos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Practica operaciones con sucesos** |
| **Descripción** | Actividad creada para entender los conceptos de unión, intersección, diferencia y contrario de un suceso |

[SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC70 |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje: La probabilidad y los fenómenos aleatorios** |
| **Descripción** | Actividades sobre La probabilidad y los fenómenos aleatorios |

[SECCIÓN 1] **2 Los tipos de probabilidad**

La probabilidad de que ocurra un evento es un problema matemático que se utiliza en la vida cotidiana para proyectar lo que puede ocurrir en determinada situación. Existen diferentes formas de estimar la probabilidad de un evento; dos de estas formas son conocidas como la probabilidad experimental y la probabilidad teórica.

[SECCIÓN 2] **2.1 La probabilidad experimental**

Es la probabilidad asignada a un suceso mediante el cálculo de la frecuencia relativa del mismo al repetir el experimento muchas veces.

Por ejemplo, si lanzamos una moneda al aire 30 veces y tomamos nota de los resultados en una tabla, se puede observar con qué **frecuencia** sucede cada resultado posible en el experimento, de esta forma podemos hacer una aproximación a la probabilidad teórica del evento.

Recuerda que el espacio muestral de lanzar una moneda al aire es *S* = {cara, sello}.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Resultados obtenidos al lanzar una moneda al aire 30 veces** | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Lanzamiento** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| **Resultado** | C | C | S | C | C | S | S | S | C | C | C | S | C | S | C |
| **Lanzamiento** | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| **Resultado** | S | S | C | C | S | C | S | C | C | C | C | S | S | C | S |

[SECCIÓN 3] **2.1.1 La frecuencia de un suceso**

Si un experimento aleatorio se repite un número *N* de veces, podemos distinguir la **frecuencia absoluta** y la **frecuencia relativa** de un suceso:

* La **frecuencia absoluta**: es el número de veces que se repite el evento o suceso. Se representa con ***ni***. La suma de todas las frecuencias absolutas debe ser igual al número de veces que se ha realizado el experimento.

En el ejemplo de la moneda que se ha lanzado 30 veces, el suceso que muestra que el resultado es cara se ha repetido 17 veces, así la frecuencia absoluta del suceso “obtener cara” es: *n*1(cara) = 17 y el suceso “obtener sello” es *n*2(sello) = 13.

* La **frecuencia relativa**: es su frecuencia absoluta dividida entre el número de veces que se ha realizado el experimento. Se representa como *fi*:

*fi* = *ni*/*N*

* La suma de las frecuencias relativas es:
  + - Igual a 1: si se expresa como un número decimal.
    - Igual a 100: si se expresa en porcentaje (%).

Por ejemplo, en el caso del lanzamiento de una moneda la frecuencia relativa del suceso “obtener cara” es:

*fi*(cara) = 17/30 = 0,57 = 57 %

*fi*(sello) = 13/30 = 0,43 = 43 %

*f*1 + *f*2 = 0,57 + 0,43 = 1

*f*1 + *f*2 = 57 % + 43 % = 100 %

Para entenderlo mejor, veamos un ejemplo: lanzamos un dado de seis caras 30 veces y anotamos los resultados obtenidos en una tabla. En la columna de frecuencia absoluta *ni*, reflejamos el número de veces que nos ha salido cada uno de los sucesos posibles. La suma de todas las frecuencias absolutas deberá ser igual a 30.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Resultados de 30 lanzamientos de un dado de seis caras** | | | | |
| ***Xi*** | ***ni*** | ***fi*** | | ***fi* %** |
| 1 | 5 | 0,17 | 17 % | |
| 2 | 4 | 0,13 | 13 % | |
| 3 | 7 | 0,23 | 23 % | |
| 4 | 5 | 0,17 | 17 % | |
| 5 | 4 | 0,13 | 13 % | |
| 6 | 5 | 0,17 | 17 % | |
| **Total** | **30** | **1** | **100 %** | |

Observa que la suma de las frecuencias absolutas es igual a 1 y en la suma de las frecuencias relativas se obtiene 100 %.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para redondear cifras decimales: si tenemos que suprimir una cifra decimal **más grande** o **igual a 5**, tenemos que aumentar en 1 la cifra decimal anterior.  Por ejemplo: 0,165 se redondea a 0,17 si queremos solo dos cifras decimales. |

[SECCIÓN 3] **2.1.2 La ley de los grandes números**

En las experiencias de azar, se puede observar que cuando se repite un experimento aleatorio cierto número de veces, los valores de la frecuencia relativa se estabilizan en torno a un valor concreto. A ese valor es al que llamaremos frecuencia relativa esperada o **probabilidad del suceso** estudiado.

Por ejemplo, si en lugar de lanzar un dado 30 veces lo hubiéramos lanzado 10 000 veces, hubiéramos obtenido unos resultados parecidos a los de la siguiente tabla:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Resultados de 10 000 lanzamientos de un dado de seis caras** | | | | |
| ***Xi*** | ***ni*** | ***fi*** | ***fi %*** | |
| 1 | 1649 | 1649/10 000 = 0,17 | | 17% |
| 2 | 1701 | 1701/10 000 = 0,17 | | 17 % |
| 3 | 1690 | 1690/10 000 = 0,17 | | 17 % |
| 4 | 1660 | 1660/10 000 = 0,17 | | 17 % |
| 5 | 1667 | 1667/10 000 = 0,17 | | 17 % |
| 6 | 1633 | 1633/10 000 = 0,16 | | 16 % |
| **Total** | **10 000** | **1** | | **100 %** |

En la tabla observamos que las frecuencias relativas se aproximan cada vez más al número 0,17: este valor es la **probabilidad del suceso**.

Cuanto más grande sea el número de pruebas, más se estabilizan e igualan las frecuencias relativas. Podríamos decir que las rachas de suerte son cada vez menores. Esto queda definido en la ley empírica del azar o **ley de los grandes números**.

Por ejemplo, si lanzamos una moneda al aire en 100 ocasiones, ¿cuántas veces imaginas que se obtendrá sello? ¿Y si la lanzamos 200 veces o 400 veces? Observemos qué sucede con los resultados en la siguiente tabla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Resultados de lanzar una moneda al aire y obtener sello** | | | |
| **Lanzamientos** | ***ni*** | ***fi*** | ***fi∙*100 %** |
| **100 veces** | 40 | 0,4 | 40 % |
| **200 veces** | 105 | 0,53 | 53 % |
| **400 veces** | 197 | 0,49 | 49 % |

Observa que a medida que el experimento se repite un número mayor de veces, el valor de la frecuencia relativa se aproxima cada vez más al número ½ = 0,5 que es la **probabilidad teórica del suceso**, es decir que la frecuencia relativa se va acercando más y más a la probabilidad del evento, esto es conocido como la **ley empírica del azar** o **ley de los grandes números**.

Observa a través del histograma de frecuencias cómo la tendencia del experimento se aproxima a 0,5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La **frecuencia relativa** de un evento o suceso se aproxima cada vez más a su **probabilidad teórica** a medida que aumenta el número de experiencias que se realizan. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La ley empírica del azar o ley de los grandes números** |
| **Contenido** | El valor de la **frecuencia relativa** de un suceso cualquiera, en las repeticiones de un experimento aleatorio, tiende a acercarse a un **valor constante** a medida que el número de repeticiones se hace más grande. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC80 |
| **Título** | **La probabilidad experimental** |
| **Descripción** | Interactivo para explicar en qué consiste la probabilidad experimental y la ley de grandes números |

[SECCIÓN 2] **2.2 La probabilidad teórica**

La **probabilidad de un evento o suceso** es un número que representa la proporción de veces que podemos esperar que un suceso ocurra cuando el experimento es repetido muchas veces en idénticas condiciones. Lo representamos con la notación *p*(*x*), donde *x* es el suceso del que medimos la probabilidad.

En muchos experimentos aleatorios, todos los casos posibles se pueden definir de forma que tengan la misma probabilidad de ocurrir. En estos casos, decimos que los sucesos elementales del experimento son **equiprobables**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Dos sucesos son **equiprobables** si tienen la **misma probabilidad** de suceder. |

De ahí que:

*P*(suceso elemental) = 1/*N* = 1/(Número de sucesos elementales de *E*)

En el caso del lanzamiento de un dado de seis caras el espacio muestral del experimento es *S* = {1, 2, 3, 4, 5, 6} y la probabilidad de cada suceso elemental es:

*p*(1) = *p*(2) = *p*(3) = *p*(4) = *p*(5) = *p*(6) = 1/6

[SECCIÓN 3] **2.2.1 La probabilidad de un suceso. La ley de Laplace**

Si los sucesos elementales de un experimento aleatorio son equiprobables, se puede calcular la **probabilidad asociada** a un suceso cualquiera del experimento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La ley de Laplace** |
| **Contenido** | Si *A* es un suceso de un experimento aleatorio en el que todos los casos posibles tienen la misma probabilidad, se cumple que la probabilidad de un suceso *A* es:  FQ\_MA\_08\_12\_CO\_001 |

Por ejemplo, si tenemos una urna con 40 bolas: 20 rojas, 10 verdes, 5 azules y 5 amarillas, y extraemos una bola al azar, la probabilidad de cada color será:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_002

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_003

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_004

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_005

Hay experiencias que, en principio, no corresponden con resultados equiprobables, pero que con una leve reformulación se pueden transformar, lo que nos permitiría poder aplicar la ley de Laplace.

Por ejemplo, si en el caso de “lanzar dos dados y estudiar su suma” definimos el espacio muestral como *E* = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, los casos posibles no son equiprobables.

En cambio, si se hace una distinción entre los dos dados, se llega a detallar un espacio muestral con 36 casos posibles equiprobables:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Resultados posibles de tiradas de dos dados** | | | | | |
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

[SECCIÓN 3] **2.2.2 Las propiedades de la probabilidad**

Las **propiedades** de las operaciones con sucesos son:

* Para cualquier suceso *A*, se cumple:

0 ≤ *p*(*A*) ≤ 1

A veces, sobre todo en el lenguaje de los medios de comunicación, la probabilidad se expresa en porcentajes (%). Podríamos entonces afirmar:

0 ≤ *p*(*A*) % ≤ 100

* Probabilidad de un **suceso seguro**:

*p*(*E*) = 1

Si lo expresamos en porcentajes escribimos *p*(*E*) % = 100.

* Probabilidad de un **suceso imposible**:

*p*(∅) = 0

El suceso imposible no ocurre nunca, es el suceso contrario de *E*.

* Probabilidad de la **unión** de dos sucesos **incompatibles** o mutuamente excluyentes *A* y *B*:

*p*(*A* ∪ *B*) = *p*(*A*) + *p*(*B*)

* Probabilidad de la **unión** de dos sucesos **compatibles** *A* y *B*:

*p*(*A* ∪ *B*) = *p*(*A*) + *p*(*B*) − *p*(*A* ∩ *B*)

* Probabilidad de los **sucesos contrarios** *A* y *Ac*:

*p*(*Ac*) = 1 − *p*(*A*)

Ya que *A* y *Ac* son mutuamente excluyentes, *A* ∪ *Ac* = *E* y *p*(*E*) = 1.

De las probabilidades anteriores, se deduce que:

La **probabilidad** de un suceso es la **suma** de las probabilidades de sus **casos favorables**.

Por ejemplo, al tirar un dado de seis caras sin defectos, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número múltiplo de 2?

Los números múltiplos de 2 forman el suceso *A* = {2, 4, 6}. Su probabilidad es la suma de las probabilidades de sus casos favorables:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_006

Si se aplica esta propiedad a un suceso seguro, se puede afirmar que:

La suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales tiene que ser 1.

Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado de seis caras, *S* = {1, 2, 3, 4, 5, 6} y se cumple que:

*p*(1) + *p*(2) + *p*(3) + *p*(4) + *p*(5) + *p*(6) = 1

Si el dado no tiene defectos:

*p*(1) = *p*(2) = *p*(3) = *p*(4) = *p*(5) = *p*(6) = 1/6 = 0,16

Si *A* = {2, 6} (el suceso de que salga 2 o 6):

*p*(*A*) = *p*(2) + *p*(6) = 1/6 + 1/6 = 0,33

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC100 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Aplica la ley de Laplace** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Aplica la ley de Laplace** |
| **Descripción** | Ejercicios que contienen problemas de cálculo de probabilidades |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC120 |
| **Título** | **Aplica las propiedades de la probabilidad** |
| **Descripción** | Actividad para aplicar las propiedades de la probabilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Calcula probabilidades** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Calcula probabilidades** |
| **Descripción** | Actividad para aplicar las probabilidades a situaciones de la vida cotidiana |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC140 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Resuelve problemas de probabilidad** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Resuelve problemas de probabilidad** |
| **Descripción** | Actividad diseñada para calcular las probabilidades de que ocurra un cierto suceso |

[SECCIÓN 2] **2.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC150 |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje: Los tipos de probabilidad** |
| **Descripción** | Actividades sobre Los tipos de probabilidad |

[SECCIÓN 1] **3 Los experimentos aleatorios compuestos**

Un **experimento compuesto** es el que está formado por varios experimentos simples, realizados de forma consecutiva.

Distinguiremos dos tipos de experimentos aleatorios compuestos:

* Los **sucesos independientes**: el resultado de cada uno de ellos no depende del resultado de los demás. La probabilidad se expresa mediante la fórmula:

*p*(*A* ∩ *B*) = *p*(*A*) ∙ *p*(*B*)

Si, por ejemplo, lanzamos una moneda al aire dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que los dos lanzamientos sean sello?

El espacio muestral de cada lanzamiento es: *S* = {cara, sello}; como el resultado del primer lanzamiento no afecta al segundo lanzamiento, tenemos que la probabilidad de que el primer lanzamiento (*L*1) sea sello es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_007

Y para el segundo lanzamiento (*L*2) es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_008

Por tanto, la probabilidad de obtener dos sellos en el lanzamiento es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_009

* Los **sucesos dependientes**: el resultado de un suceso afecta al producto del siguiente. La probabilidad se expresa mediante la fórmula:

*p*(*A* ∩ *B*) = *p*(*A*) ∙ *p*(*B/A*)

Por ejemplo, si una urna contiene 4 balotas rojas, 3 balotas verdes y 5 balotas azules, ¿cuál es la probabilidad de que la primera balota sea verde y la segunda sea roja, si al momento de sacar la primera balota esta no es reemplazada por otra en la urna?

Para este caso observemos que se trata de los eventos simples: *A* = {sacar una balota verde}, y sin reemplazar la que salió anteriormente *B* = {sacar una balota roja}. Cada una de las probabilidades es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_010

Ya que son 3 balotas verdes de las 12 que existen en la urna.

Para hallar la probabilidad del evento *B* debemos tener en cuenta que se ha extraído una, por tanto, el espacio muestral del experimento cambia de 12 a 11. Así que:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_011

Por tanto, la probabilidad de que una balota sea verde y la segunda sea roja es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_012

[SECCIÓN 2] **3.1 Los diagramas de árbol**

En un experimento pueden combinarse procesos aleatorios. La mejor forma de obtener el espacio muestral es representarlo mediante un **diagrama de árbol**, con el que se desglosan todos los posibles resultados. Cada resultado viene dado por una ruta en las ramificaciones. La suma de las probabilidades de todas las rutas es igual a 1.

Se realiza siguiendo estos pasos:

Primer paso: anotar ordenadamente los elementos que se deberán combinar.

Segundo paso: dibujar las ramas iniciales según los elementos que se puedan dar en primer lugar.

Tercer paso: subdividir cada una de las ramas anteriores, según los elementos posibles en cada nuevo nivel.

Cuarto paso: al acabar su desarrollo, anotar al final de extremo la secuencia de elementos que forman esa rama.

La probabilidad de un suceso concreto se calcula contando cuántas de las ordenaciones finales cumplen las condiciones del suceso, divididas entre el número total de ordenaciones que forman el diagrama de árbol.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package14873/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_12_img4_small.jpg |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Imagen aprovechada de 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad (sección 5). |
| **Pie de imagen** | El espacio muestral de un experimento en el que se forman las permutaciones de cuatro elementos se puede representar mediante un **diagrama de árbol**. |

En el diagrama anterior podemos observar lo siguiente:

* Se puede formar un total de 24 permutaciones. En todas ellas aparecen los mismos elementos, pero en distinto orden.
* En 6 permutaciones aparece la sílaba “ba”, por lo que la probabilidad de encontrar al azar esta sílaba entre todas las permutaciones es de 6 casos favorables entre 24 posibles, es decir, 6/24 = 0,25.

En probabilidad nos podemos encontrar casos donde debemos ordenar una serie de elementos. Las **permutaciones** de los elementos de un conjunto son las distintas maneras como se pueden ordenar todos ellos. El número de permutaciones se obtiene mediante el cálculo de su **factorial**. Para un número *n* de elementos de un conjunto, sus permutaciones se calculan con la fórmula *n*! (se lee “ene factorial”), que consiste en multiplicar el número *n* por todos los enteros menores que él, hasta llegar a 1. Por ejemplo, si queremos sentar 4 personas en 4 butacas, podemos hacerlo de 4! = 4 · 3 · 2 · 1 = 24 maneras distintas.

Observemos el ejemplo del lanzamiento de una moneda dos veces. Sabemos que en el primer lanzamiento los posibles resultados son cara o sello, así que cada uno de estos posibles resultados es una raíz del árbol y a partir de ellos, se desprende una rama para cada posible resultado del segundo lanzamiento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Un diagrama de árbol esquematiza los resultados de un experimento aleatorio. |

Observa que cada camino de flechas forma un elemento del espacio muestral del experimento que consiste en “lanzar una moneda al aire dos veces”: *S* = {(Cara, Cara), (Cara, Sello), (Sello, Cara), (Sello, Sello)}.

También se verifica que la probabilidad de que los dos lanzamientos sean sello es de ¼.

Por consiguiente, en un diagrama de árbol también podemos hallar la probabilidad de un evento compuesto. Por ejemplo, David, Camila y Viviana son candidatos a presidente y vicepresidente de una compañía; ¿cuál es la probabilidad de que los cargos de presidente y vicepresidente sean ocupados por las dos mujeres? Realicemos el diagrama de árbol para resolver este problema.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | A partir de los diagramas de árbol se puede calcular la probabilidad de un evento compuesto. |

El diagrama de árbol muestra que el espacio muestral del experimento “Elegir un presidente y un vicepresidente de entre tres candidatos” es:

*S* = {(Camila, David), **(Camila, Viviana)**, (David, Camila), (David, Viviana), **(Viviana, Camila),** (Viviana, David)}

De donde observamos que la probabilidad del evento es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_013

El diagrama de árbol también permite verificar la definición de probabilidad de eventos dependientes. En la primera raíz se observa que hay 2 mujeres de los 3 candidatos y cuando una mujer es presidente, para el cargo de vicepresidente quedan dos candidatos de los cuales una es mujer, es decir:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_014

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_015

Así que la probabilidad de que los cargos sean de las dos mujeres es:

FQ\_MA\_08\_12\_CO\_016

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC160 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - El diagrama de árbol y las permutaciones |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El diagrama de árbol y las permutaciones |
| **Descripción** | Interactivo que presenta los diagramas de árbol y el cálculo factorial para poder aplicar en ejemplos de cálculo de probabilidades |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC170 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Calcula la probabilidad mediante diagramas de árbol y permutación** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Calcula la probabilidad mediante diagramas de árbol y permutación** |
| **Descripción** | Actividad que permite a los alumnos practicar el cálculo de posibilidades mediante el diagrama de árbol y el cálculo factorial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC180 |
| **Título** | **Determina probabilidades a partir de diagramas** |
| **Descripción** | Actividad para determinar la probabilidad de un suceso a partir del diagrama de árbol |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC190 |
| **Título** | **Indica la probabilidad de un evento** |
| **Descripción** | Actividad para asociar a cada rama en un diagrama la probabilidad correspondiente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC200 |
| **Título** | **Clasifica experimentos** |
| **Descripción** | Actividad para determinar si un experimento aleatorio es compuesto o simple |

[SECCIÓN 2] **3.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC210 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Refuerza tu aprendizaje: Los experimentos aleatorios compuestos** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje: Los experimentos aleatorios compuestos** |
| **Descripción** | Actividades sobre Los experimentos aleatorios compuestos |

[SECCIÓN 1] **4.** **Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC220 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 3°ESO-Matemáticas académicas – La probabilidad - **Competencias: experimentos aleatorios y deterministas** |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | **Competencias: experimentos aleatorios y deterministas** |
| **Descripción** | Actividad que propone desarrollar destrezas para diferenciar los experimentos aleatorios de los deterministas |

[SECCIÓN 1] **5.** **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC230 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La probabilidad |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC240 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema La probabilidad |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_12\_CO\_REC260 | |
| **Web 01** | Probabilidad y estadística | [*http://probabilidadmitad1.blogspot.com.co/p/eventos-dependientes-e-independientes.html*](http://probabilidadmitad1.blogspot.com.co/p/eventos-dependientes-e-independientes.html) |
| **Web 02** | Estadística y probabilidad | [*https://aula.tareasplus.com/Marcela-Gomez/Probabilidad-y-Estadistica*](https://aula.tareasplus.com/Marcela-Gomez/Probabilidad-y-Estadistica) |
| **Web 03** | Concepto de probabilidad | [*https://www.youtube.com/watch?v=SmqQAUAV8O8*](https://www.youtube.com/watch?v=SmqQAUAV8O8) |