|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Código de guion** | MA\_09\_07\_CO |
| **Descripción** | Existen dos clases de funciones que son muy utilizadas en la economía, en la física, en la química, en sociales y en otros campos del desarrollo humano, estas funciones son la exponencial y la logarítmica, te invitamos a que conozcas estas funciones, sus principales características y cuáles son sus principales aplicaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 La función exponencial**

La **funciones exponenciales** son una clase de funciones que se puede escribir de la forma *f*(*x*) *= ax*, siendo *a*  es un número real positivo diferente de cero que recibe el nombre de **base**, *x* es la variable y pertenece a los números reales, su representación gráfica es una curva suave que es **creciente** cuando *a* > 1 y es **decreciente** cuando *a* esta entre cero y uno es decir 0 < *a* < 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | Población humana |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg> |
| **Pie de imagen** | *La función exponencial modela el crecimiento de una población en un tiempo determinada.* |

La función exponencial es utilizada en muchos campos del desarrollo humano como lo son la física, la química, la medicina, la economía la sicología entre otros, a continuación se mostrarán algunos ejemplos donde la ecuación exponencial es aplicada.

**En la física:** la ley del enfriamiento de un cuerpo está determinada por la siguiente función:

*T*(*t*) *= Tm +* (*T0 – Tm*)*e-rt*

Donde *T(t)*  es la temperatura al cabo de un tiempo *t, T0*  es la temperatura inicial del cuerpo, *Tm*  es la temperatura ambiente donde se introduce el cuerpo, *k* es una constante de enfriamiento que tiene cada cuerpo, *e ≈ 2,7182818…* y *t* es el tiempo transcurrido.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG02 |
| **Descripción** | Termómetro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/754414/754414,1322560164,5/stock-photo-thermometer-illustrations-isolated-in-blue-background-89775145.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/754414/754414,1322560164,5/stock-photo-thermometer-illustrations-isolated-in-blue-background-89775145.jpg> |
| **Pie de imagen** | El termómetro es utilizado para medir la temperatura y los cambio de temperatura |

**En la física y química:** Paracalcular la desintegración radioactiva de algún cuerpo se utiliza la siguiente función:

*C(t) = C0 ·e-kt*

Donde *C(t)* la cantidad del elemento radioactivo medido en gramos, *C0*  es la cantidad del elemento radiactivo medido en gramos que el cuerpo debe tener en ese momento, *k* es una constante que se asigna a cada elemento radioactivo y *t* es el tiempo trascurrido.

**En la economía:** Para calcular el interés compuesto se utiliza la siguiente función:

*Cf = C0*(*1 + i*)*n*

Donde *Cf*  representa el capital final, *C0* el capital inicial, *i* la tasa de interés anual y *n* el número de años.

Como se puede observar con los ejemplos anteriores el uso de las funciones exponenciales se presenta en varios campos del conocimiento humano.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La función exponencial** |
| Contenido | La función exponencial se define como:  *f:* ℝ *→* ℝ tal que, *f*(*x*) *= ax* con *a ∈* ℝ+ *y a* ≠ 1. |

Algunos ejemplos de funciones exponenciales son:

*f*(*x*) *= 5x*

*f*(*x*) *= 3x*

<<MA\_09\_07\_01.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC10 |
| **Título** | La función exponencial y sus características |
| **Descripción** | Interactivo que sirve para explicar la función exponencial y sus características particulares. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC20 |
| **Título** | Reconoce la notación algebraica de una función exponencial |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar una función exponencial |
|  |  |

[SECCIÓN 2] **1.1 La representación gráfica de las funciones exponenciales**

El método que a continuación se describe permite representar mediante una gráfica en el plano cartesiano las **funciones exponenciales:**

**Primer paso:** crear una tabla de dos filas, en una de ellas se escriben algunos valores de *x*, se recomienda que los valores de *x* sean cercanos a 0*,* estos valores deben ser algunos positivos y otros negativos, en la otra columna se deben consignar los valores *y* o *f*(*x*)que toma la función al ser remplazada por los valores que se escogieron de *x,* recuerda que también se debe tomar a *x =* 0.

**Segundo paso:** se ubican en el plano cartesiano las parejas ordenadas *(x, y)* que se presentan en la tabla anterior, posteriormente se unen con un trazo suave y curvo, recuerda que si el valor de *a* > 1 la gráfica de la función es creciente, pero si 0 < *a* < 1 la gráfica de la función es decreciente.

Ejemplo, graficar la función *f*(*x*) *=* 2*x*

Primer paso:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 | 4 | -4 |
| ***f*(*x*)** | 1 | 2 | 0,5 | 4 | 0,25 | 8 | 0,125 | 16 | 0,0625 |

Segundo paso:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG05 |
| **Descripción** | Función exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\ecuaciones guion 7\imagenes\1.jpg |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función *f*(*x*) *=* 2*x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC30 3 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Practica las gráficas de las funciones exponenciales. |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Identifica características de las gráficas de funciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad diseñada para conocer las características de la representación gráfica de una función exponencial |

En la siguiente sección se mostrarán algunas de las características principales de la función exponencial.

[SECCIÓN 2] **1.2 Las características de las funciones exponenciales**

Las funciones exponenciales de la forma *f*(*x*) = *ax*, *a* ∈ *ℝ+ y a* ≠1 presentan las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función exponencial** |
| Contenido | * El dominio de *f* es el conjunto de los números reales ℝ*.* * El rango de *f* es el conjunto de los números reales positivos ℝ+. * La función *f* es continua en ℝ*.* * Pasa por el punto (0,1), esto se debe a que *a*0 = 1. * Corta al eje *Y* en 1. * No corta al eje *X*. * Si 0 < *a* < 1 la función es decreciente. * Si *a* > 1 la función es creciente. |

La función exponencial, tiene una función inversa, que se conoce como **función logarítmica**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC40 |
| **Título** | Desplaza en el plano funciones exponenciales |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que permiten identificar el desplazamiento de una función exponencial. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC50 |
| **Título** | Relaciona la función exponencial con su gráfica |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la ecuación de la función exponencial a partir de la gráfica |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC60 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre La función exponencial |

[SECCIÓN 1] **2 La función logarítmica**

La **función logarítmica** es la función inversa de la **función exponencial**, es decir dada la función exponencial definida como *y = ax* para encontrar su función inversa es decir la **función logarítmica** se parte de la función *y = ax* se intercambian la variable *y* por *x* y *x* por *y*, por último se despeja *y* es decir:

*y* = *ax → x* = *ay* *→* *y* =log*a x.*

En la nueva función *f*(*x*) = log*a x*, *a* > *0* y *a* ≠ *1*, se lee como logaritmo en base *a* de *x*, esta función busca un exponente *y* al que se debe elevar la base *a* para obtener la potencia *x,* recuerda que la variable independiente es *x* y la variable dependiente es *y,* si a > 1 la función será creciente, pero si 0 < *a* < 1 la función será decreciente.

Existen dos logaritmos que son especiales debido a que son los más utilizados:

**Logaritmo en base 10:** el logaritmo en base 10que se denota como log *x*, la gran mayorías de calculadoras científicas poseen una tecla que lo calcula.

**El logaritmo en base *e*:** se conoce como el logaritmo natural y se denota como *ln x,* también existe una tecla en la mayoría de las calculadoras científicas que lo calcula.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El número e** |
| Contenido | el número *e* es un numero irracional trascendente conocido como el número de Euler o constante de Napier este número irracional es uno de los más importantes ya que es uno de los más utilizados en el cálculo y es la base del logaritmo natural, una de sus aproximaciones es  *e ≈ 2,71828182845…* |

Las funciones logarítmicas son utilizadas en muchos campos del desarrollo humano como lo son la geología, la astronomía, la medicina, la arqueología la economía, la química, entre otros, a continuación se mostrarán algunos ejemplos de sus aplicaciones:

**En la geología:** la siguiente función es utilizada para medir la magnitud de los terremotos:

*M = log A + 3log* (8·*∆t*) *– 2,92*

Donde *M*, la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto, *∆t* la diferencia en segundos entre el inicio de la onda primaria al inicio de las ondas secundarias, es decir la diferencia en tiempo cuando comienza el temblor y cuando ocurre la honda de mayor amplitud.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | Imagen después de un temblor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Las funciones logarítmicas son usadas para medir la magnitud de los temblores por medio de la escala de Richter.* |

**En la arqueología:** para calcular la antigüedad de algún objeto se utiliza la prueba de carbono 14 utilizando la siguiente función:

<<MA\_09\_07\_07.png>>

Donde *t* es la antigüedad aproximada del objeto, *Nf* el carbono final que tiene el objeto, *N0*  la cantidad de carbono original del objeto y *t½* el periodo de desintegración del carbono 14.

**En la química:** para medir la acidez de un líquido (pH) se utiliza la siguiente función:

*pH = -log (H+)*

Donde pH es la acidez de la sustancia y *H+* la cantidad de iones de hidrogeno de la sustancia.

Estos fueron algunos ejemplos donde se aplica la función logarítmica en diferentes campos del conocimiento humano, matemáticamente la función logarítmica se puede definir como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La función logaritmica** |
| Contenido | la función logarítmica se puede definir como:  *f*:ℝ → ℝ*/* tal que f(*x*)=log*a x,* con *a* ∈ ℝ+y *a* ≠ 1. |

Algunos ejemplos de la función logarítmica son:

*f*(*x*)= log2*x*

*f*(*x*)=log3*x*

<<MA\_09\_07\_12.gif>>

En la siguiente sección se mostrará una forma para poder graficar las funciones logarítmicas

[SECCIÓN 2] **2.1 Representación gráfica de las funciones logarítmicas**

Existen varios métodos para representar de forma gráfica de las **funciones logarítmicas**, uno de los más sencillos será descrito a continuación:

**Paso 1:** expresar la función *y =* log*a x* como *x = ay* esto se puede realizar porque son expresiones equivalentes.

**Paso 2:** dar algunos valores a *y* en la expresión *x = ay* y determinar los valores de *x*, para consignarlos en una tabla, ten en cuenta que con estos puntos se deberá esbozar la gráfica.

**Paso 3:** unir los puntos con una curva suave.

Ejemplo:

* Grafique la función:

*y =* log*2 x*

**Paso 1:** *y = log2 x → x = 2y*

**Paso 2:**

Elaborar la tabla

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | *1* | *2* | *0,5* | *4* | *0,25* | *8* | *0,125* | *16* | 0,0625 |
| ***y*** | *0* | *1* | *-1* | *2* | *-2* | *3* | *-3* | *4* | *-4* |

**Paso 3:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG11 |
| **Descripción** | Función logarítmica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\5.jpg |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función logarítmica *f*(*x*)= log2 *x* |

El siguiente interactivo presenta un análisis algebraico de la representación de las funciones logarítmicas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC 70-18 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la representación gráfica de una función logarítmica cuando varían sus parámetros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC80 - 19 |
| **Título** | Relaciona cada gráfica con la ecuación de su función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para relacionar funciones logarítmicas con su gráfica |

[SECCIÓN 2] **2.2 Características de la función logarítmica**

Las funciones logarítmicas son de la forma *f*(*x*) *=* log*a x, a* ∈ ℝ+y *a* ≠ 1, presentan las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función logarítmica** |
| Contenido | * El dominio de *f* es el conjunto de los números reales positivos ℝ+*.* * El rango de *f* es el conjunto de los números reales ℝ*.* * La función logarítmica *f* es continua en ℝ+*.* * La función logarítmica *f* pasan por el punto (1, 0), esto se debe a que log*0 1 = 0.* * Corta al eje *X* en 1. * No corta al eje *Y*. * Si 0 < *a* < 1 la función es decreciente. * Si *a* > 1 la función es creciente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC90 14 |
| **Título** | La función logarítmica |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la definición de la función logarítmica y sus características |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC100 17 |
| **Título** | Identifica características de funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la ecuación de una función logarítmica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC110 15 |
| **Título** | Clasifica las funciones logarítmicas y exponenciales |
| **Descripción** | Actividad que permite relacionar la forma exponencial y logarítmica de una expresión. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC120 21 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Conoce el logaritmo de un número |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Reconoce las propiedades de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Ejercicios que permite identificar algunas propiedades de la función logarítmica. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC130 20 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Deduce las propiedades de los logaritmos  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Analiza características de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para repasar las características de los logaritmos |

[SECCIÓN 2] **2.3 Las propiedades de los logaritmos**

La logaritmación es una operación entre dos números reales, definida como:

log*a x = y*

De tal forma que *a* es un número real positivo y es la **base** del logaritmo, x, y son números reales cualesquiera, donde x se denomina como **el argumento** y el **logaritmo** de la operación.

Esta operación cumple algunas propiedades algebraicas, que se relacionan directamente con las propiedades de la potenciación.

Para todo *a* ⋲ ℝ+, b, c ⋲ ℝ, se cumplen las siguientes propiedades:

* **El logaritmo de un** **producto** es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

log*a* (*b.c*) *=* log*a b* +log*a c*

Por ejemplo,

log2 (4·2) = log2 4 + log2 2

log2 (8) = 2 + 1

3 = 3

* El logaritmo de un cociente (división) es igual a la diferencia entre logaritmo del dividendo por el logaritmo del divisor.

<<MA\_09\_07\_24.gif>>

Por ejemplo,

<<MA\_09\_07\_25.gif>>

* **El logaritmo de una potencia** es igual al producto del exponente multiplicado por logaritmo de la base

log*a* (*bc*) *= c·*log*a b*

Por ejemplo,

log4 (162) = 2·log4 16

log4 64 = 2·2

4 = 4

* **El logaritmo de una raíz** es igual al logaritmo del radical dividido entre índice de la raíz.
* <<MA\_09\_07\_27.gif>>

Por ejemplo,

<<MA\_09\_07\_28.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC140 16 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Practica el cálculo de logaritmos  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Practica el cálculo del logaritmo |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC150 22 |
| **Título** | Aplica las propiedades de los logaritmos |
| **Descripción** | Ejercicios que permiten identificar las propiedades de los logaritmos. |

Las propiedades de la logaritmación son utilizadas como herramientas para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas, esto se verá en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC160 23 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Descripción** | Actividades sobre La función logarítmica |

[SECCIÓN 1] **3. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales**

Las ecuaciones que tienen la incógnita en el exponente reciben el nombre de **ecuaciones exponenciales** y las ecuaciones en las cuales la incógnita se encuentra afectada por un logaritmo reciben el nombre de **ecuaciones logarítmicas.**

**Ecuaciones exponenciales:**

Resolver una ecuación exponencial significa encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla la igualdad. El procedimiento para resolver ecuaciones exponenciales cambia de acuerdo a la ecuación que se presenta, sin embargo siempre es necesario aplicar las propiedades de la potenciancion partiendo de la relación:

Si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y.*

Por ejemplo,

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*5x+3 = 3125*

* En este caso se puede escribir los dos lados de la ecuación como potencias de la misma base:

5*x* + 3 = 3125 → 5 *x* + 3 = 55

Se igualan las dos expresiones que se encuentran en los exponentes, esto se puede realizar gracias a la propiedad que dice*:* Si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y*, así

5*x* + 3 = 55 → *x* + 3 = 5 → *x* = 5 – 3 → *x* = 2

Se remplaza a *x* por 2en la ecuación original para comprobar si es solución:

5*x* + 3 = 3125 → 52 + 3 = 3125 → 55 = 3125 → 3125 = 3125.

Por lo tanto, *x* = 2 es solución de la ecuación exponencial.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88

En este caso se puede sacar factor común *2x* al lado izquierdo de la ecuación.

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88 → 2*x*·(23 + 1 + 21)= 88

Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la ecuación:

2*x*(23 + 1 + 21) = 88 → 2*x*(8+ 1 + 2) = 88 →2*x*·11 = 88

Se despeja a 2*x:*

<<MA\_09\_07\_33.gif>>

Se aplica la propiedad: Si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y*

*2x = 8 → 2x = 23→ x = 3*

Se remplaza a *x* por *3* en la ecuación original para comprobar la solución:

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88 → 23 + 3 + 23 + 23 + 1 = 88

Resolviendo

26 + 23 + 24 = 88 → 64 + 8 + 16 = 88 → 88 = 88

De esta forma, *x* = 3 satisface la ecuación.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

4x – 1 = 21

En este caso se saca logaritmo en base 10 a los dos lados de la igualdad:

4*x* – 1 = 21 → log10 (4*x* – 1)= log10 21

Se utiliza la propiedad log*a*(*bc*) = *c*·log*a b* al lado izquierdo de la igualdad:

log10 (4*x* – 1) = log10 21 → (*x* – 1)·log10 4 = log10 21

Se despeja *x* de la ecuación:

<<MA\_09\_07\_34.gif>>

Se calcula el valor aproximado de *x:*

<<MA\_09\_07\_35.gif>>

Se remplaza el valor aproximado de *x* ≈ 3,196161 en la ecuación original para comprobar si es solución:

4x – 1 = 21 → 43,196961 – 1 = 21 → 42,196961 = 21 → 21,02 ≈ 21

Cuando se reemplaza *x* ≈ 3,196161 se obtiene un valor muy cercano a 21, por tal razón se satisface la ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedades logaritmo natural (ln *x*)** |
| Contenido | Estas son las propiedades del logaritmo naturalln 1 = 0ln *e* = 1ln *en* = *n*ln (*xy*) = ln *x* + ln *y*ln (*x*/*y*) = ln *x* – ln *y*ln *xn* = *n·*ln *x* |

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25)*

* Se aplica la propiedad *loga(b.c) =logab+lobac*  al lado izquierdo de la igualdad:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5((x+15).(x-5)) = log5(10x+25)*

* Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la igualdad:

*Log5((x+15).(x-5)) = log5(10x+25) → Log5(x2 + 10x - 75) = log5(10x+25)*

* Se igualan los elementos que se encuentran en los argumentos de los dos logaritmos por la propiedad *Loga(b)= loga(c) → b = c.*

*Log5(x2 + 10x - 75) = log5(10x+25) → x2 + 10x - 75 = 10x+25*

* Se encuentra el valor de *x*:

*x2 + 10x - 75 = 10x + 25 → x2 = 100 → x = 10 o x = -10*

* Se remplaza x = 10 y x = -10 en la ecuación original para comprobar si son solución:

Cuando x = 10:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5(10+15) + log5(10-5) = log5((10.10)+25) → Log5(25) + log5(5) = log5(100+25) → Log5(25) + log5(5) = log5(125) → 2 + 1 = 3 → 3 = 3.*

X = 10 si es solución de la ecuación.

Cuando x = -10

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5(-10+15) + log5(-10-5) = log5((-10.10)+25) → Log5(5) + log5(-15) = log5(-100+25) → Log5(5) + log5(-15) = log5(75)*

X = -10 no es solución debido a que genera logaritmos negativos y los logaritmos negativos no están definidos.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

<<MA\_09\_07\_36.gif>>

* Se aplica al lado derecho de la ecuación la propiedad que dice “*el logaritmo de un cociente (división) es igual a la resta del logaritmo del dividendo por el logaritmo del divisor”*:

<<MA\_09\_07\_37.gif>>

* Se resta a los dos lados de la igualdad *log2x*, se desarrolla al lado derecho *log22* y las operaciones indicadas que se puedan realizar:

*3log2x = 11+ log2x – log22 → 3log2x- log2x = 11+ log2x – log22 - log2x →2log2x = 11 – log22→2log2x = 11 – 1→2log2x = 10.*

* Se despeja *log2x:*

<<MA\_09\_07\_38.gif>>

* Se eleva a dos a la cinco y se encuentra el valor de x:

*log2x = 5 → x = 32*

* Se remplaza a x por 32 en la ecuación original para comprobar que es solución:

<<MA\_09\_07\_39.gif>>

X = 32 si es solución de la ecuación.

Ya se vieron algunos ejemplos de la forma como se deben abordar las ecuaciones exponenciales y las ecuaciones logarítmicas, en las siguientes secciones se mostraran algunas de las aplicaciones que tienen las funciones exponenciales y logarítmicas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC 170 28 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones exponenciales |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver ecuaciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC180 27 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones logarítmicas |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver ecuaciones logarítmicas |

[SECCIÓN 2] **3.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC190 29 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Ecuaciones logarítmicas y exponenciales |
| **Descripción** | Actividades sobre Las ecuaciones logarítmicas y exponenciales |

[SECCIÓN 1] **4 aplicaciones de la función exponencial**

Las funciones **exponenciales** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano, en esta sección se mostraran algunas aplicaciones de esta función.

[SECCIÓN 2] **4.1 Crecimiento exponencial**

El **crecimiento exponencial** se puede interpretar como el aumento de una magnitud *y*  que depende del aumento de una magnitud *x*, la relación que se establece es de la forma *y = ax*, donde *a* es una expresión mayor a uno, una de sus características principales es que el crecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

El **crecimiento exponencial** es utilizado para modelar situaciones en diferentes campos del conocimiento y del desarrollo humano como lo son la geografía, la economía, la estadística entre otros, en las siguientes secciones el trabajo se centrara en el campo de la geografía y el campo de la economía, más específicamente en el cálculo del interés compuesto y el crecimiento poblacional.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG14 |
| **Descripción** | Diagrama de barras que representa un crecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Representación grafica de un crecimiento exponencial por medio de un diagrama de barras* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC200 7 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento exponencial |
| **Descripción** | Animación que explica el concepto de crecimiento exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC210 8 |
| **Título** | Identifica cuándo una función exponencial crece o decrece |
| **Descripción** | Ejercicios que permiten identificar cuando una función exponencial es creciente o decreciente. |

[SECCIÓN 3] **4.1.1 Interés compuesto**

El **interés** económicamente hablando es un índice que se utiliza para calcular la rentabilidad de una inversión o el costo de un crédito, el **interés compuesto**  se puede definir como el acumulo de intereses que se genera por un capital inicial o un préstamo en un periodo determinado de tiempo, además dichos intereses generados en el periodo determinado no se retiran si no que se siguen invirtiendo y se añaden al capital inicial o al préstamo para seguirlos capitalizando o descapitalizando periódicamente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG15 |
| **Descripción** | Monedas que crean la ilusión de un diagrama de barras |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/876880/107093990/stock-photo-financial-success-concept-business-graph-with-coins-107093990.jpg |
| **Pie de imagen** | *Representación grafica del crecimiento del interés compuesto* |

Se define la siguiente función:

*Cn = C(1+i)n*

Donde *Cn*  es el capital final, *C* el capital inicial, *i* la taza de iteres y *n* la cantidad de años que es utilizada para calcular el interés compuesto, pero ¿de dónde sale esta función?, a continuación se mostrara como se llega a esta función:

Capital inicial = *C*.

Años = *n*

Tasa de interés durante un año = *i* (porcentaje del interés dado su equivalencia en números, es decir que el 2% seria 0.02)

El interés producido por el capital *C* en el primer año está dado por:

*i1 = C.i*

El capital pasado el primer año se definiría como:

*C1 = C + Ci → C1 =C(1+i)*

Después de dos años el capital C1 produce un interés que está determinado por:

*i2 = C(1+ i).i → i2 = C(i + i2)*

El capital pasado dos años se define como:

*C2 = C1 + i2* → *C2 = C(1+i) + C(i + i2) → C2 = C(1+i+i + i2) → C2 = C(1+2i + i2) →*

*C2 = C(1+ i)2*

Generalizando este proceso se puede llegar *n* años que sería:

*Cn = C(1+i)n*.

El iteres ganado se deduce de restarle al capital final el capital inicial es decir que el iteres se define como:

I = *Cn – C → I = C(1+i)n – C → I = C[(1+i)2 - 1]*

A continuación se mostraran algunos ejemplos donde se utiliza el interés compuesto:

1. Pedro invertirá 250000 pesos durante 5 años a un interés del 3 % anual, al pasar los 5 años cuánto dinero recibirá en total:

* Se establecen los datos que se tiene:

*C = 250000*

*n = 5*

*i = 0,03*

*Cn = ?*

* Se remplazan en la función:

*Cn = C(1+i)n* → *C5 = 250000.(1+0,03)5 = 250000.(1,03)5 = 250000.1,15927407443 = 289818 → C5 = 289818.*

* El dinero que se recibe al cabo de los 5 años es 289818 pesos.

1. Se sacaron prestados al banco 255000000 de pesos a una tasa de interés del 5 % anual a 25 años ¿Cuánto dinero en total se termina pagando al cabo de los 25 años?

* Se establecen los datos que se tienen:

C = 255000000

n = 25

i = 0,05

* Se remplazan en la función:

*Cn = C(1+i)n → C25 = 255000000.(1+0,05)25 = 255000000.(1,05)25 = 255000000.3,38 = 861900000→ C25 = 861900000*

* El dinero que se paga por el préstamo al cabo de los 25 años es de *861900000.*

1. Se quieren invertir 12450000 pesos en una financiera durante 2 años a un interés del 23 % anual ¿Cuál será la cantidad de dinero que se gana?

* Se establecen los datos que se tiene:

C = 12450000

n = 2

i = 0,23

* Se remplazan en la fórmula:

*Cn = C(1+i)n → C2 = 12450000.(1+0,23)2*  → *C2 = 12450000(1,23)2  → C2 = 12450000.(1,23)2  → C2 = 12450000.1,5129 → C2 = 18835605.*

* Para saber cuánto dinero se va a ganar se resta al capital final el capital inicial:

I = *Cn – C →* I = *18835605– 12450000 = 6385605*

El dinero que se gana cuando pasen los 2 años es de *6385605.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *El físico Albert Einstein (1879-1955) llamó al interés compuesto "la invención más impresionante del mundo" y la "octava maravilla del mundo."* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC220 10 |
| **Título** | Calcula el interés compuesto |
| **Descripción** | Ejercicios de aplicación de interés compuesto |

Como se puede observar una de las aplicaciones de la función exponencial en la economía es el cálculo de intereses, en la siguiente sección se mostrara otra aplicación de las funciones exponenciales que es utilizada en la biología y en las ciencias sociales más específicamente en la demografía, la aplicación se da en el crecimiento de la población.

[SECCIÓN 3] **4.1.2 Crecimiento de poblaciones**

Otra aplicación de las funciones exponencial se da en el cálculo del **crecimiento de poblaciones** en un tiempodeterminado, estas poblaciones pueden ser humanas, animales o vegetales.

Existen varias modelos **crecimiento poblacionales** en este apartado el trabajo se centrara en el **crecimiento exponencial.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG16 |
| **Descripción** | Mapa de los países por población. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b1/World_population.PNG/1280px-World_population.PNG  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b1/World_population.PNG/1280px-World_population.PNG> |
| **Pie de imagen** | *En el mapa entre más oscuro sea el color morado mas población hay en ese país* |

El **crecimiento exponencial** se presenta cuando los recursos con que cuenta la población para su desarrollo son abundantes, el modelo matemático que describe este crecimiento se genera por la variación de la población *N* con respecto a la variación del tiempo *t* que es proporcional a la población *N* que hay en un determinado momento.

De lo anterior se genera la siguiente función exponencial que es utilizada para calcular el crecimiento de las poblaciones:

*N(t) = N0.ekt*

Donde *N(t)* es la población en un tiempo determinado, *N0*  es la población inicial, *e* ≈ 2,71828, el número de Euler, *t* es el tiempo y *k* es una constante conocida como la tasa de crecimiento.

A continuación se mostraran algunos ejemplos de cómo se utiliza la función **crecimiento exponencial**:

Ejemplos:

1. En el año 1998 en el pueblo de socorro Santander habían 13520 habitantes, en el año 2015 la cantidad de habitantes es de 25125, ¿Cuál es la tasa de crecimiento?

* Se establecen los datos que se tiene para remplazarlos:

*N(t) = 25125*

*N0 = 13520*

*t= 17*

*k = ?*

* Se remplaza en la función:

*25125 = 13520. ek.17*

* Se despeja k que es la tasa de crecimiento:

<<MA\_09\_07\_40.gif>>

* Se concluye que la tasa de crecimiento que se dio entre los años 1998 y 2015 es de 0,03.

1. Se quiere calcular cual será la población de truchas que habrá en un lago en 3 años, si al inicio del primera año se encuentran 324 truchas, una característica del lago es que hay abundancia de comida y su tasa de crecimiento se calcula que será 0,2.

* Se establecen los datos que se tiene:

*N(t) = ?*

*N0 = 324*

*t= 3*

*k = 0,3*

* Se remplaza en la función:

*N(t) = N0.ekt → N(t) = 324.e0,3.3→N(t) = 324.e0,9 → N(t) = 324.2,4596 → N(t) = 796.*

* Se concluye que en tres años aproximadamente la población de truchas en el lago será de 796.

1. En el bosque de las amazonas se encuentran unos 3456 hongos de la clase chopo, esta clase de hongo tiene una tasa de crecimiento del 0,5 ¿en cuántos años se tendrá una población de 123452 hongos?

* Se establecen los datos que se tiene:

*N(t) = 123452*

*N0 = 3456*

*t= ?*

*k = 0,5*

* Se remplaza en la función:

*N(t) = N0.ekt → 123452 = 3456. e0,5t*

* Se despeja *t* en la ecuación:

<<MA\_09\_07\_41.gif>>

* Deben pasar aproximadamente 7 años para conseguir una población de 123452 hongos.

[SECCIÓN 2] **4.2 Decrecimiento exponencial**

El **decrecimiento exponencial** se puede interpretar como la disminución de una magnitud *y*  que depende del aumento de una magnitud *x*, la relación que se establece es de la forma *y = pax*, donde p es un número real mayor a 0, *a* es una constante menor que uno y mayor a cero, una característica fundamental es que el decrecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG17 |
| **Descripción** | Grafica de barras representando un decrecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Decrecimiento exponencial representado con un diagrama de barras* |

El **decrecimiento exponencial** es utilizado para modelar situaciones en diferentes campos del conocimiento y del desarrollo humano como lo son la biología, la física, la economía, la estadística entre otros, un ejemplo de la aplicación del decrecimiento exponencial se ve en el siguiente ejemplo:

* En Colombia se calcula que hay unas 163854   tortuga carranchina (batrachemys dahli) pero su población viene descendiendo a la mitad cada año, ¿en cuantos años se calcula que esta especie se extinga si no se hace nada por preservarlas?

La función que modela esta situación es:

<<MA\_09\_07\_42.gif>>

Donde *y* es la cantidad de tortugas al paso de los años, *x* representa los años que pasan, para solucionar el problema se remplaza en la función a *y = 1* y se despeja x, es decir en cuantos años quedara solo una tortuga.

<<MA\_09\_07\_43.gif>>

Es decir que x = 17 cuando pasen un año más la población de tortugas será de cero es decir que las tortugas carranchina se extinguirán aproximadamente en 18 años si no se hace nada por presérvalas.

En las siguientes secciones el trabajo se centrara en una aplicación del **decrecimiento exponencial** en el campo de la física conocido como **decrecimiento radioactivo.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC230 9 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Descripción** | Interactivo en el que se presentan situaciones modeladas con funciones exponenciales, en las cuales se identifican crecimientos y decrecimientos |

[SECCIÓN 3] **4.2 Desintegración radioactiva**

La radioactividad es una propiedad que poseen algunos elementos químicos, en los cuales sus núcleos atómicos son inestables, pero al pasar cierto tiempo cada uno de los núcleos alcanza su estabilidad al generar un cambio que se denomina **desintegración radioactiva**, la desintegración radiactiva cosiste en la emisión espontanea de partículas (alfa, veta, gama), esto se puede generar de manera natural cuando la misma naturaleza lo genera o artificial cuando el hombre lo produce.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG18 |
| **Descripción** | Núcleo atómico desprendiendo de partículas gama |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg> |
| **Pie de imagen** | Núcleo atómico desprendiendo de partículas gama. |

La función que describe este proceso de desintegración radioactiva es la siguiente:

*N(t) = N0e-λt*

Dónde:

*N(t)* determina el número de átomos en un tiempo *t.*

*N0* el número inicial de átomos.

*e ≈* 2,71828…...

*t*  el tiempo.

*λ* la constante radioactiva que se define como un coeficiente de proporcionalidad que relaciona los átomos que desaparecen en un tiempo *t* con los átomos iniciales de cada núcleo radioactivo donde:

<<MA\_09\_07\_44.gif>>

Donde *T1/2* es el periodo de semidesintegración de un isotopo radiactivo, es decir el tiempo necesario para que el número de átomos iniciales se reduzcan a la mitad.

A continuación se mostraran algunos problemas que se pueden modelar y resolver utilizando la desintegración radioactiva:

1. se tiene 230 gm de bismuto -212 cuantos gramos de este isotopo quedaran a los 30 minutos, 60 minutos sabiendo que la constante radioactiva del bismuto es 0,00019 sobre segundos.

* Se establecen los datos que se conocen y se pasan a la misma unidad de medida:

*N(t) = ?*

*N0 =230 gm*

*t*  = 30 minutos = 1800 segundos

*λ = 0,00019/s*

* Se remplazan en la función *N(t) = N0e-λt cuando t = 1800* segundos

*N(t) = N0e-λt → N(t) = 230gm.e-0,00019/s.1800s → N(t) = 230gm.e-0,342 → N(t) =230gm.0,710→ N(t) = 163,3gm*

Cuando han pasado 30 minutos quedan *163,3 gm* de bismuto -212.

* Se establecen los datos que se conocen y se pasan a la misma unidad de medida:

*N(t) = ?*

*N0 =230 gm*

*t = 60 minutos =* 3600 segundos

*λ = 0,00019/s*

* Se remplazan en la función *N(t) = N0e-λt cuando t = 3600* segundos

*N(t) = N0e-λt → N(t) = 230gm.e-0,00019/s.3600s → N(t) = 230gm.e-0,684 → N(t) =230gm.0,504 → N(t) = 115,9gm*

Cuando han pasado 60 minutos quedan *115,9 gm* de bismuto -212.

1. se han encontrado unas herramientas de madera que ha perdido el 32 % de carbono 14 con respecto a la madera actual, el periodo de semidesintegracion del carbono 14 es de 5730 años ¿aproximadamente que tan antiguas son las herramientas que se encontraron?

* Es necesario en contra el valor de *λ* la constante radioactiva:

<<MA\_09\_07\_45.gif>>

* Se establecen los datos que se conocen y el que se encontró:

*N(t) = 32*

*N0 =100*

*t*  = ?

*λ = 0,000209/ años*

* Se remplazan los datos en la ecuación *N(t) = N0e-λt:*

*N(t) = N0e-λt →32 = 100.e-0,000209/años.t*

* Se debe despejar a *t:*

<<MA\_09\_07\_46.gif>>

Aproximadamente la antigüedad de las herramientas es de 5451 años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *El físico francés Antoine Henri Becquerel (1852-1908) fue el descubridor de la radiactividad.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC240 11 |
| **Título** | Analiza funciones exponenciales |
| **Descripción** | Preguntas que permiten analizar funciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC250 12 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aprende a aplicar las funciones exponenciales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplica las funciones exponenciales para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad con la cual modela situaciones a través de la función exponencial |

[SECCIÓN 2**] 4.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC260 13 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre la función exponencial. |

Como se puede observar la función exponencial tiene muchas aplicaciones en diferentes campos del desarrollo humano, pero la función logarítmica no se queda atrás, es la siguiente sección se mostraran algunas de estas aplicaciones en algunos campos del desarrollo humano.

[SECCIÓN 1] **5 Aplicación de la función logarítmica**

Las **funciones logarítmicas** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano, en esta sección se mostraran algunas aplicaciones de esta función en los campos de la geología y en la química.

En **la geología** los sismólogos utilizan la escala de Richter para medir la intensidad de un temblor, para medir dicha intensidad se utiliza una escala logarítmica de base 10 que mide la energía liberada cuando se produce el movimiento sísmico.

Las vibraciones que genera el temblor marcan una amplitud o una intensidad las cuales queda registrada en el sismógrafo cuya medida es una escala logarítmica que va de 1 a 9, el paso de un escalón menor a uno mayor significa una intensidad 10 veces mayor a la anterior, es decir que un sismo de magnitud 4 es 10 veces mayor que un sismo de magnitud 3 y 100 veces mayor a un sismo de magnitud 2.

Los sismógrafos clasifican los temblores según la escala de Richter como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Escala** | **Significado** |
| Menos de 4 | Insignificante |
| 4 a 4,9 | Ligero |
| 5 a 5,9 | Dañino |
| 6 a 6,9 | Destructivo |
| 7 a 7,9 | Muy destructivo |
| 8 a 8,9 | Desastroso |

La escala de Richter permite asignarles a las vibraciones registradas en el sismógrafo una medida *M*  que permiten categorizar el terremoto, la función que describe la medida *M* es la siguiente:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92*

Donde *M*, la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto que registra el sismógrafo, *∆t* la diferencia entre el inicio de la honda p la primaria y la honda s la secundaria, en otras palabras el tiempo que pasa cuando comienza el terremoto y se presenta un cambio muy brusco en las hondas que registra el sismógrafo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG19 |
| **Descripción** | Reproducción de un sismógrafo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png> |
| **Pie de imagen** | En la imagen se ve las hondas registradas por un sismógrafo también se ve el inicio de las hondas s y el inicio de las hondas p y el tiempo que trascurre entre ellas definida como ∆t, también se ve la máxima amplitud de honda descrita con la letra A |

Ejemplo:

1. Calcular la magnitud de un temblor en el cual la amplitud máxima fue de 24 mm, la diferencia entre el inicio de la honda p y la honda s fue de 23 segundos.

* Se remplazan los valores en la ecuación de Richter y se desarrollan los cálculos:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92 → M = log1024 + 3log10 (8.23)-2,92 → M = 1,3802 + 3log10184 - 2,92 →M = 1,3802 + 3. 2,2648 – 2,92 →M = 1,3802 + 6,7944 – 2,92→ M = 5,2.*

La magnitud del temblor fue de 5,2 en la escala de Richter y está catalogado como dañino.

1. Calcular la magnitud de un temblor en el cual la amplitud máxima fue de 12 mm, la diferencia entre el inicio de la honda p y la honda s fue de 14 segundos.

* Se remplazan los valores en la ecuación de Richter y se desarrollan los cálculos:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92 → M = log1012 + 3log10 (8.14) - 2,92 → M = 1,0791 +3log10112 - 2,92 →M = 1,0791 + 3.2,0492 – 2,92 → M = 1,0791 + 6,1476 – 2,92 →M = 5,01*

La magnitud del temblor fue de 5,01 en la escala de Richter y está catalogado como dañino.

En la **química** una de las aplicaciones de la función logarítmica se presenta cuando se quiere calcular el pH que tiene una sustancia, es decir la acides o la alcalinidad que posee, la acides o la alcalinidad químicamente hablando dependen de la cantidad de iones de hidrogeno *(H+)* que posee la sustancia, entre más iones *(H+)*  la sustancia es más acida y entre menos iones *(H+)*  la sustancia es más alcalina o básica.

La escala que mide la acides de las sustancias (pH) está dividida desde 0 a 14 siendo 0 el ácido máximo y 14 lo más alcalino o básico, el nivel 7 determina una sustancia neutra ni asida ni alcalina, los valores menores a 7 son ácidos y los valores mayores a 7 son los alcalinos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG20 |
| **Descripción** | Escala pH y algunas sustancias ubicadas en su nivel de acides. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1075904/206742187/stock-vector-the-ph-scale-206742187.jpg |
| **Pie de imagen** | *Escala de pH y algunos productos categorizados según su acide.* |

La ecuación que permite encontrar estos valores de la escala es la siguiente:

*pH = -log10(H+)*

Donde pH es la acides de la sustancia y  *H+*  la cantidad de iones de hidrogeno de la sustancia posee en moles.

Ejemplo:

1. Calcule el pH de una concentración de ácido nítrico si se determina que *(H+)*  = 0,02 m.

* Se remplaza el valor en la ecuación de ph y se desarrolla:

*pH = -log100,02→ pH = 1,6*

El ph de la sustancia es de 1,6 se puede categorizar según la escala ph como acido.

1. Calcular el ph de una disolución de 0,0000000006 moles de NaOH.

* Se remplaza el valor en la ecuación de ph y se desarrolla:

*pH = -log10*0,0000000006 *→ pH = 8,2*

El ph de la sustancia es de 8,2 se puede categorizar según la escala ph como alcalina o básica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC270 24 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aplicaciones de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplicaciones de la funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que muestra algunos contextos donde se aplican las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC280 25 |
| **Título** | Aplica la función logaritmo para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la función logaritmo en la resolución de situaciones |

Estas son algunas de las aplicaciones que tiene las funciones logarítmicas en los campos de desarrollo del ser humano te invitamos a que investigues más sobre este tema.

[SECCIÓN 2**] 5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC290 26 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la solución de una función logarítmica en contextos matemáticos y de la vida cotidiana. |

[SECCIÓN 1] **6 competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC300 30 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Reconoce las gráficas de funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Reconoce las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para reforzar las características de las funciones exponenciales y logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC310 31 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Descripción** | Actividad que propone realizar el cálculo del pH de una sustancia química aplicando logaritmos |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC320 32 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La función logarítmica y la función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| Código | MA\_09\_02\_CO\_REC330 33 |
| Título | Evaluación |
| Descripción | Evalúa tus conocimientos sobre el tema: Funciones exponenciales y funciones logarítmicas |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | Es una página en la cual se muestra que son las funciones exponenciales y logarítmicas de una manera más teórica. | <http://www.fra.utn.edu.ar/catedras/sunmat/Lec_Int_logaritmos.pdf> |
| **Web 02** | Explica cómo se pueden graficar las funciones exponenciales por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphExponentialFunction.html> |
| **Web 03** | Explica cómo se pueden graficar las funciones logarítmicas por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphLogarithmicFunction.html> |