|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Los números reales |
| Código del guion | MA\_09\_01\_CO |
| Descripción | El conjunto de los números reales constituye un todo infinito. A cada punto de la recta se le asigna un único número real. Conoce cómo se establecen las relaciones, operaciones y propiedades entre los elementos de este conjunto. |

[SECCIÓN 1] **1 Los conjuntos numéricos**

Los **conjuntos numéricos** son agrupaciones o colecciones de números que cumplen propiedades similares.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los conjuntos numéricos surgen de la necesidad que tenía el hombre de representar y dar sentido a algunas situaciones y fenómenos que se le presentaban en su vida cotidiana y en el desarrollo de las diferentes ciencias. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** | Antigua escritura *cuneiforme* grabada en tablillas de arcilla. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 64537684 |
| **Pie de imagen** | Hacia 1700 a. C., en la antigua Mesopotamia, los signos numerales se grababan sobre una tablilla de arcilla húmeda, con un punzón. Esta escritura fue llamada *cuneiforme* porque los signos estaban compuestos por trazos simples semejantes a cuñas. |

Dentro de estos conjuntos se definen **operaciones** y **relaciones**. Dos ejemplos de conjuntos numéricos son el de los números racionales, el conjunto de los irracionales y el conjunto de los números reales.

[SECCIÓN 2] **1.1 El conjunto de los números racionales**

El conjunto de los **números racionales** se define como el conjunto de todos los números de la forma *a*/*b* con *a* y *b* números enteros, *b* ≠ 0, y máximo común divisor entre *a* y *b* igual a 1. Este conjunto se denota con la letra ℚ.

<<MA\_09\_01\_A.gif>>

El símbolo *a/b* se utiliza con frecuencia en lugar de *a*÷ *b* y se define como el cociente entre *a* y *b* o la fracción de *a* sobre *b*.

<<MA\_09\_01\_B.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG03 |
| **Descripción** | Números racionales como fraccionarios |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 70776361 |
| **Pie de imagen** | Una representación de los números racionales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Formas de representar un número racional** |
| **Contenido** | Un número racional se puede expresar en forma de fracción o de número decimal.  Los siguientes números racionales están expresados en forma de fracción.  <<MA\_09\_01\_C.gif>>  Para expresar una fracción como un número decimal se divide el numerador entre el denominador. Por ejemplo,  <<MA\_09\_01\_D.gif>>  Por lo tanto,  <<MA\_09\_01\_E.gif>>  donde -4 es la parte entera y **0,75** la parte decimal. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Los números racionales se pueden representar de infinitas formas porque una fracción **siempre se puede amplificar** tantas veces como se quiera, mientras que se puede simplificar solo en algunas ocasiones. Por ejemplo, 10/3 no se puede simplificar pero sí se puede amplificar todas las veces que se quiera. Observa:  <<MA\_09\_01\_F.gif>>  La expresión decimal de un número racional es única, por ejemplo, 0,2 siempre será 0,2. |

Un número racional en su expresión decimal puede ser **decimal finito** y **decimal infinito periódico**.Los decimales finitos son aquellos cuya parte decimal es finita, por ejemplo, 0,0003 y 123,5666; en los decimales infinitos periódicos su parte decimal es infinita con decimales que se repiten cumpliendo una secuencia o un periodo.

Para indicar que los números decimales son infinitos y periódicos se coloca una línea sobre el periodo o la parte decimal que se repite. Por ejemplo:

<<MA\_09\_01\_G.gif>>

Cuando el periodo de un número decimal inicia inmediatamente después de la coma se dice que es **periódico puro**, y cuando el periodo no inicia inmediatamente después de la coma, se denomina **periódico mixto**. Por ejemplo,

|  |  |
| --- | --- |
| **Número decimal periódico puro** | **Número decimal periódico mixto** |
| <<MA\_09\_01\_H.gif>> | <<MA\_09\_01\_I.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Fracción generatriz de un número decimal |
| **Contenido** | Un número decimal periódico puro o periódico mixto se puede expresar como una fracción llamada **fracción generatriz,** la cual tiene como máximo común divisor entre el numerador y el denominador a 1. |

La **fracción generatriz** que representa un **número decimal puro** es la fracción cuyo numerador es igual al número decimal sin la coma menos la parte entera, y por denominador, un número formado por **tantos nueves** como cifras decimales tenga el número decimal. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_J.gif>>

Por lo tanto,

<<MA\_09\_01\_K.gif>>

Cuando el **número decimal** es **periódico mixto** la **fracción generatriz** que lo representa es la fracción cuyo numerador es igual al número decimal sin la coma menos la parte entera seguida de las cifras decimales no periódicas, y por denominador, un número formado por **tantos nueves** como cifras tenga el periodo, y **tantos ceros** como cifras tenga la parte decimal no periódica. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_L.gif>>

Luego,

<<MA\_09\_01\_M.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 2 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 3 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 4 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 5 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **1.2 El conjunto de los números irracionales**

Los **números irracionales** son aquellos números que no se pueden expresar en forma de fracción.

El conjunto de los números irracionales se nota con la letra 𝕀. La expresión decimal de un número irracional es infinita no periódica. Algunos ejemplos de números irracionales son:

<<MA\_09\_01\_N.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** | Número irracional pi |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 20092882 |
| **Pie de imagen** | El valor de la constante π, llamada *pi*, es un número irracional porque corresponde a un decimal infinito no periódico: π ≈ 3,1415926535897932…. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 6 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 7 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2]**1.3 Los números reales**

El conjunto de los **números reales** se puede definir como la unión del **conjunto de los números racionales** con el **conjunto de los** **números irracionales**. El conjunto de los números reales se nota con la letra ℝ.

ℝ = ℚ ⋃ 𝕀

En general, las letras minúsculas *a*, *b*, *c*, *x*, *y*,… representan números reales arbitrarios.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** | Números reales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los números reales/Primera imagen  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package11905/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_13_img1_small.jpg |
| **Pie de imagen** | El conjunto de los **números reales** contiene el conjunto de los números **racionales** y el conjunto de los números **irracionales.** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los números reales** |
| **Contenido** | Teniendo en cuenta que el conjunto de los **números reales** se define como la unión entre el conjunto de los **números racionales** con el conjunto de los **números irracionales**, es posible establecer las siguientes equivalencias:   * ℕ ⊆ ℤ ⊆ ℚ * 𝕀 ⊆ ℝ * 𝕀 ⋃ ℚ = ℝ |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC70 8 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales /Los números reales/Profundiza/Los números reales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | MODIFICAR ES DECIR, COLOCAR EN LA PARTE SUPERIOR DEL 3 UN SEGMENTO DE LÍNEA HORIZONTAL, COMO SE INDICA Y EL RESTO DEJARLO IGUAL.  MODIFICAR EL TEXTO DE LAS FICHAS COMO SE INDICA A CONTINUACIÓN  **Ficha docente**  **Objetivo**  Con este interactivo, los estudiantes ampliarán sus conocimientos sobre los diferentes subconjuntos que conforman el conjunto de los números reales.  **Propuesta**  *Durante la presentación*  Para que el aprovechamiento de este interactivo sea más significativo se detallará su contenido con indicaciones sobre cómo utilizarlo con los alumnos en cada caso.  En la pantalla principal del interactivo aparece el esquema de clasificación de los números reales con cinco botones: **Los números naturales**, **Los números enteros**, **Los números racionales**, **Los números irracionales**y **Los números reales**.  Es importante resaltar la inclusión o exclusión de cada conjunto en el siguiente. Por ejemplo, cuando explique a los alumnos los números racionales puede plantearles preguntas como estas.  - ¿El número –5 es un número racional?  - ¿46 es un número racional?  Y al tratar los números irracionales puede preguntarles si un número puede ser irracional y racional a la vez.  Cuando hagan el ejercicio de la pantalla **Practica**, indíqueles que deben decir el conjunto más pequeño en el que se encuentra el número dado. Por ejemplo:  - El número 6 es un número natural, entero, racional y real, y el conjunto más pequeño en el que se encuentra es el de los números naturales.  *Después de la presentación*  Después de ver el interactivo preguntará a los estudiantes si recuerdan cómo se convierte un número decimal a fracción y viceversa.  Para que practiquen la clasificación de los números reales puede proponerles que visiten la página del portal educativo de creación e investigación multimedia, Genmagic [[ver](http://www.genmagic.net/mates5/numeros_reales/gmat411c.swf)]. Finalmente, para afianzar la teoría, dígales que accedan a la página de la biblioteca de recursos de Matemáticas Vitutor [[ver](http://www.vitutor.com/di/re/r2.html)].  **Ficha estudiante**  ¿Cuáles son los números reales?  El conjunto de los **números reales** se compone de todos los números racionales y todos los números irracionales. Se representan con la letra ℝ.  El conjunto de los números reales está formado por:  – Los **números racionales**:son todos los números que se pueden representar de la forma *a*/*b* con *a*, *b* números enteros, *b* ≠ 0 y máximo común divisor entre *a* y *b* igual a 1. También se pueden representar como números decimales finitos o decimales infinitos periódicos.  El conjunto de los números racionales se representa con la letra ℚ.  Son números racionales: 1, -1, -5, 1/10, entre otros.  Los números racionales incluyen los siguientes conjuntos.  - Los **números naturales**: son los números que usas para contar. El conjunto de los números naturales se representa con la letra ℕ.  ℕ = {0, 1, 2, 3, …}  - Los **números enteros**:es el conjunto formado por la unión del conjunto de los números naturales con sus inversos aditivos (es decir, negativos) y el 0. El conjunto de los números enteros se representa con la letra ℤ.  ℤ = {…-2, -1, 0, 1, 2, …}  –  Los **números irracionales**:son todos los números que no se pueden representar de la forma *a*/*b* con *a*, *b* números enteros, *b* ≠ 0 y máximo común divisor entre *a* y *b* igual a 1. Son todos aquellos números decimales infinitos no periódicos. El conjunto de los números irracionales se representa con la letra 𝕀.  Son números irracionales:  √83; D:\ARCHIVOS PLANETA. FERNANDA\GUIONES REVISADOS EN PLATAFORMA\MA_09_01_CO\RECURSOS\Formulas MA_09_01_CO\Formulas_MA_09_01_CO\MA_09_01_047.gif; 1,23489...; π (pi)  Luego la relación entre los conjuntos de los números reales, los números irracionales, los números racionales, los números enteros y los números naturales se puede representar en el siguiente esquema.  EN LA SIGUIENTE IMAGEN MODIFICAR    Para practicar la relación entre los conjuntos numéricos puedes visitar la página del portal educativo de creación e investigación multimedia Genmagic [[ver](http://www.genmagic.net/mates5/numeros_reales/gmat411c.swf)].  De la misma forma, para afianzar la teoría puedes acceder a la página de la biblioteca de recursos de Matemáticas Vitutor [[ver](http://www.vitutor.com/di/re/r2.html)]. |
| **Título** | CAMBIAR SEGÚN ESCALETA |
| **Descripción** | CAMBIAR SEGÚN ESCALETA. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 9 Escaleta |
| **Título** | Practica con los números reales y sus subconjuntos |
| **Descripción** | Actividad que permite ejercitar la definición de algunos conjuntos numéricos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC90 10 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los números reales/Practica/ ¿Qué sabes de los números reales? |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | CAMBIAR: Indica si las siguientes frases sobre los números reales son verdaderas o falsasPOR: Selecciona Verdadero si la proposición es verdadera o Falso si es falsa. |
| **Título** | CAMBIAR POR  Prueba tus conocimientos del conjunto de los números reales |
| **Descripción** | CAMBIAR POR  Actividad para comprender propiedades de los números reales |

[SECCIÓN 3]**1.3.1 Las aproximaciones de un número real**

En el **conjunto de los números reales** existen tres formas de expresión de los números decimales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Número decimal** | **Ejemplos** |
| Decimal finito | 2,**0** ; 3,**2**; 0,**002** |
| Decimal infinito periódico | <<MA\_09\_01\_0.gif>> |
| Decimal infinito no periódico | 2,**12345...**; 1,**23456784...**; 3,**142537…** |

Cuando el número real es un decimal finito se facilita efectuar cálculos siempre y cuando la parte decimal no tenga muchos dígitos. Cuando se requiere trabajar con números decimales infinitos periódicos y no periódicos se presentan cálculos muy extensos debido a los decimales infinitos. En este caso se deben efectuar aproximaciones; pero, ¿qué es aproximar un número real?

Aproximar un número real se define como tomar solo una parte de los decimales cuando son muchos o infinitos, ya que no es posible trabajar con todos los decimales. A continuación se presentan dos métodos para aproximar un número real.

**Aproximación por truncamiento**: consiste en eliminar cierta cantidad de cifras decimales posteriores a un orden dado, de un número decimal infinito periódico o infinito no periódico. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_P.gif>>

La anterior expresión se lee raíz cuadrada de 2 es aproximadamente igual a 1,41421356237309…

Aproximando 1,41421356237309… por truncamiento hasta cinco cifras decimales se obtiene 1,**41421**; y por truncamiento hasta tres cifras, 1,**414**.

**Aproximación por redondeo:** consiste en suprimir las cifras decimales posteriores a un orden dado, de un número decimal infinito periódico o infinito no periódico, teniendo en cuenta estos criterios:

* Si la primera cifra eliminada es mayor o igual que 5, se suma una unidad a la cifra anterior. Por ejemplo, si 1,41421356237309… se aproxima por redondeo hasta seis cifras se obtiene: 1,414214 ya que1,41421**35**6237309….
* Si la primera cifra eliminada es menor que 5, la cifra anterior se deja igual. Por ejemplo, al aproximar 1,41421356237309… por redondeo hasta tres cifras se obtiene: 1,414 ya que 1,41**42**1356237309….

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC100 11 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Las aproximaciones/ Profundiza/Aproximación, error absoluto y error relativo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | CAMBIAR Aproximación, error absoluto y error relativo POR Aproximación de un número real, error absoluto y error relativo  MODIFICAR EL TEXTO DE LAS FICHAS COMO SE INDICA A CONTINUACIÓN:  **Objetivo**  Por medio de este interactivo los estudiantes aprenderán algunas técnicas para aproximar los números reales teniendo en cuenta el error absoluto y el error relativo.  **Ficha docente**  **Propuesta**  *Durante la presentación*  Para que el aprovechamiento de este interactivo sea más significativo, describa a los estudiantes su contenido con indicaciones sobre cómo utilizarlo en cada caso.  Muéstreles la pantalla de inicio del interactivo con los recorridos **Aproximaciones**y **Errores**.  - Empiece con el recorrido **Aproximaciones***.*En este se explica la aproximación por redondeo y por truncamiento. Una vez les haya explicado las dos maneras de aproximación, pregúnteles ¿cuál de las dos creen que es más precisa y por qué?  - Antes de mostrarles el recorrido **Errores**, explíqueles que al hacer una aproximación ya sea por redondeo o por truncamiento, se produce un error y que hay dos maneras de medir ese error. Pregúnteles si saben qué es el valor absoluto de un número, pues es necesario tener claro este concepto para efectuar el cálculo de errores.  *Después de la presentación*  Después de presentarles el contenido del interactivo, pídales que practiquen ejercicios de aproximaciones y cálculo de errores. Formúleles preguntas como:  - ¿Cuál es el error absoluto si se redondea 1/3 expresado en número decimal, a las centésimas?  - ¿Y si se trunca √3 a las milésimas?  Para practicar el redondeo y el truncamiento de números decimales, propóngales que visiten la página del portal de Matemáticas prácticas, Thatquiz [[ver](http://www.thatquiz.org/es/practicetest?1wlniiy9bh)]. Para reforzar los conceptos aprendidos en el interactivo, propóngales la página de Educarex [[ver](http://conteni2.educarex.es/mats/12043/contenido/)], de la Junta de Extremadura.  **Ficha estudiante**  **Aproximaciones de números reales. Errores en los números decimales**  Cuando un número tiene muchas cifras decimales puede ser complicado operar con él. Por esto se suele sustituir por otro número que contenga menos dígitos decimales con un valor similar. Este proceso se llama ***aproximación***.  Es necesario saber hasta qué punto es válida la aproximación realizada, por lo que hay que verificar qué **error**se ha producido, mediante el cálculo del valor del error **absoluto**o del valor del error **relativo**.  **Aproximación por truncamiento y aproximación por redondeo**  Hay dos maneras de aproximar números decimales: por **truncamiento** y por **redondeo**.  - Aproximar un número real por **truncamiento** hasta cierto orden consiste en eliminar las cifras decimales posteriores a ese orden.  Por ejemplo, truncar 56,7891 al orden indicado.  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C7 Truncamiento hasta las décimas  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C78 Truncamiento hasta las centésimas  http://latex.codecogs.com/gif.latex?56%2C7891%5Crightarrow%2056%2C789 Truncamiento hasta las milésimas  - Aproximar un número real por **redondeo** hasta cierto orden consiste en:  - Eliminar las cifras decimales posteriores a dicho orden.  - Si la primera cifra sustituida es mayor o igual que 5, se suma una unidad a la cifra anterior.  Por ejemplo, redondear 72,3485 al orden indicado.  http://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C3 Redondeo hasta las décimashttp://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C35 Redondeo hasta las centésimas http://latex.codecogs.com/gif.latex?72%2C3485%20%5Crightarrow%2072%2C349 Redondeo hasta las milésimas  **Error absoluto y error relativo**  Al hacer una aproximación siempre existe un **error**.  Hay dos tipos de errores, el **error absoluto**y el **error relativo**.  - El **error absoluto** es la diferencia positiva entre el valor exacto y el valor aproximado.  - El **error relativo** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto.  El error absoluto y el error relativo solo se pueden calcular cuando el decimal que se está aproximando es finito. Por ejemplo:  Valor exacto = 1,761  Valor aproximado = 1,7  Error absoluto:  D:\ARCHIVOS PLANETA. FERNANDA\GUIONES REVISADOS EN PLATAFORMA\MA_09_01_CO\RECURSOS\Formulas MA_09_01_CO\Formulas_MA_09_01_CO\MA_09_01_063.gif  Error relativo:  D:\ARCHIVOS PLANETA. FERNANDA\GUIONES REVISADOS EN PLATAFORMA\MA_09_01_CO\RECURSOS\Formulas MA_09_01_CO\Formulas_MA_09_01_CO\MA_09_01_064.gif  Cuando los decimales son infinitos periódicos o no periódicos no se pueden calcular el error absoluto ni el error relativo por este método debido a que no se conoce el valor exacto de dicho número. En este caso se calcula una cota del error absoluto cometido.  Por ejemplo, una aproximación de √2 por redondeo hasta ocho cifras es 1,41421356. Si √2 se aproxima a las centésimas, la aproximación se encuentra entre 1,41 y 1,42, es decir,  1,41 < √2 < 1,42  Luego el error será menor o como máximo, igual que la diferencia entre 1,42 y 1,41, es decir, 0,01; y esta será la cota del error cometido al aproximar a las centésimas.  Para practicar el redondeo y el truncamiento de números decimales visita la página del portal de Matemáticas prácticas, Thatquiz [[VER](http://www.thatquiz.org/es/practicetest?1wlniiy9bh)]. Asimismo, para reforzar los conceptos aprendidos en el interactivo accede a la página del portal educativo de la Consejería de Educación y Cultura de Extremadura, Educarex [[VER](http://conteni2.educarex.es/mats/12043/contenido/)]. |
| **Título** | CAMBIAR POR  Aproximación de números reales; el precio por aproximarlos es el error |
| **Descripción** | CAMBIAR POR  Interactivo que explica los conceptos de aproximación, error absoluto y error relativo en una aproximación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC110 12 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Las aproximaciones/ Practica/Calcula el error absoluto y el error relativo |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | ESCRIBIR CON LÍNEA HORIZONTAL LOS DOS FRACCIONARIOS DE ESTE RECURSO. |
| **Título** | DEJAR IGUAL |
| **Descripción** | CAMBIAR POR  Actividad para practicar aproximaciones de números reales con sus errores absolutos y sus errores relativos |

[SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 3 13 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **2 Los intervalos en la recta numérica**

De acuerdo con el axioma de completitud de los números reales se puede establecer una correspondencia entre cada punto de la recta con cada número real, es decir, que a cada punto de la recta le corresponde un único número real y a cada número real le corresponde un único punto de la recta.

Para ubicar un número real en la recta numérica se escoge un punto arbitrario en la recta, el cual se denominará “origen” y se definirá como cero. Luego se escoge una unidad de medida *u = 1* que será la utilizada para medir. El lado derecho del 0 será el lado positivo y el lado izquierdo del 0 será el negativo.

En la recta numérica se puede evidenciar que entre dos números reales se encuentran infinitos números reales, y entre ellos hay infinitos números racionales e infinitos irracionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Otra forma de representar la recta real** |
| **Contenido** | Otra forma en la cual se puede representar la recta real es por medio del intervalo (-∞, ∞), el cual indica que los números reales van desde menos infinito hasta más infinito. |

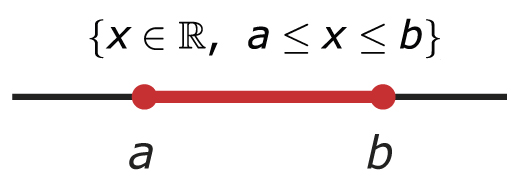
[SECCIÓN 2] **2.1 Los intervalos de números reales**

Los **intervalos** en la **recta real** se pueden definir como el conjunto de números reales que se encuentran entre dos números reales, un número real y una cantidad sin límite o sin final, positiva o más infinito, notada +∞, o, menos infinito, notado -∞, y un número real.

**Los tipos de intervalos**

* **Intervalo acotado**: se representa por medio de un  segmento; puede incluir sus extremos o no.

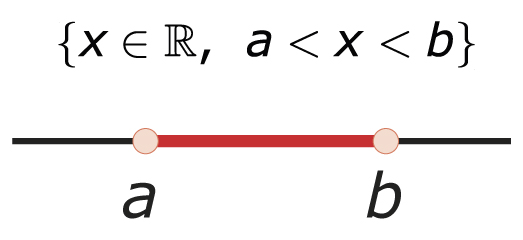
**Intervalo acotado cerrado**:se representa de la forma [*a*, *b*] e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que se encuentran entre *a* y *b* incluyendo los puntos *a* y *b*.



MA\_09\_01\_CO\_IMG06

(Tomado de 4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los intervalos/Los intervalos acotados cerrados/Primera imagen)

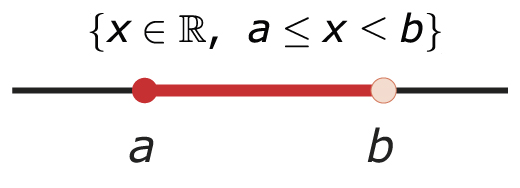
**Intervalo acotado abierto**: se representa de la forma (*a*, *b*) e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que se encuentran entre *a* y *b*, sin incluir los puntos *a* y *b*.



MA\_09\_01\_CO\_IMG07

(Tomado de 4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los intervalos/Los intervalos acotados abiertos/Primera imagen)

**Intervalo acotado semiabierto por la derecha:** se nota [*a*, *b*) e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que están entre *a* y *b* incluyendo en el intervalo al punto *a* y dejando por fuera del intervalo al *b*.



MA\_09\_01\_CO\_IMG08

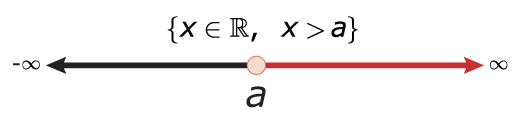
(4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los intervalos/Los intervalos semiabiertos/Primera imagen)

El intervalo (*a*, *b*] se denomina **intervalo acotado semiabierto por la izquierda** e indica que el intervalo está formado por todos los números reales que están entre *a* y *b* sin incluir en el intervalo el punto *a*, pero sí el *b*.

* **Intervalo no acotado**: se representa por medio de una  semirrecta; puede incluir su extremo o no.

I**ntervalo no acotado abierto**: se representa de dos formas dependiendo si el intervalo tiende a más infinito o a menos infinito.

Si el intervalo tiende a más infinito se representa (*a*, +∞) y son todos los números reales que se encuentran entre el número *a*  y va hasta +∞ *sin incluir el punto a en el intervalo.*



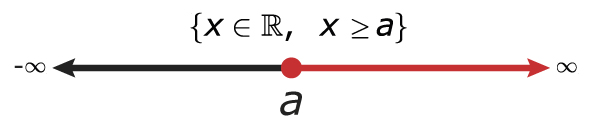
MA\_09\_01\_CO\_IMG09

(Tomado de 4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los intervalos/Los intervalos acotados abiertos/Segunda imagen)

Si el intervalo tiende a menos infinito se representa (-∞, *b*) y son todos los números reales que van desde -∞ hasta *b* *sin incluir en el intervalo a* *b*.

**Intervalo no acotado cerrado**:se representa de dos formas dependiendo si el intervalo tiende a más infinito o a menos infinito.

Si el intervalo tiende a más infinito se representa [*a*, ∞) y son todos los números reales que se encuentran entre el número *a* y va hasta más infinito *incluyendo en el intervalo el punto a.*



MA\_09\_01\_CO\_IMG10

(Tomado de 4ESO/Matemáticas/Los números reales/ Los intervalos/Los intervalos semiabiertos/Tercera imagen)

Si el intervalo tiende a menos infinito se representa (-∞, *b*] y son todos los números reales que van desde -∞ hasta el punto *b* *incluyendo en el intervalo al punto b.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC130 15 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los intervalos/ Profundiza/Intervalos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | EN EL INTERACTIVO MODIFICAR:          EL TEXTO DE LAS FICHAS QUEDA COMO SE INDICA A CONTINUACIÓN.  **Ficha docente**  **Objetivo**  Este interactivo busca que los estudiantes comprendan qué es un intervalo en el conjunto de los números reales, algunas de sus características y los tipos de intervalos.  **Propuesta**  **Antes de la presentación**  Antes de ver el interactivo, pregunte a los estudiantes qué es la recta real, pues es un concepto indispensable para que comprendan qué son los intervalos y cómo se representan.  **Durante la presentación**  Explíqueles en qué consiste el interactivo para que su contenido se pueda aprovechar de una manera óptima.    Dígales que el interactivo comienza mostrando una pantalla con dos botones: **Intervalos acotados** e **Intervalos no acotados**.  - En el recorrido **Intervalos acotados** se diferencian cuatro tipos de intervalos: cerrados, abiertos, semiabiertos por la derecha y semiabiertos por la izquierda. Explíqueles que los corchetes se usan para indicar que el valor del extremo está incluido en un intervalo, y que para indicar que el número del extremo no está incluido en un intervalo se usa el paréntesis. Indíqueles también que cuando un intervalo es cerrado incluye los dos valores de los extremos. Después, pregúnteles lo siguiente.  - ¿Cuál es el inicio del intervalo (1, 8)?  - ¿Es el 1,1? No es así, pues hay infinitos números mayores que 1 y menores que 1,1: el 1,01, el 1,0009, el 1,000006... De este modo sabrán que los intervalos abiertos o semiabiertos no tienen un principio ni un final determinable.  - Siga con el recorrido **Intervalos no acotados**. Indíqueles que el +∞ y el –∞ siempre se representan con paréntesis, nunca con corchete.  **Después de la presentación**  Después de ver el interactivo, pregunte a los estudiantes si existen objetos geométricos relacionados con los intervalos acotados y con los no acotados.  Para repasar la teoría y hacer algunos ejercicios, puede proponerles que visiten la página del Proyecto Descartes [[ver](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Numeros_Reales_Aproximaciones/numeros6.htm)] del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y el portal educativo de la Consejería de Educación y Cultura de Extremadura, Educarex [[ver](http://conteni2.educarex.es/mats/12045/contenido/)].  **Ficha estudiante**  **¿Qué es un intervalo?**  Un intervalo en la recta real se define como un conjunto de números reales que se encuentran entre dos números reales, un número real y o y un número real.  Los intervalos pueden están determinados por dos números que se llaman *extremos*, o un extremo y más infinito, o menos infinito y un extremo.  En un intervalo se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos.  **Tipos de intervalos**  En la recta real:  - I**ntervalo acotado**: se representa con un **segmento**, es decir, que tiene dos extremos.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/segmento.gif  - I**ntervalo no acotado**: tendrá un solo extremo. Se representa con una **semirrecta**.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/semirrecta.gif  **Intervalos acotados**  Se trata de segmentos de números reales de la recta real que pueden ser:  - **Intervalo cerrado** [*a*, *b*]: es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b* incluyendo los puntos *a* y *b*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte1.gif*  - **Intervalo abierto**(*a*, *b*):es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b*, exceptuando los puntos *a* y *b*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte2.gif  - **Intervalo semiabierto por la derecha** [*a*, *b*): es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b* incluyendo el punto *a* pero no el *b*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte3.gif*  - **Intervalo semiabierto por la izquierda** (*a*, *b*]: es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b* incluyendo el punto *b* pero no el *a*.  *http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte4.gif*  **Intervalos no acotados**  Son semirrectas determinadas por un número en las que se encuentran todos los números mayores, iguales o menores que este. Pueden ser:  - **Intervalo no acotado (*a*, +∞)**: es el conjunto de todos los números reales mayores que *a*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte5.gif  - **Intervalo no acotado [*a*, +∞)**:es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que *a*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte6.gif  - **Intervalo no acotado (–∞, *b*)**: es el conjunto de todos los números reales menores que *b*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte7.gif  - **Intervalo no acotado (–∞, *b*]**: es el conjunto de todos los números reales menores o iguales que *b*.  http://cdnprof.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso020/inte8.gif |
| **Título** | CAMBIAR SEGÚN LA ESCALETA |
| **Descripción** | CAMBIAR SEGÚN LA ESCALETA |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC140 16 Escaleta |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/Los números reales/Los intervalos/ Practica/Practica la representación de intervalos |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | CAMBIAR Responde a las siguientes preguntas sobre intervalos e indica cuál es la respuesta correcta POR: Observa las siguientes imágenes que representan algunos intervalos y luego selecciona la respuesta correcta.  CAMBIAR: ¿Qué intervalo se muestra en la imagen? POR ¿Qué intervalo se representa en la recta real? |
| **Título** | CAMBIAR POR:  Practica la representación de intervalos en la recta real |
| **Descripción** | CAMBIAR POR:  Actividad de análisis para que el estudiante seleccione el intervalo que se representa en una recta numérica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC17 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **2.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC18 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **3 Las operaciones con números reales**

En el conjunto de los números reales se definen las operaciones **adición**, **resta** o **sustracción**, **multiplicación** y **división**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Si la operación que se realiza con los elementos de un conjunto da como resultado elementos del mismo conjunto se dice que la operación es **cerrada**; pero si la operación que se efectúa con los elementos de un conjunto da como resultado elementos de otro conjunto la operación es **abierta**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** | Ejemplo de operación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Modificado de 54507934  math |
| **Pie de imagen** | Observa cómo a dos elementos del conjunto de los números reales operados mediante la adición y la división se les asigna otro elemento del conjunto de los números reales. |

[SECCIÓN 2] **3.1 La adición y la sustracción de números reales**

La adición y sustracción se pueden definir como la misma operación.

En el caso de la adición, si *a* y *b* pertenecen al conjunto de los números reales, entonces *a* + *b* = *b* + *a*. En el caso de la sustracción *a* - *b* = *a* + (-*b*); siendo(-*b*) el inverso aditivo de *b*.Esto quiere decir que la sustracción es una operación cerrada ya que la adición de dos números reales da como resultado un número real.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Algunas operaciones entre números reales dan como resultado números exactos, aproximados, y otros quedan indicados; todo depende de la representación o del tipo de números que se estén operando. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC170 20 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN **2**] **3.2 Las propiedades de la adición de números reales**

En el conjunto de los números reales, la adición cumple las propiedades interna, conmutativa, asociativa, y también con la existencia del elemento neutro y del elemento inverso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_IMG12 |
| **Descripción** | Monedas organizadas una sobre otra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 63479935 |
| **Pie de imagen** | Las propiedades de los números reales se aplican en situaciones relacionadas con tasas de crecimiento, longitud, velocidad, temperatura, entre otras. |

* **Propiedad interna o clausurativa**: si *a* y *b* son números reales, entonces *a* + *b* también pertenece al conjunto de los números reales. Esto es, la suma de dos números reales es igual a otro número real. Por ejemplo,

345,1234 + 25 = 370,1234

* **Propiedad conmutativa**:si *a* y *b* son números reales, entonces *a* + *b* = *b* + *a*,es decir, el orden como se ubiquen los sumandos no altera la suma. Por ejemplo,

**23,45** + 12 = 12 + **23,45**

35,45 = 35,45

* **Propiedad asociativa**:si *a*, *b* y *c* son números reales, entonces: (*a +**b*) + *c*= (*a +**b*) + *c*. Luego, la forma como se agrupen los números no cambia la suma. Por ejemplo,

(24,2 + 3,4) + (-5) =24,2 + (3,4 + (-5)

27,6 + (-5) = 24,2 + (-1,6)

22,6 = 22,6

* **Propiedad del elemento neutro o módulo de la adición**:para todo número real *a*, 0 *a* = *a*. Todo número sumado con 0 da como resultado el mismo número. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_Q.gif>>

* **Propiedad del elemento inverso aditivo**:para todo número real *a* existe otro número real –a, tal que *a* +(*-a*) = 0, tal que 0 es el elemento neutro de la adición.

2345,1234567 + (-2345,1234567) = 0

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 13 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN **2**] **3.3** **La multiplicación y la división de números reales**

La multiplicación y la división se pueden representar como la misma operación debido a que el conjunto de los números reales contiene inversos multiplicativos.

Para el caso de la división, si *a*, *b* y *b*-1 son números reales, entonces

<<MA\_09\_01\_R.gif>>

Si *b* es un número real diferente de cero, entonces *b*-1 se define como:

<<MA\_09\_01\_S.gif>>

La división de números reales se define como la multiplicación de *a* por el inverso multiplicativo de *b*, que se representa como *b*-1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 22 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **3.4 Las propiedades de la multiplicación de números reales**

La multiplicación en el conjunto de los números reales cumple las siguientes propiedades.

* **Propiedad interna o clausurativa**:si se multiplican dos números reales el producto también será un número real. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_T.gif>>

* **Propiedad conmutativa**:si *a* y *b* son números reales, entonces *a · b* = *b · a*,es decir, que el orden en que se ubiquen los factores no altera el producto. Por ejemplo,

(-23,12) · 2 = 2 · (-23,12)

-46,24 = -46,24

* **Propiedad asociativa:** si *a*, *b* y cson números reales, entonces (*a · b*) · *c*= *a*· (*b · c*). La forma como se agrupen los números no altera el producto. Por ejemplo,

(24,2 · 3,4) · -5 = 24,2 · (3,4 · -5)

(82,28) · -5 = 24,2 · (-17)

–411,4 = –411,4

* **Propiedad del elemento neutro**:para todo número real *a*, *a* · 1 = *a*. Todo número multiplicado por 1, que es el elemento neutro de la multiplicación, es igual al mismo número. Por ejemplo,

∛33 · 1 = ∛33

* **Propiedad del elemento inverso**:para todo número real *a* diferente de cero, existe *a*-1, tal que *a* · *a*-1 = 1; *a*-1 es el inverso multiplicativo de *a*.

Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_U.gif>>

Existe una propiedad que relaciona a la multiplicación con la adición.

* **Propiedad distributiva**: si *a*, *b* y cson números reales, entonces *a ·*(*b*+ *c*)= (*a · b*)+ (*a · c*). Un número real multiplicado por la suma de dos números reales es igual a la suma de los productos de cada sumando por ese número. Por ejemplo,

<<MA\_09\_01\_V.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 24 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 2] **3.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 26 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 27 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con este recurso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 26 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC 27 Escaleta |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC230 28 Escaleta |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre Los números reales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC240 29 Escaleta |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar los conocimientos del estudiante sobre el tema Los números reales |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC250 31 Escaleta | |
| **Web 01** | Números reales | http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero\_real |
| **Web 02** | Números reales e intervalos | http://www.amolasmates.es/cuarto\_eso/apuntes/Reales\_intervalos.pdf |
| **Web 03** | El conjunto de los números reales | http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/1750/1973/html/2\_el\_conjunto\_de\_los\_nmeros\_reales.html |