|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Función y ecuación cuadrática |
| **Código de guion** | MA\_09\_05\_CO |
| **Descripción** | Las funciones cuadráticas son aquellas cuya variable independiente tiene como mayor exponente el número 2, conoce sus características principales, como su representación gráfica y algebraica, resuelve ecuaciones de segundo grado y aplícalas en la interpretación y solución de situaciones presente en la cotidianidad y en las ciencias. |

[SECCIÓN 1] **1. La función cuadrática**

La **funciones cuadráticas** se definen como las funciones que se pueden escribir de la forma *f*(*x*) *= ax2 + bx + c,* donde *a, b, c* son números realescon *a ≠* 0, la representación gráfica de esta clase de funciones son parábolas que pueden abrir para arriba o para abajo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_IMG01 |
| **Descripción** | Arcoíris |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/822973/137729087/stock-photo-rainbow-over-the-sea-and-rock-137729087.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/822973/137729087/stock-photo-rainbow-over-the-sea-and-rock-137729087.jpg> |
| **Pie de imagen** | En la naturaleza el arcoíris describe una parábola. |

Ejemplo:

* La función *f*(*x*) *= x2*, con *x* ∈ ℝ es una función cuadrática, con *a* = 1, *b* = 0 y *c* = 0, para obtener una representación gráfica se asignan valores a la variable independiente *x*, luego se determinan los valores de *f*(*x*)*,* así*:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| ***f(x)*** | 0 | 1 | 1 | 4 | 4 | 9 | 9 |

Teniendo estos puntos se puede trazar su gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_IMG02 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función f(x) = x2. |

Ejemplo:

* La función f(*x*) *= x2 + 2x*, con *x* *∈* ℝ, es una función cuadrática puesto que *a* = 1, *b* = 2 y *c* = 0. La representación gráfica se obtiene asignando valores a *x* para encontrar los valores de *f*(*x*)*:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 |
| ***f(x)*** | 0 | 3 | -1 | 8 | 0 | 15 | 3 |

Su gráfica es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG03 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función *f(x) = x2 + 2x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *Las primeras ecuaciones cuadráticas aparecen en los años 1600 a 1800 A.C en la antigua Mesopotamia y resolvían algunos problemas sobre áreas de figuras planas.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC10 |
| **Título** | El estudio de la función cuadrática |
| **Descripción** | Interactivo que presenta el concepto de función cuadrática, su gráfica, sus características y elementos. |

A diferencia de la función lineal, para graficar funciones cuadráticas es necesario determinar más de dos puntos con el fin de trazar la curva que define la parábola, en la siguiente sección se mostrará una forma para elaborar la gráfica de una función cuadrática.

[SECCIÓN 2**] 1.1 Trazado la gráfica de una función cuadrática**

Cada función determina como mínimo una ecuación, es decir, toda función cuadrática se puederepresentar al menos con una ecuación de la forma *y = ax2 + bx + c*, existe un mecanismo para graficar esta clase de ecuaciones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Puente cuyas bases forman una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/533572/218553973/stock-photo-charles-bridge-in-prague-czech-republic-218553973.jpg>  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/533572/218553973/stock-photo-charles-bridge-in-prague-czech-republic-218553973.jpg |
| **Pie de imagen** | Creación del hombre usando parábolas en las bases de un puente. |

Ten en cuenta que la que la representación gráfica de este tipo de funciones son parábolas, geométricamente **una parábola** es la curva en la cual todos los puntos equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz, las partes de la parábola son:

**Eje focal o de simetría:** recta que divide simétricamente a la parábola en dos partes o en dos brazos.

**Vértice (V):** punto que pertenece a la parábola se encuentra ubicado en el eje de simetría, es el valor máximo o mínimo de la función.

**Foco (F):** punto fijo que no pertenece a la parábola, se ubica en el eje focal y está a una distancia *p* del vértice.

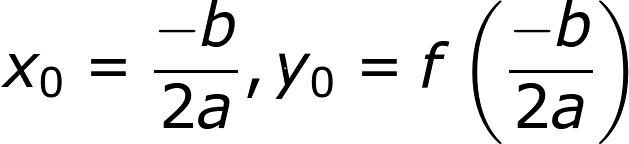
**Directriz (d):** recta perpendicular al eje focal que está ubicado a una distancia *p* del vértice y fuera de la parábola.

**Distancia focal (p):** se define como el parámetro que indica la distancia entre el vértice y el foco, también entre el vértice y la directriz.

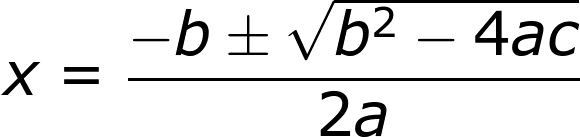
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG05 |
| **Descripción** | Parábola y sus partes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg#/media/File:Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg>  https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/cb/Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg/400px-Partes_de_una_par%C3%A1bola.svg.png |
| **Pie de imagen** | *Partes de la parábola* |

Si se tiene la ecuación *y = ax2 + bx + c,* una forma para trazar la gráfica será descrita paso a paso a continuación:

1. **Encontrar su vértice:** para determinar el vértice de una parábola *V* = (*x0*, *y0*) se utilizan las siguientes fórmulas:

**<< MA\_09\_06\_01.gif>>

1. **Saber si la parábola abre para arriba o para abajo:** se debe observar cual es el signo de *a*, si *a* es positivo la parábola abre para arriba, si *a* es negativo la parábola abre hacia abajo.
2. **Encontrar los puntos de corte con el eje *X:***cabe la posibilidad que la gráfica no tenga puntos de corte con el eje *X*, que tenga un punto de corte o tenga dos puntos de corte, para determinar esto se debe tener la ecuación de la forma *y = ax2 + bx + c*, luego se remplazan los valores en la siguiente formula:

 <<MA\_09\_06\_02.gif>>

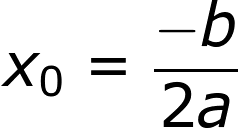
1. **Encontrar el punto de corte con el eje *Y*:** Al remplazar a *x* por *0* en la expresión *y = ax2 + bx + c*, se obtiene que *y = c*, por lo tanto el punto de corte de la función cuadrática con el eje Y es el punto (0, *c*).
2. **Trazar la gráfica:** se deben ubicar los puntos y trazar la gráfica, si no es posible crear un esbozo con estos puntos, se ubican otros puntos que se determinan al remplazar la variable independiente *x* por cualquier número real y se calculan las imágenes por la función.

Cabe resaltar que esta forma no es la única y existen otros procedimientos que puedes investigar. Observa algunos ejemplos de la forma como se grafica una función cuadrática:

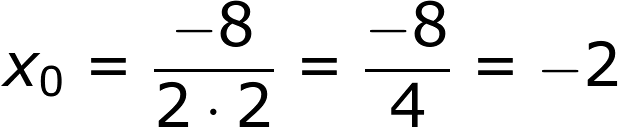
|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El primero en usar el término parábola fue el geómetra griego Apolonio de Perga (260 a.C -190 a.C) en su tratado de cónicas.* |

* Ejemplo: graficar la función *f*(*x*) *= 2x2 + 8x + 1.*

1. Se determina su vértice utilizando las formula:

<<MA\_09\_06\_03.gif>>

donde *a = 2, b = 8, c = 1*



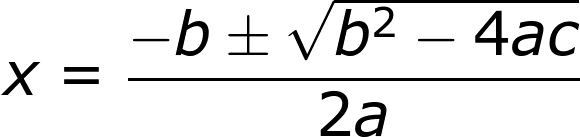
<<MA\_09\_06\_04.gif>>

*x0 = -2,* para obtener *a y0 se* remplaza *x* por *-2*  en *y = 2x2 + 8x + 1, así:*

*y = 2(-2)2 + 8*(*-2*) *+ 1 = 8 + (-16) + 1 = -*7

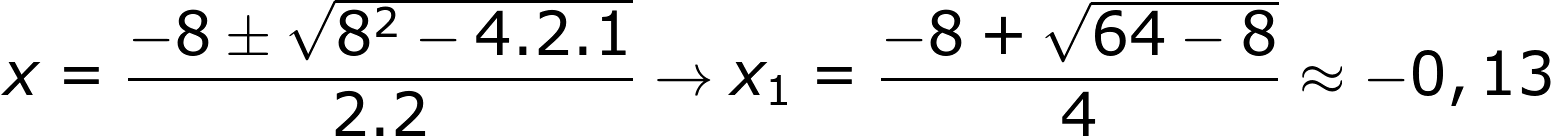
es decir que el vértice de esta parábola es (-2, -7).

1. Como el valor de *a = 2,* el signo es positivo y la parábola abre para arriba.
2. Se deben encontrar los puntos de corte con el eje *X* si existen, utilizamos la fórmula:



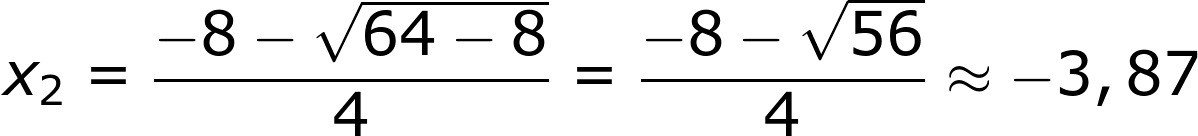
<<MA\_09\_06\_05.gif>>

Donde, *a = 2, b = 8, c = 1:*



<<MA\_09\_06\_06.gif>>

y



<<MA\_09\_06\_07.gif>>

Esta función tiene dos puntos de corte con el eje X que son *(-*0,13*,* 0*) y (-*3,87, 0*).*

1. Encontrar el punto de corte con el eje *Y*, puesto que *c* = 1, el punto de corte es (0, 1).
2. Se tienen los siguientes puntos para esbozar la gráfica:

(-2, -7), *(-0,13, 0), (-3,87, 0) y* (0, 1) sabiendo que el vértice es (-2,-7) y que abre para arriba se procede a graficarla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG06 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\planeta\guion 6\imagenes\3.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la parábola y = 2x2 + 8x + 1* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC20 |
| **Título** | Los tipos de gráficas de la función cuadrática |
| **Descripción** | Interactivo que muestra los distintos tipos de gráficas de funciones cuadráticas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC70 |
| **Título** | Identifica el eje de simetría de la parábola |
| **Descripción** | Actividad para relacionar la gráfica de una función cuadrática con su eje de simetría. |

Existe una clasificación de las funciones cuadráticas la cual depende del tipo de gráfica, esta clasificación la podrás ver en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2**] 1.2 Tipos de gráficas**

En esta sección se realizará una clasificación de las gráficas de una función cuadrática teniendo en cuenta donde está ubicado su vértice y para donde abren los brazos de la parábola.

1. **Las parábolas con el vértice en el origen (0, 0) y que abren para arriba:** su ecuación es de la forma *y = ax2* donde *a > 0.*

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG07 |
| **Descripción** | Gráfica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\6.JPG |
| **Pie de imagen** | En la gráfica de *y = 3x2* se muestra que el vértice es (0, 0) y abre para arriba porque *a* = 3 > 0. |

1. **Las parábolas con el vértice en el origen (0, 0) y que abren para abajo:** su ecuación es de la forma *y = ax2* donde *a < 0*.

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG08 |
| **Descripción** | Gráfica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\7.JPG |
| **Pie de imagen** | En la gráfica de la función *y = -3x2,* el vértice es (0, 0) y abre para abajo porque *a* = *-3 < 0.* |

1. **Las parábolas con el vértice en *(0, c)* y que abren para arriba:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + c* donde *a > 0.*

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG09 |
| **Descripción** | Gráfica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\8.JPG |
| **Pie de imagen** | En la función *y = 2x2 + 3,* el vértice es (0, 3) y abre para arriba porque *a* = 2 > 0 y *c* = 3. |

1. **Las parábolas con el vértice en *(0, c)* y que abren para abajo:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + c* donde *a < 0.*

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG10 |
| **Descripción** | Gráfica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la función *y = -2x2* + 1, el vértice es (0, 1) y abre para abajo porque a = -2 < 0 y *c* = 1. |

1. **Las parábolas que abren para arriba y no tienen el vértice en el eje Y:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + bx + c*  donde *a > 0* y *b ≠ 0.*

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG11 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la función *y = 4x2* + 2*x*, a = 4, b = 2 y c = 0, por lo tanto se cumple que *a* es un número real positivo y *b* ≠ 0. De esta forma la parábola abre hacia arriba y el vértice se calcula como se muestra en la imagen. |

1. **Las parábolas que abren para arriba y no tienen el vértice en el eje Y:** su ecuación es de la forma  *y = ax2 + bx + c,* con *a < 0, b ≠ 0.*

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG12 |
| **Descripción** | Grafica de una parábola |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | En la función *y= -2x2 + 12x + 1*, el vértice es *(3, 19)* y abre para abajo porque *a* = -2 < 0 y *b* = 12 ≠ 0. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC30 |
| **Título** | Identifica funciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar funciones cuadráticas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC40 |
| **Título** | ¿Qué sabes de la gráfica de una función cuadrática? |
| **Descripción** | Actividad para analizar la representación gráfica de la función cuadrática. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC50 |
| **Título** | Características de la función cuadrática |
| **Descripción** | Actividad para identificar las características de una función cuadrática, según ciertas condiciones |

[SECCIÓN 2**] 1.3 Traslaciones de la función cuadrática**

Una función cuadrática también se puede representar mediante el uso de traslaciones, estas se clasifican en traslación vertical, traslación horizontal y traslación oblicua.

**Traslación vertical:** dada la función f(x) = x2, la expresión *g*(x) = *x*2 + *k*, traslada la parábola inicial hacia arriba o hacia abajo *k* unidades, teniendo en cuenta que

* Si *k* > 0 la parábola *f*(*x*) = *x*2 se traslada hacia arriba *k* unidades.
* Si *k* < 0 la parábola *f*(*x*) = *x*2 se traslada hacia abajo *k* unidades.

En cualquier caso, el vértice de parábola *g*(x) = *x*2 + *k* se ubica en el punto (0, *k*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG13 |
| **Descripción** | Traslación vertical |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La función *f*(*x*) = *x*2 se traslada 2 unidades hacia arriba y se obtiene la función *g*(*x*) *= x2 + 2.* Además se traslada 3 unidades hacia abajo y se obtiene la función *h*(*x*) *= x2 – 3.* |

**Traslación horizontal:** Dada la función f(x) = x2, la expresión *g*(x) = (*x* + h)2, traslada la parábola inicial hacia la derecha o hacia la izquierda *k* unidades, teniendo en cuenta que

* Si *h* > 0 la parábola *f*(*x*) = *x*2 se traslada hacia la izquierda *h* unidades.
* Si *h* < 0 la parábola *f*(*x*) = *x*2 se traslada hacia la derecha *h* unidades.

El vértice de la parábola *g*(x) = (*x* + h)2 se ubica en el punto (*h*, 0)

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Traslación horizontal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Al trasladar la función *y* = *x*2, 3 unidades a la izquierda se obtiene la función *y* = (*x* + 3)2; si se traslada 5 unidades a la derecha se obtiene la función *y* = (*x* – 5)2 |

**Traslación oblicua:** Traslada la gráfica de la función tanto horizontalmente como verticalmente, de esta manera la función *f*(*x*) = *x*2, se transforma en la función *g*(*x*) = (*x* + *h*)2 + *k* al trasladarla h unidades horizontalmente y k unidades verticalmente. El vértice de la nueva función queda ubicado en el punto (-*h*, *k*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Traslación oblicua |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La función *y* = *x*2 se traslada 2 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo y se obtiene la función *y* = (*x* + 3)2 – 2 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC90 |
| **Título** | Traslaciones de la función cuadrática |
| **Descripción** | Interactivo que expone las traslaciones de la función cuadrática y generaliza la gráfica de *y* = *ax*2+ *bx* + *c* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC100 |
| **Título** | Identifica la traslación aplicada |
| **Descripción** | Actividad para identificar las traslaciones aplicadas a la gráfica de la función cuadrática |

En la siguiente sección se estudiará el significado y utilidad de los puntos de corte de la gráfica de la función cuadrática con el eje *X*.

[SECCIÓN 2**] 1.4 Los ceros de la función cuadrática**

**Los ceros de una función cuadrática o las raíces** son los valores de *x* cuando la función es igual a cero, gráficamente son los valores de *x* cuando la función pasa por el eje de las ordenadas, estos se denominan *x*1 y *x*2*.*

Las funciones cuadráticas pueden tener dos raíces, una raíz o no tener raíces como se estudia a continuación:

* **Funciones cuadráticas con dos raíces:** son aquellas funciones que al remplazar *x* por las raíces de la función su imagen es cero. Por ejemplo:

La función *f*(*x*) *= 2x2 + 4x* tiene dos ceros o dos raíces las cuales son *x1 = -2* y *x2 = 0*. Debido a que

*f(-2)= 2(-2)2 + 4(-2) =* 8 – 8 = 0

*f(0)= 2(0)2 + 4(0) = 0* + 0 = 0

Gráficamente, se observa que la parábola pasa por dos puntos en el eje X, como se muestra en la imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Representación gráfica de función cuadrática que tiene dos raíces o ceros |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | En la gráfica de la función *f(x)= 2x2 + 4x,* se muestra que sus ceros son *x*1 = -2 y *x*2 = 0. |

* **Funciones cuadráticas con única raíz:** son aquellas funciones que tienen el vértice en el eje *X*. Por ejemplo:

La función *f*(*x*) *= 2x2 – 12x + 18* tiene un solo cero *x1 = 3*, este es el único valor que se si se remplaza en la función la imagen es cero.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática que tiene una raíz o un cero. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\13.JPG |
| **Pie de imagen** | En la gráfica de la función *f(x)= 2x2 – 12x + 18* se observa que *x*1 = 3 y el punto (3, 0) es el vértice de la parábola. |

* **Funciones cuadráticas sin raíces:** Son aquellas cuya gráfica no toca el eje X, por lo tanto no existe un valor en el dominio de la función que tenga como imagen cero. Por ejemplo:

La función *f*(*x*) *= 2x2 – 4x + 4* no tiene ningún cero o raíz ya que su gráfica no toca al eje *X,* es decir no existe ningún valor de *x* que al remplazarla en la función arroje como resultado cero.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Representación gráfica de una función cuadrática que no tiene raíz o ceros. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\planeta\guion 6\imagenes\14.JPG |
| **Pie de imagen** | La gráfica de la función *y = 2x2 – 4x + 4* no pasa por eje X, por lo tanto no tiene ceros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC60 |
| **Título** | Relaciona cada gráfica con sus elementos |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la gráfica correspondiente a la función cuadrática dada |

Para encontrar **los ceros** de una función cuadrática se debe solucionar ecuación que resulta de igualar la función a cero. En las siguientes secciones se mostrarán algunos métodos para encontrar las raíces de la función cuadrática y solucionar esta ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC80 |
| **Título** | Identifica los ceros de una función cuadrática |
| **Descripción** | Actividad para relacionar la gráfica de una función cuadrática con sus ceros respectivos |

[SECCIÓN 2] **1.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC110 |
| **Título** | Practica la representación gráfica de funciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividad que permite analizar gráficas de funciones cuadráticas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC120 |
| **Título** | Identifica la función cuadrática de acuerdo con su descripción |
| **Descripción** | Actividad que propone relacionar una función cuadrática con la descripción de su representación gráfica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC130 |
| **Título** | Representa gráficamente la función cuadrática |
| **Descripción** | Actividad que propone la representación gráfica de funciones cuadráticas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC140 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: la función cuadrática |
| **Descripción** | Actividades sobre la función cuadrática |

[SECCIÓN 1**] 2 Ecuación cuadrática**

Una **ecuación cuadrática** se caracteriza porque el mayor exponente de la incógnita es dos, se puede expresar de la forma *ax2 + bx + c=0,* donde *a, b, c* ∈ ℝ y *a ≠* 0*,* también se conocen con el nombre de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, algunos ejemplos de ella son:

* *2x2 + 3x + 5 = 0*
* *x2 = -1*
* *23x2 = 2x*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG19 |
| **Descripción** | Lanzamiento de jabalina |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/487144/111565067/stock-photo-full-length-of-man-with-arm-extended-about-to-release-javelin-111565067.jpg>  http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/487144/111565067/stock-photo-full-length-of-man-with-arm-extended-about-to-release-javelin-111565067.jpg |
| **Pie de imagen** | El tiempo, la distancia, la altura del lanzamiento de jabalina puede ser modelado por ecuaciones cuadráticas. |

Se pueden categorizar las ecuaciones cuadráticas en dos grupos:

El primer grupo recibe el nombre de  **ecuaciones cuadráticas completas** son las ecuaciones que tienen todos sus coeficientes, distintos a cero, es decir que se pueden expresar de la forma *ax2 + bx + c = 0* con *a ≠ 0, b ≠ 0 y c ≠ 0.*

Ejemplo:

La ecuación *3x2 - 3x = 4* que se puede expresar como *3x2 - 3x* – 4 *= 0* con *a = 3, b = -3 y c = 4* es una ecuación cuadrática completa.

El segundo grupo recibe el nombre de **ecuaciones cuadráticas incompletas**, como su nombre lo indica son aquellas ecuaciones en las cuales no todos sus coeficientes son diferentes a cero, de este tipo de ecuaciones incompletas se desprenden tres clases:

* **La primera clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma *ax2 = 0* es decir que *a ≠ 0, b = 0 y c = 0 y* se denominan **ecuaciones incompletas puras**.

Ejemplo:

* *2x2=0*
* *-4x2=0*
* **La segunda clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma ax2 + c = 0 es decir que *a ≠ 0, b= 0* y *c ≠ 0* .

Ejemplo:

* *3x2 – 7 = 0*
* *-12x2 + 2 = 0*
* **La tercera clase** son las ecuaciones que se pueden expresar de la forma *ax*2 + *bx* = 0 es decir que *a ≠ 0, b ≠ 0 y c = 0,* esta clase se denomina **ecuaciones incompletas binomiales**.

Ejemplo:

* *3x2 - 2x = 0*
* *6x2 + 7x = 0*

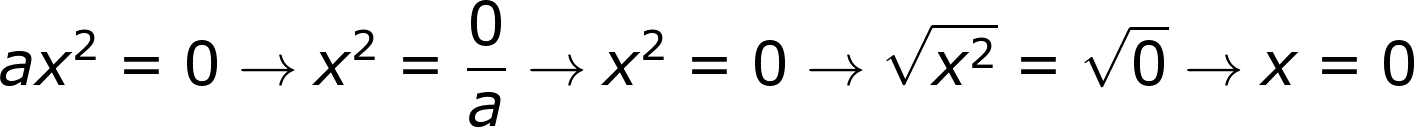
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG20 |
| **Descripción** | Representación por áreas de una ecuación cuadrática |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\planeta\guion 6\imagenes\15.jpg |
| **Pie de imagen** | Algunas ecuaciones cuadráticas se pueden representar por áreas rectangulares o cuadradas *x2 + 2x = 25* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC150 |
| **Título** | Ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Interactivo que expone las ecuaciones cuadráticas a partir de situaciones problema |

[SECCIÓN 2**] 2.1 Solución de ecuaciones cuadráticas incompletas**

A continuación se presentan algunos métodos para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas:

**Ecuaciones de la forma *ax2 = 0:*** Se despeja x en la ecuación, así

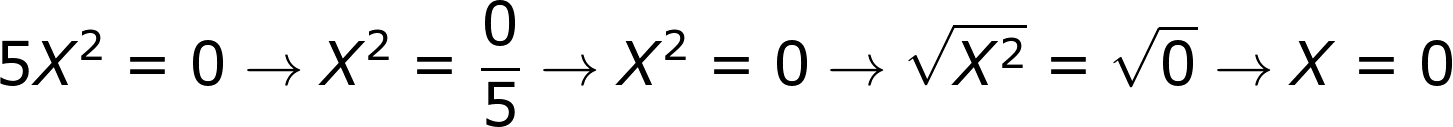


<<MA\_09\_06\_13.gif>>

De esta manera todas las ecuaciones de la forma *ax2 = 0* tienen como solución *x* = 0.

Ejemplo:

La ecuación *5x2 = 0* tiene como solución x = 0, porque

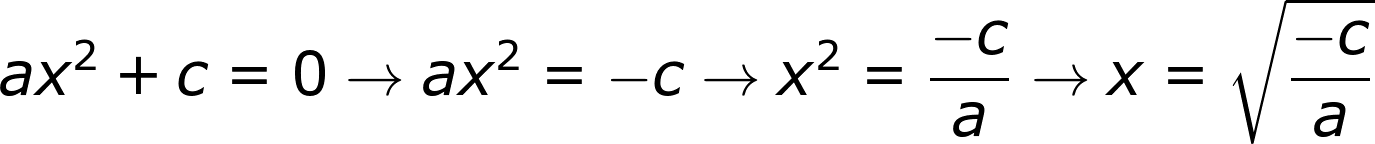


<<MA\_09\_06\_14.gif>>

Al comprobar la solución de la ecuación se obtiene que

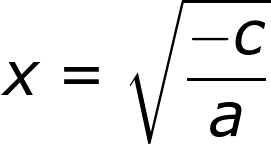
*5.02 = 0 → 5.0 = 0 → 0 = 0.*

**Ecuaciones de la forma *ax2 + c = 0****: S*e despeja *x* en la ecuación



<<MA\_09\_06\_15.gif>>

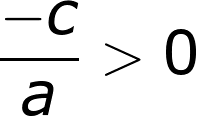
La solución general de este tipo de ecuaciones está dada por



<<MA\_09\_06\_16.gif>>

Se puede concluir que todas las ecuaciones de la forma *ax2 + c =* 0se cumple:

Por lo tanto, la ecuación tiene solución en el conjunto de los números reales si y solo si,



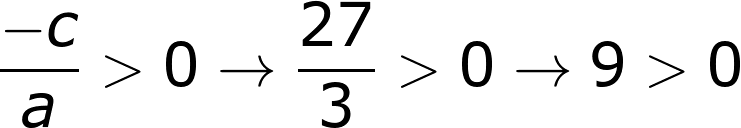
<<MA\_09\_06\_17.gif>>

En este caso, las ecuaciones de la forma *ax2 + c =* 0 tienen dos soluciones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | En el caso de    la ecuación no tendrá solución en el conjunto de los números reales, las soluciones son números complejos, debido a que la raíz cuadrada de números negativos no existe en el conjunto de los números reales. |

Ejemplos:

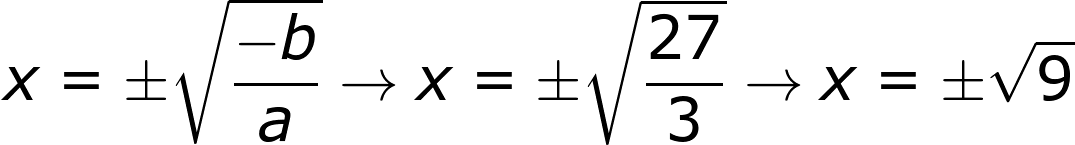
* Resolver *3x2 – 27 = 0*, se comprueba que tenga solución remplazando *a = 3* y *c = -27* y que cumpla la desigualdad:



<<MA\_09\_06\_23.gif>>

Como se cumple la desigualdad la ecuación si tiene solución en los números reales.

Ahora utilizando la formula se buscan su solución



De esta forma, las soluciones de la ecuación son *x*1 = 3 y *x*2 = -3.

Para comprobar si los resultados obtenidos son solución se remplazan los valores encontrados de *x* en la ecuación, así:

Cuando *x1 = 3,*

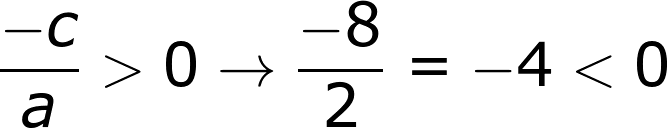
*3x2 – 27 = 0 → 3.(3)2 – 27 = 0 → 3.9 – 27 = 0 → 27 – 27 = 0 → 0 = 0.*

Cuando *x2 = -3,*

*3x2 – 27 = 0 → 3.(-3)2 – 27 =0 → 3.(9) – 27 = 0 → 27 – 27 = 0 → 0 = 0.*

Como se puede observar *x = 3* y *x = -3* son soluciones de la ecuación.

* Resolver *2x2 + 8 = 0*, se comprueba que la ecuación tenga solución remplazando *a* = 2 y *c* = 8:



<<MA\_09\_06\_27.gif>>

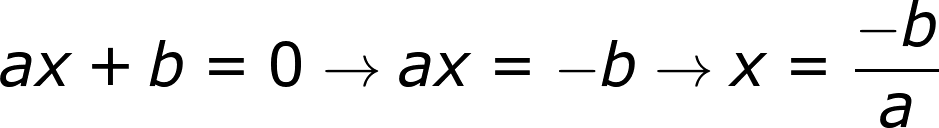
Como no cumple la desigualdad esta ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales.

**Ecuaciones de la forma *ax2 + bx = 0****:*

Para solucionar este tipo de ecuaciones, se factoriza la variable *x, así*:

*ax2 + bx = 0* ⟶ *x.(ax + b) = 0*

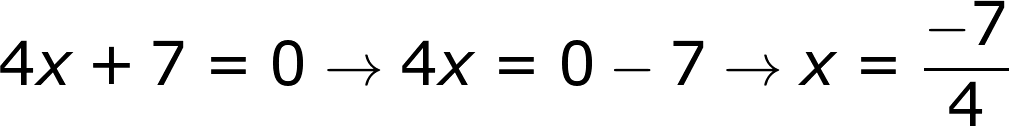
Recuerda que, cuando el producto de dos números es cero, por lo menos uno de los dos factores es cero. Por lo tanto de la ecuación x*(ax + b) = 0*, se obtienen las soluciones *x* = 0 y la que resulta de despejar la ecuación *ax* + *b* = 0. Se obtiene que:



<<MA\_09\_06\_28.gif>>

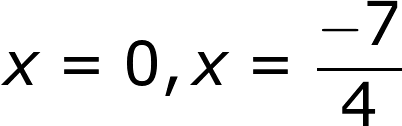
Ejemplo:

* Resolver la ecuación *4x2* *+ 7x = 0,* por lo tanto, se factoriza *x*, la ecuación que se obtiene es*, x.(4x + 7) = 0,* una de las soluciones es *x = 0,* la otra solución se encuentra igualando *4x + 7 = 0* y despejando *x:*



<<MA\_09\_06\_29.gif>>

Las dos posibles soluciones son:

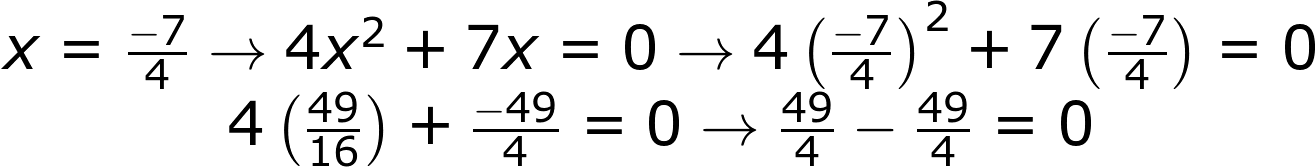


<<MA\_09\_06\_30.gif>>

se remplazan estos dos resultados en la ecuación para verificar que son las soluciones.

Cuando:

*x = 0 → 4x2 + 7x = 0 → 4(0)2 + 7(0) = 0 → 4.(0) + 0 = 0 → 0 + 0 = 0 → 0 = 0.*



<<MA\_09\_06\_31.gif>>

Hecho que comprueba las soluciones de la ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El origen de las ecuaciones cuadráticas se remonta a las épocas del imperio babilónico (1792 a.C – 539 a.C) en esta época se tenían algunos métodos para plantear y resolver este tipo de ecuaciones* |

En la siguiente sección se mostrarán algunos métodos para solucionar algunas ecuaciones cuadráticas completas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC160 |
| **Título** | Identifica ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar ecuaciones cuadráticas a partir de la expresión algebraica |

[SECCIÓN 2**] 2.2 Solución de una ecuación cuadrática completa**

Las **ecuaciones cuadráticas completas** tienen la forma *ax2 + bx + c = 0* donde *a ≠ 0, b ≠ 0 y c ≠ 0,* para resolver esta clase de ecuaciones existen diferentes técnicas, en esta sección se explicará la técnica descomposición factorial (factorización).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG21 |
| **Descripción** | Lanzamiento de un balón de baloncesto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/160669/160669,1324205712,1/stock-photo-basketball-player-throwing-a-ball-91078424.jpg>  http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/160669/160669,1324205712,1/stock-photo-basketball-player-throwing-a-ball-91078424.jpg |
| **Pie de imagen** | *El lanzamiento de un balón de baloncesto puede ser modelado por una ecuación cuadrática* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC170 |
| **Título** | Solución de ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Interactivo que expone tres procedimientos para hallar la solución de una ecuación cuadrática |

Un gran número de **ecuaciones cuadráticas completas** se pueden resolver utilizando la factorización, siempre y cuando, después de expresar la ecuación como *ax2 + bx + c = 0* la expresión *ax2 + bx + c*  se pueda escribir como el producto de dos o más expresiones algebraicas. El procedimiento para resolver estas ecuaciones es el siguiente:

1. Se expresa la ecuación en su forma general *ax2 + bx + c = 0* igualando la expresión a cero.
2. Se factoriza la expresión *ax2 + bx + c.*
3. Se obtienen dos ecuaciones igualando cada factor a cero.
4. Se resuelve cada una de las ecuaciones obtenidas para encontrar la solución de la ecuación.

Ejemplo:

* Resolver la ecuación *4x2 + 12x = -9.*

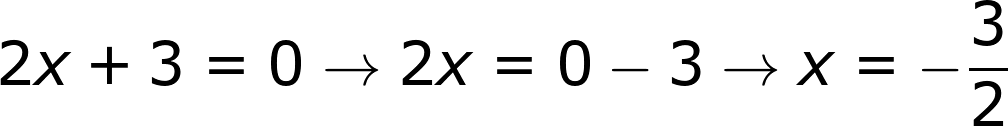
1. Se lleva a su forma general:

*4x2 + 12x = -9 → 4x2 + 12x + 9 = 0*

1. Se factoriza directamente la parte que esta igualada a cero, en este caso es un trinomio cuadrado perfecto:

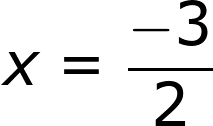
*4x2 + 12x + 9 = 0 → (2x + 3)2 = 0 → (2x + 3)(2x + 3) = 0*

1. Se iguala cada factor a cero y se obtiene la ecuación *2x + 3 = 0.*
2. Se resuelve la ecuación obtenida, así:



<<MA\_09\_06\_33.gif>>

Por lo tanto, la solución de la ecuación *4x2 + 12x = -9* es



<<MA\_09\_06\_34.gif>>

* Resolver la ecuación *x2 + 9x + 14 = 0.*

1. La ecuación ya está en su forma general *x2 + 9x + 14 = 0.*
2. Se factoriza la expresión, en este caso el trinomio es de la forma *x2 + bx + c = 0*,

*x2 + 9x + 14 = 0 → (x + 7)(x + 2) = 0.*

1. Ahora se deben buscar el o los valores de x que hacen que el producto sea igual a cero

*(x + 7)(x+2) = 0 → x + 7 = 0 → x = -7,* y  *x + 2 = 0 → x = -2.*

1. Esta ecuación tiene dos soluciones x = -7 y x = -2, se comprueban las dos soluciones remplazando en la ecuación original:

*x = -7* en *x2 + 9x + 14 = 0 → (-7)2 + 9(-7) + 14 = 0 → 49 – 63 + 14 = 0 → 0 = 0.*

*x = -2* en *x2 + 9x + 14 = 0 → (-2)2 + 9(-2) + 14 = 0 → 4 - 18 + 14= 0 → 0 = 0.*

Hasta el momento se ha mostrado algunos métodos para resolver ecuaciones cuadráticas teniendo en cuenta si son **completas** o **incompletas**, pero existe una forma que permite resolver cualquier ecuación cuadrática sin necesidad de utilizar el manejo algebraico y sin importar si es completa o incompleta el método consiste en utilizar una formula general la cual se desarrollará en la siguiente sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *En Grecia Diofanto de Alejandría (200 d.C – 284d.C) creó un método para solucionar las ecuaciones cuadráticas dicho método solo aportaba una de las posibles soluciones.* |

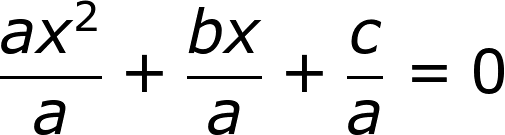
|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC180 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones cuadráticas con el método de factorización |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la solución de una ecuación cuadrática factorizando |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC190 |
| **Título** | Halla la solución de ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la solución de una ecuación cuadrática completando el cuadrado |

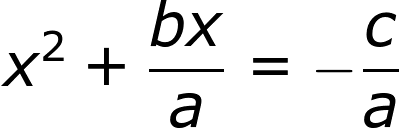
[SECCIÓN 2**] 2.3 Formula general para resolver ecuaciones de segundo grado**

La fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas permite saber si una ecuación cuadrática tiene solución o no en el conjunto de los números reales y las determina, no importa si la ecuación es completa o incompleta. Esta fórmula se deduce a continuación:

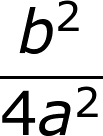
Para averiguar el valor de *x* en la expresión *ax2 + bx + c = 0* con *a ≠ 0,* se divide por *a* todos los miembros de la ecuación.

 <<MA\_09\_06\_36gif>>

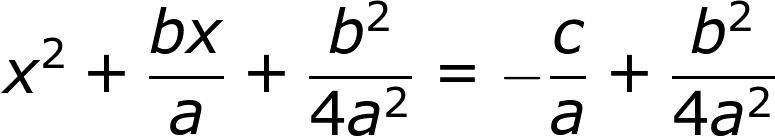
Se pasa el término independiente al lado derecho de la ecuación.

****<<MA\_09\_06\_37.gif>>

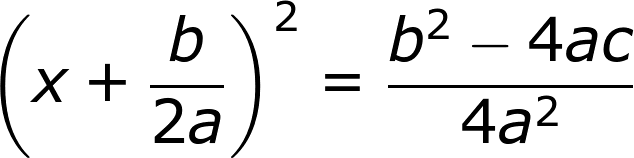
se completa el cuadrado al lado derecho de la ecuación sumando a los dos lados de la ecuación el término

****<<MA\_09\_06\_38.gif>>

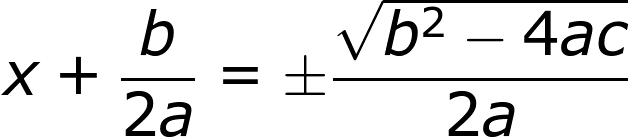
De esta manera,

**** <<MA\_09\_06\_39.gif>>

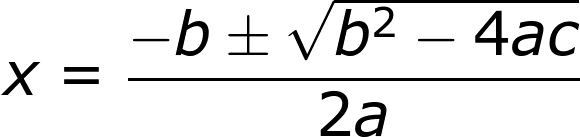
Se factoriza al lado izquierdo y se realiza la suma al lado derecho.

 <<MA\_09\_06\_40.gif>>

Se saca la raíz cuadrada a los dos lados de la ecuación.

**** <<MA\_09\_06\_41.gif>>

* Finalmente, se despeja a *x,* de donde se obtiene la formula cuadrática.

**** <<MA\_09\_06\_42.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Formula cuadrática** |
| **Contenido** | Para resolver la ecuación de la forma *ax*2 +*bx* + *c* = 0 con *a* ≠ 0, se aplica la formula  <<MA\_09\_06\_42.gif>> |

Una parte de la formula cuadrática es conocida como el **discriminante** de la ecuación cuadrática, este permite determinar si la ecuación tiene soluciones en el conjunto de los números reales o no y si las tiene cuantas son.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El discriminante de una ecuación cuadrática** |
| **Contenido** | El discriminante de cualquier ecuación cuadrática *ax2 + bx + c = 0* se define como *D = b2 – 4ac*  y se concluye que:   * Si *D > 0* la ecuación cuadrática tiene dos soluciones distintas en el conjunto de los números reales. * Si *D = 0* la ecuación cuadrática tiene una única solución en los números reales. * Si *D < 0* la ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales. |

A continuación se resolverán algunas ecuaciones cuadráticas utilizando la formula cuadrática:

* Resolver la ecuación:

*3x2 + 2x = 4*

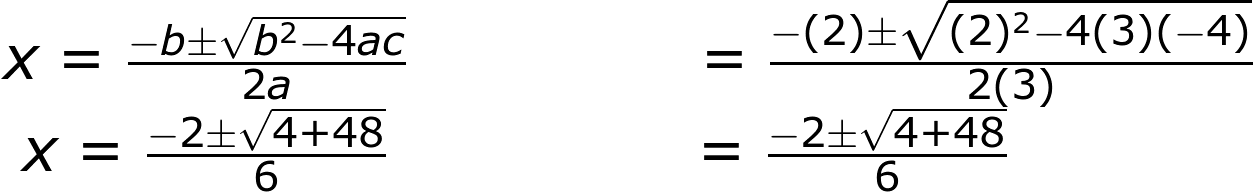
1. Se iguala a cero la expresión y se pasa a su forma general *3x2 + 2x – 4 = 0,* donde *a = 3*, *b* = 2 y *c = -4*.

El discriminante de esta ecuación es:

*D = 22 – 4·3·(-4) = 4 + 48 = 52, 52 > 0*.

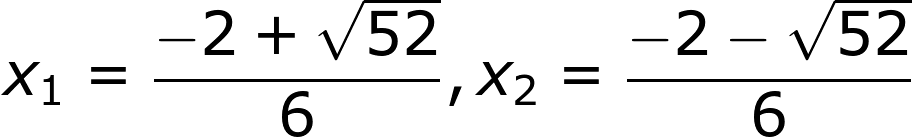
Como el discriminante es mayor que cero, quiere decir que tiene dos soluciones diferentes en los números reales.

1. Se remplazan por los valores *a, b* y *c* en la fórmula:



<<MA\_09\_06\_43.gif>>

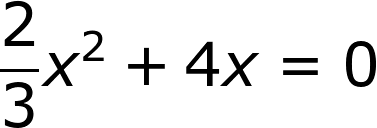
es decir que los dos valores de *x* en esta ecuación son:

 <<MA\_09\_06\_44.gif>>

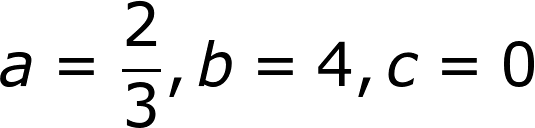
|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *El matemático Al-Khwarizmi desarrolló la primera solución completa para las ecuaciones cuadráticas en el siglo IX en su trabajo “compendio de cálculo.”* |

Ejemplo:

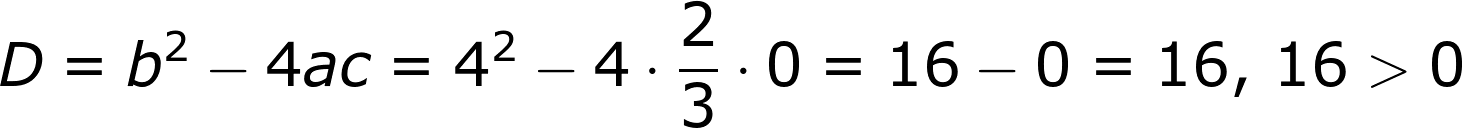
* Resolver la ecuación

 <<MA\_09\_06\_60.gif>>

1. La ecuación se encuentra en su forma general, en esta ecuación,

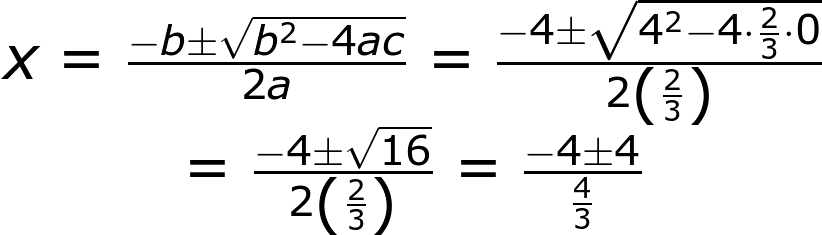
 <<MA\_09\_06\_61.gif>>

el discriminante de esta ecuación es:

 <<MA\_09\_06\_62.gif>>

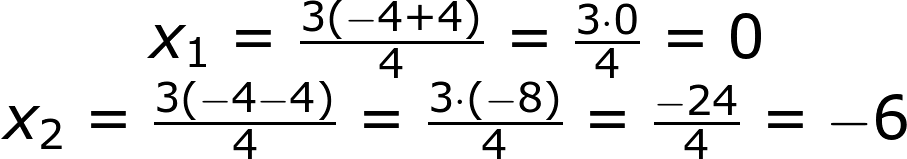
como el discriminante es mayor que cero quiere decir que tiene dos soluciones diferentes en los reales.

1. Se remplaza por los valores *a, b, c* en la fórmula:



<<MA\_09\_06\_63.gif>>

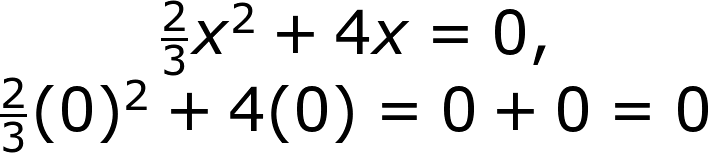
es decir que los dos valores de *x* en esta ecuación son:



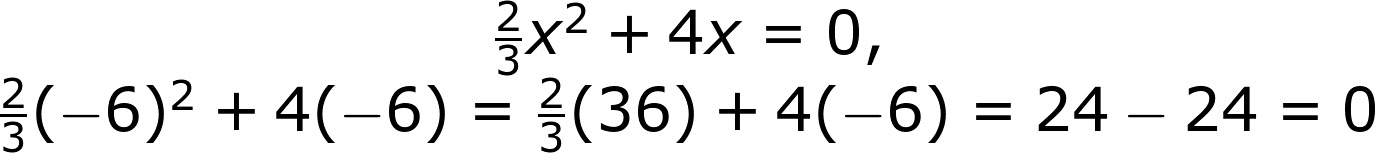
<<MA\_09\_06\_64.gif>>

1. Se comprueban las dos soluciones en la ecuación original

Con *x*1 = 0,



Con *x*2 = -6,



Donde se verifica que las dos respuestas satisfacen la ecuación.

Resolver la ecuación *10x2 + 3x = -2*

1. Se pasa la ecuación a su forma general

*10x2 + 3x + 2= 0*, donde *a = 10, b = 3 y c = 2*

el discriminante de esta ecuación es:

*D = 32- (4)(10)(2) = 9 - 80* = -71, -71 < 0

como el discriminante es menor que cero esta ecuación no tiene solucionen en el conjunto de los números reales.

Como se puede observar la **formula cuadrática** puede ser utilizada para resolver cualquier ecuación cuadrática, no importa si es completa o incompleta, además el discrimínate permite saber si las ecuación tiene solución y si las tiene cuantas son, en la siguiente sección se trabajara con algunas de las propiedades que poseen las raíces o las soluciones de las ecuaciones cuadráticas

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| **Contenido** | * *La fórmula cuadrática como tal solo aparece en Europa hasta el siglo XII en el libro “tratado de medidas y cálculculos” del autor catalán Abraham bar Hiyya Ha-Nasi*  *(1065 D,c -1136 D.c)* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC200 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones cuadráticas aplicando la fórmula cuadrática |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la solución de una ecuación cuadrática aplicando la fórmula cuadrática |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC210 |
| **Título** | ¿Cuántos cortes tiene la función cuadrática con el eje X? |
| **Descripción** | Ejercicios para calcular el discriminante y decidir si una función interseca el eje *X*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC220 |
| **Título** | Aplica ecuaciones cuadráticas para resolver problemas |
| **Descripción** | Ejercicios de aplicación de las ecuaciones cuadráticas |

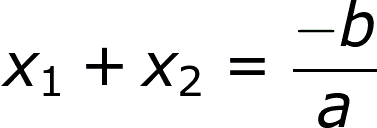
[SECCIÓN 2**] 2.4 Las propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática**

Recuerda que las **raíces de una ecuación cuadrática** son sus soluciones, estas ecuaciones de la forma ax*2 + bx + c = 0* tienen máximo dos soluciones o dos raíces que se pueden definir por **la formula cuadrática** como:

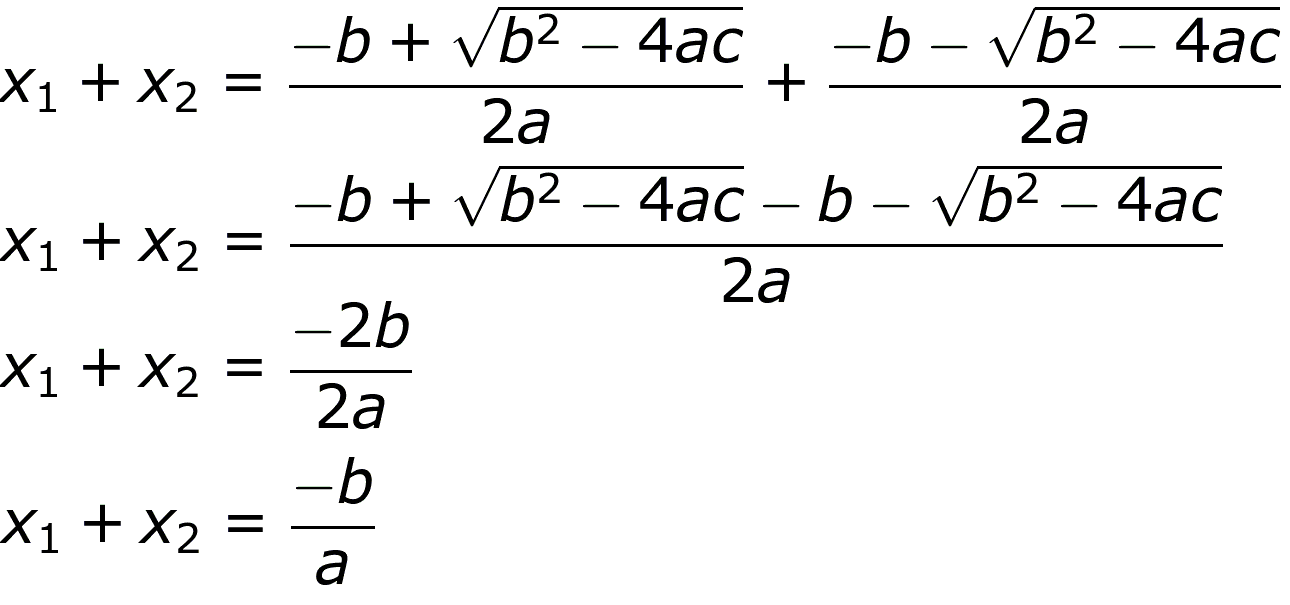
<<MA\_09\_06\_72.gif>>

De esta manera, se pueden establecer las siguientes propiedades:

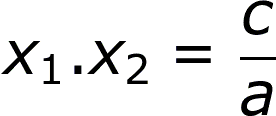
**Suma de las raíces de una ecuación cuadrática:** Al sumar las raíces de una ecuación cuadrática se obtiene la igualdad

<<MA\_09\_06\_73.gif>>

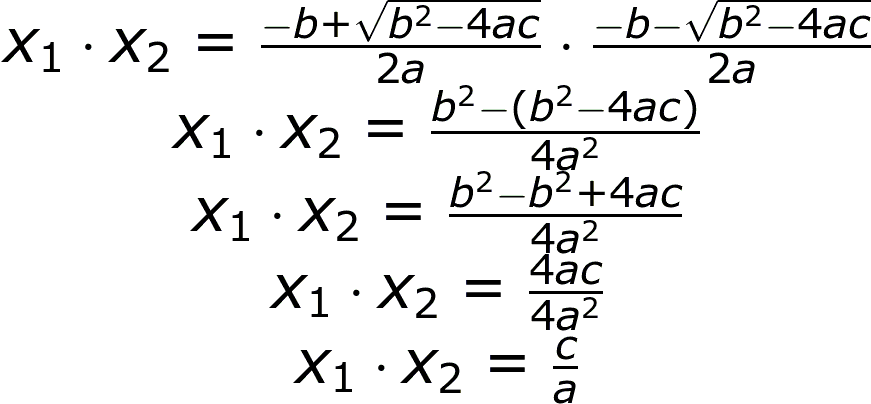
Demostración,

<<MA\_09\_06\_74.gif>>

**Producto de las raíces de una ecuación cuadrática:** al multiplicar las raíces de una ecuación cuadrática se obtiene la igualdad

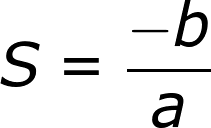
<<MA\_09\_06\_75.gif>>

Demostración,

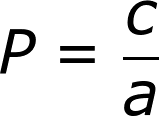
<<MA\_09\_06\_76.gif>>

Estas dos propiedades permiten determinar la ecuación cuadrática a partir de la suma y el producto de sus dos soluciones de la siguiente manera:

Sea *S* la suma de las raíces y *P* su producto, es decir que,

 <<MA\_09\_06\_84.gif>>

Se despeja *b* y se obtiene que  *b = -a·S,* asimismo

**  <<MA\_09\_06\_85.gif>>

Al despejar *c* se obtiene la siguiente ecuación *c = a.P*

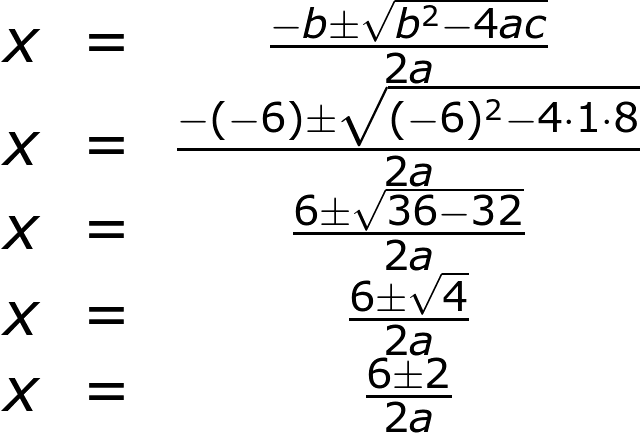
Se reemplaza *a, b* y *c* en la ecuación general y se obtiene *ax2 - aSx +aP = 0*

Se divide por *a*, así

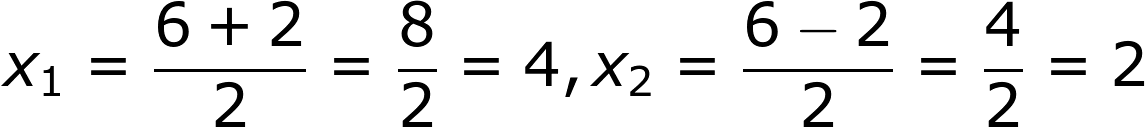
*x2 - Sx + P = 0* .

Ejemplo: Determinar la ecuación de segundo grado cuya suma de sus raices es 6 y su producto es 8:

Se remplaza a *S = 6 y P = 8* en *x2 - Sx + P = 0* y se obtiene la ecuación *x2 - 6x + 8 = 0,* para comprobar si esta es la ecuación tiene como solución dos números reales cuya suma sea 6 y el producto sea 8, se soluciona la ecuación *x2 - 6x + 8 = 0*, para ello se utiliza la formula cuadrática donde *a = 1, b = -6 y c = 8.*

 <<MA\_09\_06\_86.gif>>

Es decir que las dos soluciones son:

 <<MA\_09\_06\_87.gif>>

la suma de las dos soluciones es *x1 + x2 = 4 + 2 = 6* y el producto es *x1.x2 = 4 . 2 = 8*, que son los valores que cumplen la condición inicial.

En la siguiente sección se trabajará con unas ecuaciones que a simple vista no son cuadráticas, pero realizando algunos cambios algebraicos se expresar y resolver como ecuaciones cuadráticas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC230 |
| **Título** | Practica las propiedades de una ecuación cuadrática |
| **Descripción** | Actividad que permite aplicar las propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática para hallar la ecuación |

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC240 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: las ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividades sobre las ecuaciones cuadráticas |

[SECCIÓN 1**] 3 Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas**

Existen dos clases de ecuaciones (**con radicales** y **bicuadraticas**) que a simple vista no se relacionarían directamente con una ecuación cuadrática de la forma ax2 *+ bx + c = 0*, pero si se les realizan algunas transformaciones algebraicas se pueden convertir en estas ecuaciones.

Además existen otras clases de ecuaciones cuadráticas en las cuales no se busca un resultado numérico como tal, si no que su resultado serán letras, estas ecuaciones se denominan ecuaciones **cuadráticas** **literales.**

Estas tres ecuaciones (**con radicales**, **bicuadraticas** y **literales**) serán desarrolladas en las siguientes secciones de una manera amplia y clara.

[SECCIÓN 2**] 3.1 Ecuaciones con radicales**

Las **ecuaciones con radicales** son aquellas en las cuales la incógnita aparece en el radicando de alguna raíz, entre estas, las que se relacionan con las ecuaciones cuadráticas son aquellas en las cuales la variable aparece en los radicandos de las raíces cuadradas, algunos ejemplos de ellas son:



<<MA\_09\_06\_88.gif>>

Un método para resolver este tipo de ecuaciones es el siguiente:

Paso1: se despeja un radical no importa si en la otra parte de la igualdad queden más radicales.

Paso 2: se eleva al cuadrado cada lado de la igualdad y se desarrolla.

Paso 3: se verifica que se hayan eliminado todos los radicales de la ecuación si no es así, se repite el paso 1 y el paso 2 hasta que no quede ningún radical en la ecuación y se pueda escribir de la forma *ax2 + bx + c = 0.*

Paso 4: se resuelve la ecuación cuadrática por el método que se quiera.

Paso 5: se verifican las respuestas obtenidas, este paso es muy importante debido a que como se ha elevado al cuadrado cabe la posibilidad que aparezcan resultados que no sean solución de la ecuación original.

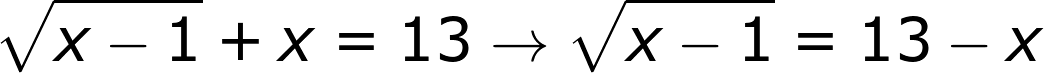
|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC250 |
| **Título** | Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Interactivo que expone las ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas |

Ejemplos:

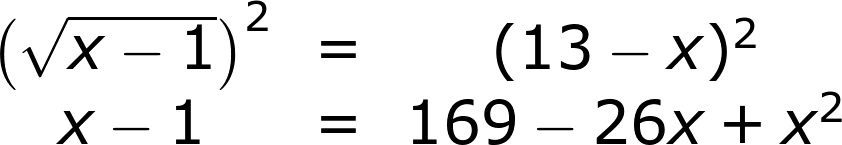
1. Resuelva la ecuación:

 <<MA\_09\_06\_91.gif>>

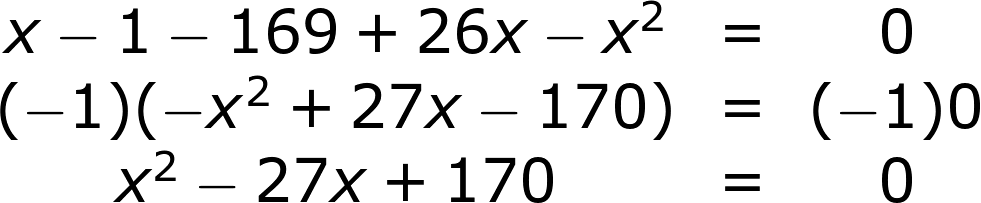
Paso 1:

 <<MA\_09\_06\_92.gif>>

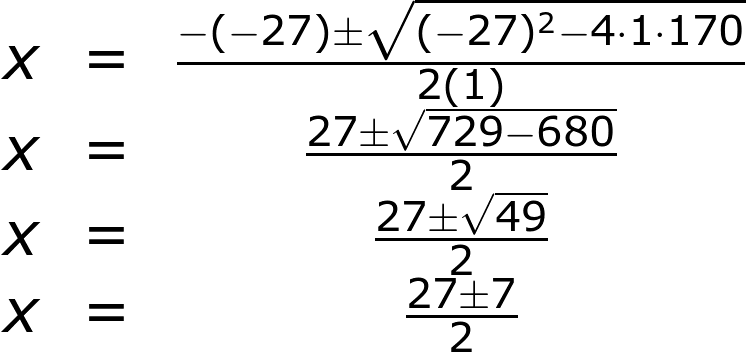
Paso 2:

 <<MA\_09\_06\_93.gif>>

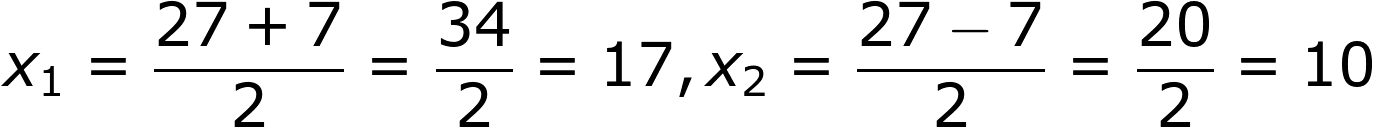
Paso 3:

 <<MA\_09\_94.gif>>

Paso 4: Se soluciona la ecuación cuadrática obtenida, dado que *a* = 1, *b* = -27 y *c* =170.

<<MA\_09\_06\_95.gif>>

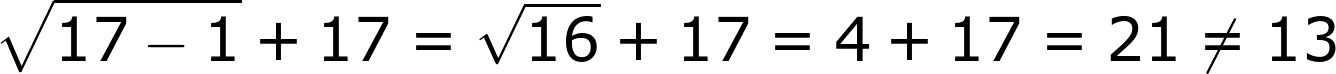
Las dos posibles respuestas son:

 <<MA\_09\_06\_96.gif>>

Paso 5:

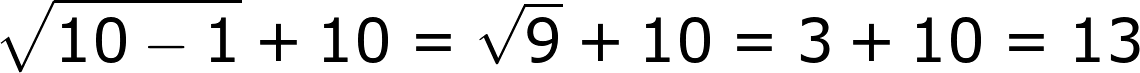
Se remplazan los dos valores encontrados en la ecuación original

Cuando *x = 17*

 <<MA\_09\_06\_97.gif>>

No es solución porque no satisface la ecuación.

Cuando *x = 10*

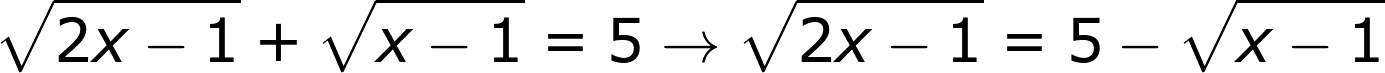
 <<MA\_09\_06\_98.gif>>

Por tanto, tiene única solución cuando *x = 10.*

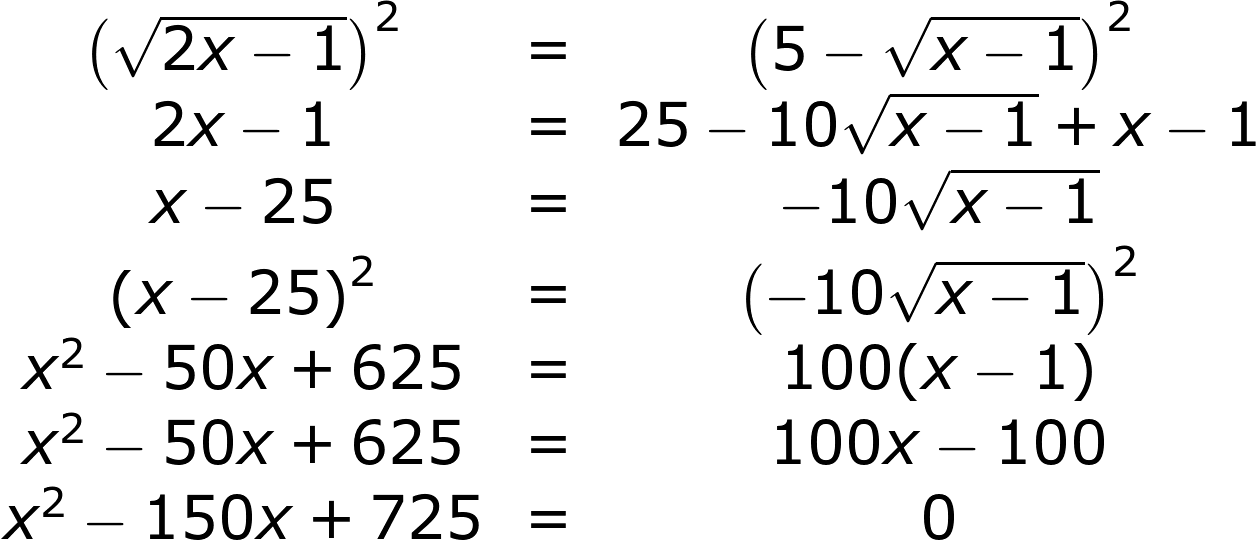
1. Resuelva la ecuación:

 <<MA\_09\_06\_99.gif>>

Paso 1:

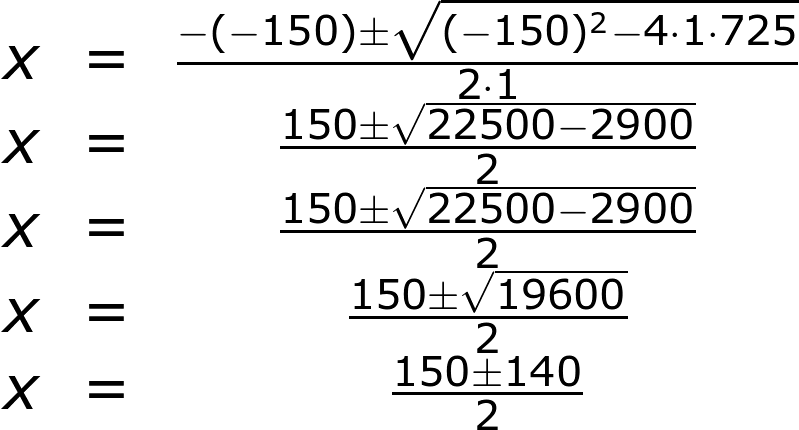
 <<MA\_09\_06\_100.gif>>

Paso 2 y 3:

<<MA\_09\_06\_101.gif>>

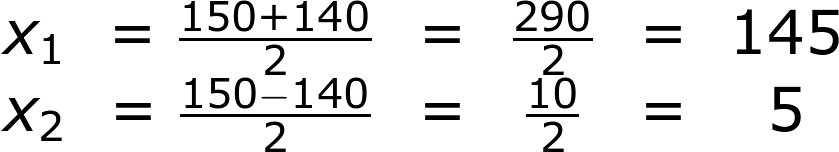
Paso 4:

Como *a* = 1, *b* = 150 y *c* = 725 se resuelve la ecuación por la fórmula cuadrática:



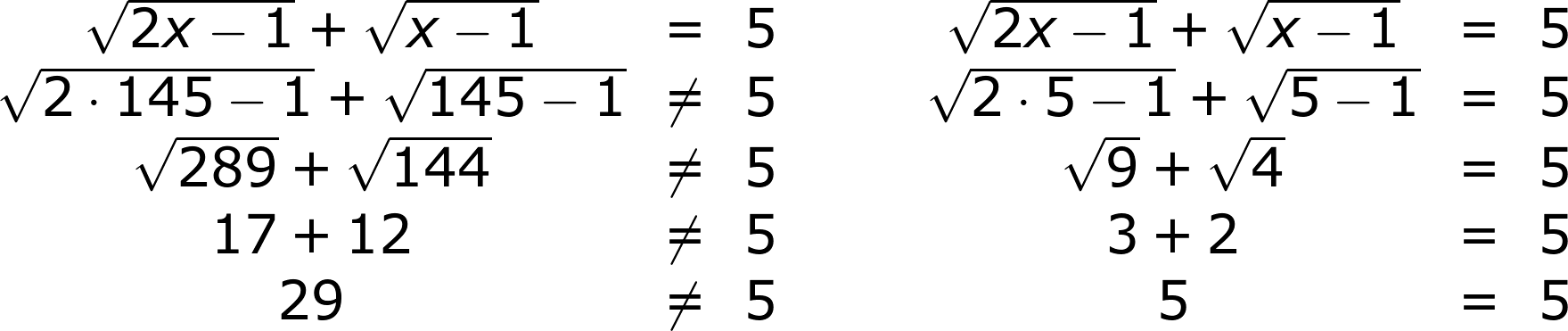
<<MA\_09\_06\_102.gif>>

Por lo tanto, las soluciones son

<<MA\_09\_06\_103.gif>>

Paso 5:

Se remplazan los dos valores encontrados en la ecuación original, cuando *x = 145* y cuando *x* = 5

<<MA\_09\_06\_105.gif>>

Como se observa, *x* = 5 es la única solución de esta ecuación, ya que satisface la igualdad.

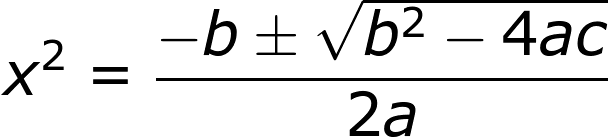
|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC260 |
| **Título** | Simplifica ecuaciones con radicales |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la reducción de ecuaciones con radicales |

[SECCIÓN 2**] 3.2 Ecuaciones bicuadráticas**

Las ecuaciones bicuadraticas son todas las ecuaciones de la forma *ax4 + bx2 + c = 0* con *a, b, c* ∈ ℝ con *a ≠ 0*, ejemplo de estas ecuaciones son:

*x4 – 17x2 + 16 = 0; x4 – 13x2 + 36 = 0; 4x4+ 4 = 0*

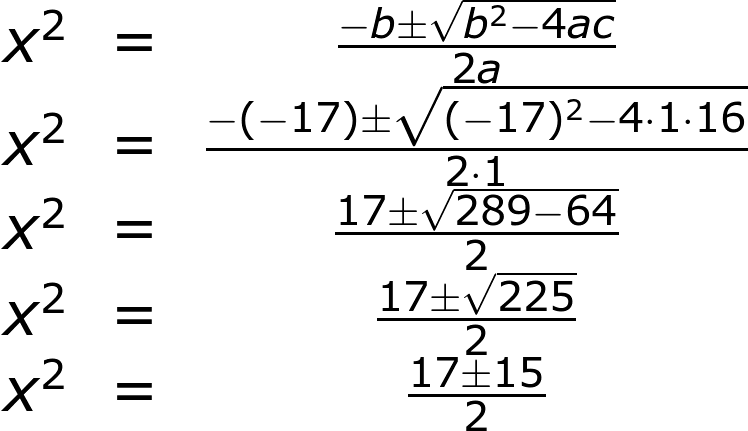
Un método para resolver este tipo de ecuaciones es utilizando una variación de la formula cuadrática en la cual se remplaza a *x* por *x2*  es decir, que la nueva fórmula para resolver este tipo de ecuaciones bicuadraticas es:

<<MA\_09\_06\_106.gif>>

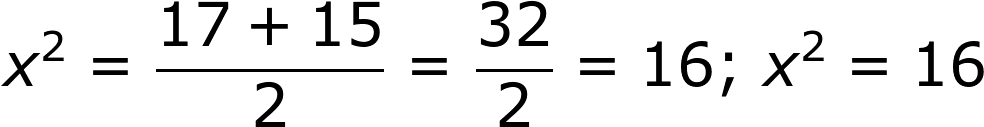
Cabe resaltar que este tipo de ecuaciones puede tener como máximo cuatro soluciones, esto se debe a que ya no se busca a *x* si no a *x2,* observa los siguientes ejemplos de cómo resolver ecuaciones bicuadraticas utilizando la variación de la fórmula cuadrática:

* Resolver la ecuación bicuadratica: *x4  – 17x2 + 16 = 0:*

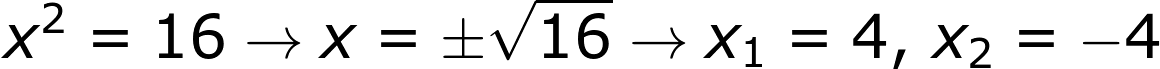
Paso 1: en esta ecuación *a* = 1, *b* = -17 y *c* = 16, se remplaza estos valores y se desarrolla la fórmula:

<<MA\_09\_06\_108.gif>>

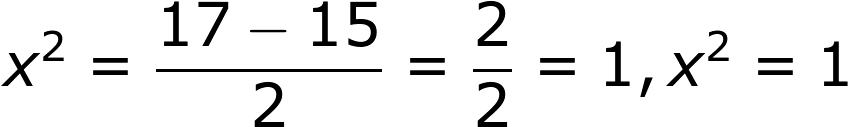
de

<<MA\_09\_06\_109.gif>>

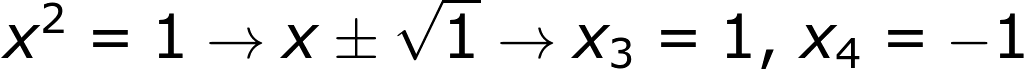
Se deben desprenden dos soluciones:

 <<MA\_09\_06\_110.gif>>

De

 <<MA\_09\_06\_111.gif>>

se deben desprenden dos soluciones:

 <<MA\_09\_06\_112.gif>>

Paso 2: Las soluciones de esta ecuación son *x*1 = 4, x2 = -4, x3 = -1 y x4 = 1 ahora se debe comprobar cada una de las soluciones en la ecuación original *x4 – 17x2 + 16 = 0:*

Cuando *x1 = 4,*

*44 – 17(4)2 +16 = 0 → 256 – 17(16) + 16 = 0 →256 – 272 + 16 = 0 → 0 = 0.*

Cuando *x2 = -4,*

*(-4)4 – 17(-4)2 + 16 = 0 → 256 – 17(16) + 16 = 0 → 256 – 272 + 16 = 0 → 0 = 0.*

Cuando *x3 = 1,*

*14 – 17(1)2 + 16 → 1 – 17 + 16 = 0 → -16 + 16 = 0 → 0 = 0.*

Cuando *x4 = -1,*

*(-1)4 – 17(-1)2 + 16 → 1 – 17 + 16 = -16 + 16 = 0 → 0 = 0 .*

Como se comprobó *x1 = 4, x2 = -4, x3 = 1 y x4 = -1* son las soluciones de la ecuación bicuadratica *x4 – 17x2 + 16 = 0.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC270 |
| **Título** | Simplifica ecuaciones bicuadráticas |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la reducción de ecuaciones bicuadráticas |

[SECCIÓN 2**] 3.3 Ecuaciones cuadráticas con expresiones literales.**

Las **ecuaciones cuadráticas con expresiones literales** son aquellas en las que los coeficientes de *x2, x* y el término independiente son expresiones algebraicas que representan cantidades conocidas, algunos ejemplos de este tipo de ecuaciones son:

*x2 – 7ax + 12a2 = 0; b2x2* *– 3a2 = -2abx; 4x(x – b) + b2 = 4c2*

Recuerda que la incógnita en estas ecuaciones es representada por la letra *x*, las demás letras en este tipo de ecuaciones representan cantidades conocidas, una forma para resolver estas ecuaciones es la siguiente:

Paso 1: Escribir la ecuación en su forma general *ax2 + bx + c = 0* y determinar los valores de *a*, *b* y *c* en la ecuación.

Paso 2: Resolver la ecuación aplicando la fórmula cuadrática.

Paso 3: Comprobar las soluciones encontradas en la ecuación inicial.

Ejemplo:

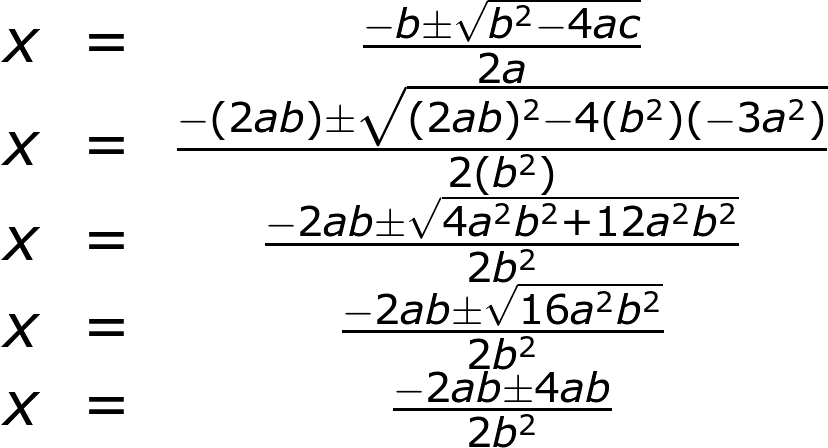
* Resolver la ecuación *b2x2* *– 3a2 = -2abx*

Paso 1:

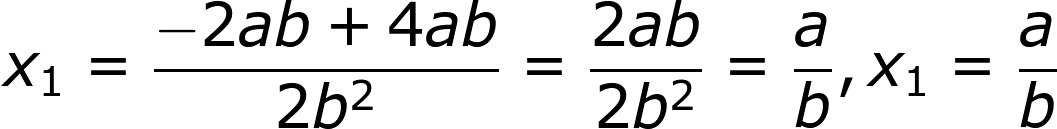
*b2x2* *– 3a2 = -2abx → b2x2 + 2abx – 3a2 = 0*

Donde, *a = b2, b = 2ab y c = -3a2.*

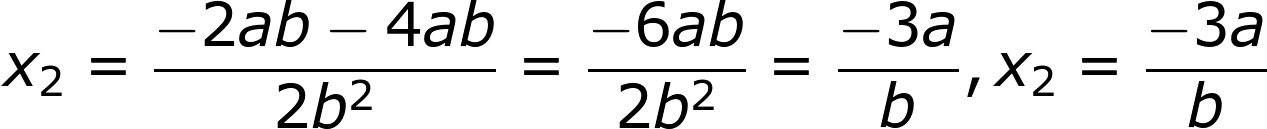
Paso 2: Se remplazan en la formula cuadrática los valores de *a, b, c*.

<<MA\_09\_06\_123.gif>>

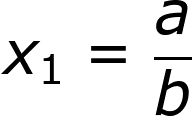
De donde se desprenden dos soluciones:

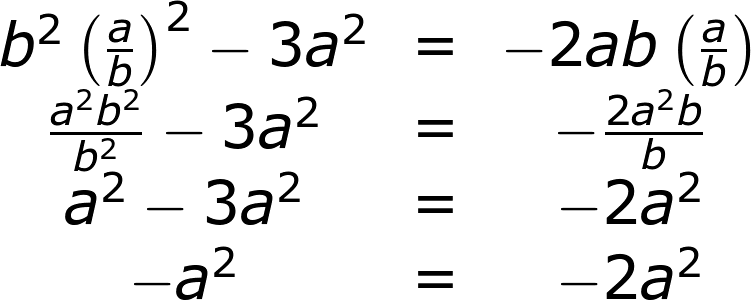
<<MA\_09\_06\_124.gif>>

y

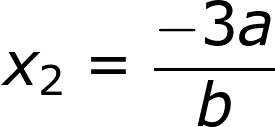
<<MA\_09\_06\_125.gif>>

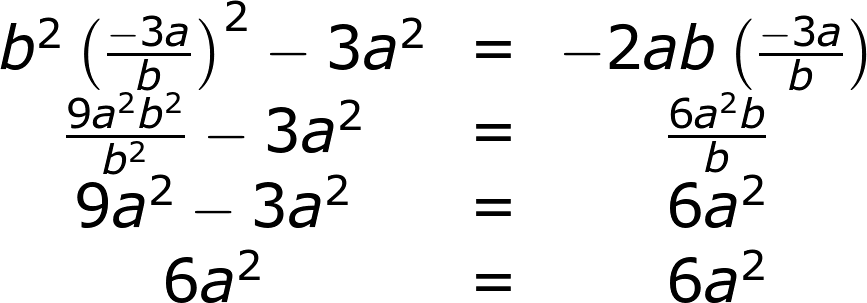
Paso 3: se comprueban las dos soluciones en la ecuación original *b2x2 – 3a2 = -2abx*, cuando:

 <<MA\_09\_06\_126.gif>>

 <<MA\_09\_06\_127.gif>>

Cuando:

 <<MA\_09\_06\_128.gif>>

<<MA\_09\_06\_129.gif>>

Como se observa, ambas soluciones satisfacen la ecuación *b2x2 – 3a2 = -2abx.*

En las siguientes secciones se trabajará en torno a las aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas, en cuanto a la resolución de problemas y los sistemas de ecuaciones de segundo grado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC280 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones con expresiones literales |
| **Descripción** | Actividad que permite practicar la reducción de ecuaciones con expresiones literales |

[SECCIÓN 2] **3.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

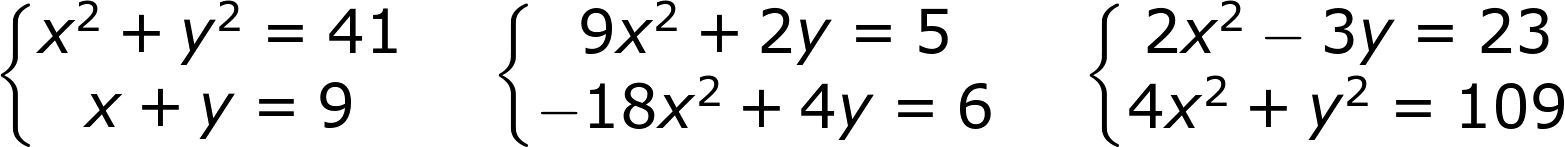
|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC290 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: las ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividad sobre Las ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas |

[SECCIÓN 1**] 4 Problemas de aplicación de ecuaciones de segundo grado.**

Existen algunas situaciones y problemas en las matemáticas, la vida cotidiana y las ciencias que pueden ser modelados a través de alguna ecuación cuadrática o un sistema de ecuaciones de segundo grado, a continuación se mostrará que es un sistema de ecuaciones de segundo grado y algunos métodos para poderlos solucionar, por último se trabajarán algunos problemas que se pueden modelar y solucionar utilizando las ecuaciones cuadráticas o los sistemas de ecuaciones de segundo grado.

SECCIÓN 2**] 4.1 Sistemas de ecuaciones de segundo grado**

Los **sistemas de ecuaciones de segundo grado** son aquellos donde aparece al menos una ecuación de grado 2 o al resolver el sistema puede aparecer una ecuación de grado 2, recuerda que el grado de una ecuación se determina por el mayor exponente de la o las variables, en esta ocasión el trabajo se centrará en sistemas de ecuaciones 2 × 2, algunos ejemplos de estos sistemas de ecuaciones de segundo grado son:

 <<MA\_09\_06\_139.gif>>

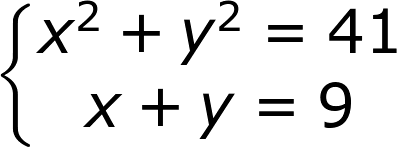
Para resolver estos sistemas de ecuaciones de segundo grado se pueden utilizar algunos de los métodos que se utilizaron para resolver los sistemas de ecuaciones lineales, a continuación se nombraran algunos de ellos y se explicará la forma de utilizarlos:

**Método gráfico:** Se definen en los siguientes pasos:

1. Se despeja *y* en las dos ecuaciones.
2. Se grafican las dos ecuaciones en el plano cartesiano.
3. Si existen puntos de corte estos serán las soluciones del sistema respectivamente (x, y).
4. Comprobar las soluciones en las ecuaciones del sistema

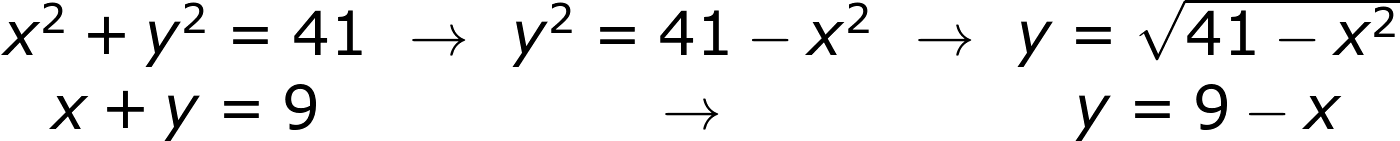
Por ejemplo:

Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones gráficamente



<<MA\_09\_06\_142.gif>>

Paso 1:

 <<MA\_09\_06\_142.gif>>

Paso 2: Se grafican las dos funciones

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG22 |
| **Descripción** | Representación gráfica de dos ecuaciones https://latex.codecogs.com/gif.latex?y%3D%5Csqrt%7B41-x%5E%7B2%7D%7D y *y = 9 – x.* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\16.jpg |
| **Pie de imagen** | *Representación gráfica de* <<MA\_09\_06\_144.gif>> |

Paso 3: Existen dos puntos de corte *(4, 5)* y *(5, 4),* es decir que hay dos soluciones para este sistema *x1 = 4, y1 = 5 y x2 = 5, y2 = 4.*

Paso 4: Se comprueban las soluciones del sistema de ecuaciones.

* Si *x = 4, y = 5*  en *x2 + y2 = 41 → 42 + 52 = 41 → 16 + 25 = 41 → 41 = 41.*

Si *x = 4, y = 5*  en *x + y = 9* → 4 + 5 = 9 → 9 = 9.

* Si *x = 5, y = 4 en x2 + y2 = 41 → 52 + 42 = 41 → 25 + 16 = 41 → 41 = 41.*

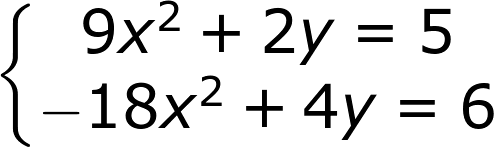
Si *x = 5, y = 4 en x + y = 9* → 5 + 4 = 9 → 9 = 9.

Como se comprobó los dos puntos de corte (4,5) y (5,4) son las soluciones del sistema.

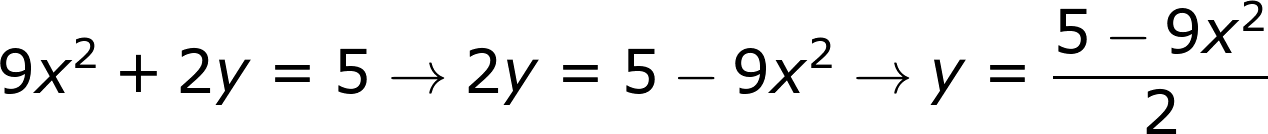
**Método sustitución:** se define en los siguientes pasos:

1. Se escoge cualquiera de las dos ecuaciones y se despeja una de las variables.
2. Se sustituye en la otra ecuación la variable que se despejo y se simplifica.
3. Se soluciona la nueva ecuación encontrando el o los valores de una de las variables.
4. Para encontrar los posibles valores de la otra variable se sustituyen estos valores encontrados en cualquiera de las ecuaciones originales del sistema y se despeja.
5. Se comprueba remplazando los posibles resultados en las dos ecuaciones del sistema.

Ejemplo: Solucionar el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución

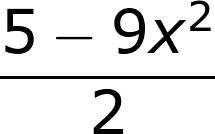
 <<MA\_09\_06\_146.gif>>

Paso 1:

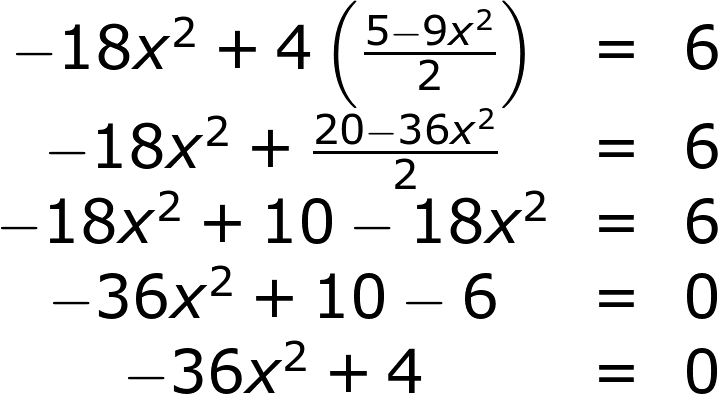


1. <<MA\_09\_06\_147.gif>>

Paso 2: Se sustituye en la segunda ecuación *y* por

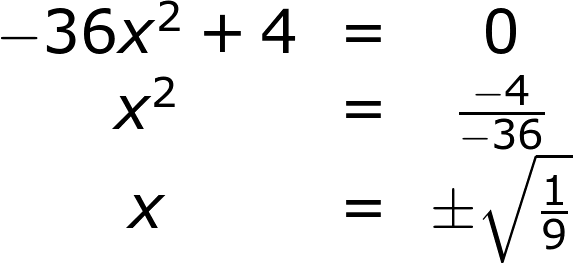
<<MA\_09\_06\_148.gif>>

En la ecuación *-18x2 + 4y = 6*  y se simplifica.

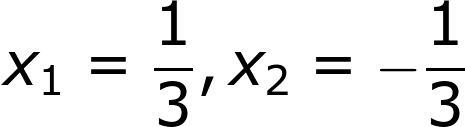


<<MA\_09\_06\_149.gif>>

Paso 3: Se resuelve la nueva ecuación cuadrática obtenida

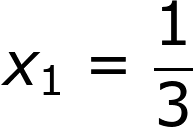
 <<MA\_09\_06\_150.gif>>

es decir, hay dos valores para *x*:

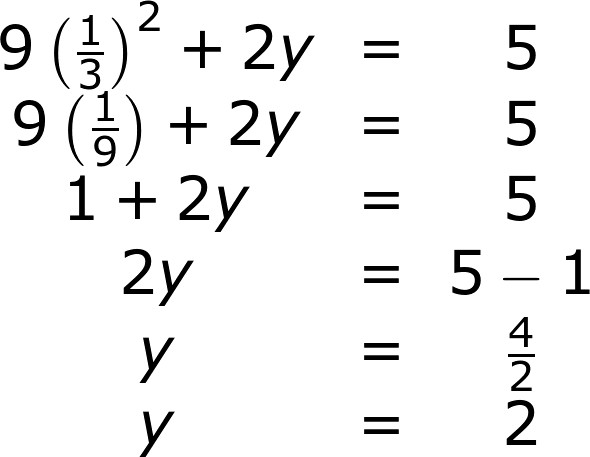


<<MA\_09\_06\_151.gif>>

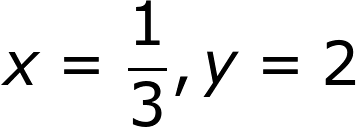
Paso 4: Para averiguar el valor de *y*, se remplaza a *x* por

<<MA\_09\_06\_152.gif>>

en *9x2 + 2y = 5* y se despeja *y*:

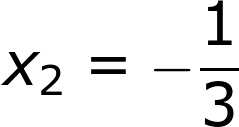
<<MA\_09\_06\_153.gif>>

Es decir que

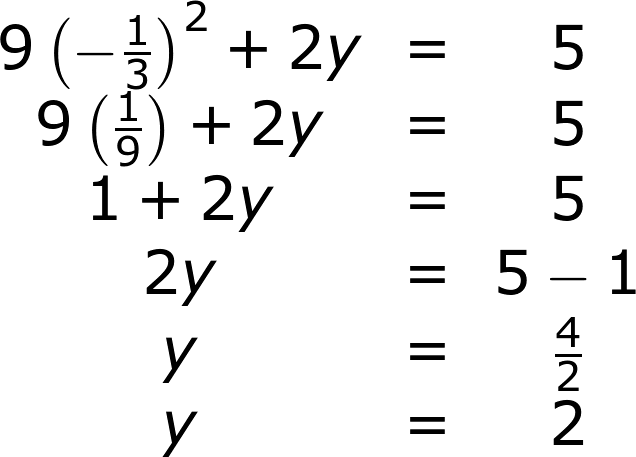
**  <<MA\_09\_06\_154.gif>>

son una posible solución del sistema de ecuaciones.

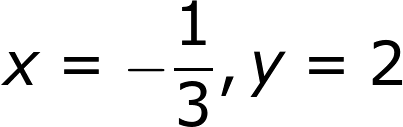
Ahora, se remplaza a *x*  por

 <<MA\_09\_06\_155.gif>>

en *9x2 + 2y = 5* y se despeja *y*:

<<MA\_09\_06\_156.gif>>

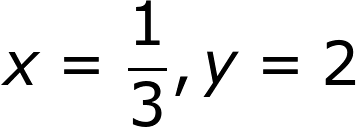
es decir que,

 <<MA\_09\_06\_157.gif>>

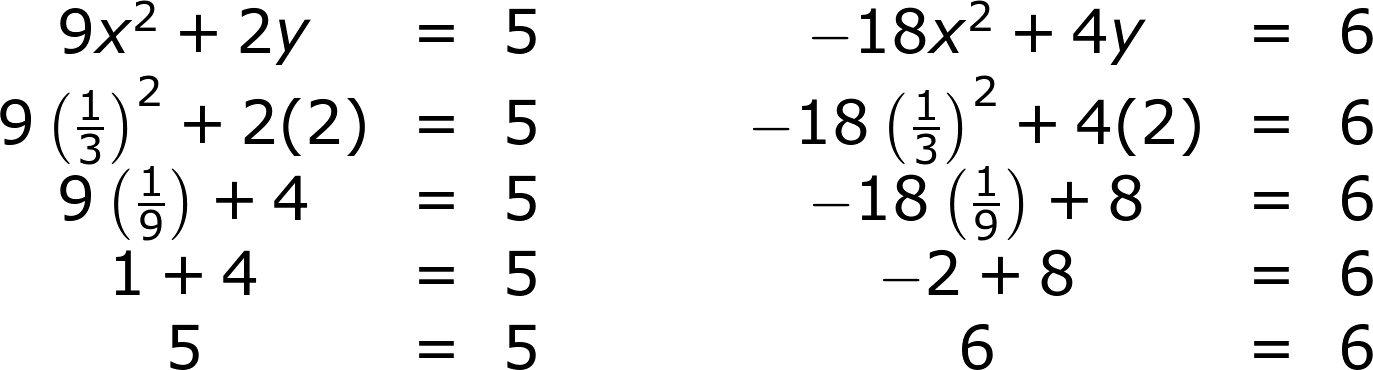
son una posible solución del sistema de ecuaciones.

Paso 5: Se remplazan los valores encontrados para *x, y* en las ecuaciones que hacen parte del sistema:

Cuando:

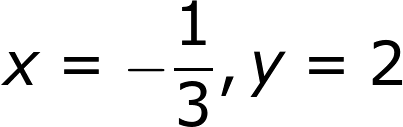
 <<MA\_09\_06\_158.gif>>

Se remplazan estos valores en ambas ecuaciones iniciales y se obtiene:

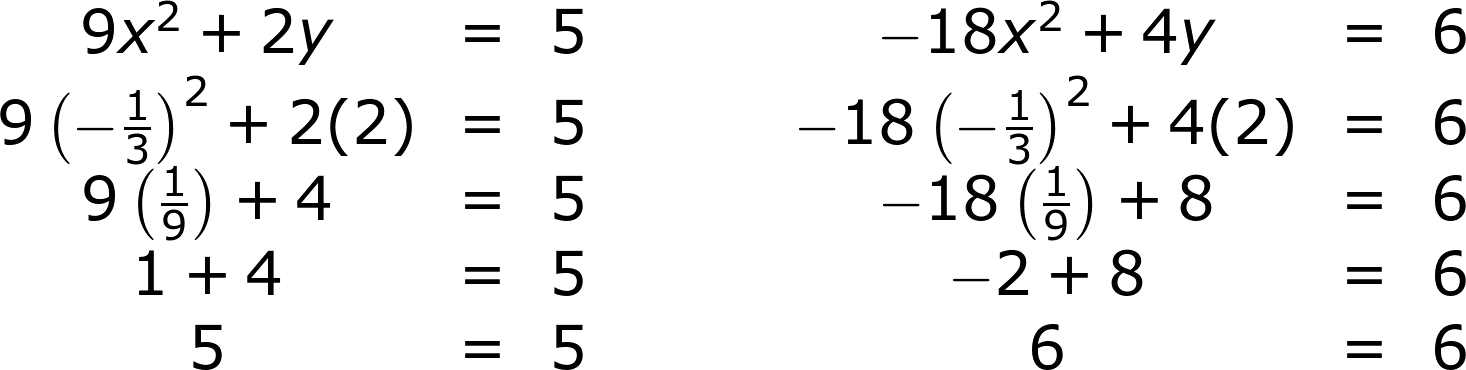
** <<MA\_09\_06\_159.gif>>

Por lo tanto esta pareja de soluciones satisfacen el sistema de ecuaciones.

Ahora cuando

 <<MA\_09\_06\_164.gif>>

Se comprueba en ambas ecuaciones

<<MA\_09\_06\_165.gif>>

Por lo tanto ambas soluciones satisfacen el sistema de ecuaciones.

De la misma forma, se puede emplear cualquier método para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas que contengan ecuaciones cuadráticas, ya sea el método de igualación, de sustitución, de suma y resta o el método gráfico.

[SECCIÓN 2**] 4.2 Modelación  y solución de problemas  utilizando las ecuaciones cuadráticas**

Las **ecuaciones cuadráticas** y los **sistemas de ecuaciones de segundo grado** son utilizados para modelar y resolver algunas situaciones problema de las matemáticas, de las ciencias, de las disciplinas y de la vida cotidiana.

Para abordar los problemas que se puedan modelar con ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones de segundo grado se deben tener en cuenta las siguientes indicaciones:

1. **Comprender el problema:** para ello es necesario leer detenidamente identificando las incógnitas y los términos independientes que harán parte de la ecuación o de las ecuaciones.
2. **Plantear o modelar el problema:** plantear la ecuación o el sistema de ecuaciones que modela el problema.
3. **Resolver la ecuación:** resolver la ecuación o el sistema de ecuaciones por medio del método que más se facilite.
4. **Comprobar la solución:** remplazar los resultados obtenidos en la o las ecuaciones y verificar si son solución, analizar si los resultados obtenidos tienen sentido de acuerdo al contexto donde se planteó el problema.

Ejemplos:

* **Problema 1:** la base de un rectángulo mide 4 cm más que su altura, si se disminuye la altura del rectángulo en 5 cm el área del nuevo rectángulo será 36 cm2  ¿cuánto miden los dos lados del rectángulo original?

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG23 |
| **Descripción** | Rectángulo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | **J:\planeta\guion 6\imagenes\16.jpg** |
| **Pie de imagen** | Representación rectángulo base y altura |

1. Comprender el problema: se establece que la base del rectángulo es *x* + 4 y la altura del nuevo rectángulo sería *x* – 5 y su área es 36cm2.
2. Plantear o modelar el problema: la ecuación que modela el problema es:

(*x* + 4)(*x* – 5) = 36.

1. Resolver la ecuación:Se debe resolver *(x + 4)(x – 5) = 36*

*x2 – 5x + 4x – 20 = 36 → x2 – x – 20 = 36 → x2 – x – 56 = 0,* se resuelve la ecuación cuadrática por cualquiera de los métodos trabajados, en este caso por factorización,

*x*2 *– x –* 56 *=* 0 *⟶* (*x* – 8)(*x* + 7) *= 56*

Por lo tanto se presentan las siguientes opciones: *x* – 8 = 0o *x* + 7 = 0, al despejar cada una de las ecuaciones, se obtienen las soluciones *x* = 8 *y x* = -7

.

1. Comprobar la solución: al remplazar las soluciones en la ecuación inicial se tiene que

(*x* + 4)(*x* – 5) = 36 ⟶ (8 + 4)(8 – 5) = 36 ⟶ (12)(3) = 36

(*x* + 4)(*x* – 5) = 36 ⟶ (-7 + 4)(-7 – 5) = 36 ⟶ (-3)(-12) = 36

Aunque, las dos respuestas satisfacen la ecuación original, en una situación real, no puede existir un rectángulo cuya altura sea -7cm, es decir que la respuesta al problema es que la altura es 8cm y por ende la base es 12cm.

**Problema 2:** Los costos para preparar un terreno para cultivo de cebolla de forma cuadrada son los siguientes:

* Poner una cerca alrededor del terreno cuesta $800 por cada metro.
* Preparar cada metro cuadrado del terreno para el cultivo cuesta $2000,

Si en total para preparar y cercar el terreno se gastan 326400 pesos ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

1. Comprender el problema: En algunas la elaboración de dibujos permite interpretar con mayor claridad el problema

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG24 |
| **Descripción** | Terreno |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | *Preparando el terreno para sembrar* |

Para determinar el costo del cercado es necesario multiplicar el perímetro del terreno por costo de cada metro. De esta manera:

(4*x*)(800)= 3200*x*

Asimismo, la preparación de cada metro cuadrado se puede interpretar como *2000x2* ya que esta expresión es el producto del área del terreno por el precio que cuesta preparar cada metro cuadrado del terreno, así

(2000)(x2) = 2000x2

y el costo total de hacer estas dos labores es de 326400 pesos.

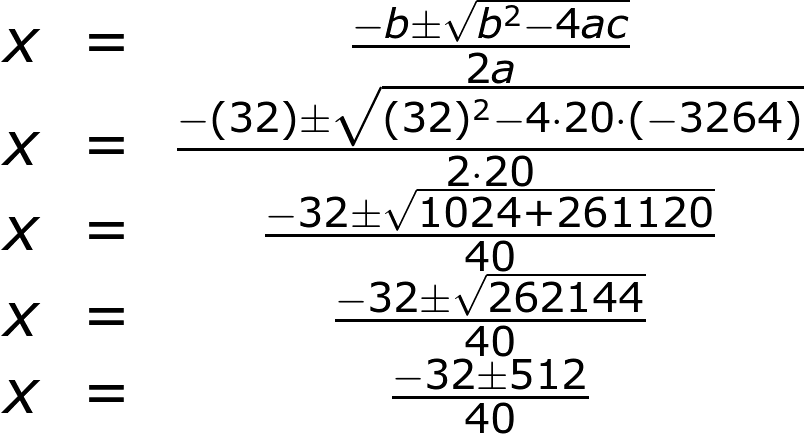
1. Plantear o modelar el problema: la ecuación que modela este problema es:

3200*x +* 2000*x2 =* 326400

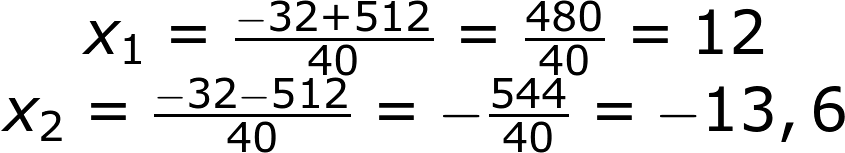
1. Resolver la ecuación:se iguala a cero la expresión y se divide cada término por 100

*2000x2 + 3200x – 326400 = 0* *→ 20x2 + 32x – 3264 = 0*

donde *a = 20, b =* 32 *y c =* -3264*,* luego se remplaza en la formula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_186.gif>>

De donde se desprenden dos posibles respuestas:

 <<MA\_09\_06\_187.gif>>

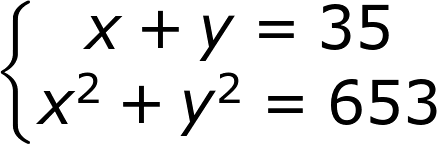
1. Comprobar la solución: las dos respuestas satisfacen la ecuación original pero en el contexto la medida de los lados del terreno no puede ser negativa por tal razón el terreno es un cuadrado y cada uno de sus lados mide 12 cm.

* **Problema 3:** la suma de dos números es 35 y la suma de sus cuadrados es 653. Halla los números

1. Comprender el problema: las incógnitas son los dos números, se forman dos ecuaciones con dos incógnitas, los términos independientes son 35 y 653.
2. Plantear o modelar el problema: las dos ecuaciones que modelan el problema son:

*x + y = 35* y *x2 + y2 = 315.*

1. Resolver la ecuación:se debe resolver el sistema:

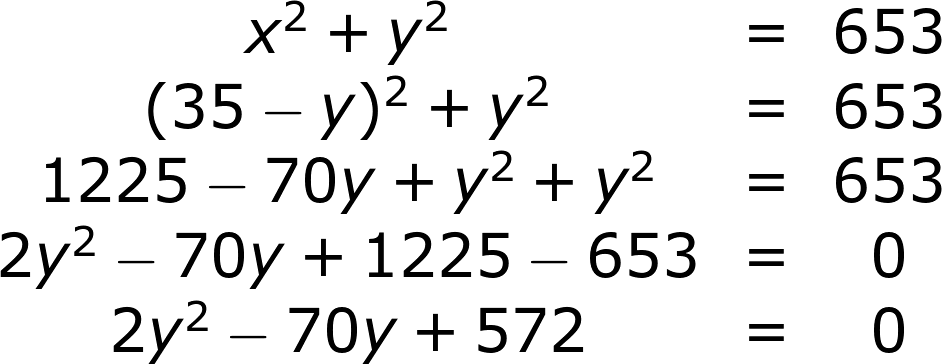


<<MA\_09\_06\_192.gif>>

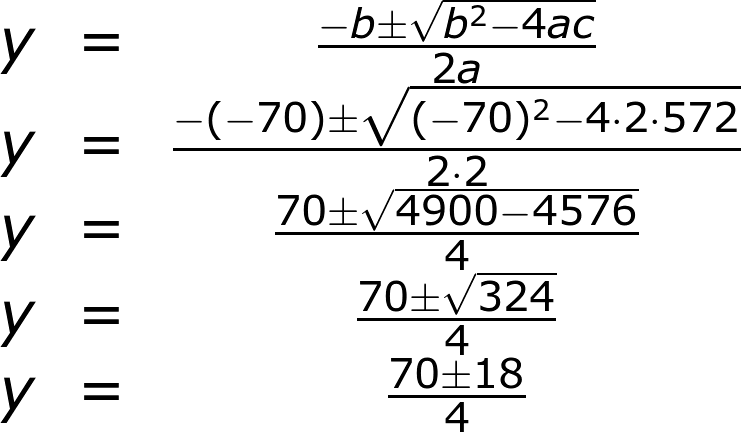
En este caso se utilizará el método de sustitución

*x + y =* 35 *→ x* =35 – *y*

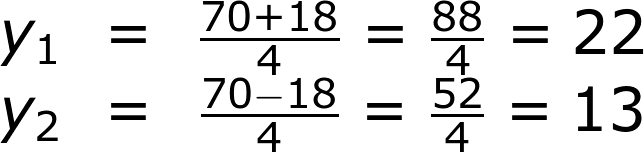
Se sustituye en la ecuación *x2 + y2* = 653

**<<MA\_09\_06\_193.gif>>

Por lo tanto, se obtiene la ecuación cuadrática 2*y*2 – 70*y* + 572 = 0, donde *a* = 2, *b* = -70 y *c* = 572. Se aplica la fórmula cuadrática:

<<MA\_09\_06\_194.gif>>

Por lo tanto, se tienen las siguientes soluciones

 <<MA\_09\_06\_195.gif>>

1. Comprobar la solución: las soluciones son x = 13 y y = 22, puesto la suma de ambos números es 35, y la suma de sus cuadrados 169 + 484 es 653.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC300 |
| **Título** | Soluciona situaciones problema aplicando sistemas de ecuaciones de segundo grado |
| **Descripción** | Actividad que propone la solución de problema aplicando sistema de ecuaciones de segundo grado |

[SECCIÓN 2**] 4.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC310 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Problemas de aplicación de las ecuaciones cuadráticas |
| **Descripción** | Actividad que propone resolver situaciones aplicando ecuaciones cuadráticas |

[SECCIÓN 1] **5 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC320 |
| **Título** | Competencias: la función cuadrática en geogebra |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la definición de función cuadrática, sus características y gráficas en construcciones sobre Geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC330 |
| **Título** | Proyecto: la función cuadrática en nuestro entorno |
| **Descripción** | Proyecto que permite analizar la aplicación de la función cuadrática en nuestro entorno |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC340 |
| **Título** | Competencias: calcula los vértices de una parábola |
| **Descripción** | Actividad para practicar el cálculo del vértice de una parábola |

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC350 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual del tema la función cuadrática |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC360 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Actividad que permite evaluar los conocimientos del estudiante sobre el tema la función cuadrática. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_09\_06\_CO\_REC370 | |
| **Web 01** | Como graficar funciones cuadráticas con geogebra | [*https://www.geogebra.org/material/show/id/130348*](https://www.geogebra.org/material/show/id/130348) |
| **Web 02** | *La función cuadrática* | [*http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/funciones/teoriafuncioncuadratica/teoriafunciones.htm*](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/funciones/teoriafuncioncuadratica/teoriafunciones.htm) |
| **Web 03** | *Profundiza en el estudio de la parábola como sección cónica* | [*http://www.ing.unlp.edu.ar/decanato/ingreso/contenidos/SeccionesConicas-Parabola-12-16.pdf*](http://www.ing.unlp.edu.ar/decanato/ingreso/contenidos/SeccionesConicas-Parabola-12-16.pdf) |