|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Números reales |
| Código del guion | MA\_09\_01\_CO |
| Descripción | El conjunto de los números reales  constituye un todo infinito,  se puede asignar a cada punto de la recta un único número real. Además con sus elementos se pueden establecer diferentes relaciones,  operaciones y propiedades. Conoce cómo se pueden establecer estar relaciones, operaciones y propiedades entre estos elementos. |

[SECCIÓN 1] **1 Conjuntos numéricos**

Los **conjuntos numéricos** son agrupaciones o colecciones de números que cumplen propiedades similares. Dentro de estos conjuntos se definen **operaciones** y **relaciones**. Dos ejemplos de conjuntos numéricos es el de los números naturales, notado con C:\Users\usuario\Desktop\Planeta\AUTORES\JAIRO\TEMA 1\Imágenes\N.gif, y el de los números enteros, con http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D.Una relación entre dos números es la de orden, que establece que si se toman dos números naturales o enteros cualesquiera se pueden comparar para determinar si son iguales, cuál es mayor y cuál, menor.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Niño pensando alrededor de varios números. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [http://thumb9.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/553351/178718942/stock-vector-illustration-of-isolated-numbers-mathematics-178718942.jpg](http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/553351/178718942/stock-vector-illustration-of-isolated-numbers-mathematics-178718942.jpg" \t "_blank)  178718942 |
| **Pie de imagen** | ¿De dónde surgen los conjuntos numéricos? |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los conjuntos numéricos surgen de la necesidad que tenía el hombre para representar y darle sentido a algunas situaciones o fenómenos que se le presentaban en su vida cotidiana y en el desarrollo de las diferentes ciencias. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** | Necesidad de los conjuntos numéricos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <https://www.flickr.com/photos/tonigp/4812929639>  4812929639 |
| **Pie de imagen** | Los números naturales surgen por la necesidad de clasificar y contar. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC10 |
| **Título** | **El conjunto de los números naturales y los números enteros** |
| **Descripción** | Interactivo conjunto números naturales y conjunto números enteros |

[SECCIÓN 2] **1.1 Conjunto de los números racionales**

El conjunto de los **números racionales** se define como el conjunto de todos los números de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 y máximo común divisor entre *a* y *b*, igual a 1. Este conjunto se denota con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BQ%7D.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | A cada conjunto numérico se le asigna una letra que lo identifica. Los números naturales se representan con la letra C:\Users\usuario\Desktop\Planeta\AUTORES\JAIRO\TEMA 1\Imágenes\N.gif, los números enteros con la http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7Dy los números racionales con la http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BQ%7D*.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Formas de representar un número racional** |
| **Contenido** | Un número racional puede expresarse de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, y como un número decimal.  **Expresión de un número racional en la forma :** se representan de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0. Por ejemplo:  **Expresión de un número racional en la forma decimal:** se representan con su parte entera y su parte decimal. Por ejemplo:  25; 2,54; 44; 78; 0,0002 |

En su expresión con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, los números racionales se pueden representar de infinitas formas ya que una fracción **siempre se puede amplificar** tantas veces como se quiera, mientras que en algunas ocasiones se puede simplificar. Por ejemplo, no se puede simplificar pero si se puede amplificar todas las veces que se quiera. Observa:

La expresión decimal de un número racional es única, por ejemplo 0,2 siempre será 0,2.

Un número racional, en su expresión decimal, puede ser **decimal finito** y **decimal infinito periódico.** Los decimales finitos son aquellos cuya parte decimal es finita, por ejemplo 3; 0,0003 y 123,5666 mientras que en los decimales infinitos periódicos su parte decimal es infinita con decimales que se repiten cumpliendo una secuencia o un periodo. Para indicar que esos números decimales son infinitos y periódicos se coloca una línea sobre la parte decimal que se repite, o periodo, así:

Como un número **racional** se puede expresar de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, y como un decimal, existen varios métodos para expresar una fracción a número decimal.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | Números racionales como fraccionarios |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://www.shutterstock.com/cat.mhtml?searchterm=fracciones&language=es&lang=es&search_source=&safesearch=1&version=llv1&media_type=&media_type2=images&search_cat=&searchtermx=&photographer_name=&people_gender=&people_age=&people_ethnicity=&people_number=&color=&page=1&inline=70776361>  70776361 |
| **Pie de imagen** | Una representación de los números racionales. |

[SECCIÓN 3] **1.1.1 Conversión de un número racional de la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, a decimal**

Para convertir un número racional de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 a decimal, se efectúa la división entre *a* y *b*. Recuerda que la división termina cuando el residuo sea 0 o se comience a repetir el periodo en la parte decimal. Son ejemplos:

[SECCIÓN 3] **1.1.2 Conversión de un número decimal a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0**

Este método depende si el decimal que se quiere convertir es finito o periódico infinito.

**Conversión de un decimal finito a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0**

* Se iguala a una incógnita el número decimal finito que se quiere expresar como fraccionario. En este caso,
* Dependiendo de la cantidad de dígitos que tenga el número en la parte decimal, se multiplica por la potencia de 10, aumentando tantos ceros como lo indica la cantidad de dígitos a ambos lados de la ecuación. Por ejemplo si el número en la parte decimal tiene un digito lo multiplicaremos por 10; si tiene 2 dígitos, por 100; si tiene 3 dígitos, por 1000 y así sucesivamente. En este caso como en la parte decimal hay dos dígitos lo multiplicaremos por 100.
* Se despeja la *x* y se obtiene la fracción equivalente al número decimal finito.

**Conversión de un decimal periódico finito a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0**

* Se iguala a una incógnita el número decimal periódico finito que se quiere expresar a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0.
* Dependiendo de la cantidad de dígitos que tenga el número en la parte decimal, se multiplica por la potencia de 10, aumentando tantos ceros como lo indica la cantidad de dígitos, a ambos lados de la ecuación. En este caso como hay tres dígitos en el periodo, se multiplica por 1000.

* Ahora, a la nueva ecuación que se obtuvo se le resta la ecuación inicial término a término. Esto con el fin de quitar la parte decimal periódica.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

* Se despeja la variable *y* y se obtiene la fracción equivalente al número racional decimal periódico finito.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC20 |
| **Título** | Pasar de la representación fraccionario a la representación decimal de los números Q. **Conversión de un número racional de la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, a decimal** |
| **Descripción** | El estudiante se ejercitara pasar algunos números racionales en su representación fraccionaria a su representación decimal. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Ejercitación : recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC30 |
| **Título** | Pasar de la representación decimal a la representación fraccionario de los números Q. **Conversión de un número decimal a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0** |
| **Descripción** | El estudiante se ejercitara pasar algunos números racionales en su representación decimal a su representación fraccionaria. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los naturales están contenidos en los enteros y los enteros están contenidos en los racionales** |
| **Contenido** | Todos los números naturales son enteros, y todos los números enteros se pueden representar de la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, por tal razón se puede decir que todos los números enteros son racionales en conclusión  http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BN%7D%5Csubseteq%5Cmathbb%7BZ%7D%5Csubseteq%20%5Cmathbb%7BQ%7D. |

[SECCIÓN 2] **1.2 Conjunto de los números irracionales**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** | Números irracionales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/61547/61547,1144122199,1/stock-photo-paperclips-arranged-into-the-shape-of-the-letter-i-1162161.jpg |
| **Pie de imagen** | La letra con la cual se representan los números irracionales |

Los **números irracionales** son aquellos números que no se pueden expresar de la forma con *a, b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0, .El conjunto de los números irracionales se nota con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BI%7D. La expresión decimal de un número irracional es infinita no periódica. Algunos ejemplos de números irracionales son las raíces , , . Algunos números irracionales son **números algebraicos.** Todos los números **trascendentes** son irracionales.

Los números algebraicos son los números que son solución de una ecuación polinómica. Son números algebraicos todas las raíces inexactas. Los números trascendentes son aquellos que no son solución de ninguna ecuación polinómica. Observa.

|  |  |
| --- | --- |
| Números algebraicos | Números transcendentes |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Todos los números racionales son algebraicos porque son solución de alguna ecuación polinómica.  Algunos números algebraicos son también irracionales porque son solución de una ecuación polinómica. Por ejemplo: \sqrt 2  es solución del polinomio *x*2 - 2 = 0. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC40 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Los números irracionales |
| **Descripción** | Presentación de los números irracionales |

[SECCIÓN 2]**1.3 Los números reales**

El conjunto de los **números reales** se puede definir como la unión del **conjunto de los números racionales** y el **conjunto de los** **números irracionales**. El conjunto de los números reales se nota con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | Números irracionales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4ESO/matemáticas/los números reales /primera imagen |
| **Pie de imagen** | El conjunto de los **números reales** contiene el conjunto de los números **racionales** y el conjunto de los números **irracionales.** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los números Reales** |
| **Contenido** | Teniendo en cuenta que el conjunto de los **números reales** se define como la unión entre el conjunto de los **números racionales** con el conjunto de los **números irracionales**, entonces:   * http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BN%7D%5Csubseteq%5Cmathbb%7BZ%7D%5Csubseteq%20%5Cmathbb%7BQ%7D%5Csubseteq%20%5Cmathbb%7BR%7D * http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BI%7D%5Csubseteq%20%5Cmathbb%7BR%7D * http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BI%7D%5Ccup%20%5Cmathbb%7BQ%7D%3D%20%5Cmathbb%7BR%7D |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC50 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales /Los números reales/Profundiza/Los números reales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | **Ficha docente**  **Objetivo**  Con este interactivo, los estudiantes ampliarán sus conocimientos sobre los diferentes subconjuntos que conforman al conjunto de los números reales.  **Propuesta**  Durante la presentación  Para que el aprovechamiento de este interactivo sea más significativo, vamos a detallar su contenido con indicaciones sobre cómo utilizarlo con los alumnos en cada caso.  En la pantalla principal del interactivo, aparece el esquema de clasificación de los números reales, con cinco botones: **Los números naturales**, **Los números enteros**, **Los números racionales**, **Los números irracionales**y **Los números reales**.  Es importante resaltar la inclusión o exclusión de cada conjunto en el siguiente. Por ejemplo, cuando expliques a los alumnos los números racionales, puedes plantearles preguntas como estas:  - ¿El número –5 es un número racional?  - ¿46 es un número racional?  Y al tratar los números irracionales, puedes preguntarles si un número puede ser irracional y racional a la vez.  Cuando hagan el ejercicio de la pantalla **Practica**, indícales que deben decir el conjunto más pequeño en el que se encuentra el número dado. Por ejemplo:  - El número 6 es un número natural, entero, racional y real, y el conjunto más pequeño en el que se encuentra es el de los números naturales.  Después de la presentación  Después de ver el interactivo, se le preguntará al estudiante si recuerdan cómo se convierte un número decimal a la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 y viceversa  Para que practiquen la clasificación de los números reales, puedes proponerles que visiten la página del portal educativo de creación e investigación multimedia, Genmagic [[ver](http://www.genmagic.net/mates5/numeros_reales/gmat411c.swf)]. Finalmente, para afianzar la teoría, diles que accedan a la página de la biblioteca de recursos de matemáticas, Vitutor [[ver](http://www.vitutor.com/di/re/r2.html)].  **Ficha estudiante**  ¿Cuáles son los números reales?  El conjunto de los **números reales** se compone de todos los números racionales y todos los números irracionales. Se representan con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D***.***  El conjunto de los números reales está formado por:  - Los **números racionales**:son todos los números que se pueden representar de la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 y máximo común divisor entre *a* y *b*, igual a 1 También se pueden representar como números decimales finitos o decimales infinitos periódicos.  El conjunto de los números racionales se representan con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BQ%7D***.***  Son números racionales: 1, -1, -5, entre otros.  Los números racionales incluyen los siguientes conjuntos.  - Los **números naturales**: son los números que usamos para contar. El conjunto de los números naturales se representa con la letra C:\Users\usuario\Desktop\Planeta\AUTORES\JAIRO\TEMA 1\Imágenes\N.gif.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso010/nat1.gif  - Los **números enteros**:es el conjunto formado por la unión del conjunto de los números naturales con sus inversos aditivos (es decir, negativos) y el 0. El conjunto de los números enteros se representa con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso010/ent1.gif  -  Los **números irracionales**:son todos los números que no se pueden representar de la forma con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0. Son todos aquellos números decimales infinitos no periódicos. El conjunto de los números irracionales se representa con la letra http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BI%7D.  Son números irracionales: 1,23489..., http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Csqrt%7B83%7D y el número *π* (pi).  Luego, la relación entre los conjuntos de los números reales, los números irracionales, los números racionales, los números enteros y los números naturales, se puede representar en el siguiente esquema:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso010/REALS.gif  Para practicar la relación entre los conjuntos numéricos, puedes visitar la página del portal educativo de creación e investigación multimedia, Genmagic [[ver](http://www.genmagic.net/mates5/numeros_reales/gmat411c.swf)].  De la misma forma, para afianzar la teoría, puedes acceder a la página de la biblioteca de recursos de matemáticas, Vitutor [[ver](http://www.vitutor.com/di/re/r2.html)]. |
| **Título** | **El conjunto de los números reales** |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la clasificación de los números reales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC60 |
| **Título** | Los números reales y sus subconjuntos. |
| **Descripción** | El estudiante deberá relacionar algunos conjuntos numéricos con su definición. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC70 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los números reales/Practica/ ¿Qué sabes de los números reales? |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el título: *Indica si las siguientes frases sobre los números reales son verdaderas o falsas* por: **Selecciona Verdadero si la proposición es verdadera o Falso si es falsa.** |
| **Título** | Prueba tus conocimientos del conjunto de los números reales |
| **Descripción** | El estudiante deberá leer unas proposiciones que hacen referencia a los números reales y decidir cuáles son verdaderas y cuáles son falsas. |

[SECCIÓN 3]**1.3.1 Aproximaciones de un número real**

En el **conjunto de los números reales** existen tres formas de expresión de los números decimales:

|  |  |
| --- | --- |
| Número decimal | Ejemplos |
| Decimal finito | 2 ; 3,2; 0,002 |
| Decimal infinito periódico |  |
| Decimal infinito no periódico | 2,12345...; 1,23456784...; 3,142537… |

Cuando el número real es un decimal finito se facilita efectuar cálculos siempre y cuando la parte decimal no tenga muchos dígitos. Cuando se requiere trabajar con números decimales infinitos periódicos y no periódicos se presentan cálculos muy extensos debido a los decimales infinitos. En este caso se deben efectuar aproximaciones, pero ¿qué es aproximar un número real?

Aproximar un número real se puede definir como tomar solo una parte de los decimales cuando son muchos o infinitos ya que no es posible trabajar con toda los decimales. A continuación se presentan dos métodos para aproximar un número real.

**Aproximación por truncamiento:** consiste en eliminar cierta cantidad de cifras decimales, posteriores a un orden dado, de un número decimal infinito periódico o infinito no periódico. Por ejemplo:

Se lee es aproximadamente igual a

Aproximando por truncamiento hasta cinco cifras decimales seria

y por truncamiento hasta tres cifras, .

**Aproximación por redondeo:** consiste en suprimir las cifras decimales posteriores a un orden dado, de un número decimal infinito periódico o infinito no periódico, teniendo en cuenta estos criterios:

* Si la primera cifra eliminada es mayor o igual que 5, se suma una unidad a la cifra anterior. Por ejemplo, si se aproxima por redondeo hasta seis cifras se tiene:

ya que

* Si la primera cifra eliminada es menor que 5, la cifra anterior se deja igual. Por ejemplo, al aproximar por redondeo hasta tres cifras se tiene:

ya que

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC80 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Las aproximaciones/ Profundiza/Aproximación, error absoluto y error relativo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el título *Aproximación error absoluto y error relativo* por **Aproximación de un número real, error absoluto y error relativo**    **Objetivo**  Por medio de este interactivo los estudiantes aprenderán algunas técnicas para aproximar a los números reales teniendo en cuenta el error absoluto y el error relativo.  **Ficha docente**  **Propuesta**  *Durante la presentación*  Para que el aprovechamiento de este interactivo sea más significativo, descríbales a los estudiantes su contenido con indicaciones sobre cómo utilizarlo en cada caso.  Muéstreles la pantalla de inicio del interactivo con los recorridos: **Aproximaciones**y **Errores**.  - Empiece con el recorrido **Aproximaciones***.*En este se explica la aproximación por redondeo y por truncamiento. Una vez les haya explicado las dos maneras de aproximación, pregúnteles ¿cuál de las dos creen que es más precisa y por qué?  - Antes de mostrarles a los estudiantes el recorrido **Errores**, explíqueles que al hacer una aproximación, ya sea por redondeo o por truncamiento, se produce un error y que hay dos maneras de medir este error. Pregúnteles si saben qué es el valor absoluto de un número, pues es necesario tener claro este concepto para efectuar el cálculo de errores.  *Después de la presentación*  Después de presentarles el contenido del interactivo, pídales que practiquen ejercicios de aproximaciones y cálculo de errores. Formúleles preguntas como:  - ¿Cuál es el error absoluto si se redondea expresado en número decimal, a las centésimas?  - ¿Y si se trunca http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Csqrt%7B3%7D a las milésimas?  Para practicar el redondeo y el truncamiento de números decimales, propóngales que visiten la página del portal de Matemáticas rácticas, Thatquiz [[ver](http://www.thatquiz.org/es/practicetest?1wlniiy9bh)]. Para reforzar los conceptos aprendidos en el interactivo, propóngales la página de Educarex [[ver](http://conteni2.educarex.es/mats/12043/contenido/)], de la Junta de Extremadura.  **Ficha estudiante**  **Aproximaciones de números reales. Errores en los números decimales**  Cuando un número tiene muchas cifras decimales puede ser complicado operar con él. Por esto se suele sustituir por otro número que contenga menos dígitos decimales con un valor similar. Este proceso se llama ***aproximación***.  Es necesario saber hasta qué punto es válida la aproximación realizada, por lo que hay que verificar qué **error**se ha producido, calculando el valor del error **absoluto**o bien el valor del error **relativo**.  **Aproximación por truncamiento y aproximación por redondeo**  Hay dos maneras de aproximar números decimales, por **truncamiento** y por **redondeo**.  - Aproximar un número real por **truncamiento** hasta cierto orden consiste en eliminar las cifras decimales posteriores a dicho orden.  Por ejemplo, truncar 56,7891 al orden indicado.  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C7 Truncamiento hasta las décimas  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C78 Truncamiento hasta las centésimas  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C789 Truncamiento hasta las milésimas  - Aproximar un número real por **redondeo** hasta cierto orden consiste en:  - Eliminar las cifras decimales posteriores a dicho orden.  - Si la primera cifra sustituida es mayor o igual que 5, se suma una unidad a la cifra anterior.  Por ejemplo, redondear 72,3485 al orden indicado.  http://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C3 Redondeo hasta las décimashttp://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C35 Redondeo hasta las centésimas http://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C349 Redondeo hasta las milésimas  **Error absoluto y error relativo**  Al hacer una aproximación siempre existe un **error**.  Hay dos tipos de errores, el **error absoluto**y el **error relativo**:  - El **error absoluto** es la diferencia positiva entre el valor exacto y el valor aproximado.  - El **error relativo** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto.  El error absoluto y el error relativo solo se pueden calcular cuando el decimal que se está aproximando es finito. Por ejemplo:  Valor exacto = 1,761  Valor aproximado = 1,7  Error absoluto = http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cleft%20%7C%201%2C761%20-%201.7%20%5Cright%20%7C = 0,061  Error relativo = http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cfrac%7B0%2C061%7D%7B1%2C761%7D%5Capprox%200%2C035  Cuando los decimales son infinitos periódicos o no periódicos no se puede calcular el error absoluto y el error relativo por este método debido a que no se conoce el valor exacto de dicho número. Para este caso, se calcula una cota del error absoluto cometido.  Por ejemplo, una aproximación de por redondeo hasta ocho cifras es Si se aproxima a las centésimas, dicha aproximación se encuentra entre 1,41 y 1,42, es decir:  1,41 < < 1,42  Luego, el error será menor, o como máximo, igual que la diferencia entre 1,42 y 1,41; es decir 0,01; y esta será la cota del error cometido al aproximar a las centésimas.  Para practicar el redondeo y el truncamiento de números decimales, visita la página del portal de matemáticas prácticas, Thatquiz [[ver](http://www.thatquiz.org/es/practicetest?1wlniiy9bh)]. Asimismo, para reforzar los conceptos aprendidos en el interactivo, accede a la página del portal educativo de la Consejería de Educación y Cultura de Extremadura, Educarex [[ver](http://conteni2.educarex.es/mats/12043/contenido/)]. |
| **Título** | **Aproximación de números reales, el precio por aproximarlos es el error** |
| **Descripción** | Exposición sobre dos métodos para aproximar números reales teniendo en cuenta que dichas aproximaciones traen como consecuencia errores. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Las aproximaciones/ Practica/ Calcula el error absoluto y el error relativo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Calcula el error absoluto y el error relativo |
| **Descripción** | El estudiante deberá relacionar las aproximaciones de algunos números Reales con sus errores absolutos y sus errores relativos. |

[SECCIÓN 2] **1.4 La recta real**

Gracias al axioma de completitud de los números reales se puede establecer una correspondencia entre cada punto de la recta con cada número real, es decir que a cada punto de la recta le corresponde un único número real y a cada número real le corresponde un único punto de la recta.

Para ubicar un número real en la recta numérica se escoge un punto arbitrario en la recta, el cual se denominará “origen” y se definirá como cero (0). Luego se escoge una unidad de medida *u=1* que será la utilizada para medir. El lado derecho del 0 será el lado positivo y el lado izquierdo del 0, será el negativo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundización recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC100 |
| **Título** | La recta real |
| **Descripción** | En este interactivo el estudiante podrá observar la relación que existe entre los número reales y la recta para llegar a lo que se conoce como la recta real y su relación de orden |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** | Recta Real |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Carpeta Imágenes hechas / Recta real. |
| **Pie de imagen** | * El origen se asocia el 0 * se asocia a cada número positivo p un punto que está a una distancia de +p unidades del origen en la dirección positiva. * se asocia a cada número negativo - p el punto que está a p unidades de distancia del origen en la dirección negativa. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Otra forma de representar la recta Real** |
| **Contenido** | Otra forma en la cual se puede representar la recta real es por medio del intervalo (), el cual nos indica que los números reales van desde menos infinito hasta más infinito. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **¿Cuántos números se encuentran entre dos números reales?** |
| **Contenido** | Entre dos números reales se encuentran infinitos números reales, y entre ellos hay infinitos números racionales e infinitos irracionales. |

[SECCIÓN 3] 1.4.1 **Intervalos de números reales**

**Los intervalos** en la **recta real** se pueden definir como el conjunto de números reales que se encuentran entre dos números reales, un número real y una cantidad sin límite o sin final, positiva, notada o, menos infinito, notado , y un número real.

**Tipos de intervalos**

* **Intervalo acotado:** se representan por medio de un  segmento, pueden ser cerrados, abiertos, cerrados por un lado y abiertos por el otro.
* **Intervalo no acotado:** se representan por medio de una  semirrecta, pueden ser abiertos, o cerrados por un lado y abierto por el otro lado.
* **Intervalo acotado cerrado:** se representa de la forma e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que se encuentran entre incluyendo en intervalo a *a* y a *b*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** | Intervalo acotado y cerrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9859/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_13_img6_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Representación en conjuntos y en la recta del inérvalo |

* **Intervalo acotado abierto:** Se representa de la forma e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que se encuentran entre sin incluir en el intervalo a *a* y a *b*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** | Intervalo acotado y abierto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9859/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_13_img7_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Observa la representación en conjuntos y en la recta del inérvalo |

* **Intervalo acotado abierto por un lado y cerrado por el otro:** Se representa de dos formas dependiendo por cuál de los dos lados está abierto o está cerrado.

El intervalo indica que el intervalo está formado por todos los números reales que están entre *a* y *b* incluyendo en el intervalo a *a* y dejando por fuera del intervalo, a *b*.

El intervalo indica que el intervalo está formado por todos los números reales que están entre *a* y *b*, sin incluir en el intervalo a *a*, pero sí a *b*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** | Intervalo acotado abierto por un lado y cerrado por el otro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9859/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_13_img10_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Observa la representación en conjuntos y en la recta del inérvalo |

* I**ntervalo no acotado abierto:** se representa de dos formas dependiendo si el intervalo tiende a más infinito o a menos infinito, si tiende a mas infinito se representa y son todos los números reales que se encuentran entre el número *a*  y va hasta sin incluir al número *a* en el intervalo. Si el intervalo tiende a menos infinito se representa y son todos los números reales que van desde hasta *b*, sin incluir en el intervalo a *b*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG10 |
| **Descripción** | Intervalo no acotado abierto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9859/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_13_img8_small.jpg> |
| **Pie de imagen** | Observa la representación en conjuntos y en la recta del inérvalo |

* **Intervalo no acotado cerrado por un lado y abierto por el otro:** se representa de dos formas dependiendo si el intervalo tiende a más infinito o a menos infinito, si tiende a más infinito se representa y son todos los números reales que se encuentran entre el número *a* y va hasta más infinito incluyendo en el intervalo a *a*. Si el intervalo tiende a menos infinito se representa y son todos los números reales que van desde hasta *b* incluyendo en el intervalo a *b.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** | Intervalo no acotado cerrado por un lado y abierto por el otro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9859/InfoGuion/cuadernoestudio/images\_xml/MT\_10\_13\_img12\_small.jpg |
| **Pie de imagen** | Observa la representación en conjuntos y en la recta del inérvalo |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC110 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los intervalos/ Profundiza/ Intervalos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | **Ficha docente**  **Objetivo**  Este interactivo busca que los estudiantes comprendan qué es un intervalo en el conjunto de los números reales, algunas de sus características y los tipos de intervalos.  **Propuesta**  **Antes de la presentación**  Antes de ver el interactivo, pregúnteles a los estudiantes ¿qué es la recta real? Pues es un concepto indispensable para que comprendan qué son los intervalos y cómo se representan.  **Durante la presentación**  Explíqueles en qué consiste el interactivo para que su contenido se pueda aprovechar de una mejor manera.    Dígales que el interactivo comienza mostrando una pantalla con dos botones: **Intervalos acotados** e **Intervalos no acotados**.  - En el recorrido **Intervalos acotados** se diferencian cuatro tipos de intervalos: cerrados, abiertos, semiabiertos por la derecha y semiabiertos por la izquierda. Explíqueles a los estudiantes que los corchetes se usan para indicar que el valor del extremo está incluido en un intervalo, y que para indicar que el número del extremo no está incluido en un intervalo, se usa el paréntesis. Indíqueles también que, cuando un intervalo es cerrado, incluye los dos valores de los extremos. Después, pregúnteles lo siguiente  - ¿Cuál es el inicio del intervalo (1, 8)?  - ¿Es el 1,1? No es así, pues hay infinitos números mayores que 1 y menores que 1,1: el 1,01, el 1,0009, el 1,000006... De este modo, sabrán que los intervalos abiertos o semiabiertos no tienen un principio ni un final determinable.  - Siga con el recorrido **Intervalos no acotados**. Indíqueles que el +∞ y el –∞ siempre se representan con paréntesis, nunca con corchete.  **Después de la presentación**  Después de ver el interactivo, pregúnteles a los estudiantes, si existen objetos geométricos relacionados con los intervalos acotados y con los no acotados.  Para repasar la teoría y hacer algunos ejercicios, puedes proponerles a los estudiantes que visiten la página del Proyecto Descartes [[ver](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Numeros_Reales_Aproximaciones/numeros6.htm)], del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y el portal educativo de la Consejería de Educación y Cultura de Extremadura, Educarex [[ver](http://conteni2.educarex.es/mats/12045/contenido/)].  **Ficha estudiante**  **¿Qué es un intervalo?**  Un intervalo en la recta real se define como un conjunto de números reales que se encuentran entre dos números reales, un número real y o y un número real.  Los intervalos pueden están determinados por dos números que se llaman *extremos*, o un extremo y más infinito, o menos infinito y un extremo.  En un intervalo se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos.  **Tipos de intervalos**  En la recta real:  - I**ntervalo acotado:** se representa con un **segmento**, es decir que tiene dos extremos.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/segmento.gif  - I**ntervalo no acotado:** tendrá un solo extremo. Se representa con una **semirrecta**:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/semirrecta.gif  **Intervalos acotados**  Se trata de segmentos de números reales de la recta real, que pueden ser:  - **Intervalo cerrado**, [*a*, *b*], es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo a *a* y  a *b*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte1.gif*  - **Intervalo abierto**,(*a*, *b*),es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b*, exceptuando a *a* y  a *b*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte2.gif  - **Intervalo semiabierto por la derecha**, [*a*, *b*), es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre  *a* y *b*, incluyendo a *a*, pero no a *b*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte3.gif*  - **Intervalo semiabierto por la izquierda**, (*a*, *b*], es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo a *b*, pero no a *a*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte4.gif*  **Intervalos no acotados**  Son semirrectas determinadas por un número, en las que se encuentran todos los números mayores, iguales o menores, que este. Pueden ser:  - **Intervalo no acotado (*a*, +∞):**es el conjunto de todos los números reales mayores que *a*:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte5.gif  - **Intervalo no acotado [*a*, +∞)**es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que *a*:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte6.gif  - **Intervalo no acotado (–∞, *b*)** es el conjunto de todos los números reales menores que *b*:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte7.gif  - **Intervalo no acotado (–∞, *b*]** es el conjunto de todos los números reales menores o iguales que *b*:  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte8.gif |
| **Título** | **Los intervalos y tipos de intervalos en la recta real** |
| **Descripción** | Exposición sobre lo que es un intervalo en los números Reales y muestra una forma de clasificarlos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC120 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los intervalos/ Practica/Practica la representación de intervalos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el encabezado de la actividad: *Responde a las siguientes preguntas sobre intervalos e indica cuál es la respuesta correcta* por **Observa las siguientes imágenes que representan algunos intervalos y luego selecciona la respuesta correcta**. |
| **Título** | Representación de intervalos en la recta real |
| **Descripción** | El estudiante deberá observar algunas imágenes de intervalos en la recta y escoger el intervalo que la imagen representa. |

[SECCIÓN 2] 1.5 **Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC130 |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido sobre números Reales. |
| **Descripción** | El recurso recoge lo visto sobre los conceptos que rodean al conjunto de los números reales. |

[SECCIÓN 1] **2 Operaciones con números reales**

Una **operación binaria en matemáticas** se puede definir como: dados dos elementos de un conjunto se le asigna un único elemento que puede ser del mismo conjunto o de otro conjunto. Se llama operación binaria porque se operan dos elementos del conjunto. Teniendo en cuenta la definición de operación, a continuación se trabajarán cuatro operaciones en el conjunto de los números reales: la **adición**, la **resta o sustracción**, la **multiplicación** y la **división.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Si la operación que se realiza con los elementos de un conjunto da como resultado elementos del mismo conjunto se dice que la operación es **cerrada**, pero si la operación que se efectúa con los elementos de un conjunto da como resultado elementos de otro conjunto la operación es **abierta.** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG12 |
| **Descripción** | Ejemplo de operación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/4225/4225,1282032771,6/stock-photo-game-for-junior-age-with-colored-wooden-numbers-arithmetic-operations-59238100.jpg  59238100 |
| **Pie de imagen** | Observa como a dos elementos del conjunto de los números reales utilizando la operación suma y la operación multiplicación se le asigna otro elemento del conjunto de los números reales. |

Al efectuar cualquier operación binaria dentro del conjunto de los números reales se pueden presentar los siguientes casos:

* **Número racional operado con número racional**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** | **operado con** | **Número racional representado como:** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | operado con | con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |
| Decimal | operado con | Decimal |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | operado con | Decimal |

* **Número racional operado con número irracional**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** | **operado con** | **Número irracional representado como:** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | operado con | No decimal (raíces inexactas) |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | operado con | Decimal (aproximado) |
| Decimal | operado con | Decimal (aproximado) |
| Decimal | operado con | No decimal (raíces inexactas) |

* **Número irracional operado con número irracional**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Número irracional representado como:** | **operado con** | **Número irracional representado como:** |
| Decimal (aproximado) | operado con | Decimal(aproximada) |
| No decimal (raíces inexactas) | operado con | No decimal (raíces inexactas) |
| Decimal (aproximado) | operado con | No decimal (raíces inexactas) |

[SECCIÓN 2] **2.1 Adición y sustracción de números reales**

La adición y sustracción se pueden definir como la misma operación. En el caso de la adición, si *a* y *b* , entonces *a* + *b* = *a* + *b*. en el caso de la sustracción, si *a* y *b* , entonces *a* - *b* = *a* + (-*b*)*,* (-*b*) es el inverso aditivo de *b*.Esto quiere decir que la sustracción es una operación cerrada ya que la adición de dos números reales da como resultado un número real. A continuación se presentan algunos casos que se presentan al momento de adicionar o sustraer números reales según su representación.

* **Número racional operado con número racional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** |  | **Número racional representado como:** | **Ejemplo** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  | con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  |
| Decimal finito |  | Decimal finito | = |
| Decimal periódico infinito |  | Decimal periódico infinito | =    Se repite el periodo |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  | Decimal o decimal periódico infinito | =  Como , entonces  Se repite el periodo |

* **Número racional operado con número irracional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** |  | **Número irracional representado como:** | **Ejemplo** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  | No decimal (raíces inexactas) | = |
| Decimal finito o decimal periódico infinito |  | Decimal (aproximado) | =  Se aproxima |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  | Decimal (aproximado) | =  Se aproxima a y como entonces,  Igual cantidad de cifras |
| Decimal o decimal periódico infinito |  | No decimal (raíces inexactas) | = |

* **Número irracional operado con número irracional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número irracional representado como:** |  | **Número irracional representado como:** | **Ejemplo** |
| Decimal (aproximado) |  | Decimal (aproximado) | Se aproxima |
| No decimal (raíces inexactas) |  | No decimal (raíces inexactas) | = |
| Decimal (aproximado) |  | No decimal (raíces inexactas) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Algunas operaciones entre números reales dan como resultado números exactos, aproximados y otros quedan indicados; todo depende de la representación o tipo de números que se estén operando. |

SECCIÓN **2**] **2.2 Propiedades de la adición números reales**

En el conjunto de los números reales, la adición cumple las propiedades interna, conmutativa, asociativa y también con la existencia del elemento neutro y el elemento inverso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG13 |
| **Descripción** | La igualdad representa que se cumple para todos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | **http://thumb1.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/363508/135600194/stock-photo-balance-135600194.jpg** |
| **Pie de imagen** | La balanza simboliza que las propiedades se cumplen para todos los números reales. |

* **Propiedad interna:** si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces *a* *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** es decir que si se suman dos números reales el resultado también será un número real. Por ejemplo,
* **Propiedad conmutativa:** si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces *a* *b*= *b* *a***,** es decir el orden como se ubiquen los sumandos no altera la suma. Por ejemplo,
* **Propiedad asociativa:** si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces (*a* *b*)*c*= *a* (*b**c*)*.* La forma como se agrupen los números no cambia la suma. Por ejemplo,

* **Propiedad del elemento neutro:** para todo *a*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,**  existe 0 http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** tal que 0 *a* = *a*. Todo número sumado con 0 da como resultado el mismo número. Por ejemplo,
* **Propiedad del elemento inverso:** para todo *a*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,**  existe (*a*) http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** tal que *a* (*a*) = 0.Para cada número real existe otro número real, de tal forma que al adicionarlos entre sí, da como resultado 0, que es el elemento neutro de la adición.

SECCIÓN **2**] **2.3** **Multiplicación y división de números reales**

La multiplicación y la división se pueden representar como la misma operación, debido a que el conjunto de los números reales contiene inversos multiplicativos.

La multiplicación de números reales se define como: si *a* y *b* , entonceshttp://latex.codecogs.com/gif.latex?a%5Ccdot%20b%20%3D%20b%5Ccdot%20a.

Para el caso de la división si *a*, *b* y *b*-1 , entonces http://latex.codecogs.com/gif.latex?a%5Cdiv%20%5C%20b%20%3D%20a%5Ccdot%20b%5E%5Cleft%20-1%20%5Cright. La división se define como la multiplicación de *a* por el inverso multiplicativo de *b*, que se representa como . Algunos casos que se presentan al momento de multiplicar y dividir números reales según su representación se muestran a continuación.

* **Número racional operado con número racional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | **Número racional representado como:** | **Ejemplo** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 |  |
| Decimal finito | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal finito | = |
| Decimales periódico infinito | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal periódico infinito | =  Como  y entonces, |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal o decimal periódico infinito | =  Como    entonces, |

* **Número racional operado con número irracional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número racional representado como:** | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | **Número irracional representado como:** | **Ejemplo** |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | No decimal (raíces inexactas) | = |
| Decimal finito o decimal periódico infinito | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal (aproximado) | =  Se aproxima tantos decimales como se quiera. Entonces,  La división se efectúa aproximando tanto al dividendo como al divisor. Esto lo puedes consultar en [ver.](http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/todo_mate/openumdec/divi_dec_d2/divi_dec_d2.html) |
| con *a*, *b* http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BZ%7D, *b* 0 | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal (aproximado) | =  Como  entonces,  La división se efectúa aproximando tanto al dividendo como al divisor. Esto lo puedes consultar en [ver.](http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/todo_mate/openumdec/divi_dec_d2/divi_dec_d2.html) |
| Decimal o decimal periódico infinito | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | No decimal (raíces inexactas) | = |

* **Número irracional operado con número irracional**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número irracional representado como:** | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | **Número irracional representado como:** | **Ejemplo** |
| Decimal (aproximado) | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | Decimal (aproximado) | =  En el caso de la división se puede consultar en [Ver.](http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/todo_mate/openumdec/divi_dec_d2/divi_dec_d2.html) |
| No decimal (raíces inexactas) | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | No decimal (raíces inexactas) |  |
| Decimal (aproximado) | http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Ccdot%20%2C%20%5Cdiv | No decimal (raíces inexactas) | = |

SECCIÓN 2] **2.4 Propiedades de la multiplicación de números reales**

La multiplicación en el conjunto de los números reales cumple las siguientes propiedades.

* **Propiedad interna:** si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces *a* *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** es decir que si se multiplican dos números reales el producto también será un número real. Por ejemplo,
* **Propiedad conmutativa:** si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces *a* *b*= *b* *a***,** es decir que el orden en que se ubiquen los factores no altera el producto. Por ejemplo,
* **Propiedad asociativa:**si *a***,** *b*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** entonces (*a* *b*)*c*= *a* (*b**c*). La forma como se agrupen los números no altera el producto. Por ejemplo,

* **Propiedad del elemento neutro:** para todo *a*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,**  existe 1 http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** tal que

1 *a* = *a*. Todo número multiplicado por 1, que es el elemento neutro de la multiplicación, es igual al mismo número. Por ejemplo,

* **Propiedad del elemento inverso:** para todo *a*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,**  existe *a*-1donde

*a*-1 = http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** tal que *a* *a*-1 = 1.Para cada número real existe otro número real, de tal forma que al multiplicarlos entre sí el producto es igual a 1. Por ejemplo,

Existe una propiedad que relaciona a la multiplicación con la suma:

* **Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma:** esta es una propiedad que relaciona la multiplicación con la adición. Para todo *a***,** *b, c*http://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cmathbb%7BR%7D**,** se cumple *a* (*b c*)= (*a* *b*) (a*c*). Un número real multiplicado por la suma de dos números reales es igual a la suma de los productos de cada sumando por ese número. Por ejemplo,

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC140 |
| **Título** | Operaciones con números Reales |
| **Descripción** | En este recurso el estudiante deberá realizar algunas operaciones entre números Reales en diferentes representaciones como lo son los decimales, fraccionarios, radicales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC150 |
| **Título** | Propiedades números reales con la suma |
| **Descripción** | El estudiante deberá relacionar cada propiedad con su definición. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC160 |
| **Título** | Propiedades números reales con la suma |
| **Descripción** | El estudiante deberá relacionar cada propiedad con su definición. |

**2.5 consolidado**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC170 |
| **Título** | Consolidación de lo aprendido de las operaciones entre números Reales |
| **Descripción** | en este recurso el estudiante demostrara lo aprendido en torno a las operaciones básicas con números Reales |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC180 |
| **Título** | Midiendo tus conocimientos con los números reales |
| **Descripción** | En este recurso el estudiante demostrara sus conocimientos en torno al conjunto de los números reales y sus operaciones básicas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC190 |
| **Título** | Midiendo tus habilidades en torno al conjunto de los números reales |
| **Descripción** | En este recurso el estudiante demostrara sus habilidades en torno al conjunto de los números reales y sus operaciones básicas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | LE\_G08\_01\_CO\_REC100 | |
| **Web 01** | Trata de la descripción de los números reales | ww http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero\_realw.elespanol.org.com |
| **Web 02** | Aporte al trabajo con los números reales. | http://www.monografias.com/trabajos94/númerosreales/numerosreales.shtml |
| **Web 03** | Trabaja con el conjunto de los números reales | http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/1750/1973/html/2\_el\_conjunto\_de\_los\_nmeros\_reales.html |