|  |  |
| --- | --- |
| **Título del guion** | Números complejos |
| **Código de guion** | MA\_9\_03\_CO |
| **Descripción** | Hallar el valor de *x* en la expresión *x*2 + 1 = 0 significó descubrir , pero este número no es un número real, es un número complejo. Conoce el conjunto de los números complejos, cómo se operan, qué propiedades cumplen y en qué situaciones se pueden encontrar. |

[SECCIÓN 1**] 1 La necesidad de** **ampliar el conjunto de los números reales**

En el conjunto de los números reales, la solución de , es decir

, no existe. En el conjunto de los números complejos a esta expresión se le denomina **unidad imaginaria** y se nota con la letra *i*.

*i* =

[SECCIÓN 2**] 1.1 Los números imaginarios**

Los números imaginarios son un subconjunto de los números complejos. Un número imaginario puro se define como *ai*, con *a* un número real diferente de cero.

En general cualquier número real multiplicado por es un número imaginario puro.

Por ejemplo, 3*i* es un **número imaginario puro**.

.

Otros números imaginarios puros son: y .

SECCIÓN 2 **1.2 Las potencias de**

Las potencias de i se deducen de la definición de *i*, así:

…

Los resultados de las potencias de con *n* un número natural determina el ciclo . Luego, para determinar el resultado de una potencia se divide a *n* entre 4, y al residuo de la división se le asigna el valor de la potencia correspondiente, así:

|  |  |
| --- | --- |
| Residuo división | Potencia |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Por ejemplo,

* , ya que al dividir 15 entre 4, se obtiene como residuo a 3, y a este residuo le corresponde .
* , pues al dividir 22 entre 4, se obtiene como residuo a 2, y a este residuo le corresponde -1.

[SECCIÓN 1**] 2 El conjunto de los números complejos**

El conjunto de los números complejos surge de la necesidad de encontrar soluciones a expresiones de la forma *x*2 + *k* = 0, con *k* una constante, es decir, números cuyos cuadrados sean números negativos.

En general, el conjunto de los números complejos contiene a los números reales y a las raíces cuadradas, o de índice par, de números negativos.

El conjunto de los **números complejos** son todos los números de la forma *a* + *bi* con *a*, *b* números reales e . En un número complejo *a* + *bi* se identifican la parte real *a* y la parte imaginaria *b*. El conjunto de los números complejos se denota con la letra y se define como:

Algunos ejemplos de números complejos son:

* -13 - 4*i*; -13 es la parte real y -4 es la parte imaginaria.
* ; es la parte real y 7 la parte imaginaria.
* ; es la parte real y la parte imaginaria.

Los números reales y los números imaginarios son subconjuntos de los números complejos.

Cuando la parte real es 0 se forman los números imaginarios y cuando la parte imaginaria es 0 se forman los números reales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_IMG02 |
| **Descripción** | Diagrama números complejos y subconjuntos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 3\imagenes 3\MA_S1_03_IMG13_F1.JPG |
| **Pie de imagen** | Relación de contenencia entre los conjuntos numéricos, tal que:   * , conjunto de números complejos. * , conjunto de números reales. * , conjunto de números racionales. * , conjunto de números irracionales. * , conjunto de números enteros. * , conjunto de números naturales. * , conjunto de números imaginarios. |

[SECCIÓN 2**] 2.1 La igualdad entre números complejos**

Dos números complejos son iguales si y solo si tienen la misma parte real y la misma parte imaginaria es decir,

*a* + *bi* = *c* + *di* si y solo si *a* = *c* y *b* = *d*.

Por ejemplo,

*p* + *qi* = 5 - 7i si *p* = 5 y *q* = -7

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC10 |
| **Título** | Relaciona el valor de las potencias de |
| **Descripción** | Actividad en la cual se relacionar cada potencia de con su resultado. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_03\_CO\_REC20 |
| **Título** | Historia de los números complejos |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la historia del conjunto de los números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_G09\_03\_CO\_REC30 |
| **Título** | ¿Que son los números complejos? |
| **Descripción** | Iinteractivo que muestra que son los números complejos sus partes y sus subconjuntos. |

SECCIÓN 2**] 2.2 La forma cartesiana de un número complejo**

Los números complejos se representan como un pareja ordenada de número reales. Si un número complejo se define como *x + yi*, se puede expresar como (*x, y*). Esta expresión de los números complejos recibe el nombre de **forma cartesiana**. Por ejemplo,

* en su forma cartesiana es .
* en su forma cartesiana es .

SECCIÓN2]  **1.5 La representación geométrica de un número complejo**

A partir de la representación geométrica de un número complejo en su forma cartesiana, los números complejos pueden ser representados geométricamente en el plano complejo, que es similar al plano cartesiano .

En el plano complejo la representación geométrica de (*x, y*) es un punto tal que *x* está ubicado en el eje real e *y* en el eje imaginario. En general, a cualquier numero complejo se le asocia un punto en el plano complejo. Por ejemplo, la representación en el plano complejo del número 5 + 2*i* es la representación del punto (5, 2).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG03 |
| **Descripción** | Representación geométrica de 5 + 2*i*. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | HACER CUADRICULA |
| **Pie de imagen** | Representación geométrica de 5 + 2*i* en el plano complejo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Plano de Argand** |
| **Contenido** | El plano complejo donde encontramos un eje real y un eje imaginario también se conoce como diagrama de Argand, su creación se le atribuye a Jean Robert Argand ( [1768](http://es.wikipedia.org/wiki/1768)-[1822](http://es.wikipedia.org/wiki/1822)) donde X es eje real, y Y el eje imaginario. |

SECCIÓN 2**] 1.6 El módulo de un número complejo**

En el plano complejo, el **módulo** de un número complejo se define como la distancia entre el punto de origen del plano complejo, con coordenadas (0, 0) y el punto que representa el numero complejo.

El módulo de un número complejo *x + yi* se representa y es igual a:

Por ejemplo, el módulo del número 2 + 3*i* es igual a:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG05 |
| **Descripción** | Representación geométrica de un número complejo y su módulo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representacion geométrica del número complejo 2 + 3*i* y su módulo, . |

SECCIÓN 2**] 1.7 El conjugado de un número complejo**

En el plano complejo el **conjugado** de un numero complejo se define como la simetría con respecto al eje real, del número complejo.

El conjugado del número complejo *x* + *yi* , se representa y es igual a:

Por ejemplo, el conjugado de 1 + 3*i* es igual a:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG07 |
| **Descripción** | Representación geométrica de un número complejo y su conjugado. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representacion geométrica del número complejo 1 + 3*i* y su conjugado, 1 – 3*i*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Forma geométrica de obtener el opuesto de un número complejo** |
| **Contenido** | Para hallar el opuesto de un numero complejo de forma geométrica se calcula el geométricamente se encuentra aplicándole dos simetrías al numero complejo, una por el eje real X y posteriormente otra por por el eje imaginario Y. Encuentra el opuesto de |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG08 |
| **Descripción** | El opuesto de un numero complejo utilizando la definición geométrica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\planeta\guion 3\imagenes 3\MA_S1_03_IMG33_F1.jpg |
| **Pie de imagen** | para llegar al opuesto pasamos por el conjugado y llegamos a |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_03\_CO\_REC40 |
| **Título** | Representación geométrica, módulo y conjugado de los números complejos |
| **Descripción** | Interactivo que muestra y explica la representación geométrica, el modulo y el conjugado de los números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC50 |
| **Título** | Módulo número complejo |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá analizar cada situación que jira en torno al modulo de los numero complejo y escoger la respuesta correcta. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC60 |
| **Título** | encuentra el conjugado y el opuesto de cada numero |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá buscar el conjugado y el opuesto de cada número y graficar los tres números en el plano imaginario |

SECCIÓN 2**] 1.7 Consolidacion**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC70 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje sobre los números complejos |
| **Descripción** | Actividad en la cual el estudiante demostrara lo aprendido sobre los números complejos |

SECCIÓN 1**] 2 Las operaciones con números complejos**

En el conjunto de los números complejos se definen las operaciones adición, sustracción, multiplicación y división a partir de los siguientes algoritmos.

SECCIÓN 2**] 2.1 La adición de números complejos**

**La adición de números complejos** se realiza sumando las partes reales entre sí y las partes imaginarias entre sí.

Sean los números complejos *a + bi* y *c + di*, entonces su adición se define como:

(*a + bi*) + (*c + di*) = (*a + c*) + (*b + d*)*i*,

Por ejemplo,

SECCIÓN 3**] 2.1.1 Las propiedades de la adición de números complejos**

La adición de números complejos cumple las siguientes **propiedades**.

* **Propiedad conmutativa**

Ejemplo:

* **Propiedad asociativa**

Ejemplo:

* **Elemento neutro**

El elementos neutro de la adición de números complejos es *0 + 0i*. Luego,

Ejemplo:

* **Inverso aditivo**

El inverso aditivo de un número complejo *a + bi* es –(*a + bi*) = –*a – bi*, tal que:

*a + bi* + (–(*a + bi*)) = *a + bi* + ( –*a – bi*) = *0 + 0i*

Ejemplo:

SECCIÓN 2**] 2.2 La sustracción de números complejos**

En la sustracción de números complejos, la diferencia se obtiene restando las partes reales entre sí y las partes imaginarias entre sí.

La sustracción de los números complejos *e + fi* y *g + hi* se define como:

(*e + fi*) – (*g + hi*) = (*e* – *g*) + (*f* – *h*)*i*

Ejemplos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Distancia entre dos números complejos** |
| **Contenido** | En el plano complejo la distancia *d* entre dos números complejos *a + bi* y *c + di* es igual al módulo de la diferencia de los dos números y se define:  Por ejemplo, la distancia entre 4 *+* 3*i* y *-2 + 4i*  es igual a |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_02\_IMG06 |
| **Descripción** | Representación geométrica de dos números complejos y su distancia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representacion geométrica de la distancia entre 4 *+* 3*i* y *-2 + 4i* igual a . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_G09\_03\_CO\_REC80 |
| **Título** | La adición y la sustracción de números complejos |
| **Descripción** | Interactivo que explica la adición y la sustracción de números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC90 |
| **Título** | Adición números complejos |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá contestar las preguntas utilizando la adición de números complejos como herramienta |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC100 |
| **Título** | Sustracción números complejos |
| **Descripción** | Actividad en la cual el estudiante deberá analizar ciertas situaciones que involucran la sustracción de números complejos y resolverlas. |

SECCIÓN 2**] 2.3 La multiplicación de números complejos**

**La multiplicación de números complejos** se define aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición de números reales, así:

Aplicando la propiedad asocativa y reemplazando el valor de se obtiene:

Ejemplos:

SECCIÓN 3**] 2.3.1 Las propiedades de la multiplicación de números complejos**

La multiplicación de números complejos cumple las siguientes  **propiedades**:

* **Conmutativa**

Ejemplo:

* **Asociativa**

Ejemplo:

* **Elemento neutro**

En el conjunto de los números complejos existe 1 + 0i tal que:

Luego, el elemento neutro de la multiplicación de números complejos es el número

Ejemplo:

* **Inverso multiplicativo**

Para todo número complejo *a + bi* con *a* ≠ 0 y *b* ≠ 0, existe (*a + bi*)-1 tal que

(*a + bi*) · (*a + bi*)-1 = 1 + 0*i* con (*a + bi*)-1 .

Ejemplo:

El inverso multiplicativo de 2 *+* 4*i* es (2 *+* 4*i*)-1 ya que:

(2 *+* 4*i*) · (2 *+* 4*i*)-1 =

* **Distributiva del producto con respecto a la suma**

Ejemplo:

[SECCIÓN 2**] 2.4 La división de números complejos**

La **división de números complejos** se define multiplicando el dividendo y el divisor por el conjugado, así:

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_G09\_03\_CO\_REC110 |
| **Título** | La multiplicación y la división de números complejos |
| **Descripción** | Interactivo que explica la multiplicación y la división de números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC120 |
| **Título** | Multiplicación números complejos |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá analizar cada situación que gira en torno a la multiplicación de números complejos y escoger la respuesta correcta. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC130 |
| **Título** | División números complejos |
| **Descripción** | Actividad sobre la división de números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC140 |
| **Título** | Propiedades de la adición números complejos |
| **Descripción** | Actividad sobre las propiedades de la adición de números complejos. |

Este t

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC150 |
| **Título** | ¿Qué propiedad de la multiplicación de números complejos es? |
| **Descripción** | Actividad en la cual se deberá Relacionar el ejemplo con el nombre de cada propiedad y su expresión general, si |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC160 |
| **Título** | Una representación gráfica para los números complejos |
| **Descripción** | En esta actividad se deberá crear una representación gráfica para diferente a las que ya |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC170 |
| **Título** | ¿Donde tiene solución la ecuación? |
| **Descripción** | Actividad en la cual el estudiante deberá analizar ciertas situaciones que involucran a las ecuaciones y el conjunto numérico donde tiene solución. |

[SECCIÓN 2**] 2.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC180 |
| **Título** | Consolidado Refuerza tu aprendizaje sobre las operaciones entre números complejos |
| **Descripción** | Actividad en la cual el estudiante demostrara lo aprendido sobre las operaciones con números complejos |

[SECCIÓN 1] **3 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC190 |
| **Título** | Construcción de números y sus operaciones básicas en geogebra |
| **Descripción** | Actividad que permite que el estudiante aprenda a construir números complejos y los opere de modo geométrico en el programa geogebra, |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_03\_CO\_REC200 |
| **Título** | El radar complejo |
| **Descripción** | El estudiante deberá analizar la posición de algunos puntos que se encuentran ubicados en el radar complejo y resolver algunos problemas. |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_31\_CO\_REC210 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre los números complejos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC220 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar los conocimientos del estudiante sobre el tema Números reales |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | LE\_G08\_01\_CO\_REC250 | |
| **Web 01** | Operaciones de números complejos forma binomial | <http://www.vadenumeros.es/primero/complejos-en-forma-binomica.htm> |
| **Web 02** | Características de los números complejos | <http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_complejo> |
| **Web 03** | Relación entre los números complejos y los fractales | <http://es.slideshare.net/Samara/f-r-a-c-t-a-l-e-s> |