|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Sistemas de ecuaciones lineales |
| **Código de guion** | MA\_G09\_05\_CO |
| **Descripción** | Existen algunas situaciones de las matemáticas, de las ciencias y de la vida cotidiana que se pueden modelar por medio de una ecuación lineal, pero en algunas ocasiones una ecuación lineal no es suficiente por esa razón es necesario acudir a los sistemas de ecuaciones lineales, te invitamos a que amplíes tus conocimientos sobre ecuación lineal y crees tus conocimientos sobres sistema de ecuaciones lineales. |

Para comenzar el trabajo con las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones lineales se debe aclarar que la función y la ecuación no son lo mismo:

La función es una relación que se establece entre dos conjuntos A y B, el conjunto A es el dominio y el B el recorrido, todos los elementos del conjunto A le corresponde un único elemento del conjunto B, mientras que en la ecuación se busca el valor de la o las incógnitas que satisface la igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Pero existe una forma de relacionarlas las funciones con las ecuaciones, esto se debe a que toda función definida en el conjunto de los números reales se puede representar al menos con una ecuación, pero todas las ecuaciones en los números reales no representan funciones.

Ejemplo:

* la función *f(x)=2+3x* se puede representar por medio de la ecuación *y=2+3x.*
* la ecuación *y = √x* no representa ninguna función ya que no cumple que a todos los elementos del conjunto A en este caso los valores de *x* le corresponde un único valor del conjunto B en este caso los valores de  *y,*  ya que si *x=9, y =3* o *y = -3*, por esta razón no determina una función.

[SECCIÓN 1] **1. Las funciones lineales y afines**

La **función lineal** se puede definir como toda expresión de la forma *f(x)=mx,* donde *m* es un número real diferente de 0, su representación gráfica es una recta que pasa por el origen (0,0) en el plano cartesiano.

Matemáticamente se puede definir como ƒ*: ℝ →ℝ /* ƒ*(x)=mx, m ∈ ℝ*

Ejemplo:

* ƒ*(x)=2x* se asignan valores a *x* para encontrar los valores de ƒ*(x):*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| ƒ*(x)* | 0 | 2 | -2 | 4 | -4 | 6 | -6 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG01 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función lineal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | ƒ*(x)=2x* |

La **función afín** se puede definir como toda expresión de la forma *f(x)=mx+c* donde *m* y *c* son números reales diferentes a 0, su representación gráfica es una recta que pasa por el punto (0,c) en el plano cartesiano.

Matemáticamente se puede definir como: ƒ*: ℝ →ℝ /* ƒ*(x)=mx+c, m,c ∈ ℝ*

Ejemplo: ƒ*(x)=x+2*, se asignan valores a *x* para encontrar los valores de ƒ*(x):*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| ƒ(x) | 2 | 3 | 1 | 4 | 0 | 6 | -1 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG02 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función afín |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | ƒ*(x)=x+2* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * El concepto de función aparece a principios del siglo XVII gracias a los trabajos desarrollados por René Descartes, Isaac Newton y Gottfried Leibniz. |

[SECCIÓN 2**] 1.1 La ecuación explicita de la recta**

Todas las **función** determina como mínimo una **ecuación** como se estableció al principio de este tema, las **funciones lineales y afines**  determinan **ecuaciones lineales** que gráficamente representan rectas en el plano cartesiano ¿será posible definir una **ecuación** que determinara todas las funciones lineales y afines que existen en el plano cartesiano?, la respuesta es sí y es la **ecuación explicita de la recta** que se define como ***y=mx+b*** donde *m* es cualquier número real que recibe el nombre de **pendiente** y *b* es cualquier número real que recibe el nombre de la **ordenada en el origen**, esta expresión representa a todas las rectas que existen en el plano cartesiano.

Matemáticamente **la ecuación explicita de la recta se define** como**:**

*y=mx+b, m,b∈* ℝ, *m ≠ 0*  Determinan todas las rectas en el plano cartesiano.

Ejemplo:

La función ƒ*(x)=3x+5* se representa por medio de laecuación explicita *y=3x+5* donde 3 es su pendiente y 5 sería su ordenada en el origen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | La recta fue trabajada por Euclides  (. [325](http://es.wikipedia.org/wiki/325_a._C.) a.c -. [265 a. C.](http://es.wikipedia.org/wiki/265_a._C.)), es definida como uno de los entes fundamentales de la geométrica junto al punto y al plano. |

[SECCIÓN 2**] 1.2 la pendiente de una recta**

La recta definida con la ecuación *y = mx + b* donde ***m*** recibe el nombre de **pendiente,** la pendiente determina La inclinación de la recta con respecto al eje x en el plano cartesiano, otra forma de interpretarla es la razón de cambio de *y* con respecto al cambio en *x* , para que sea más claro observa el siguientes ejemplos.

* En la recta *y = 2x + 1*, la pendiente *m = 2*, es decir que la inclinación de la recta con respecto al eje x es 2, o la razón de cambio de *y* es de 2 con respecto a *x* que es de 1

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG03 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\4.JPG |
| **Pie de imagen** | Razón de cambio y es 2, razón de cambio x es 1, m= 2/1 = 2 |

* En la recta  *y =3x/2 + 5*, la pendiente *m = 3/2,* es decir que la inclinación de la recta con respecto al eje x es *3/2* , en otras palabras la razón de cambio de *y* es de 3 con respecto a *x* que es de 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\7.JPG |
| **Pie de imagen** | Razón de cambio y es *3,* razón de cambio *x* es 2, m = 3/2 |

Si la recta se encuentra definida de la forma *y = mx + b* encontrar la pendiente es muy sencillo, pero si no se tiene la ecuación y solo se tiene dos puntos por el postulado de Euclides: “*dados dos puntos se puede trazar una recta”*, se puede encontrar la pendiente de la recta que se define utilizando los dos puntos en la siguiente fórmula:

Dados dos puntos de la recta (x1,y1) y (x2,y2):

<<MA\_09\_05\_01.gif>>

en esta fórmula se evidencia la razón de cambio de ycon respecto a la razón de cambio de x de la recta es decir

<<MA\_09\_05\_02.gif>>.

Ejemplos:

* Si una recta pasa por los puntos (2,4) y (7,2) ¿Cuál será su pendiente?, utilizando la formula se tiene que:

<<MA\_09\_05\_03.gif>>

la pendiente de la recta que determina los dos puntos es

<<MA\_09\_05\_04>>

.

* Si una recta pasa por los puntos(1/3,1) y (5/6,9) ¿Cuál será su pendiente?, utilizando la formula se tiene que:

<<MA\_09\_05\_05>>

la pendiente de la recta que determina los dos puntos es *m = 16.*

¿Qué pasa si la pendiente de la recta es un número positiva, un número negativo, es cero o no está determinada?

* si la pendiente de la recta es un número positivo la recta es ascendente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG05 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta ascendente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\8.JPG |
| **Pie de imagen** | Pendiente positiva *m = 1* |

* si la pendiente de la recta es un número negativa la recta es descendente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG06 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta descendente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\9.JPG |
| **Pie de imagen** | Pendiente negativa *m = -1* |

* si la pendiente de la recta es cero la recta es horizontal

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG07 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta horizontal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\10.JPG |
| **Pie de imagen** | Pendiente cero *m = 0* |

* si la pendiente de la recta no está determinada es decir el dividendo es 0 la recta es vertical.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG08 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta vertical |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | Pendiente m, no existe |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | En la ecuación de la recta *y = mx + c*  Si *m > 0*, la recta es creciente.  Si *m < 0,* la recta es decreciente.  Si *m = 0,* la recta ni crece ni decrece, es constante. |

Si se puede encontrar la pendiente de una recta solo teniendo dos puntos de ella, la pregunta que surge es: ¿es posible encontrar la función que determina dicha recta? , la respuesta es sí y se desarrollara en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2**]1. 3 La ecuación de la recta que pasa por dos puntos**

Si se tiene **dos puntos de la recta** es posible determinar la ecuación de la forma *y = mx + b,* que la determina dicha recta utilizando el modelo **punto pendiente:**  *y - y1 = m.(x-x1)* observa el siguiente ejemplo:

* si se tiene los puntos (4,6) y (5,9) que determinan una recta los pasos para encontrar la ecuación de esta recta son los siguientes:

1. Se encuentra la pendiente de la recta:

<<MA\_09\_05\_06.gif>>

1. Utilizando el modelo punto pendiente *y - y1 = m.(x-x1)* se remplaza: m = 3 ,y1 = 6 y x1 = 4, donde se obteniendo y – 6 = 3.(x-4).
2. Se despeja y, para llegar a la ecuación de la recta *y = 3x + 6.*

También se hubiese podido remplazar y1=9 y x1=5 es decir el otro punto conocido de la recta y se llega a la misma ecuación:

*y – 9 = 3.(x - 5) = y = 3x + 6*

De esta forma es posible encontrar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, ahora la pregunta que surge ¿es posible saber si dos rectas son coincidentes, secantes, paralelas o perpendiculares solo conociendo su ecuación, sin necesidad de llevarlas a su representación gráfica? La respuesta es sí, eso se verá en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2**] 1. 4 Rectas coincidentes, secantes, paralelas y perpendiculares**

Cuando se tienen dos rectas *l1* y *l2* en el mismo plano cartesiano puede suceder solo una de las siguientes situaciones:

1. Las dos **rectas sean coincidentes:** significa que las dos rectas sean la misma recta, algebraicamente se puede interpretar como si: *l1: y = m1 x + b1*  y  *l2: y = m2 x + b2, l1 = l2* si y solo si *m1 = m2* y *b1 = b2.*

Ejemplo*: l1: y = 2x + 3* y *l2:y = 2x + 3* son **coincidentes** ya que *2 = 2* y *3 = 3*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG09 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una recta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de la recta l: *y = 2x + 3* |

1. Las dos **rectas sean secantes:** significa que las dos rectas tengan un punto en común, algebraicamente se puede interpretar como si: *l1: y = m1 x + b1* y *l2: y = m2  x + b2,  l1* y *l2* son **secantes** si y solo si *m1 ≠ m2.*

Ejemplo: *l1 :y = 4x-1* y *l2: y = 1x/2 + 1* son **secantes** ya que *4 ≠1/2*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG10 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos rectas secantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\15.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de las rectas *l1:y = 4x - 1* y l*2: y = 1x/2 +1* que son secantes |

1. Las dos **rectas sean perpendiculares:** significa que las dos rectas sean **secantes** y formen un **ángulo de 90 grados** algebraicamente se puede interpretar como si *l1: y = m1x + b1* y *l2: y = m2x + b2,* *l1* y *l2* son **perpendiculares**  si y solo si *m1 ≠ m2* y  *m1.m2 = -1.*

Ejemplo: *l1:y = -5x + 3* y *l2:y = 1x/5 - 1* son **secantes** ya que -5 *≠ 1/5* y además son **perpendiculares** ya que *-5.1/5 = -1*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG11 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos rectas secantes y perpendiculares |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\18.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de las rectas *l1:y = -5x + 3* y *l2:y = 1x/5 - 1* que son perpendiculares. |

1. Las dos **rectas sean paralelas:** significa que las dos rectas no tiene ningún punto en común algebraicamente se puede interpretar como si *l1: y = m1 x +* b1 y *l2: y = m2 x + b2,* *l1* y *l2*son **paralelas**  si y solo si *m1 = m2* y *b1 ≠ b2*

Ejemplo: *l1:y = 1x/2 + 3* y  *l2:y= 1x/2 + 1* son **paralelas** ya que 1/2 = 1/2y*3 ≠ 1*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG12 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos rectas perpendiculares |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\21.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de las rectas *l1:y = 1x/2 + 3* y  *l2:y = 1x/2 + 1*  que son paralelas. |

[SECCIÓN 2**] 1. 5 Consolidación**

[SECCIÓN 1**] 2. Solución de sistemas de ecuaciones lineales**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG13 |
| **Descripción** | Solucionando un laberinto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [**http://thumb101.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/172762/151874027/stock-photo-businessman-finding-the-solution-of-a-maze-151874027.jpg**](http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/172762/151874027/stock-photo-businessman-finding-the-solution-of-a-maze-151874027.jpg)  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/172762/151874027/stock-photo-businessman-finding-the-solution-of-a-maze-151874027.jpg |
| **Pie de imagen** | Solucionar sistemas de ecuaciones utilizando diferentes métodos. |

Para poder abordar el tema **sistemas de ecuaciones lineales** es fundamental ampliar un poco más el concepto que se tiene de **ecuación lineal**.

Para comenzar se denominara **ecuación lineal** a toda ecuación que tengan la forma de un polinomio de primer grado es decir todas las incógnitas deberán estar elevadas a la uno, además las incógnitas no pueden estar multiplicándose entre sí, a continuación se mostraran algunas característica de las ecuaciones lineales.

* Las **incógnitas** se representan por medio de letras y están elevadas a la uno.
* Los números que multiplican las incógnitas reciben el nombre de **coeficientes**.
* Los números que esta solo se llama **termino independiente**.
* Las ecuaciones lineales pueden tener *n* incógnitas siendo *n* un numero natural.

De manera generar una ecuación lineal con *n* incógnitas se puede representar como:

*a1x1 + a2x2 + a3x3 + ……..anxn = b* donde, a1, a2 ……. an, b ∈ ℝ y x1, x2…. xn Representan las incógnitas.

Ejemplos ecuaciones lineales:

* *3x + 4 = 12,* ecuación lineal con una incógnita
* *2x + 2y = 4,* ecuación lineal con dos incógnitas (ecuación de la recta )
* *2x + 3y + z = 12*, ecuación lineal con tres incógnitas
* 2y/3 *-3y + 2z - 3w = 1*, ecuación lineal con cuatro incógnitas

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | La notación simbólica que hoy se maneja en las ecuaciones líneas fue introducida por Viète (1540-1603) y Descartes (1596-1650) |

**Buscar la solucionar de una ecuación** es encontrar el valor de la o las incógnitas para que la igualdad sea verdadera, algunas ecuaciones tiene soluciones únicas, otras ecuaciones tiene infinitas soluciones y existen otras ecuaciones que no tiene solución.

Un ejemplo de ecuaciones con infinitas soluciones es la ecuación 2x + 2y = 4 una de sus soluciones es (1,1) pero (2,0) también es solución, en este caso esta ecuación tiene infinitas soluciones, mientras la variable *x* aumenta uno la variable *y* disminuye uno y viceversa, gráficamente esta ecuación representa una recta y cada punto de la recta es solución de la ecuación.

Teniendo un poco más claro lo que es una ecuación lineal se pasara a trabajar con los sistemas de ecuaciones lineales, pero ¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales?

[SECCIÓN 2**] 2.1 Un sistema de ecuaciones lineales**

Es un conjunto de *n* ecuaciones lineales con *m* incógnitas siendo *m* y *n* números naturales con *n ≥ 2.*

Ejemplos:

* <<MA\_09\_05\_07>>

un sistema de ecuaciones con 2 ecuaciones y 2 incógnitas se denomina sistema de ecuaciones lineales 2 × 2

* <<MA\_09\_05\_08>>

un sistema de ecuaciones con 3 ecuaciones y 2 incógnitas se denomina sistema de ecuaciones 3 × 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Construcción edificio |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/62421/62421,1280155377,14/stock-photo-building-under-construction-with-workers-57862405.jpg>  http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/62421/62421,1280155377,14/stock-photo-building-under-construction-with-workers-57862405.jpg |
| **Pie de imagen** | Los sistemas de ecuaciones son útiles para modelas y solucionar problemas de varias variables que se pueden presentar por ejemplo en la construcción. |

Ahora estos **sistemas de ecuaciones lineales** en algunas ocasiones se pueden **solucionar** pero ¿qué es solucionar un sistema de ecuaciones lineales?, la respuesta es si el sistema de ecuaciones tiene *m* incógnitas y *n* ecuaciones se debe buscar conjuntos de *m* números que verifiquen las igualdades en las *n* ecuaciones, es decir buscar un grupo de números que al remplazarlos por las incógnitas en todas las ecuaciones del sistema las igualdades se mantengan.

Los sistemas de ecuaciones dependiendo de su solución se pueden clasificar de la siguiente manera:

* Los sistemas de ecuaciones que tiene solución reciben el nombre de **compatibles**.
* Los sistemas de ecuación cuya solución es única se denominan **compatibles determinados.**
* Los sistemas de ecuaciones que tiene infinitas soluciones reciben el nombre de **compatibles indeterminados.**
* Los sistemas de ecuaciones que no tiene solución se denominan **incompatibles**

.

Ejemplo:

* <<MA\_09\_05\_09>>

la solución a este sistema es **compatibles determinados** es decir que es única donde *x = 5, y = 3* se verifica remplazando en las dos ecuaciones las incógnitas por los valore *x = 5, y = 3.*

*2x – 4y = -2 → 2.5 – 4.3 = -2 → 10 – 12 = -2 → -2 = -2* y *-3x + 6 y = 3 → -3.5 + 6.3 = 3 → -15 + 18 = 3 → 3 = 3*  se verifica que (5,3) es solución del sistema de ecuaciones lineales.

* <<MA\_09\_05\_10.gif>>

este sistema de ecuaciones es **compatibles indeterminados** ya que tiene infinitas soluciones esto sucede debido a que con una de las ecuaciones del sistema se puede generar las otras multiplicando la ecuación por algunos números, en este ejemplo se multiplicando la primera ecuación por 2 y se genera la segunda ecuación.

* <<MA\_09\_05\_11.gif>>

este sistema de ecuaciones es **incompatible** no tiene solución ya que no existe ningún par de números *x, y* que al remplazarlos en las dos ecuaciones las solucionen.

Solo se mostraron los posibles casos que se pueden presentar cuando se soluciona un sistema de ecuaciones lineales, pero no se determinó como se puede solucionar, en la siguientes secciones se desarrollaran algunos métodos que se han creado para solucionar los sistemas de ecuaciones lineales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | Algunas civilizaciones antiguas como los babilonios, los griegos, los hindúes y los chinos resolvían sistemas de ecuaciones utilizando la aritméticos y geométricos. |

[SECCIÓN 2**] 2.2 método grafico**

El **método grafico** es utilizado para solucionar sistemas de ecuaciones 2 × 2 es decir 2 ecuaciones que tengan 2 incógnitas pero se puede ampliar a sistemas n × 2 es decir *n* ecuaciones con2 incógnitas, este método se describe en los siguientes pasos:

1. Se despeja *y* en cada una de las ecuaciones.
2. Se grafica cada una de las rectas en el mismo plano cartesiano.
3. Analizar lo que pasa con las rectas graficadas, si son paralelas el sistema no tiene solución, si todas las rectas tiene un punto en común este será la solución del sistema el punto *(a,b),* si todas las ecuaciones representan la misma recta el sistema tiene infinitas soluciones, estas infinitas soluciones serán todos los puntos *(x,y)* que hagan parte de la gráfica de recta.

Ejemplos:

* Solucionar gráficamente el siguiente sistema:

<< MA\_09\_05\_12.gif>>

Graficando las tres ecuaciones se obtienen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Representación gráfica de tres ecuaciones |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\22.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de las ecuaciones *4x – y = -5, 2x + y = -1, -x + y = 2* se puede observar que tiene una única solución que es (-1,1) |

Como se puede ver en la gráfica la solución para este sistema de ecuaciones es *(-1,1)* es decir *x = -1* y *y = 1*, ahora se verifica remplazando en las tres ecuaciones a x por -1, y por 1.

En la primera ecuación: *4x – y = -5 → (4.(-1)) -1 = -5 → -4 -1= - 5 → - 5 = - 5* En la segunda ecuación: *2x + y = -1 → (2.(-1))+1 = -1→ -2 + 1= -1 → - 1 = - 1* En la tercera ecuación: *- x + y = 2 → 1 + 1 = 2 → 2 = 2*

Como se puede observar en la comprobación *(-1,1)* es la solución del sistema de ecuaciones, además esta solución es única.

* Solucionar gráficamente el siguiente sistema:

<< MA\_09\_05\_13.gif>>

Graficando las dos ecuaciones se obtienen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos ecuaciones |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\23.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de las ecuaciones *-2x – y = 10*, *4x + 2y = 7* |

Como se puede ver en la gráfica las dos rectas son paralelas no tiene puntos en común es decir este sistema de ecuaciones no tiene solución.

* Solucionar gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

<<MA\_09\_05\_14.gif>>

Graficando las tres ecuaciones se obtienen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Representación gráfica de tres ecuaciones |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\planeta\guion 5\imagenes\24.JPG |
| **Pie de imagen** | * Grafica de las ecuaciones *4x – y = - 5, 2x + y =-1, -x + y = 2* |

Como se puede ver en la gráfica las tres ecuaciones representan la misma recta es decir que el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, por cada valor real de *x* se obtiene un valor real de *y*, para encontrar estas soluciones se puede tomar cualquier de las ecuación se despeja la variable y, para encontrar un parámetro por cada valor que se le asigne a *x* se encuentra un valor para *y,* ejemplo: se despeja en la ecuación *–x + y = 2, y = 2 + x,* si *x = 1, y = 3* se establece un parámetro la solución de este sistema se puede expresar como *(x, 2+x)*

[SECCIÓN 2**] 2.3 método de sustitución**

Este **método de sustitución** es utilizado en sistemas de ecuaciones 2 × 2 es decir dos ecuaciones y dos incógnitas, consiste en escoger una de las ecuaciones y despejar una de las dos variables para remplazarla en la otra ecuación, esto con el fin de generar una ecuación con solo una incógnita, se resuelve esta nueva ecuación con una incógnita y se encuentra su valora, para encontrar el valor de la otra incógnita se remplaza el valor encontrado en cualquier de las dos ecuación originales y se despeja para encontrar el valor de la incógnita que hacía falta, para que se entienda de una mejor manera se presenta el siguiente ejemplo pasos a paso.

Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

<<MA\_09\_05\_15.gif>>

1. Se escoge una de las dos ecuaciones y se despeja una de las incognitos en este caso escogeremos la ecuación 3x + 2y = 16 y despejaremos la incógnita *x* se obtiene

*<<MA\_09\_05\_16*.gif>>

1. Se remplaza en la segunda ecuación a *x* por:

<<MA\_09\_05\_17.gif>>

y se despeja en la ecuación a la incógnita  *y*:

<<MA\_09\_05\_187.gif>>

1. Ahora teniendo el valor de *y= ½* se remplaza este valor en la ecuación y se despeja a *x:*

*<<MA\_09\_05\_19.gif>>*

Los valores son:

<<MA\_09\_05\_20.gif>>

1. Para comprobar si la solución encontrada es verdadera se remplazan los dos valores encontrados *y = ½* y *x = 5* en las dos ecuaciones:

<<MA\_09\_05\_21.gif>>

<<MA\_09\_05\_22.gif>>.

Como x = 5, *y = ½*  satisfacen las dos ecuaciones del sistema esta es su solución.

[SECCIÓN 2**] 2.4 método de igualación**

Este **método de igualación** consiste en despejar la misma incógnita de las dos ecuaciones, posteriormente se iguala estas dos nuevas expresiones, esto se puede realizar debido a que se despejo la misma incógnita, al igualar estas dos expresiones se obtiene una ecuación con una incógnita, se resuelve esta nueva ecuación y se obtiene el valor de una de las incógnitas, para encontrar el valor de la otra incógnita se remplaza el valor de la incógnita que ya se encontró en cualquiera de las ecuaciones originales se despeja y se encuentra el valor de la otra incógnita, para que se entienda de una mejor manera se presenta el siguiente ejemplo paso a paso.

Ejemplo:

Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación:

<<MA\_09\_05\_23.gif>>

1. se escoge la incógnita *y* para despejarla en las dos ecuaciones.

En la primera ecuación:

<<MA\_09\_05\_24>>

En la segundo ecuación:

<<MA\_09\_05\_25>>

1. Ahora se igualan las dos expresiones que son equivalentes a *y* posteriormente se despeja *x* en esta nueva ecuación:

<<MA\_09\_05\_26.gif>>

1. Se remplaza a *x* por 9 en cualquiera de las dos ecuaciones originales y se despeja a *y,*  en este caso se remplazara en la ecuación
2. <<MA\_09\_05\_27.gif>> *.*
3. Se encontró que x = 9, *y = 5* ahora se deben remplazan los valores encontrados en las dos ecuaciones para comprobarlos:

En la primera ecuación:

<<MA\_09\_05\_28.gif>> *.*

en la segunda ecuación:

*2x - 7y = -17 → (2.9) – (7.5) = -17 → 18 – 35 = -17 → -17 = -17*

Como x = 9, *y = 5* satisfacen las dos ecuaciones del sistema esta es su solución.

[SECCIÓN 2**] 2.5 método de suma y resta**

El  **método de suma y resta** consiste en multiplicar una o las dos ecuaciones por números *m* y *n*  con el fin de conseguir dos ecuaciones que al sumarlas componente a componente genere una ecuación con una sola incógnita es decir que se elimine una de las incógnitas, posteriormente se despeja la incógnita que queda y se encuentra su valor, para encontrar el valor de la otro incógnita se remplaza en alguna de las ecuaciones originales el valor de la incógnita encontrada, para que se entienda de una mejor manera se presenta el siguiente ejemplo paso a paso.

Ejemplo.

Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de suma y resta:

<<MA\_09\_05\_29.gif>> *.*

1. se debe observar el sistema de ecuaciones y determinar cuál o cuáles son los números por los cuales multiplicaremos cada una de las ecuaciones para que cuando se sumen componente a componente una de las variables se elimine, en este caso multiplicaremos la primera ecuación por 9 y la segunda ecuación por 4, en la primera ecuación:

9.(8x + 4y = 18 ) → 72 x + 36y = 162

En la segunda ecuación:

4.(20x - 9y = - 12) → 80x - 36y =- 48.

Como se puede observar se va a eliminar la variable ya que en la primera ecuación quedo *36y*, en la segunda ecuación quedo *-36y.*

1. Ahora se suman las dos ecuaciones componente a componente para eliminar una de las incógnitas:

72x + 36y = 162

80x - 36y = -48

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

152x + 0y = 114

Se obtiene la ecuación 152x + 0y = 114, en la cual se despeja la *x*:

152x = 114 → x = → x =3/4, es decir que el valor de *x* en el sistema de ecuaciones es 3/4.

1. Falta encontrar el valor de *y*, para ello se escoge cualquiera de las dos ecuaciones originales en este caso se escogerá la ecuación *8x + 4y = 18* , y se remplaza la incógnita que ya se conoce es decir a *x por 3/4*  y se despeja la incógnita *y*:

<<MA\_09\_05\_30.gif>> *.*

ya se tiene los valores de las incógnitas

<<MA\_09\_05\_31.gif>> .

1. Por último se comprueba remplazando los valores de las incógnitas en el sistema de ecuaciones, en la primera ecuación:

<<MA\_09\_05\_32.gif>> .

En la segunda ecuación:

<<MA\_09\_05\_33.gif>> .

como el valor de las incógnitas satisface las ecuaciones del sistema se ha encontrado la solución:

<<MA\_09\_05\_34.gif>> .

[SECCIÓN 2**] 2.6 método de determinantes**

Para explicar en qué consiste el **método de determinantes** es necesario que conozcas que son las **matrices**  y que son los **determinantes**.

[SECCIÓN 3**] 2.6.1 matrices**

Las **matrices** son arreglos de números o expresiones ordenados por **filas** y **columnas**, las filas son los arreglos que están ubicados de forma horizontal, y las columnas son los arreglos que están ubicados de forma vertical:

<<MA\_09\_05\_35.gif>> .

La matriz *A* tiene 2 filas y 3 columnas es decir que la matriz es de dimensión 2×3, a cada posición de la matriz se le asigna un par de coordenadas el primer número determina a que fila pertenece y el segundo a que columna pertenece por ejemplo el numero ubicado en *a13* indica que está en la fila 1 columna 3.

Ejemplos de matrices

* <<MA\_09\_05\_36.gif>> .

matriz dimensión 2×2

* <<MA\_09\_05\_37.gif>> .

matriz dimensión 3×3

* <<MA\_09\_05\_38.gif>>

matriz dimensión 2×3

Con el conjunto de matrices cuyos elementos pertenecen a los reales se pueden definir operaciones como:

**Suma:** dos matrices se pueden sumar si y solo si tiene la misma dimensión, es decir mismo número de filas y mismo número de columnas se define componente a componente es decir los elementos de ocupan la misma posición.

* Ejemplo:

<<MA\_09\_05\_39.gif>>

<<MA\_09\_05\_40.gif>>

<<MA\_09\_05\_41.gif>>

**Multiplicación:** dos matrices se pueden multiplicar si y solo si la cantidad de filas de la primera matriz es igual a la cantidad de columnas de la segunda matriz, el elemento *anm* del resultado se obtiene multiplicando cada elemento de la fila *n* de la primera matriz por cada elemento de la columna *m* de la segunda matriz y sumándolos.

Ejemplo:

<<MA\_09\_05\_42.gif>>

<<MA\_09\_05\_43.gif>>

<<MA\_09\_05\_44.gif>>

[SECCIÓN 3**] 2.6.2 determinante de una matriz**

El **determinante** de una matriz  *A* es un número real que se le asignar a las matrices de dimensión es decir que tenga la misma cantidad de filas y de columnas que se denota como *detA* o *|A|* por el momento se trabajara con ecuaciones de dimensión 2×2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | Un grupo de historiadores le atribuyen la introducción de los determinantes a Leibniz en 1693, pero otros historiadores le atribuyen esta introducción a Seki Takakazu en 1683. |

**Determinante matriz 2×2**

La forma para encontrar el determinante de una matriz de orden *2×2* se describe a continuación de manera general, si se tiene la matriz :

<<MA\_09\_05\_45.gif>>

Se multiplica el número que se encuentra en la posición *a11*con el número que se encuentra en la posición *a22*, a este resultado se le resta el producto de los números que se encuentra en la posición *a21* y la posición *a22*el resultado de la resta será el valor del determinante de la matriz, es decir:

*|A |= (a11.a22) - (a21.a12).*

Ejemplo: encuentre el determinante de la matriz

<<MA\_09\_05\_46.gif>>

*|A |= (12.7) - (-3.4) = 84 + 12 = 96*

Ahora teniendo claro que es una matriz, y cómo se encuentra el determinante de una matriz 2×2 se explicara en qué consiste el **método de determinantes para matrices *2×2*.**

El método de **determinantes** también es conocido como la **regla de cramer**, este método es utilizado para solucionar sistemas de ecuaciones *n×n* es decir la cantidad ecuaciones es igual a la cantidad de incógnitas, para el desarrollo del trabajo la explicación se realizara para sistemas de ecuaciones *2×2* pero se puede extender para sistemas de ecuaciones *n×n.*

Para comenzar se determinan tres matrices y se encontrara su determinante:

La primera matriz sus elementos son los coeficientes que acompañan las variables en cada una de las ecuaciones de forma que los coeficientes de cada variable estén ordenados en columnas, posteriormente se saca el determinante de esta matriz y se representa con un  *∆*.

La segunda matriz una de sus columnas serán los coeficientes que acompañan a una de las variables pero la otra columna serán los términos independientes de las dos ecuaciones, se saca el determinante de la matriz y se representa como ∆x o ∆y la letra en la parte inferior del triángulo depende de los coeficientes de la incógnita que se remplazaron por los términos independientes en la matriz.

La tercera matriz una de las columnas serán los coeficientes de la variable que se remplazó en la segunda matriz y la otra columna serán los términos independientes de las ecuaciones, se saca el determinante y se determina con ∆x o ∆y la letra en la parte inferior del triángulo depende de los coeficientes de la incógnita que se remplazaron por los términos independientes.

Ahora teniendo los tres determinantes se pueden encontrar los valores de las dos incógnitas de la siguiente manera:

<<MA\_09\_05\_47.gif>>

a continuación se presentara un ejemplo paso a paso para que sea más claro.

Ejemplo:

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de los determinantes:

<<MA\_09\_05\_48.gif>>

1. Se determinan las tres matrices y se encuentran sus respectivos determinantes:

<<MA\_09\_05\_49.gif>>

<<MA\_09\_05\_50.gif>>

<<MA\_09\_05\_51.gif>>

1. Ahora se encuentran los valor de *x* y de *y* utilizan los determinantes:

<<MA\_09\_05\_52.gif>>

<<MA\_09\_05\_53.gif>>

1. Los valores:

<<MA\_09\_05\_54.gif>>

se remplazan en cada una de las ecuaciones del sistema para comprobar si los valores encontrados son solución del sistema en la primera ecuación se tiene:

<<MA\_09\_05\_55.gif>>

En la segunda ecuación:

<<MA\_09\_05\_56.gif>>

Como los dos valores

<<MA\_09\_05\_57.gif>>

satisfacen el sistema estos dos valores son la solución.

[SECCIÓN 2**] 2.7 problemas de aplicación**

Los sistemas de ecuaciones lineales son utilizados para modelar y solucionar situaciones problema en diferentes ramas del conocimiento como la ingeniería, la economía, el transporte, la producción industrial, las ciencias y la misma matemática. El problema se presenta de una manera verbal en la mayoría de las situaciones y se debe llevar al lenguaje de las matemáticas, más específicamente al lenguaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Solucionar problemas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [**http://thumb9.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/1734793/165509396/stock-photo-problem-and-solution-business-concept-165509396.jpg**](http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1734793/165509396/stock-photo-problem-and-solution-business-concept-165509396.jpg)  http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1734793/165509396/stock-photo-problem-and-solution-business-concept-165509396.jpg |
| **Pie de imagen** | Leer problema analizarlo y solucionarlo |

A continuación se presentaran algunos pasos para abordar cualquier problema que se pueda modelar con sistemas de ecuaciones lineales, posteriormente se presentaran algunos ejemplos de situaciones problemas que se pueden solucionar por medio de sistema de ecuaciones lineales.

Para abordar un problema es fundamental tener en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Comprender el problema: para ello es necesario leer detenidamente identificando las incógnitas y los términos independientes de las ecuaciones que harán parte del sistema.
2. Plantear o modelar el problema: plantear el sistema de ecuaciones que modela el problema.
3. Resolver el problema: resolver el sistema de ecuaciones por medio del método que más se te facilite verificar si el sistema es compatible.
4. Comprobar la solución: remplazar los resultados obtenidos en las ecuaciones del sistema y verificar si son solución, analizar si los resultados obtenidos tiene sentido de acuerdo al contexto donde se planteó el problema.

Ejemplo 1: El costo total de 10 cuadernos y 7 lápices es de $18050 pesos, el costo total de 4 cuadernos y 6 lápices es de $9300 pesos, ¿cuál será el valor de cada artículo?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Cuaderno y lápiz |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/214081/214081,1275197720,1/stock-photo-notebook-with-pencil-over-white-d-rendered-image-54139510.jpg>  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/214081/214081,1275197720,1/stock-photo-notebook-with-pencil-over-white-d-rendered-image-54139510.jpg |
| **Pie de imagen** | Problemas contexto reales |

1. Se establecen las dos ecuaciones identificando que las incógnitas son el valor de un cuaderno y el valor de un lápiz y los términos independientes son 18050 y 9300.
2. El sistema de ecuaciones que modela este problema es:

<<MA\_09\_05\_58.gif>>

1. Se resuelve por cualquier método en este caso se utilizara el método de determinantes:

<<MA\_09\_05\_59.gif>>

<<MA\_09\_05\_60.gif>>

<<MA\_09\_05\_61.gif>>

<<MA\_09\_05\_62.gif>>

<<MA\_09\_05\_63.gif>>

1. Se llega a que el valor de un cuaderno es de $1350 pesos y de un lápiz es $650 pesos, se comprueba cada una de las ecuaciones del sistema con *x=1350, y=650:*

* en la ecuación uno:

10x + 7y = 18050 → (10.1350) + (7.650 )= 13500 + 4550 = 18050 → 18050 = 18050.

* En la ecuación dos:

4x + 6y = 9300 → (4.1350) + (6.650) = 9300 → 5400 + 3900 = 9300 → 9300 = 9300

Ejemplo 2: se tiene 25 monedas unas son de 200 pesos y otras de 500 pesos, en total con las 25 monedas se tiene $11000 pesos ¿Cuántas monedas son de 200 pesos y cuantos son de 500 pesos?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Monedas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/52627/121913815/stock-vector-vector-illustration-stacks-of-golden-coins-isolated-on-a-white-background-121913815.jpg>  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/52627/121913815/stock-vector-vector-illustration-stacks-of-golden-coins-isolated-on-a-white-background-121913815.jpg |
| **Pie de imagen** | Problemas contexto reales |

1. Se establecen las dos ecuaciones identificando que las incógnitas son el número de monedas de 500 y la otra el número de monedas de 200, los términos independientes son 25 y 11000.
2. El sistema de ecuaciones que modela este problema es:

<<MA\_09\_05\_64.gif>>

1. Se resuelve por cualquier método en este caso se utilizara el método suma o resta:

<<MA\_09\_05\_65.gif>>

Realizando la suma de las nuevas ecuaciones componente a componente se y posteriormente despejando ha *y* se obtiene:

<<MA\_09\_05\_66.gif>>

Se remplaza el valor encontrado para *y* en cualquiera de las dos ecuaciones para encontrar el valor de *x,:*

*x + y = 25 → x + 5 = 25 → x = 25 – 5 → x = 20*

1. Se llegó a que hay 20 monedas de 500 pesos y 5 monedas de 200 pesos, se comprueba estas respuestas en las dos ecuaciones, *x = 20, y = 5.*

* En la ecuación uno:

*x + y = 25 → 20 + 5 = 25 → 25 = 25.*

* En la ecuación dos:

*500x + 200y = 11000 → (500.20) + (200.5) = 11000 → 10000 +1000 =11000→ 11000 = 11000*

Ejemplo 3: en un coral se tiene gallinas y ovejas, en total hay 100 cabezas y 250 patas ¿cuantas gallinas y cuantas ovejas hay en el coral?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Gallinas y ovejas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [**http://thumb1.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/56478/140914450/stock-photo-sheep-and-chickens-freely-grazing-on-a-small-scale-sustainable-farm-140914450.jpg**](http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/56478/140914450/stock-photo-sheep-and-chickens-freely-grazing-on-a-small-scale-sustainable-farm-140914450.jpg)  http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/56478/140914450/stock-photo-sheep-and-chickens-freely-grazing-on-a-small-scale-sustainable-farm-140914450.jpg |
| **Pie de imagen** | Problemas contexto reales |

1. Se establecen las dos ecuaciones identificando que las incógnitas son la cantidad de gallinas y la otra la cantidad de ovejas, los términos independientes son 100 y 250.
2. El sistema de ecuaciones que modela este problema es:

<<MA\_09\_05\_67.gif>>

1. Se resuelve por cualquier método en este caso se utilizara el método de igualación :

En la primera ecuación se despeja *x:*

*x + y = 100 → x = 100 – y*

En la segunda ecuación se despeja *x:*

<<MA\_09\_05\_68.gif>>

Se igualan:

<<MA\_09\_05\_55.gif>>

se remplaza a *y* por 25 en cualquiera de las ecuaciones:

*x + y = 100 → x + 25 = 100 → x = 100 – 25 → x = 75*.

1. Se llega a que en el coral se encuentran 75 gallinas y 25 ovejas, se comprueban estas respuestas en las dos ecuaciones *x = 75 , y = 25.*

* En la primera ecuación:

*x + y = 100 → 75 + 25 = 100 → 100 = 100.*

* En la segunda ecuación:

2x + 4y = 250 → (2.75) + (4.25 )= 250→ 150 + 100 = 250 → 250 = 250.

Ejemplo 4: una fábrica de gaseosas tiene 2 clases de botellas una de 3 litros y otra de 5 litros, si se quieren utilizar 75 botellas y 305 litros de gaseosa ¿cuantos botellas de 3 litros y cuantas botellas de 5 litros se necesitaran?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Botellas gaseosa |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/798610/143616703/stock-vector-pet-bottle-bottle-of-water-143616703.jpg>  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/798610/143616703/stock-vector-pet-bottle-bottle-of-water-143616703.jpg |
| **Pie de imagen** | Problemas contexto reales |

1. Se establecen las dos ecuaciones identificando que las incógnitas son la cantidad de botellas de 3 litros y la otra la cantidad de botellas de 5 litros, los términos independientes son 75 y 305.
2. El sistema de ecuaciones que modela este problema es:

<<MA\_09\_05\_70.gif>>

1. Se resuelve por cualquier método en este caso se utilizara el método de sustitución:

Se despeja *x* en la segunda ecuación:

<<MA\_09\_05\_71.gif>>

Se remplaza en la primera ecuación el valor encontrado para *x* y se despeja a *y*

<<MA\_09\_05\_72.gif>>

Se remplaza *y = 40* en cualquiera de las ecuaciones para obtener a *x:*

*x + y = 75 → x + 40 = 75 → x = 75 – 40 → x = 35.*

1. Se llega a que se necesitan 35 botellas de 5 litros y 40 botellas de tres litros para envasar los 305 litros de gaseosa en 75 botellas, se comprueban estas respuestas en las dos ecuaciones *x = 35 , y = 40.*

* En la primera ecuación:

x + y = 75 → 35 + 40 = 75 → 75 = 75.

* En la según ecuación:

3x + 5y = 305 → (3.35) + (5.40) =305 → 105 + 200 = 305 → 305 = 305.

Con estos ejemplos se busca que adquieras los conocimientos y habilidades para poder modelar y solucionar situaciones problema en diferentes contextos utilizando los sistemas de ecuaciones *2×2.*

[SECCIÓN 2**] 2.8 solución de sistemas**

En las secciones anteriores se ha trabajado en la solución de sistemas de ecuaciones *2×2,* en esta sección se trabajara en torno a la **solución de sistemas de ecuaciones *3×3,*** es decir buscar tripletas *(x,y,z)* de números que satisfagan las tres ecuaciones.

Existen diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones *3×3* en esta sección se desarrollaran dos métodos, método de igualación, método de gauss jordan, existen otros métodos que puedes consultar en la web.

[SECCIÓN 3**] 2.8.1metodo igualación sistemas ecuaciones *3×3***

Para que este método sea entendible será descrito por pasos:

1. Se enumeran las tres ecuaciones como ecuación 1, ecuación 2, ecuación 3 respectivamente.
2. Se escoge la misma incógnita en las tres ecuaciones 1, 2, 3 y se despeja.
3. Se igualan la ecuación 1 con la ecuación 2, y se despeja el termino independiente, esta nueva ecuación será la número 4, se iguala la ecuación 2 con la ecuación 3, y se despeja el termino independiente, esta nueva ecuación será la numero 5, estas ecuaciones se puede igualar debido a que en las ecuaciones 1,2 y 3 se despejo la misma incógnita, esto se realiza para pasar de un sistema de tres ecuaciones con tres variables a un sistema de dos ecuaciones con dos variables.
4. se soluciona este nuevo sistema de ecuaciones por el método de igualación sistemas trabajado anteriormente, se encuentra el valor de dos incógnitas, se remplaza este valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la incógnita que hacía falta.
5. Se comprueban las tres incógnitas encontradas en las tres ecuaciones

Ejemplo:

<<MA\_09\_05\_73.gif>>

1. Se enumeran las tres ecuaciones 1,2,3:

3x + 5y +4z = 42 (1)

2x - 3y - 3z = -5 (2)

10x + 2y - 5z =74 (3)

1. Se escoge la incógnita *x* y se despeja en las tres ecuaciones.

En la ecuación (1)

<<MA\_09\_05\_74.gif>>

En la ecuación (2)

<<MA\_09\_05\_75.gif>>

En la ecuación (3)

<<MA\_09\_05\_76.gif>>

1. Se igualan las ecuaciones 1 y 2, 2 y 3 posteriormente se despeja el termino independiente:

* Ecuación 1 y 2 :

<<MA\_09\_05\_77.gif>>

* Ecuación 2 y 3:

<<MA\_09\_05\_78.gif>>

1. El nuevo sistema de ecuaciones 2×2 es:

<<MA\_09\_05\_79.gif>>

Se soluciona por el método de igualación, despejando *y* en las dos ecuaciones, en la ecuación 4:

<<MA\_09\_05\_80.gif>>

En la ecuación 5:

<<MA\_09\_05\_81.gif>>

Se iguala estas dos ecuaciones y se despeja :

<<MA\_09\_05\_82.gif>>

ahora se remplaza z por -2 en cualquiera de las ecuaciones anteriores para encontrar el valor de *y.*

<<MA\_09\_05\_83.gif>>

Ya se tiene el valore de dos de las incógnitas *z =-2 ,y = 7,* ahora se remplazan estos dos valores en cualquiera de las ecuaciones iniciales 1,2 o 3 y se obtiene el valor de la incógnita que hace falta, se remplazaran estos valores en la ecuación 1 y se despeja la incógnita:

<<MA\_09\_05\_84.gif>>

1. Los valores encontrados son: *z = -2 ,y = 7,x = 5* se comprueban en las ecuaciones 1,2 y 3 :

* En la primera ecuación: *3x + 5y + 4z = 42 → (3.5) + (5.7) + 4 . (-2) = 42 → 15 + 35 – 8 = 42 → 42 = 42.*
* En la segunda ecuación: *2x - 3y - 3z = -5 → (2. 5 )- (3.7 )- (3.-2) = -5 → 10 -21 + 6= -5 → -5 = -5.*
* En la tercera ecuación : 10x + 2y - 5z = 74 → (10.5)+(2.7)-(5.-2) = 74 → 50 + 14 + 10 = 74 → 74 = 74

Como *z=-2 ,y=7 ,x=5* comprueban las tres ecuaciones son solución del sistema.

[SECCIÓN 3**] 2.8.2 método Gauss Jordan sistemas de ecuaciones *3×3***

El método de **gauss Jordán** se describe en los siguientes pasos:

1. Representar el sistema de ecuaciones por medio de una matriz aumentada, es decir:

<<MA\_09\_05\_85.gif>>

La matriz aumentada que representa este sistema de ecuaciones es: <<MA\_09\_05\_86.gif>>

1. Llevar la matriz aumentada que representa el sistema de ecuaciones a otra matriz aumentada equivalente llamada la matriz identidad que es de la forma.
2. <<MA\_09\_05\_87.gif>>

donde *m,n,p* son números reales y serán la solución al sistema de ecuaciones, para llevar la matriz aumentada que representa el sistema de ecuaciones a la matriz aumentada identidad se pueden aplicar a las filas y a las columnas intercambios, operaciones como suma, resta multiplicación y división, teniendo en cuenta que lo que se realice se aplica a todos los elementos de la fila o de la columna.

1. Realizar la comprobación en el sistema de ecuaciones.

Par que sea más claro observa el siguiente ejemplo:

Resolver el sistema de ecuaciones por el método de gauss Jordán

<<MA\_09\_05\_88.gif>>

1. Representación del sistema por medio de una matriz aumentada:

<<MA\_09\_05\_89.gif>>

Llevar la matriz aumentada:

<<MA\_09\_05\_90.gif>>

Donde *m = x ,n = y, p = z* es decir será la solución del sistema, esto se consigue de la siguiente manera:

será fila uno, fila dos y fila tres y se especificaran las operaciones o cambios que se realicen paso a paso.

1. <<MA\_09\_05\_91.gif>>

<<MA\_09\_05\_92.gif>>

<<MA\_09\_05\_93.gif>>

La solución del sistema de ecuaciones es *x=5 ,y=7 ,z=-2.*

1. Se comprueba remplazando en cada una de las ecuaciones del sistema:

* En la primer ecuación:

*3x + 5y + 4z = 42 →(3.5) + (5.7) + (4.-2) = 42→15 + 35 – 8 = 42 →* ***42=42***

* En la segunda ecuación:

*2x - 3y -3z = -5 →(2.5) - (3.7) - (3.-2) = -5 → 10 – 21 + 6 = -5 →* ***-5=-5***

* En la tercera ecuación:

*10x + 2y - 5z = 74 → (10.5) +(2.7) - (5.-2 )= 74 → 50 + 14 + 10 = 74 →* ***74 = 74***

*x=5,y=7,z=-2*. Son solución del sistema:

<<MA\_09\_05\_94.gif>>

Nota: si al solucionar el sistema de ecuaciones por el método de gauus jordan:

* Aparece una fila de la forma:

<<MA\_09\_05\_95.gif>>

siendo *a* cualquier número real diferente de cero el sistema será incompatible es decir no tendrá solución.

* Aparece una fila de la forma.

<<MA\_09\_05\_96.gif>>

el sistema tendrá infinitas soluciones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | El método es llamado Gauss Jordan en homenaje a Carl Friedrich Gauss y Wilhelm Jordan |

[SECCIÓN 1**] 3. Desigualdades lineales con dos incógnitas**

Se puede decir que una **desigualdad lineal** o una  **inecuación lineal** con dos incógnitas son expresiones que se pueden escribir de las formas : ax + by >c, ax + by < c, ax + by ≥ c, ax + by ≤c donde a,b,c ∈ ℝ

Ejemplos:

* *2x + 3y > 2*
* *12x ≤ 3y + 1*
* *x ≥ y*
* <<MA\_09\_05\_96.gif>>

[SECCIÓN 2**] 3.1 solución de desigualdades con dos incógnitas**

Cuando se habla de **solucionar una desigualdad con dos incógnitas** se debe encontrar todos las duplas *(x,y)* que satisfacen la desigualdad, es decir que hacen que la desigualdad sea verdadera.

Uno de los métodos que se utiliza se describirá a continuación paso a paso:

1. Se cambia el signo de la desigualdad por el signo igual.
2. Se despeja la variable *y*.
3. Se grafica la recta en el plano cartesiano.
4. Se analiza el grafico, como el plano queda dividido en dos semiplanos por la recta que se grafica, una de estas dos regiones es la solución de la inecuación si la desigualdad es *≤* o *≥* la recta será parte de la solución, pero si la desigualdad es < o > la recta no ara parte de la solución, para saber cuál de los dos semiplanos es la solución de la desigualdad se escogen un punto de cada semiplano y se remplazan en la inecuación, el punto que cumpla la desigualdad determina la región que es solución de la inecuación.

Ejemplo: encuentre la solución de la siguiente desigualdad *2x + 4y > 10.*

1. *2x + 4y < 10 → 2x + 4y = 10.*
2. <<MA\_09\_05\_98.gif>>
3. Graficar la ecuación:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una ecuación lineal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 5\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de la ecuación <<MA\_09\_05\_99.gif>> |

1. Escoger dos puntos uno de cada semiplano y remplazarlos en la inecuación, el punto *D= (-4,-1*) y el punto *C= (5,3).*

* Punto *D= (-4,-1), 2x + 4y > 10 → (2.-4) + (4.-1 )> 10 → -12 > 10,* se llega a una falsedad, esto quiere decir que el semiplano donde eta ubicado el punto D no es solución de la desigualdad.
* punto *C= (5,3), 2x +4y > 10 → (2.5) + (4.3) > 10 → 22 > 10*, se llega a una verdad esto quiere decir que el semiplano donde está ubicado el punto C es la solución de la desigualdad, sin incluir la recta por que la desigualdad es >.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Representación gráfica de la solución de una inecuación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 5\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | * Grafica de la solución de la inecuación *+ 4y>10* |

Esta es la forma como se soluciona una desigualdad lineal, pero ¿será que existen sistemas de desigualdades lineales? , la respuesta es si y ser explicado en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2**] 3.1 sistemas de desigualdades lineales**

En las secciones anteriores el trabajo se baso en los sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones, pero además también existen **sistemas de desigualdades lineales,**  en esta sección se explicara que es un sistema de desigualdades lineales con dos variables y la forma como se puede solucionar.

[SECCIÓN 2**] 3.1.1 que es un sistema de desigualdades lineales con dos variables**

Un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas se puede definir como un conjunto de desigualdades, que se puede escribir de manera general como:

<<MA\_09\_05\_100.gif>>

Donde *a1,b1,c1,a2,b2,c2………..an,bn,cn ∈ ℝ x,y* son las incógnitas y puede ser cualquier otro símbolo de desigualdad.

Ejemplos:

<<MA\_09\_05\_101.gif>>

<<MA\_09\_05\_102.gif>>

<<MA\_09\_05\_103.gif>>

SECCIÓN 2**] 3.1.2como solucionar un sistema de desigualdades lineales con dos variables.**

Para **solucionar un sistema de desigualdades lineales** se cambian todos los símbolos de desigualdad por el signo igual es decir que todas las desigualdades se convierten en ecuaciones, después se despeja la incógnita en cada una de las ecuaciones y se grafica una por una definiendo cual de la región es solución de la inecuación como se realizó en la sección anterior en el mismo plano, si al graficar todas las ecuaciones existe un región que sea la intersección de todas las soluciones de las inecuaciones esta será la solución del sistema, cuando el símbolo de la desigualdad es la recta que limita no hace parte de la solución, pero si los sino de la desigualdad son las recta que limita si hace parte de la solución del sistema.

Ejemplo: solucionar el siguiente sistema de desigualdades lineales:

<<MA\_09\_05\_104.gif>>

1. Se convierte cada desigualdad en ecuación y se despeja *y*:

* <<MA\_09\_05\_1005gif>>
* <<MA\_09\_05\_106.gif>>

1. Se grafica la primera ecuación:

<<MA\_09\_05\_107.gif>>

y se encuentra la solución de la desigualdad : *3x+2y≤10*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Representación gráfica de la solución de una inecuación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\guion 5\imagenes\5.jpg |
| **Pie de imagen** | * Grafica de la solución de la inecuación:*3x + 2y ≤ 10* |

1. Se grafica la segunda ecuación

<<MA\_09\_05\_108.gif>>

en el mismo plano que se graficó la primera ecuación y se encuentra la solución de segunda inecuación *x + 2y < 2* , además la intersección de las dos soluciones será la solución del sistema.

<<MA\_09\_05\_109.gif>>

La región está determinada por dos semirrectas, la semirrecta que hace parte de la solución hace parte de la solución mientras que la semirrecta que hace parte de la solución no hace parte de la solución

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Representación gráfica de la solución de un sistema de inecuación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\guion 5\imagenes\6.jpg |
| **Pie de imagen** | * Grafica de la solución de la inecuación:   <<MA\_09\_05\_110.gif>> |