|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Función y ecuación cuadrática |
| **Código de guion** | MA\_G09\_05\_CO |
| **Descripción** | En la vida cotidiana, en la naturaleza en las ciencias y en las mismas matemáticas existen situaciones que no se pueden modelar con funciones o ecuaciones lineales, en algunas ocasiones es necesario utilizar otra clase de funciones y ecuaciones que reciben el nombre de cuadráticas, te invitamos a que las conozcas las intérpretes y las manejes. |

Ya debes conoces a las funciones y a las ecuaciones lineales, el trabajo que se va a desarrollar en estas secciones girara entorno a las funciones y ecuaciones cuadráticas, es importante que recuerdes la diferencia que existen entre función y ecuación y la forma como se relacionan, este conocimiento será de gran ayuda para el trabajo que se desarrollara a continuación.

[SECCIÓN 1] **1. La función cuadrática**

La **función cuadrática** se puede definir como toda expresión que se puede escribir de la forma ƒ*(x)= ax2 + bx + c,* donde *a,b,c* son números realescon  *a* diferente de  *0*, la representación gráfica de esta clase de funciones son parábolas que pueden abrir para arriba o para abajo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_IMG01 |
| **Descripción** | Arcoíris |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/822973/137729087/stock-photo-rainbow-over-the-sea-and-rock-137729087.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/822973/137729087/stock-photo-rainbow-over-the-sea-and-rock-137729087.jpg> |
| **Pie de imagen** | *En la naturaleza el arcoíris describe una parábola.* |

Matemáticamente se puede definir como: ƒ : ℝ → ℝ/ƒ*(x)= ax2 + bx + c,* con  *a,b,c ∈* *ℝ* y *a≠ 0.*

Ejemplo:

* La función ƒ*(x) = x2*, x *∈* ℝ , para obtener una representación gráfica se asignan valores a *x* para encontrar los valores de ƒ*(x):*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| *ƒ (x)* | 0 | 1 | 1 | 4 | 4 | 9 | 9 |

Teniendo estos puntos se puede trazar su gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_IMG02 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función* ƒ *(x)=x2* |

Ejemplo:

* La función ƒ*(x) = x2 + 2x* , x *∈* ℝ, para obtener una representación gráfica se asignan valores a *x* para encontrar los valores de ƒ*(x):*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| *ƒ (x)* | 0 | 3 | -1 | 8 | 0 | 15 | 3 |

Su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG03 |
| **Descripción** | Representación grafica de una función cuadrática |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función* ƒ*(x)=x2+2x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *las primeras ecuaciones cuadráticas aparecen en los años 1600 a 1800 A.C en la antigua Mesopotamia* |

El mecanismo para graficar funciones cuadráticas no es tan sencilla como el mecanismo para graficar funciones lineales, en las cuales solo era necesario encontrar dos puntos y se trazaba la recta, en la función cuadrática es necesario encontrar algunos puntos específicos que definen la parábola, en la siguiente sección se mostrara una forma para trazar la gráfica de una función cuadrática.

[SECCIÓN 2**] 1.1 Trazado de gráficas *y = ax2 + bx + c***

Como ya se sabe cada función determina como mínimo una ecuación es decir que toda función de la forma ƒ*(x) = ax2 + bx + c*se puederepresentar al menos con una ecuación de la forma *y= ax2 + bx + c*, existe un mecanismo para graficar esta clase de **ecuaciones cuadráticas**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Puente cuyas bases forman una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/533572/218553973/stock-photo-charles-bridge-in-prague-czech-republic-218553973.jpg>  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/533572/218553973/stock-photo-charles-bridge-in-prague-czech-republic-218553973.jpg |
| **Pie de imagen** | *Creación del hombre utilizando parábolas, puente.* |

Recuerda que la que la representación gráfica de este tipo de función como ya se había nombrado anteriormente son parábolas, es decir curvas en forma de u o n, geométricamente una parábola es la curva en la cual todos los puntos equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz, las partes de la parábola son:

**Vértice (V):** punto que pertenece a la parábola que se encuentra ubicado en el eje de simetría

**Foco (F):** punto fijo que no pertenece a la parábola que se ubica en el eje focal y que está a una distancia *p* del vértice.

**Eje focal o de simetría:** recta que divide simétricamente a la parábola en dos partes o en dos brazos y pasa por el vértice.

**Directriz (d):** recta perpendicular al eje focal que está ubicado a una distancia *p* del vértice y fuera de la parábola

**Distancia focal (p):** se define como el parámetro que indica la distancia entre el vértice y el foco, el vértice y la directriz.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG05 |
| **Descripción** | Parábola y sus partes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg#/media/File:Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg>  https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/cb/Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg/400px-Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg.png |
| **Pie de imagen** | *Partes de la parábola* |

En este momento no es necesario profundizar en las definiciones y las características de las partes de la parábola ya que lo que se quiere es trazar su gráfica, por tal motivo solo se utilizaran las partes que se necesitaran para ello.

Si se tiene la ecuación *y = ax2 + bx + c*  una forma para poderla trazar la gráfica será descrita paso a paso, cabe resaltar que esta forma no es la única y existen otras que podrás consultar, los pasos son los siguientes:

1. **Encontrar su vértice:** para determinar el vértice de una parábola se utiliza la siguiente fórmula Vértice (v):

<< MA\_09\_06\_01.gif>>

1. **Saber si la parábola abre para arriba o para abajo:** se debe observar cual es el signo de *a*, si *a* es positivo la parábola abre para arriba, si *a* es negativo la parábola abre para abajo.
2. **Encontrar los puntos de corte con el eje *x:***cabe la posibilidad que la gráfica no tenga puntos de corte con el eje x, que tenga un punto de corte o tenga dos puntos de corte, para determinar esto se debe tener la ecuación de la forma *y = ax2 + bx + c*  y remplazan los valores en la siguiente formula:

<<MA\_09\_06\_02.gif>>

1. **Encontrar el punto de corte con el eje *y*:** se debe remplazar a *x* por *0* en *y =ax2+bx+c* y encontrar el valor de *y*.
2. **Trazar la gráfica:** se deben ubicar los puntos y trazar la gráfica, si no es posible crear un esbozo con los puntos que se tiene se ubican otros puntos para poder crear la representación gráfica, recuerda que el trazo de esta curva no es recto como el de las ecuaciones lineales sino un poco curvo, observa algunos ejemplos de la forma como se grafica una función cuadrática:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El primero en usar el término parábola fue el geómetra griego Apolonio de Perge (260 a.C -190 a.C) en su tratado de cónicas.* |

* Ejemplo 1, graficar la función *ƒ(x) = 2x2 + 8x + 1→ y = 2x2 + 8x + 1.*

1. Se determinar su vértice utilizando las formula:

<<MA\_09\_06\_03.gif>>

donde *a = 2, b = 8, c = 1*

<<MA\_09\_06\_04.gif>>

* *x = -2,* para obtener *a y se* remplazan *x = -2*  en:

*y = 2x2 + 8x + 1 → y = 2.(-2)2 + 8.(-2) + 1 = 8 + (-16) + 1 = -*7 es decir que el vértice de esta parábola es (-2,-7).

1. Como el valor de *a = 2* el signo es positivo la parábola abre para arriba.
2. Se deben encontrar los puntos de corte con el eje *x* si existen utilizamos la fórmula:

<<MA\_09\_06\_05.gif>>

donde *a = 2, b = 8, c = 1:*

<<MA\_09\_06\_06.gif>>

y

<<MA\_09\_06\_07.gif>>

.

Esta función tiene dos puntos de corte con el eje X que son *(-0.13,0) y (-3.87,0).*

1. Encontrar el punto de corte con el eje Y, es decir el valor que toma *y* cuando *x = 0:*

*y = 2(0)2 + 8.0 + 1 → 0 + 0 + 1 → y = 1*.

el punto de corte con el eje *Y* es *(0,1).*

1. Se tienen los siguientes puntos para esbozar la gráfica:

(-2,-7), *(-0.13,0), (-3.87,0) y* (0,1) sabiendo que el vértice es (-2,-7) y que abre para arriba se procede a graficarla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG06 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\planeta\guion 6\imagenes\3.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 2x2 + 8x + 1* |

:

* Ejemplo 2, grafique ƒ*(x) = x2- 2x + 1 → y = x2- 2x + 1.*

1. Se determinar su vértice donde *a = 1, b = -2, c = 1* utilizando la fórmula:

<<MA\_09\_06\_08.gif>>

para obtener el valor de *y* se remplazando a *x* por 1, en la ecuación

*y = x2- 2x + 1→ y = 1.(1)2 -(2.1) + 1 → 1 – 2 + 1= 0* → y = 0.

el vértice de esta parábola es (1,0).

1. Como el valor de *a = 1* el signo es positivo la parábola abre para arriba.
2. Se deben encontrar los puntos de corte con el eje *x,* utilizamos la fórmula:

<<MA\_09\_06\_09.gif>>

donde *a = 1, b = -2, c = 1:*

<<MA\_09\_06\_10.gif>>

donde

<<MA\_09\_06\_11.gif>>

en este caso solo existe un punto de corte con el eje X, que es el mismo vértice (1.0)

1. Encontrar el valor de *y* cuando *x=0,*

*Y = (0)2 - (2.0) + 1 → y = 0 – 0 + 1 → y = 1.*

se obtiene  otro punto (0,1).

1. En este caso solo se tiene dos puntos (1,0), (0,1) y no son suficientes para esbozar la gráfica por esta razón se debe buscar otros punto, una forma de buscarlos es darle valores a *x* en la función teniendoen cuenta donde está ubicado el vértice.

*x*= 2, *y = 22 - (2.2) + 1 → 4 -4 + 1 = 1*

se obtiene otro punto *(2,1).*

x= -1, y=-12 - (2.-1) + 1 → 1 + 2 + 1 = 4

se obtiene otro punto *(-1,4).*

Ahora los puntos que se tiene para esbozar la gráfica son: (1,0), (0,1), *(2,1).* *(-1,4)* teniendo en cuenta que el vértice está ubicado en el *punto* (1,0) y que la parábola abre para arriba:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG07 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\4.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = x2 - 2x + 1* |

Existe una clasificación de las funciones cuadráticas la cual depende del tipo de gráfica, esta clasificación la podrás ver en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2**] 1.2 Tipos de graficas**

En la sección anterior se mostró una forma para trazar la gráfica de una función cuadrática**,** en esta sección se realizara una clasificación de estas graficas teniendo en cuenta donde está ubicado su vértice y para donde abren los brazos de la parábola:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG08 |
| **Descripción** | Chorro de agua |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/272821/272821,1246831178,1/stock-photo-drops-of-water-against-blue-sky-33174313.jpg |
| **Pie de imagen** | *Descripción de una parábola con un chorro de agua* |

1. **Parábolas con el vértice en el origen (0.0) y abre para arriba:** su ecuación es de la forma *y = ax2* donde *a > 0.*

Ejemplo: *y = 3x2* el vértice es (0,0) y abre para arriba por que el 3 > 0, su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG09 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\6.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 3x2* |

1. **Parábolas con el vértice en el origen (0.0) y abre para abajo:** su ecuación es de la forma *y = ax2* donde *a < 0*.

Ejemplo: *y = -3x2* el vértice es (0,0) y abre para abajo por que *-3< 0,* su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG10 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\7.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = -3x2* |

1. **Parábolas con el vértice en *(0,b)* y abren para arriba:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + b* donde *a > 0.*

Ejemplo: *y = 2x2 + 3* el vértice es (0,3) y abre para arriba por que 2 > 0, su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG11 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\8.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 2x2* +3 |

1. **Parábolas con el vértice en *(0,b)* y abren para abajo:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + b* donde *a < 0*

Ejemplo: *y = -2x2* + 3 el vértice es (0,3) y abre para abajo por que 2< 0, su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG12 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\9.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = -2x2* +3 |

1. **Parábolas con el vértice en *(d,e)* y abren para arriba:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + bx o*  *y = ax2 + bx + c*  donde *a > 0*

Ejemplo: *y= 4x2* +2x el vértice es:

<<MA\_09\_06\_12.gif>>

y la parábola abre para arriba por que 4 > 0, su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG13 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\10.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 4x2 + 2x* |

1. **Parábolas con el vértice en *(d,e)* y abren para abajo:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + bx o*  *y = ax2 + bx + c* donde *a < 0.*

Ejemplo: *y= -2x2 + 12x + 1* el vértice es *(3,19)* y abre para abajo por que

-2 < 0, su grafica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la Parábola y= -2x2*  + 12x + 1 |

Estos son los seis tipos de graficas que generan las funciones cuadráticas teniendo en cuenta la ubicación de su vértice y en qué dirección abre la parábola.

En la siguiente sección se estudiara qué significado tiene los puntos de corte de la gráfica con el eje X, hasta el momento se utilizaron estos puntos de corte para graficar la función pero no solo son utilizados para ese fin.

[SECCIÓN 2**] 1.3 Los ceros de la función cuadrática**

**los ceros de una función cuadrática o las raíces** son los valore de *x* cuando la función es igual a cero, gráficamente son los valores de *x* cuando la función pasa por el eje X, es decir todo los puntos de la forma *(x,0)* recuerda que por ser cuadrática la función tiene como máximo 2 puntos de corte con el eje X los cuales se denominan *x1* y *x2,* cabe recordar que no todas las funciones cuadráticas tienen dos raíces, algunas tiene una raíz y otras no tiene ninguna, eso se debe a que no todas la graficas de las funciones cuadráticas tocan o pasan por el eje X, a continuación se mostraran tres ejemplos que simulan las tres situaciones que se pueden presentar con los ceros de una función cuadrática:

* **Que tenga dos ceros**: la función *f(x)= 2x2 + 4x* tiene dos ceros o dos raíces las cuales son  *x1 = -2* y *x2 = 0*, ya que al remplazar a x por estos valores el valor de la función es cero, en la gráfica se pueden observar de una mejor manera.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Representación gráfica de función cuadrática que tiene dos raíces o ceros |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | *Ggráfica de la Parábola f(x)= 2x2+4x* sus ceros son x1= -2 y x2= 0 |

* **Que tenga un cero:** *f(x)= 2x2 - 12x + 18*  tiene un solo cero o una sola raíz *x1 = 3*, este es el único valor que se si se remplaza en la función el resultado será cero, observa la gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática que tiene una raíz o un cero. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\13.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la Parábola f(x)= 2x2-12x+18*  sus cero es x1= 3 |

* **Que no tenga ceros**: *f(x) = 2x2 - 4x + 4* esta función no tiene ningún cero o raíz ya que su grafica no toca al eje *X,* es decir no existe ningún valor de x que al remplazarla en la función arroje como resultado cero. observa la gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática que no tiene raíz o ceros. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\14.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 2x2- 4x + 4*  no tiene ceros |

Encontrar **los ceros** de una función cuadrática es lo mismo que solucionar la ecuación cuadrática que se le asignar a dicha función cuando y = 0, en las siguientes secciones se mostraran algunos métodos para encontrar los ceros de la función cuadrática o solucionar la ecuación cuadrática, cabe recordar que uno de esos métodos ya fue trabajado de una manera superficial cuando se quería grafica una función cuadrática y se buscaban los puntos de corte con el eje X.

[SECCIÓN 1**] 2 Ecuación cuadrática**

Una **ecuación cuadrática** es aquella en la cual el exponente mayor de la incógnita es igual a dos, se puede expresar de la forma *ax2+bx+c=0,* donde *a,b,c* ∈ ℝ y *a ≠ 0,* también se conocen con el nombre de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, algunos ejemplos de ella son:

* *2x2 + 3x + 5 = 0*
* *x2 = -1*
* *-x2 = 0*
* *23x2 = 2x*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Lanzamiento de jabalina |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/487144/111565067/stock-photo-full-length-of-man-with-arm-extended-about-to-release-javelin-111565067.jpg>  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/487144/111565067/stock-photo-full-length-of-man-with-arm-extended-about-to-release-javelin-111565067.jpg |
| **Pie de imagen** | *El tiempo, la distancia, la altura del lanzamiento de jabalina puede ser modelado por ecuaciones cuadrática* |

Se pueden categorizar las ecuaciones cuadráticas en dos grupos:

El primer grupo recibe el nombre de  **ecuaciones cuadráticas completas**, como su nombre lo indica son las ecuaciones en las cuales todos sus coeficientes son distintos a cero, es decir que se pueden expresar de la forma *ax2 + bx + c = 0* con *a ≠ 0, b ≠ 0 y c ≠ 0.*

Ejemplos:

* *3x2+3x = -4*
* *-12x2-7x+12=0*
* *12x2-=2x- 10*

El segundo grupo recibe el nombre de **ecuaciones cuadráticas incompletas**, como su nombre lo indica son aquellas ecuaciones en las cuales no todos sus coeficientes son diferentes a cero, de este tipo de ecuaciones incompletas se desprende tres clases:

* **La primera clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma *ax2 = 0* es decir que *a ≠0, b = 0 y c = 0.* se denominan incompletas puras.

Ejemplos:

* *2x2=0*
* *-4x2=0*
* **La segundo clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma ax2 + c = 0 es decir que *a ≠ 0 , b= 0* y *c ≠ 0* , este clase de ecuaciones se denominan incompletas puras.

Ejemplos:

* *3x2 – 7 = 0*
* *-12x2 + 2 = 0*
* **La tercer clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma ax2 + bx = 0 es decir que *a ≠ 0, b ≠ 0 y c = 0,* esta clase se denominan incompletas binomiales.

Ejemplo:

* *3x2 - 2x = 0*
* *6x2 + 7x = 0*

Cuando se pretende resolver cualquier **ecuación cuadrática** pueden pasar una de las siguientes tres situaciones:

1. Que la ecuación no tenga solución en los números reales.
2. Que la ecuación tenga una única solución en los números reales.
3. Que la ecuación tenga dos soluciones en el conjunto de los números reales.

Para determinar qué situación es la que se presenta y encontrar la o las soluciones si existe, se han creado diferentes métodos, alguno de ellos serán desarrollados en las siguientes secciones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG19 |
| **Descripción** | Representación por áreas de una ecuación cuadrática |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\planeta\guion 6\imagenes\15.jpg |
| **Pie de imagen** | *Algunas ecuaciones cuadrática se pueden representar por áreas rectangulares o cuadradas x2 + 2x = 25* |

[SECCIÓN 2**] 2.1 solución de Ecuación cuadrática incompletas**

Como ya se ha visto existen tres clases de **ecuaciones cuadráticas incompletas,** para cada una de estas clases se definirá un método para poderlas determinar si tiene solución y si la tiene cual o cuales son, estos métodos se desarrollaran a continuación:

1. cuando las ecuaciones cuadráticas son **incompletas** de la forma *ax2 = 0*:

se debe despeja a *x:*

<<MA\_09\_06\_13.gif>>

se puede concluir que todas las ecuaciones de la forma *ax2=0:*

* tiene solución
* solo tiene una solución.
* La solución es x= 0.

Ejemplo:

* *5x2 = 0* se despeja a *x.*

<<MA\_09\_06\_14.gif>>

se comprueba en la ecuación que *x = 0* es solución:

*5.02 = 0 → 5.0 = 0 → 0 = 0.*

1. Cuando son de la forma *ax2 + c = 0:*

*se* despeja *x*,

<<MA\_09\_06\_15.gif>>

,

la solución general de este tipo de ecuaciones está dada por

<<MA\_09\_06\_16.gif>>

se puede concluir que todas las ecuaciones de la forma *ax2+c=0* se cumple *:*

* la ecuación tiene solución en el conjunto de los números reales si y solo si

<<MA\_09\_06\_17.gif>>

.

* Si en la ecuación

<<MA\_09\_06\_18.gif>>

la ecuación tendrá dos soluciones que se definen como:

<<MA\_09\_06\_19.gif>>

y

recuerda que todo número positivo tiene dos raíces la raíz positiva y la raíz negativa.

* Si

<<MA\_09\_06\_20.gif>>

la ecuación no tendrá solución en el conjunto de los números reales, las soluciones serán números complejos recuerda que la raíz cuadrada de números negativos no existe en el conjunto de los números reales.

* Cuando

<<MA\_09\_06\_21.gif>>

La fórmula generar para resolver este tipo de ecuaciones es

<<MA\_09\_06\_22.gif>>

Ejemplos:

* Resolver *3x2-27=0*, se comprueba que tenga solución remplazando *a = 3* y *c = -27* y que cumpla la desigualdad:

<<MA\_09\_06\_23.gif>>

Como se cumple la desigualdad la ecuación si tiene solución en los números reales.

Ahora utilizando la formula se buscan su solución

<<MA\_09\_06\_24.gif>>

<<MA\_09\_06\_25.gif>>

<<MA\_09\_06\_26.gif>>

esta ecuación tiene dos soluciones *x1=3* y *x2=-3*, recuerda que para comprobar si los resultados obtenidos son solución se remplaza los valores encontrado de *x* en la ecuación:

cuando *x1 = 3, 3x2 – 27 = 0 → (3.32) – 27 = 0 → (3.9) – 27 = 0 → 27- 27 = 0 → 0 = 0.*

cuando *x2=-3, 3x2 – 27 = 0 → (3.-32) – 27 =0 → (3.9) -27 = 0 → 27- 27 = 0 → 0 = 0.*

Como se puede observar *x = 3* y *x = -3* son solución de la ecuación.

* Resolver *3x2+27=0*, se comprueba que tenga solución remplazando a = 3 y c = 27 y que se cumpla la desigualdad

<<MA\_09\_06\_27.gif>>

Como no cumple la desigualdad esta ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales, recuerda que las raíces cuadradas cuando la cantidad sub radical es negativa no existe en el conjunto de los números reales que es el conjunto donde se está trabajando, sus soluciones son números complejos.

1. Cuando son de la forma *ax2 + bx = 0:*

Como no se puede despejar directamente el mecanismo para solucionar este tipo de ecuaciones es factorizar a la *x* utilizando factor común: *x.(ax+b)= 0* , recuerda que para que el resultado de un producto sea igual a cero uno de los dos factores o los dos factores debe ser cero, es decir que una de las soluciones es *x = 0,* la otra solución se encuentra igualando a cero el otro factor es decir *ax+b= 0* se despeja la *x* y se encuentra la otra solución :

<<MA\_09\_06\_28.gif>>

Ejemplo:

* Resolver la ecuación *4x2+7x=0,* se factoriza *x*, quedando de la siguiente manera la ecuación*, x(4x+7)=0,* una de las soluciones es *x = 0,* la otra solución se encuentra igualando *4x + 7 = 0* y despejando a *x:*

<<MA\_09\_06\_29.gif>>

las dos posibles soluciones son:

<<MA\_09\_06\_30.gif>>

se remplazan estos dos resultados en la ecuación para verificar que son las soluciones:

Cuando:

*x = 0 →4x2+7x=0 → (4.02) + (7.0) = 0 → (4.0) + 0 = 0 → 0 + 0 = 0 → 0 = 0.*

<<MA\_09\_06\_31.gif>>

Como se puede observar las soluciones de esta ecuación son:

<<MA\_09\_06\_32.gif>>

De manera general las **ecuaciones cuadráticas incompletas** y su forma de resolver se resumen en la siguiente tabla.

|  |  |
| --- | --- |
| **Forma** | **Forma de resolver** |
| *ax2=0* | Solución *x = 0* |
| *ax2+c=0* | Se despeja *x* |
| *ax2+bx=0* | Se saca factor común *x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El origen de las ecuaciones cuadráticas se remonta a las épocas del imperio babilónico (1792 a.C – 539 a.C) en esta época que tenían algunos métodos para plantear y resolver este tipo de ecuaciones* |

Hasta el momento se han mostrado las formas para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas, pero ¿cómo se solucionaran las ecuaciones cuadráticas cuando son completas? En la siguiente sección se mostraran algunos métodos para solucionar algunas ecuaciones cuadráticas completas.

[SECCIÓN 2**] 2.2 solución de Ecuación cuadrática completas**

Las **ecuaciones cuadráticas completas** ***ax2 + bx + c = 0*** como ya lo sabes son aquellas donde *a ≠ 0, b ≠ 0 y c ≠ 0,* para resolver esta clase de ecuaciones existen diferentes técnicas, en esta sección se explicara la técnica descomposición factorial (factorización).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG21 |
| **Descripción** | Lanzamiento de un balón de baloncesto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/160669/160669,1324205712,1/stock-photo-basketball-player-throwing-a-ball-91078424.jpg>  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/160669/160669,1324205712,1/stock-photo-basketball-player-throwing-a-ball-91078424.jpg |
| **Pie de imagen** | *El lanzamiento de un balón de baloncesto puede ser modelado por una ecuación cuadrática* |

Una gran número de **ecuaciones cuadráticas completas** se pueden resolver utilizando la factorización, la única condición es que la ecuación sea un producto notable o que se puedan trasformar por una ecuación equivalente que sea un producto notable, la idea generar es tener la ecuación en su forma general es decir *ax2 + bx + c = 0* para posteriormente factoriza la parte que esta igualada a cero, si se puede directamente o cambiándola por una expresión equivalente que se pueda factorizar esto con el fin de buscar los valores de *x*, que hacen que sus factores multiplicados entre si den como resultado cero, a continuación se presentaran algunos ejemplos:

* Resolver la ecuación *4x2 + 12x = -9.*

1. Se lleva a su forma general :

*4x2 + 12x = -9 → 4x2 + 12x + 9 = 0*

1. si se puede se factoriza directamente la parte que esta igualada a cero, en este caso el trinomio es cuadrado perfecto y se puede factorizar:

*4x2 + 12x + 9 = 0 → (2x+3)2 = 0 → (2x+3) . (2x+3) = 0*

1. ahora se deben buscar el o los valores de *x* que hacen que el producto sea igual acero:

<<MA\_09\_06\_33.gif>>

1. la solución es única y es

<<MA\_09\_06\_34.gif>>

se comprueba remplazando en la ecuación el valor encontrado:

<<MA\_09\_06\_35.gif>>

* Resolver la ecuación *x2 + 9x + 14 = 0.*

1. La ecuación ya está en su forma general *x2 + 9x + 14 = 0.*
2. Si se puede se factoriza directamente el lado que esta igualado a cero, en este caso el trinomio es de la forma *x2 + bx + c = 0* y se puede factorizar

*x2 + 9x + 14 = 0 → (x+7) .(x+2)= 0.*

1. Ahora se deben buscar el o los valores de x que hacen que el producto sea igual a cero

*(x+7).(x+2) = 0 → x + 7 = 0 → x = -7,* y  *x + 2 = 0 → x = -2.*

1. Esta ecuación tiene dos soluciones x = -7 y x = -2, se comprueban las dos soluciones remplazando en la ecuación original:

*x = -7* en *x2 + 9x + 14 = 0 → -72 + (9.-7) + 14 = 0 → 49 – 63 + 14 = 0 → 0 = 0.*

*x= -2* en *x2 + 9x + 14 = 0 → -22 + (9.-2) + 14 = 0 → 4 - 18 +14= 0 →0 = 0.*

Hasta el momento se ha mostrado algunos métodos para resolver ecuaciones cuadráticas teniendo en cuenta si son **completas** o **incompletas**, en algunos de estos casos el manejo algebraico para utilizar algunos de estos método es de un nivel alto, pero existe una forma que permite resolver cualquier ecuación cuadrática sin necesidad de utilizar el manejo algebraico y sin importar si es completa o incompleta el método consiste en utilizar una formula general que recibe el nombre de **ecuación cuadrática** la cual se desarrollarla en la siguiente sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *En Grecia Diofanto de Alejandría (200 d.C – 284d.C) creó un método para solucionar las ecuaciones cuadráticas dicho método solo aportaba una de las posibles soluciones.* |

[SECCIÓN 2**] 2.3 formula general para resolver ecuaciones de segundo grado**

La fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas se denomina **ecuación cuadrática**, es un método que utiliza una fórmula que permite saber si la ecuación tiene solución o no en el conjunto de los números reales y si las tiene cual o cuales son no importa si la ecuación es completas o incompletas, recuerda que en la sección donde se graficaron funciones cuadráticas se utilizó la **ecuación cuadrática** para determinar los puntos de corte de la gráfica con el eje X, a continuación se deducirá de donde sale la formula cuadrática.

Se tiene la ecuación general:

*ax2 + bx + c = 0* con *a ≠ 0*

se divide por a todos los miembros de la ecuación.

<<MA\_09\_06\_36gif>>

se pasa el término independiente al lado derecho de la ecuación.

<<MA\_09\_06\_37.gif>>

se completa el cuadrado al lado derecho de la ecuación sumando a los dos lados de la ecuación el término

<<MA\_09\_06\_38.gif>>

<<MA\_09\_06\_39.gif>>

se factoriza al lado izquierdo y se realiza la suma al lado derecho.

<<MA\_09\_06\_40.gif>>

se saca raíz cuadrada a los dos lados de la ecuación.

<<MA\_09\_06\_41.gif>>

* se despeja a *x* y se obtiene la formula cuadrática.

<<MA\_09\_06\_42.gif>>

Una parte de la formula cuadrática es conocida como el **discriminante** de la ecuación cuadrática, este permite determinar si la ecuación tiene soluciones en los reales o no y si las tiene cuantas son, el discriminante de cualquier ecuación cuadrática *ax2 + bx + c = 0* se define como *D = b2 – 4ac*  y se concluye que:

* Si *D > 0* la ecuación cuadrática tiene dos soluciones distintas en el conjunto de los números reales.
* Si *D = 0* la ecuación cuadrática tiene una única solución en los real.
* Si *D< 0* la ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El matemático Al-Khwarizmi desarrolla la primera solución completa para las ecuaciones cuadráticas en el siglo IX en su trabajo “compendio de cálculo.”* |

A continuación se resolverán algunas ecuaciones cuadráticas utilizando la formula cuadrática:

* Resolver la ecuación:

*3x2 + 2x = 4*

1. Se pasa a su forma general *3x2 + 2x – 4 = 0*  y se determina quien es

*a = 3*, b = 2 y *c = -4,*

el discriminante de esta ecuación es:

*D = 22- (4.3.-4) = 4 + 48 = 52, 52 > 0*

como el discriminante es mayor que cero quiere decir que tiene dos soluciones diferentes en los reales.

1. Se remplaza por los valores *a,b,c* en la fórmula:

<<MA\_09\_06\_43.gif>>

es decir que los dos valores de x en esta ecuación son:

<<MA\_09\_06\_44.gif>>

1. Se comprueba las dos soluciones en la ecuación original

*3x2+2x-4=0*

<<MA\_09\_06\_45.gif>>

<<MA\_09\_06\_46.gif>>

<<MA\_09\_06\_47.gif>>

<<MA\_09\_06\_48.gif>>

<<MA\_09\_06\_49.gif>>

<<MA\_09\_06\_50.gif>>

<<MA\_09\_06\_51.gif>>

<<MA\_09\_06\_52.gif>>

<<MA\_09\_06\_53.gif>>

<<MA\_09\_06\_54.gif>>

<<MA\_09\_06\_55.gif>>

<<MA\_09\_06\_56.gif>>

<<MA\_09\_06\_57.gif>>

<<MA\_09\_06\_58.gif>>

<<MA\_09\_06\_59.gif>>

Donde se verifica que las dos respuestas satisfacen la ecuación.

* Resolver la ecuación

<<MA\_09\_06\_60.gif>>

1. La ecuación se encuentra en su forma general donde

<<MA\_09\_06\_61.gif>>

el discriminante de esta ecuación es:

<<MA\_09\_06\_62.gif>>

como el discriminante es mayor que cero quiere decir que tiene dos soluciones diferentes en los reales.

1. Se remplaza por los valores *a,b,c* en la fórmula:

<<MA\_09\_06\_63.gif>>

es decir que los dos valores de x en esta ecuación son:

<<MA\_09\_06\_64.gif>>

1. Se comprueban las dos soluciones en la ecuación original

<<MA\_09\_06\_65.gif>>

<<MA\_09\_06\_66.gif>>

<<MA\_09\_06\_67.gif>>

<<MA\_09\_06\_68.gif>>

<<MA\_09\_06\_69.gif>>

<<MA\_09\_06\_70.gif>>

<<MA\_09\_06\_71.gif>>

Donde se verifica que las dos respuestas satisfacen la ecuación.

Resolver la ecuación *10x2 + 3x = -2*

1. Se pasa la ecuación a su forma general

*10x2 + 3x + 2= 0*, donde *a = 10, b = 3 y c = 2*

el discriminante de esta ecuación es:

*D = 32- (4.10.2) = 9 - 80* = -71, -71 < 0

como el discriminante es menor que cero esta ecuación no tiene solucionen en el conjunto de los números reales.

Como se puede observar la **formula cuadrática** puede ser utilizada para resolver cualquier ecuación cuadrática, no importa si es completa o incompleta, además el discrimínate permite saber si las ecuación tiene solución y si las tiene cuantas son, en la siguiente sección se trabajara con algunas de las propiedades que poseen las raíces o las soluciones de las ecuaciones cuadráticas

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *La fórmula cuadrática como tal solo aparece en Europa hasta el siglo XII en el libro “tratado de medidas y cálculculos” del autor catalán Abraham bar Hiyya Ha-Nasi*  *(1065 D,c -1136 D.c)* |

[SECCIÓN 2**] 2.4 propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática**

Recuerda que las **raíces de una ecuación cuadrática** son sus soluciones, por ser cuadrática la ecuación *ax2 + bx + c = 0* a lo más tiene dos soluciones o dos raíces que se pueden definir por **la ecuación cuadrática** cada una de ellas como:

<<MA\_09\_06\_72.gif>>

teniendo en cuenta la forma como se definen estas dos soluciones se pueden establecer las siguientes propiedades:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nombre | Propiedad | Demostración |
| Suma de raíces | <<MA\_09\_06\_73.gif>> | * <<MA\_09\_06\_74.gif>> * <<MA\_09\_06\_75.gif>> * <<MA\_09\_06\_76.gif>> * <<MA\_09\_06\_77.gif>> |
| Producto de raíces | <<MA\_09\_06\_78.gif>> | * <<MA\_09\_06\_79.gif>> * <<MA\_09\_06\_80.gif>> * <<MA\_09\_06\_81.gif>> * <<MA\_09\_06\_82.gif>> * <<MA\_09\_06\_83.gif>> |

Estas dos propiedades permiten determinar la ecuación cuadrática a partir de la suma y el producto de sus dos soluciones de la siguiente manera:

Sea *S* la suma de las soluciones y *P* el producto de las soluciones, es decir que

<<MA\_09\_06\_84.gif>>

Despejando *a b*

*b = -a.S*

<<MA\_09\_06\_85.gif>>

Despejando a *c*

*c = a.P*

Remplazando *a b* y *c* en la ecuación general se obtiene:

*ax2 - aSx +aP = 0*

se divide por *a* se obtiene la ecuación

*x2 - Sx + P = 0* .

Ejemplo: cuál será la ecuación de segundo grado cuya suma de sus soluciones es 6 y el producto de sus soluciones es 8:

* Se remplazado a *S = 6 y P = 8* en *x2 - Sx + P = 0* y se obtiene la ecuación *x2 - 6x + 8 = 0,* para comprobar si esta es la ecuación se debe solucionar y comprobar que la suma de las soluciones sea 6 y el producto sea 8 se soluciona la ecuación *x2 - 6x + 8 = 0* , para ello se utilizando la formula cuadrática donde *a = 1, b = -6 y c = 8.*

<<MA\_09\_06\_86.gif>>

es decir que las dos soluciones son:

<<MA\_09\_06\_87.gif>>

la suma de las dos soluciones es *x1 + x2 = 4 + 2 = 6* y el producto es *x1.x2 = 4 . 2 = 8*, que son los valores de la suma de las soluciones y del producto de las soluciones de los cuales se partió, con esto se comprueba que esa si es la ecuación

En la siguiente sección se trabajara con unas ecuaciones que a simple vista no son cuadráticas, pero realizando algunos cambios algebraicos se pueden resolver como si fueran ecuaciones cuadráticas.

[SECCIÓN 1**] 3 Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas**

Existen dos clases de ecuaciones (**con radicales** y **bicuadraticas**) que a simple vista no se relacionarían directamente con una ecuación cuadrática de la forma ax2 *+ bx +c = 0*, pero si se les realizan algunas transformaciones algebraicas se pueden convertir en ecuaciones cuadráticas que en algunas ocasiones son equivalente y es posible buscar su solución o sus soluciones utilizando los métodos que se han desarrollado en secciones anteriores.

Pero existen otras clases de ecuaciones cuadráticas en las cuales no se busca un resultado numérico como tal si no que su resultado serán letras, estas ecuaciones se denominan ecuaciones **cuadráticas** **literales.**

Estas tres ecuaciones (**con radicales**, **bicuadraticas** y **literales**) serán desarrolladas en las siguientes secciones de una manera amplia y clara.

[SECCIÓN 2**] 3.1 Ecuaciones con radicales**

Las **ecuaciones con radicales** son aquellas en las cuales la incógnita aparece en el radicando de alguna raíz, las que se relaciona con las ecuaciones cuadráticas son aquellas en las cuales la variable aparecen en los radicandos de las raíces cuadradas ejemplos de ellas son:

* <<MA\_09\_06\_88.gif>>
* <<MA\_09\_06\_89.gif>>
* <<MA\_09\_06\_90.gif>>

Un método para resolver este tipo de ecuaciones es el siguiente:

Paso1: se despeja un radical no importa si en la otra parte de la igualdad queden más radicales.

Paso 2: se elevan al cuadrado a los dos lados de la igualdad y se desarrollan.

Paso 3: se verifica que se han eliminado todos los radicales de la ecuación si no es así se repite el paso 1 y el paso 2 hasta que no quede ningún radical en la ecuación y se pueda escribir de la forma *ax2 + bx + c = 0.*

Paso 4: se resuelve la ecuación cuadrática por el método que se quiera.

Paso 5: se verifican las respuestas obtenidas, este paso es muy importante debido a que como se ha elevado al cuadrado cabe la posibilidad que aparezcan resultados que no sean solución de la ecuación original.

Ejemplos:

1. Resuelva la ecuación:

<<MA\_09\_06\_91.gif>>

Paso 1:

<<MA\_09\_06\_92.gif>>

Paso 2:

<<MA\_09\_06\_93.gif>>

P aso 3:

<<MA\_09\_94.gif>>

Paso 4:

<<MA\_09\_06\_95.gif>>

Dos de las dos posibles respuestas son:

<<MA\_09\_06\_96.gif>>

Paso 5:

Se remplazan los dos valores encontrados en la ecuación original

Cuando *x = 17*

<<MA\_09\_06\_97.gif>>

No es solución porque no satisface la ecuación.

Cuando *x = 10*

<<MA\_09\_06\_98.gif>>

Si es solución de la ecuación es decir que tiene única solución cuando *x = 10.*

1. Resuelva la ecuación:

<<MA\_09\_06\_99.gif>>

Paso 1:

<<MA\_09\_06\_100.gif>>

Paso 2 y 3:

<<MA\_09\_06\_101.gif>>

Paso 4:

<<MA\_09\_06\_102.gif>>

<<MA\_09\_06\_103.gif>>

es decir que esta ecuación tiene dos posibles soluciones

<<MA\_09\_06\_104.gif>>

Paso 5:

Se remplazan los dos valores encontrados en la ecuación original:

Cuando *x = 145*

<<MA\_09\_06\_105.gif>>

No es solución porque no satisface la igualdad.

Cuando *x = 5*

<<MA\_09\_06\_106.gif>>

x = 5 es la única solución de esta ecuación ya que satisface la igualdad.

[SECCIÓN 2**] 3.2 Ecuaciones bicuadráticas**

Las ecuaciones bicuadraticas son todas las ecuaciones de la forma *ax4 + bx2 + c = 0* con *a,b,c* ∈ ℝ con *a ≠ 0*, ejemplo de estas ecuaciones son:

* *x4 – 17x2 + 16 = 0*
* *x4 - 13x2 + 36 = 0*
* *16x4 + 7x2 – 9 = 0*
* *4x4 - 37x2 + 9 = 0*
* *4x4+4 = 0*

Un método para resolver este tipo de ecuaciones es utilizando una variación de la formula cuadrática en la cual se remplaza a  *x* por *x2*  es decir que la nueva fórmula para resolver este tipo de ecuaciones bicuadraticas es:

<<MA\_09\_06\_107.gif>>

cabe resaltar que este tipo de ecuaciones puede tener a lo más cuatro soluciones esto se debe a que ya no se busca a *x* si no a *x2,*  observa los siguientes ejemplos de cómo resolver ecuaciones bicuadraticas utilizando la variación de la fórmula cuadrática :

* Resolver la ecuación bicuadratica:

*x4 – 17x2 + 16 = 0:*

Paso 1: en esta ecuación

a = 1, b = -17 y c = 16

se remplaza estos valores y se desarrolla la fórmula:

<<MA\_09\_06\_108.gif>>

De

<<MA\_09\_06\_109.gif>>

se deben desprenden dos soluciones:

<<MA\_09\_06\_110.gif>>

De

<<MA\_09\_06\_111.gif>>

se deben desprenden dos soluciones:

<<MA\_09\_06\_112.gif>>

Paso 2: las soluciones de esta ecuación son x1 = 4, x2 = -4, x3 = -1 y x4 = 1 ahora se debe comprobar cada una de las soluciones en la ecuación original *x4 – 17x2 + 16 = 0:*

Cuando *x1 = 4*

*44 – (17.42) +16 = 0 → 256 – (17.16) + 16 = 0 →256 – 272 + 16 = 0 →0 = 0.*

Cuando *x2 = -4*

*-44 – (17.(-4)2) + 16 = 0 → 256 - (17. 16) + 16 = 0 → 256 – 272 + 16 = 0 → 0 = 0 .*

Cuando *x3 = 1*

*14 – (17.12) + 16 → 1 – 17 + 16 = 0 → -16 + 16 = 0 → 0 = 0.*

Cuando *x4 = -1*

*(-1)4 – (17.(-1)2) + 16 → 1- 17 + 16 = -16 + 16 = 0 → 0 = 0 .*

Como se comprobó *x1 = 4, x2 = -4, x3 = 1 y x4 = -1* son las soluciones de la ecuación bicuadratica *x4 – 17x2 + 16 = 0.*

* Resolver la ecuación bicuadratica:

16x4 + 7x2 – 9 = 0

Paso 1: en esta ecuación

a = 16, b = 7 y c = 9

se remplazan estos valores y se desarrolla la fórmula:

<<MA\_09\_06\_113.gif>>

De

<<MA\_09\_06\_114.gif>>

Se deben desprender dos soluciones

<<MA\_09\_06\_115.gif>>

De

<<MA\_09\_06\_116.gif>>

se deben desprenden dos soluciones

<<MA\_09\_06\_117.gif>>

Pero en este caso no se desprenden ninguna solución real recuerda que la raíz cuadrada de números negativos no esa definida en los reales.

Paso 2 : las soluciones para esta ecuación solo son dos:

<<MA\_09\_06\_118.gif>>

https://latex.codecogs.com/gif.latex?x_%7B1%7D%3D%7B%5Cfrac%7B3%7D%7B4%7D%7D y https://latex.codecogs.com/gif.latex?x_%7B2%7D%3D%7B-%5Cfrac%7B3%7D%7B4%7D%7D

Ahora se deben comprobar estas dos posibles soluciones en la ecuación original 16x4 + 7x2 – 9 = 0.

Cuando

<<MA\_09\_06\_119.gif>>

<<MA\_09\_06\_120.gif>>

Cuando

<<MA\_09\_06\_121.gif>>

<<MA\_09\_06\_122.gif>>

[SECCIÓN 2**] 3.3 Ecuaciones cuadráticas con expresiones literales.**

Las **ecuaciones cuadráticas con expresiones literales** son aquellas en las que los coeficientes de *x2, x* y el término independiente pueden ser letras o números multiplicados con letras, estas letras no representando incógnitas si no cantidades conocidas que se representan con letras que por lo general son las primeras letras del abecedario, ejemplo de este tipo de ecuaciones son:

* *x2 - 7ax + 12a2 = 0*
* *b2 x2- 3a2 = -2abx*
* *4x(x - b) +b2 =4c2*

Recuerda que la incógnita en estas ecuaciones es representada por la letra *x* , las demás letras en este tipo de ecuaciones representan cantidades conocidas, una forma para resolver este tipo de ecuaciones es la siguiente la cual será explicada paso a paso:

Paso 1 : escribir la ecuación en su forma general *ax2 + bx + c = 0* y se determinar quién es *a*, *b* y *c* en la ecuación.

Paso 2 : resolver la ecuación aplicando la fórmula cuadrática.

Paso 3 : comprobar las soluciones encontradas en la ecuación inicial .

Ejemplos:

* Resolver la ecuación *b2 x2- 3a2 = -2abx*

Paso 1:

*b2 x2- 3a2 = -2abx → b2x2 + 2abx – 3a2 = 0*

Donde *a = b2, b = 2ab y c = -3a2.*

Paso 2: se remplazando en la formula cuadrática los valores de *a,b,c*.

<<MA\_09\_06\_123.gif>>

Donde se desprenden dos soluciones:

Solución uno:

<<MA\_09\_06\_124.gif>>

Solución dos:

<<MA\_09\_06\_125.gif>>

Paso 3: se comprueban las dos soluciones en la ecuación original *b2 x2- 3a2 = -2abx*:

Cuando:

<<MA\_09\_06\_126.gif>>

<<MA\_09\_06\_127.gif>>

Cuando:

<<MA\_09\_06\_128.gif>>

<<MA\_09\_06\_129.gif>>

Como se observa

<<MA\_09\_06\_130.gif>>

son soluciones de la ecuación *b2 x2- 3a2 = -2abx.*

* Resolver la ecuación *4x(x - b) +b2 =4c2*

Paso 1:

*4x(x - b) +b2 =4c2  → 4x2 -4bx +b2- 4c2 = 0.*

Donde *a = 4, b =-4b y c = (b2 – 4c2).*

Paso 2 : se remplaza en la formula cuadrática los valores a,b,c.

<<MA\_09\_06\_131.gif>>

Donde se desprenden dos soluciones:

<<MA\_09\_06\_132.gif>>

<<MA\_09\_06\_133.gif>>

Paso 3: se comprueban las dos soluciones en la ecuación original *4x(x - b) +b2 =4c2.*

Cuando

<<MA\_09\_06\_134.gif>>

<<MA\_09\_06\_135.gif>>

Cuando

<<MA\_09\_06\_136.gif>>

<<MA\_09\_06\_137.gif>>

Como se puede observar

<<MA\_09\_06\_134.gif>>

Son soluciones de la ecuación *4x(x - b) +b2 =4c2.*

Resolver ecuaciones cuadráticas literales es muy sencillo teniendo en cuenta que se ha desarrollado un buen trabajo resolviendo ecuaciones cuadráticas donde los coeficientes son números reales, a esto solo se le debe sumar un buen manejo algebraico de las operaciones básicas entre expresiones algebraicas.

En las siguientes secciones se trabajara en torno a las aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas en cuanto a la resolución de problemas y los sistemas de ecuaciones de segundo grado.

[SECCIÓN 1**] 4 Problemas de aplicación de ecuaciones de segundo grado.**

Existen algunas situaciones y problemas en las matemáticas, la vida cotidiana, las ciencias, etc. Que pueden ser modelados utilizando alguna ecuación cuadrática o un sistema de ecuaciones de segundo grado, a continuación se mostrara que es un sistema de ecuaciones de segundo grado y algunos métodos para poderlos solucionar, por último se trabajaran algunos problemas que se pueden modelar y solucionar utilizando las ecuaciones cuadráticas o los sistemas de ecuaciones de segundo grado.

SECCIÓN 2**] 4.1 sistemas de ecuaciones de segundo grado**

Los **sistemas de ecuaciones de segundo grado** son aquellos donde aparece al menos una ecuación de grado 2 o al resolver el sistema puede aparecer una ecuación de grado 2, recuerda que el grado de una ecuación se determina por el mayor exponente de la o las variables, en esta ocasión el trabajo se centrara en sistemas de ecuaciones 2×2, algunos ejemplos de estos sistemas de ecuaciones de segundo grado son:

* <<MA\_09\_06\_139.gif>>
* <<MA\_09\_06\_140.gif>>
* <<MA\_09\_06\_141.gif>>

Para resolver estos sistemas de ecuaciones de segundo grado se pueden utilizar algunos de los métodos que se utilizaron para resolver los sistemas de ecuaciones lineales, a continuación se nombraran algunos de ellos y se explicara la forma de utilizarlos:

**Método gráfico:** se define en los siguientes pasos:

1. se despeja *y* en las dos ecuaciones.
2. se grafican las dos ecuaciones en el plano cartesiano.
3. Si existen puntos de corte estos serán las soluciones del sistema respectivamente (x,y).
4. Comprobar las soluciones en las ecuaciones del sistema

Ejemplo:

* Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones gráficamente

<<MA\_09\_06\_142.gif>>

1. <<MA\_09\_06\_142.gif>>

*x + y = 9 → y = 9 – x.*

1. Se grafican las dos funciones

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG22 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos ecuaciones https://latex.codecogs.com/gif.latex?y%3D%5Csqrt%7B41-x%5E%7B2%7D%7D y *y = 9 – x.* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\16.jpg |
| **Pie de imagen** | *Representación gráfica de* <<MA\_09\_06\_144.gif>> |

1. Si se observa las gráficas existe dos puntos de corte *(4,5)* y*(5,4)* es decir que hay dos soluciones para este sistema *x = 4, y = 5 y x = 5, y = 4.*

* Si *x = 4, y = 5*  en *x2 + y2 = 41 → 42 + 52 = 41 → 16 + 25 = 41 → 41 = 41.*

Si *x = 4, y = 5*  en *x + y = 9* → 4 + 5 = 9 → 9 = 9.

* Si *x = 5, y = 4 en x2 + y2 = 41 → 52 + 42 = 41 → 25 + 16 = 41 → 41 = 41.*

Si *x = 5, y = 4 en x + y = 9* → 5 + 4 = 9 → 9 = 9.

Como se comprobó los dos puntos de corte (4,5) y (5,4) son las soluciones del sistema

<<MA\_09\_06\_145.gif>>

**Método sustitución:** se define en los siguientes pasos:

1. Se escoge cualquiera de las dos ecuaciones y se despeja una de las variables.
2. Se sustituye en la otra ecuación la variable que se despejo y se simplifica.
3. Se soluciona la nueva ecuación encontrando el o los valores de una de las variables.
4. para encontrar los posibles valores de la otra variable se sustituyen estos valores encontrados en cualquiera de las ecuaciones originales del sistema y se despeja.
5. Se comprueba remplazando los posibles resultados en las dos ecuaciones del sistema.

Ejemplo:

* Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución

<<MA\_09\_06\_146.gif>>

.

1. <<MA\_09\_06\_147.gif>>
2. Se sustituye a *y por:*

<<MA\_09\_06\_148.gif>>

En la ecuación *-18x2 + 4y = 6*  y se simplifica.

<<MA\_09\_06\_149.gif>>

1. Se resuelve la nueva ecuación:

<<MA\_09\_06\_150.gif>>

es decir que hay dos valores para *x*:

<<MA\_09\_06\_1451.gif>>

1. Se remplaza a *x* por

<<MA\_09\_06\_152.gif>>

en *9x2 + 2y = 5* y se despeja *y*:

<<MA\_09\_06\_153.gif>>

Es decir que

<<MA\_09\_06\_154.gif>>

son una posible solución del sistema de ecuaciones.

Ahora Se remplaza a *x*  por

<<MA\_09\_06\_155.gif>>

en *9x2 + 2y = 5* y se despeja *y*:

<<MA\_09\_06\_156.gif>>

Es decir que

<<MA\_09\_06\_157.gif>>

son una posible solución del sistema de ecuaciones.

1. Se remplazan los valores encontrados para *x,y* en las ecuaciones que hacen parte del sistema:

Cuando:

<<MA\_09\_06\_158.gif>>

En la ecuación *9x2 + 2y = 5:*

<<MA\_09\_06\_159.gif>>

Cuando:

<<MA\_09\_06\_160.gif>>

En la ecuación *-18x2 + 4y = 6:*

<<MA\_09\_06\_161.gif>*.*

Como:

<<MA\_09\_06\_162.gif>>

Satisfacen el sistema de ecuaciones

<<MA\_09\_06\_163.gif>>

Son solución.

Ahora cuando:

<<MA\_09\_06\_164.gif>>

En la ecuación *9x2 + 2y = 5:*

<<MA\_09\_06\_165.gif>>

Cuando:

<<MA\_09\_06\_166.gif>>

En la ecuación *-18x2 + 4y = 6:*

<<MA\_09\_06\_167.gif>>

Como

<<MA\_09\_06\_168.gif>>

Satisfacen el sistema de ecuaciones

<<MA\_09\_06\_169.gif>>

Son solución.

**Método de igualación:** se define en los siguientes pasos:

1. Se despeja la misma variable en las dos ecuaciones del sistema.
2. Se igualan las dos ecuaciones ya que se despejo la misma variable en las dos y se simplifica llevándola a su mondo general.
3. Se resuelve la ecuación cuadrática encontrando los posibles valores de una de las variables, se sustituyen estos valores encontrados en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el o los valores de la otra variable.
4. Se comprueba que los valores encontrados sean solución del sistema.

Ejemplo:

* Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación

<<MA\_09\_06\_170.gif>>

1. Se despeja a *y* en las dos ecuaciones del sistema:

<<MA\_09\_06\_171.gif>>

<<MA\_09\_06\_172.gif>>

1. Se igualan las dos partes de las ecuaciones que son iguales a *y* , posteriormente se lleva la nueva ecuación a su modo general:

<<MA\_09\_06\_173.gif>>

1. Se resuelve la ecuación *14x2 – 350 = 0:*

<<MA\_09\_06\_174.gif>>

Es decir que hay dos posibles valores para *x:*

*x1 = 5, x2 = -5*

se remplaza estos dos valores en la ecuación

*2x2 – 3y2 = 23*  y se despeja *y:*

Cuando

*x1 = 5*

<<MA\_09\_06\_175.gif>>

es decir que una posible solución al sistema de ecuaciones es:

x = 5 , *y = 3.*

Ahora cuando

*X2 = -5*

<<MA\_09\_06\_176.gif>>

es decir que unaposible solución al sistema de ecuaciones es

*x = -5, y = 3.*

1. Cuando

x = 5 , *y = 3* en la ecuación *2x2 – 3y2 = 23*

*2.(5)2 – 3.(3)2 = 23 → 2.25 - 3.9 = 23 → 50 – 27 = 23 → 23 = 23.*

Cuando

x = 5 , *y = 3* en la ecuación *4x2 + y2 = 109*

*4.(5)2 + 32 = 109 → 4. 25 + 9 = 109 → 100 + 9 = 109 → 109 = 109.*

Como

x = 5 , *y = 3*

Satisfacen el sistema de ecuaciones

<<MA\_09\_06\_177.gif>>

Son solución.

Cuando

x = -5 , *y = 3* en la ecuación *2x2 – 3y2 = 23*

*2.(-5)2 – 3.(3)2 = 23 → 2.25 - 3.9 = 23 → 50 – 27 = 23 → 23 = 23.*

Cuando

x = -5, *y = 3* en la ecuación *4x2 + y2 = 109*

*4.(-5)2 + 32 = 109 → 4. 25 + 9 = 109 → 100 + 9 = 109 → 109 = 109.*

Como*,* x = -5 , *y = 3*

Satisfacen el sistema de ecuaciones

<<MA\_09\_06\_178.gif>>

son solución.

[SECCIÓN 2**] 4.2 Modelación  y solución de problemas  utilizando las ecuaciones cuadráticas**

Las **ecuaciones cuadráticas** y los **sistemas de ecuaciones de segundo grado** son utilizados para modelar y resolver algunas situaciones problema de las matemáticas, de las ciencias, de las disciplinas y de la vida cotidiana.

Para abordar los problemas que se puedan modelar con ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones de segundo grado se deben tener en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Comprender el problema: para ello es necesario leer detenidamente identificando las incógnitas y los términos independientes que harán parte de la ecuación o de las ecuaciones.
2. Plantear o modelar el problema: plantear la ecuación o el sistema de ecuaciones que modela el problema.
3. Resolver el problema: resolver la ecuación o el sistema de ecuaciones por medio del método que más se te facilite.
4. Comprobar la solución: remplazar los resultados obtenidos en la o las ecuaciones y verificar si son solución, analizar si los resultados obtenidos tiene sentido de acuerdo al contexto donde se planteó el problema.

Ejemplos:

* Problema 1: La base de un rectángulo mide 4 cm más que su altura, si se disminuye la altura del rectángulo en 5 cm el área del nuevo rectángulo será 36 cm2  ¿cuánto miden los dos lados del rectángulo original?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG23 |
| **Descripción** | Rectángulo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | **J:\planeta\guion 6\imagenes\16.jpg** |
| **Pie de imagen** | *Representación rectángulo base y altura* |

1. Se establece que la base del rectángulo es x + 4 y la altura del nuevo rectángulo sería x – 5 y su área es 36cm2.
2. La ecuación que modela el problema es:

(x + 4) (x - 5) = 36.

1. Se debe resolver *(x + 4) (x - 5) = 36*

*x2 - 5x + 4x +20 = 36 →x2 - x + 20 = 36 → x2 - x – 56 = 0,* donde

*a = 1, b = -1 y c = -56 ,* se remplaza en la formula cuadrática

<<MA\_09\_06\_179.gif>>

se encuentran dos valores para *x*:

<<MA\_09\_06\_180.gif>>

<<MA\_09\_06\_181.gif>>

.

1. Las dos respuestas satisfacen la ecuación original pero no existe un rectángulo cuya altura sea -7cm, es decir que la respuesta al problema es que la altura es 8cm y por ende la base es 12cm.

* Problema 2: Se debe crear 2 triángulos isósceles congruentes para crear una escultura con la condición que la base tiene que ser 10 cm mayor que la altura, se cuenta con una lamina de aluminio que tiene 660cm2  y se debe utilizar todo el aluminio, ¿cuáles deben ser las dimensiones de los triángulos?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG24 |
| **Descripción** | Triángulos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | **J:\planeta\guion 6\imagenes\17.jpg** |
| **Pie de imagen** | *Representación de dos triángulos isósceles* |

1. Se observa que para encontrar el área de un triangulo se multiplica la base por la altura y luego se divide por dos en este caso el área de cada triangulo está dada por:

<<MA\_09\_06\_182.gif>>

Pero como son dos triángulos y el material con el que se cuenta es 704cm2  de lámina de aluminio.

1. La ecuación que modela este problema es *x.(x + 10) = 704*
2. Se debe resolver la ecuación  *x.(x + 10) = 704*

*x2 + 10x = 704 → x2 + 10x – 704 = 0,* donde  *a = 1, b = 10 y c =- 704*  seremplaza en la formula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_183.gif>>

De donde se desprenden dos posibles respuestas

<<MA\_09\_06\_184.gif>>

<<MA\_09\_06\_185.gif>>

1. Las dos respuestas satisfacen la ecuación original pero las medidas no pueden ser negativas es decir que se descarta *x = -32,* es decir que las medidas de los dos triángulos son altura 22 cm y base 32 cm.

* Problema 3: Se quiere preparar un terreno de forma cuadrada para sembrar cebolla, los costos son los siguientes: para cercar cada metro lineal cuesta 800 pesos y la preparación de cada metro cuadrado cuesta 2000 pesos, si en total para preparar y cercar el terreno se gastan 326400 pesos ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG25 |
| **Descripción** | Terreno |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [**http://thumb7.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/255031/217922719/stock-photo-farmers-silhouettes-at-sunset-rice-grain-threshing-during-harvest-time-in-northern-thailand-217922719.jpg**](http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/255031/217922719/stock-photo-farmers-silhouettes-at-sunset-rice-grain-threshing-during-harvest-time-in-northern-thailand-217922719.jpg)  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/255031/217922719/stock-photo-farmers-silhouettes-at-sunset-rice-grain-threshing-during-harvest-time-in-northern-thailand-217922719.jpg |
| **Pie de imagen** | *Preparando el terreno para sembrar* |

1. Para cercar todo el terreno por ser cuadrado se puede interpretar como *4x. 800 = 3200x,* y la preparación de cada metro cuadrado se puede interpretar como *2000x2* y el costo total de hacer estas dos labores es de 326400 pesos.
2. La ecuación que modela este problema es:

*3200x + 2000x2 = 326400.*

Se debe resolver *3200x + 2000x2 = 326400*

*2000x2 + 3200x - 326400 = 0* *→20x2 + 32x – 3264 = 0*

donde *a =20, b = 32 y c = - 3264* se remplaza en la formula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_186.gif>>

de donde se desprenden dos posible respuestas:

<<MA\_09\_06\_187.gif>>

<<MA\_09\_06\_188.gif>>

.

1. Las dos respuestas satisfacen la ecuación original pero en el contexto la medida de los lados del terreno no puede ser negativa por tal razón el terreno es un cuadrado y cada uno de sus lados mide 12 cm.

* Problema 6: un cohete es lanzado verticalmente su motor se apaga cuando el cohete alcanza los 160 metros, la velocidad que alcanza en ese momento es de 90 metros por segundo, la gravedad es la única fuerza que actúa en contra del cohete, el movimiento del cohete es descrito por la siguiente función *ƒ (t) = -4,9t2 +90t +160,* donde *t* es el tiempo transcurrido en segundos desde que se apaga el motor y f(t) es la altura que alcanza el cohete ¿Cuánto tiempo dura el cohete en el aire ?

1. La función *ƒ (t) = -4,9t2 +90t +160*  describe el movimiento del cohete y se pide que se determine cuanto tiempo dura en el aire, es decir cuando la altura del cohete es igual a cero *f(t) = 0 .*
2. Se plantea la ecuación cuando la altura es cero es decir:

*0= -4,9t2 +90t +160,*  resolviendo esta ecuación se encuentra el tiempo que dura el cohete en el aire.

1. *0= -4,9t2 +90t +160*, donde *a = -4,9 b = 90 y c = 160* se remplazan en la formula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_189.gif>>

De donde se desprenden dos posibles respuestas

<<MA\_09\_06\_190.gif>>

<<MA\_09\_06\_191.gif>>

1. Las dos respuestas satisfacen la ecuación, pero el tiempo no puede ser negativo es decir que el tiempo que trascurre el cohete en el aire es de 20 segundos

* Problema 5: la suma de dos numero es 35, si al cuadrado del primer número se le resta el cuadrado del segundo numero el resultado es 315 ¿Cuáles son los números?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG26 |
| **Descripción** | Signo suma |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1013396/122826298/stock-vector-orange-green-and-blue-plus-symbols-abstract-colorful-background-122826298.jpg |
| **Pie de imagen** | *Símbolo de la suma* |

1. Las incógnitas son los dos números con los números y los cuadrado de estos, se forman dos ecuaciones con dos incógnitas una ecuación es lineal y la otra es una ecuación cuadrática los términos independientes son 35 y 315.
2. Las dos ecuaciones que modelan el problema son:

*x + y = 35* y *x2 - y2 = 315.*

1. Se debe resolver el sistema:

<<MA\_09\_06\_192.gif>>

En este caso se utilizara el método de sustitución

*x + y = 35 → x = 35 – y*

se sustituye en la ecuación *x2 - y2 = 315*

<<MA\_09\_06\_193.gif>>

se remplaza a *y* por *13*  en la ecuación *x = 35 – 13 → x = 22*, es decir que *x = 22, y = 13* es la solución del sistema.

1. *x = 22, y = 13* satisface el sistema

<<MA\_09\_06\_194.gif>>

es decir que los dos números que se buscaban son 22 y 13.

* Problema 5: una terreno de forma rectangular tiene un área de *800mt2* dicho terreno fue cercado con una barda que mide *120mt* ¿cuál es la dimensión de cada uno de los lados del terreno?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG27 |
| **Descripción** | Terreno con cerca |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | [**http://thumb7.shutterstock.com/display\_pic\_with\_logo/878848/137954009/stock-photo-green-pastures-of-horse-farms-country-summer-landscape-137954009.jpg**](http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/878848/137954009/stock-photo-green-pastures-of-horse-farms-country-summer-landscape-137954009.jpg)  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/878848/137954009/stock-photo-green-pastures-of-horse-farms-country-summer-landscape-137954009.jpg |
| **Pie de imagen** | *Terreno cercado* |

1. En este problema se pueden plantear dos ecuaciones, las incógnitas en este problema son las medidas de los lados del terreno y los términos independientes son el área del terreno que es *800mt2* y el perímetro del terreno es *120mt.*
2. Las dos ecuaciones que modelan el problema son.

*2x + 2y = 120*  y *x.y = 800.*

1. Se debe resolver el sistema:

<<MA\_09\_06\_195.gif>>

se resuelve por el método de sustitución se despeja *y* en la ecuación

<<MA\_09\_06\_196.gif>>

y se remplaza en la ecuación *2x + 2y = 120* se simplifica y se lleva a se lleva a la forma general de las ecuaciones cuadráticas.

<<MA\_09\_06\_197.gif>>

donde *a = 2, b = -120* y *c = 1600* se remplaza en la formula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_198.gif>>

De donde se desprenden dos respuestas para *x*:

<<MA\_09\_06\_199.gif>>

<<MA\_09\_06\_200.gif>>

se remplaza a *x1 = 40* en la ecuación *xy = 800* y se despeja *y*

<<MA\_09\_06\_201.gif>>

Remplaza a *x2 = 20*  en *xy = 800*

<<MA\_09\_06\_202.gif>>

1. Las respuestas satisfacen al sistema de ecuaciones es decir que los lados del terreno miden *20mt* y *40mt.*