|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Código de guion** | MA\_09\_07\_CO |
| **Descripción** | Existen dos clases de funciones que son muy utilizadas en la economía, en la física, en la química, en sociales y en otros campos del desarrollo humano, estas funciones son la exponencial y la logarítmica, te invitamos a que conozcas estas funciones, sus principales características y cuáles son sus principales aplicaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 función exponencial**

La **función exponencial** se puede definir como todo expresión que se puede escribir de la forma *ƒ(x)= ax*, siendo *a* una expresión real positivo diferente de cero que recibe el nombre de **base**, *x* es la variable y pertenece a los números reales, su representación gráfica es una curva suave que es **creciente** cuando *a > 1*  y es **decreciente** cuando *a* esta entre cero y uno es decir *0< a < 1*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | Población humana |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg> |
| **Pie de imagen** | *La función exponencial modela el crecimiento de una población en un tiempo determinada.* |

La función exponencial es utilizada en muchos campos del desarrollo humano como lo son la física, la química, la medicina, la economía la sicología entro otros, a continuación se mostraran algunos ejemplos donde la ecuación exponencial es aplicada.

**En la física:** la ley del enfriamiento de un cuerpo está determinada por la siguiente función:

*T(t) = Tm + (T0 - Tm).e-rt*

Donde *T(t)*  es la temperatura al cabo de un tiempo *t, T0*  es la temperatura inicial del cuerpo, *Tm*  es la temperatura ambiente donde se introduce el cuerpo, *k* es una constante de enfriamiento que tiene cada cuerpo, *e ≈ 2,7182818…* y *t* es el tiempo transcurrido.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG02 |
| **Descripción** | Termómetro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/754414/754414,1322560164,5/stock-photo-thermometer-illustrations-isolated-in-blue-background-89775145.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/754414/754414,1322560164,5/stock-photo-thermometer-illustrations-isolated-in-blue-background-89775145.jpg> |
| **Pie de imagen** | *El termómetro es utilizado para medir la temperatura y los cambio de temperatura* |

**En la física y química:** Paracalcular la desintegración radioactiva de algún cuerpo se utiliza la siguiente función:

*C(t) = C0 .e-kt*

Donde *C(t)* la cantidad del elemento radioactivo medido en gramos, *C0*  es la cantidad del elemento radiactivo medido en gramos que el cuerpo debe tener en ese momento, *k* es una constante que se le asigna a cada elemento radioactivo y *t* es el tiempo trascurrido.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG03 |
| **Descripción** | Símbolo radioactividad |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1341451/150071363/stock-vector-radiation-sign-150071363.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1341451/150071363/stock-vector-radiation-sign-150071363.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Símbolo utilizado para indicar que ha radioactividad* |

**En la economía:** Para calcular el iteres compuesto se utiliza la siguiente función:

*Cf = C1(1 + i)n*

Donde *Cf*  representa el capital final, *C1* el capital inicial, *i* la tasa de iteres anual y *n* el número de años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG04 |
| **Descripción** | Símbolo que representa el porcentaje |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/546265/546265,1316457493,1/stock-photo--d-red-percent-isolated-on-mirror-floor-84949879.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/546265/546265,1316457493,1/stock-photo--d-red-percent-isolated-on-mirror-floor-84949879.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Símbolo utilizado para representar el porcentaje* |

Como se puede observar con los ejemplos anteriores el uso de las funciones exponenciales se presenta en varios campos del conocimiento humano.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Utilizando la notación de conjuntos** |
| Contenido | la función exponencial se puede definir como:  *ƒ : ℝ → ℝ/ ƒ(x)= ax con a ∈ ℝ+ y a ≠ 1* |

Algunos ejemplos de funciones exponenciales son:

* *ƒ(x)= 5x*
* *ƒ(x)= 3x*
* <<MA\_09\_07\_01.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *A mediados del año 300 a.C Euclides menciona la multiplicación de exponentes con una misma base, Nicolás Oresme (1323-1382) desarrollo las potencias de exponentes enteros y racionales positivos, Michael Stifel en 1544 desarrollo la noción de exponentes negativos y el exponente cero, adames utilizo por primera vez el concepto exponente, estos fueron unos de los primeros pasos para la construcción del concepto función exponencial.* |

En la siguiente sección se mostrara una forma para poder graficar este tipo de funciones en el plano cartesiano, cabe resaltar que existen otras formas para graficarlas que pueden ser consultados por el estudiante.

[SECCIÓN 2] **1.1 Representación gráfica de las funciones exponenciales**

El método que a continuación se va a describir para crear la representación gráfica de las **funciones exponenciales** es muy sencillo:

**Primer paso:** crear una tabla de dos columnas en una de ellas se deben consignaran algunos valores de *x* que sean cercanos a *0,*  estos valores deben ser algunos positivos y otros negativos, en la otra columna se deben consignar los valores *y* o *ƒ(x)*  que toma la función al ser remplazada por los valores que se escogieron de *x,* recuerda que también se debe tomar a *x = 0* aunque el valor que toma cualquier función exponencial cuando *x* es igual a *0* siempre es 1.

**Segundo paso:** se ubican en el plano cartesiano las parejas ordenadas *(x,y)* que se generaron en la tabla anterior, posteriormente se unen con un trazo suave y curvo, recuerda que si el valor de a > 1 la gráfica de la función es creciente, pero si 0 < a < 1 la gráfica de la función será decreciente.

Ejemplo:

* Graficar la función:

*ƒ(x)= 2x*

Primer paso:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *0* | *1* | *-1* | *2* | *-2* | *3* | *-3* | *4* | *-4* |
| *ƒ(x)* | *1* | *2* | <<MA\_09\_07\_02.gif>> | *4* | <<MA\_09\_07\_03.gif>> | *8* | <<MA\_09\_07\_04.gif>> | *16* | <<MA\_09\_07\_05.gif>> |

Segundo paso:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG05 |
| **Descripción** | Función exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\ecuaciones guion 7\imagenes\1.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función:*  *ƒ(x)= 2x* |

* Graficar la función.

<<MA\_09\_07\_06.gif>>

Primer paso:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *0* | *1* | *-1* | *2* | *-2* | *3* | *-3* | *4* | *-4* |
| *ƒ(x)* | *1* | <<MA\_09\_07\_07.gif>> | 2 | <<MA\_09\_07\_08.gif>> | *4* | <<MA\_09\_07\_09.gif>> | *8* | <<MA\_09\_07\_10.gif>> | *16* |

Segundo paso:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG06 |
| **Descripción** | Función exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\ecuaciones guion 7\imagenes\2.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función:*  <<MA\_09\_07\_11.gif>> |

En la siguiente sección se mostraran algunas de las características principales de la función exponencial.

[SECCIÓN 2] **1.2Caracteristicas de las funciones exponenciales.**

Observa las siguientes graficas de algunas funciones exponenciales esbozadas en el mismo plano cartesiano, recuerda que estas función son de la forma *ƒ(x)= ax* , *a ∈ ℝ+ y a≠ 1*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG07 |
| **Descripción** | Funciones exponenciales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\7.JPG |
| **Pie de imagen** | *Graficas de algunas funciones exponenciales crecientes y decrecientes* |

Observando estas graficas de algunas funciones exponenciales se pueden observar y establecer las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función exponencial** |
| Contenido | * El dominio es el conjunto de los números reales *ℝ.* * El rango es el conjunto de los números reales positivos *ℝ+.* * Son continuas en *ℝ.* * Pasan por el punto *(0,1)*, esto se debe a que *a0 = 1.* * Corta al eje Y en 1. * No corta al eje X. * Si: 0< a <1 la función es decreciente. * Si a > 1 la función es creciente. |

Estas son las características principales que poseentodas las funciones exponenciales, en las siguientes secciones el trabajo se centrara en torno a la función inversa a la **función exponencial** que se conoce como la **función logarítmica.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC10 1 |
| **Título** | La función exponencial y sus características |
| **Descripción** | Interactivo que sirve para explicar la función exponencial y sus características particulares. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC20 2 |
| **Título** | Reconoce la notación algebraica de una función exponencial |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar una función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC30 3 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Practica las gráficas de las funciones exponenciales. |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Identifica características de las gráficas de funciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad diseñada para conocer las características de la representación gráfica de una función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC40 4 |
| **Título** | Desplaza en el plano funciones exponenciales |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que permiten identificar el desplazamiento de una función exponencial. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC50 5 |
| **Título** | Relaciona la función exponencial con su gráfica |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la ecuación de la función exponencial a partir de la gráfica |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC60 6 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre La función exponencial |

[SECCIÓN 1] **2 función logarítmica**

La **función logarítmica** es la función inversa a la **función exponencial**, recuerda que para encontrar la función inversa de cualquier función se intercambiar la variable *y* por la variable *x* y la variable *x* por la variable *y*, posteriormente despeja la variable *y*, para obtener la **función inversa**.

Es decir que si se tiene la **función exponencial** definida como *y = ax* para encontrar su función inversa es decir la **función logarítmica** se parte de la función *y = ax* se intercambian la variable *y* por *x* y *x* por *y*, por último se despeja *y* es decir:

*y = ax→ x = ay* → *y = logax.*

En la nueva función *ƒ(x)= logax*, *a > 0* y *a ≠ 1*, se lee como logaritmo en base *a* de *x*, y se interpreta como buscar un exponente *y* al que se debe elevar la base *a* para obtener *x,* recuerda que la variable independiente es *x* y la variable dependiente es *y,* si a > 1 la función será creciente, pero si 0 > a < 1 la función será decreciente.

Existen dos logaritmos que son especiales debido a que son los más utilizados, uno de ellos es el logaritmos en base *10* que se denota como *log10*, la gran mayorías de calculadoras científicas poseen una tecla que lo calcula, el otro es el logaritmo en base *e*, se conoce como el logaritmo natural y se denota como *ln,*  también existe una tecla en la mayoría de las calculadoras científicas que lo calcula.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El numero e** |
| Contenido | el numero *e* es un numero irracional trascendente conocido como el número de Euler o constante de Napier este número irracional es uno de los más importantes ya que es uno de los más utilizados en el cálculo y es la base del logaritmo natural, una de sus aproximaciones es *e ≈ 2,7182818 2845…….* |

Las funciones logarítmicas son utilizadas en muchos campos del desarrollo humano como lo son la geología, la astronomía, la medicina, la arqueología la economía, la química, entro otros, a continuación se mostraran algunos ejemplos donde las funciones logarítmicas son utilizadas:

**En la geología:** la siguiente función es utilizada para medir la magnitud de los terremotos:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92*

Donde *M*, la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto, *∆t* la diferencia entre el inicio de la honda p al de la honda s, es decir la diferencia en tiempo cuando comienza el temblor y cuando ocurre la honda de mayor amplitud.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | Imagen después de un temblor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Las funciones logarítmicas son usadas para medir la magnitud de los temblores por medio de la escala de Richter.* |

**En la arqueología:** para calcular la antigüedad de algún objeto se utiliza la prueba de carbono 14 utilizando la siguiente función:

*T = log10(Nf/N0).(1/-0,693).t(1/2)*

Donde *T* es la antigüedad aproximada del objeto, *Nf*  el carbono final que tiene el objeto, *N0*  la cantidad de carbono original del objeto y *t(1/2)*  el periodo de desintegración de carbono 14.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG09 |
| **Descripción** | Yacimiento arqueológico |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/498355/138607418/stock-photo-atapuerca-spain-august-some-researchers-work-in-atapuerca-site-where-fossils-and-stone-tools-138607418.jpg    <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/498355/138607418/stock-photo-atapuerca-spain-august-some-researchers-work-in-atapuerca-site-where-fossils-and-stone-tools-138607418.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Yacimiento arqueológico* |

**En la química:** para medir la acides de un líquido (pH) se utiliza la siguiente función:

*pH =- log10(H+)*

Donde pH es la acides de la sustancia y  *H+*  la cantidad de iones de hidrogeno de la sustancia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG10 |
| **Descripción** | Ion de Hidrogeno |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ec/Hydronium-3D-balls.png/220px-Hydronium-3D-balls.png    <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ec/Hydronium-3D-balls.png/220px-Hydronium-3D-balls.png> |
| **Pie de imagen** | *Representación grafica de un in de hidrogeno* |

Estos fueron algunos ejemplos donde se aplican la función logarítmica en diferentes campos del conocimiento humano, matemáticamente la función logarítmica se puede definir como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Utilizando la notación de conjuntos** |
| Contenido | la función logarítmica se puede definir como:  *ƒ : ℝ → ℝ/ ƒ(x)= logax, con a ∈ ℝ+ y a ≠ 1* |

Algunos ejemplos de la función logarítmica son:

* *ƒ(x)= log2x.*
* *ƒ(x)= log3x.*
* <<MA\_09\_07\_12.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | Se cree que la invención de la función logarítmica se dio al rededor del año 1590 gracias a los aportes de John Napier (1550-1617) que lo que buscaba era una forma más rápida para realizar multiplicaciones y Jobst Bürgi (1552-1632) que trabajo con el logaritmo en base diez. |

En la siguiente sección se mostrara una forma para poder graficar este tipo de funciones.

[SECCIÓN 2] **2.1 Representación gráfica de las funciones logarítmicas**

Existen varios métodos para llegar a la representación gráfica de las **funciones logarítmicas**, uno de los más sencillos será descrito a continuación:

Paso 1: pasar de *y = logax a x = ay* esto se puede realizar porque son expresiones equivalentes.

Paso 2: dar algunos valores a *y* en la expresión *x = ay* para encontrar los valores de *x* y consignarlos en una tabla, ten en cuenta que con estos puntos se deberá esbozar la gráfica.

Paso 3: unir los puntos con una curva suave.

Ejemplo:

* Grafique la función:

*y = log2x*

Paso 1 : *y = log2x → x = 2y*

Paso 2 :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | *2* | <<MA\_09\_07\_13.gif>> | *4* | <<MA\_09\_07\_14.gif>> | *8* | <<MA\_09\_07\_15.gif>> | *16* | <<MA\_09\_07\_16.gif>> |  |
| *y* | *0* | *1* | *-1* | *2* | *-2* | *3* | *-3* | *4* | *-4* |  |

Paso 3:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG11 |
| **Descripción** | Función logarítmica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\5.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función logarítmica:*  *ƒ(x)= log2x* |

* Grafique la función:

<<MA\_09\_07\_17.gif>>

Paso 1 : <<MA\_09\_07\_18.gif>>

Paso 2 :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | <<MA\_09\_07\_19.gif>> | *2* | <<MA\_09\_07\_20.gif>> | *4* | <<MA\_09\_07\_21.gif>> | *8* | <<MA\_09\_07\_22.gif>> | *16* |
| *y* | *0* | *1* | *-1* | *2* | *-2* | *3* | *-3* | *4* | *-4* |

Paso 3:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG12 |
| **Descripción** | Función logarítmica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\6.jpg |
| **Pie de imagen** | *Grafica de la función logarítmica:*  <<MA\_09\_07\_23.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC 70 18 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la representación gráfica de una función logarítmica cuando varían sus parámetros |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC80 19 |
| **Título** | Relaciona cada gráfica con la ecuación de su función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para relacionar funciones logarítmicas con su gráfica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Se cree que el primero que grafico la función logarítmica x = log10y fue Evangelista Torricelli (1608 – 1647) en el año 1646.* |

Esta es una de las formas para graficar este tipo de ecuaciones, en la siguiente sesión podrás observar algunas de las principales característica que posee la función exponencial.

[SECCIÓN 2] **2.2 Características de la función logarítmica**

Observa las siguientes graficas de algunas funciones logarítmicas esbozadas en el mismo plano cartesiano, recuerda que estas funciones son de la forma *ƒ(x)= logax, a ∈ ℝ+ y a≠ 1.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG13 |
| **Descripción** | Funciones logarítmicas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\8.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafica de algunas funciones logarítmicas crecientes y decrecientes* |

Observando estas graficas de algunas funciones logarítmicas se pueden observar y establecer las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función logarítmica** |
| Contenido | * El dominio es el conjunto de los números reales positivos *ℝ+.* * El rango es el conjunto de los números reales *ℝ.* * Son continuas en *ℝ+.* * Pasan por el punto *(1,0)*, esto se debe a que log*01 = 0.* * Corta al eje X en 1. * No corta al eje Y. * Si: 0< a <1 la función es decreciente. * Si a > 1 la función es creciente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC90 17 |
| **Título** | Identifica características de funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la ecuación de una función logarítmica |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Leonhard Euler (1707-1783) introduce la definición de función logarítmica como la inversa de una función exponencial.* |

Estas son algunas de las características que cumple la función logarítmica, en la siguiente sesión se trabajara con las propiedades que cumplen los logaritmos viéndolos como una operación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC100 14 |
| **Título** | La función logarítmica |
| **Descripción** | Interactivo que muestra la definición de la función logarítmica y sus características |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC110 15 |
| **Título** | Clasifica las funciones logarítmicas y exponenciales |
| **Descripción** | Actividad que permite relacionar la forma exponencial y logarítmica de una expresión. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC120 21 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Conoce el logaritmo de un número |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Reconoce las propiedades de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Ejercicios que permite identificar algunas propiedades de la función logarítmica. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC130 20 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Deduce las propiedades de los logaritmos  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Analiza características de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para repasar las características de los logaritmos |

[SECCIÓN 2] **2.3 Propiedades de los logaritmos**

Recuerda que la función logaritmo se puede ver como una operación entre dos números reales la base *a* que pertenece a los reales positivosy  *x* el argumento que pertenece a los reales, esta operación arrojan un resultado *y* que pertenece a los números reales.

Esta operación cumple algunas propiedades algebraicas las cuales serán descritas a continuación, partiendo de la definición de logaritmación como:

*logax = y*

Las propiedades que cumple son las siguientes:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Representación algebraica** | **ejemplo** |
| El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores. | *loga(b.c) =logab+lobac* | *log2(4.2) = log24 + log22*  *log2(8) = 2 + 1*  *3 = 3* |
| El logaritmo de un cociente (división) es igual a la resta del logaritmo del dividendo por el logaritmo del divisor. | <<MA\_09\_07\_24.gif>> | <<MA\_09\_07\_25.gif>>  <<MA\_09\_07\_26.gif>>  *1 = 1* |
| El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente multiplicado por logaritmo de la base | *Loga(bc)= c.logab* | *Log4(162) = 2.log416*  *Log464 = 2.2*  *4 = 4* |
| El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radical dividido en el índice de la raíz. | <<MA\_09\_07\_27.gif>> | <<MA\_09\_07\_28.gif>>  <<MA\_09\_07\_29.gif>>  3 = 3 |
| Inyectividad de los logaritmos | *Loga(b)= loga(c) → b = c* | *Log5(10+15)= log5(25)*  *Log5(25)= log5(25)*  *2=2* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Las principales propiedades de la potenciación son:   * *(ab)c  = ab.c* * *(a.b)c = ac.bc* * <<MA\_09\_07\_30.gif>> * <<MA\_09\_07\_31.gif>> * <<MA\_09\_07\_32.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC140 16 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Practica el cálculo de logaritmos  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Practica el cálculo del logaritmo |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC150 22 |
| **Título** | Aplica las propiedades de los logaritmos |
| **Descripción** | Ejercicios que permiten identificar las propiedades de los logaritmos. |

Las propiedades de la logaritmación y las de la potenciación son utilizadas como herramientas para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas, esto se verá en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC160 23 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Descripción** | Actividades sobre La función logarítmica |

[SECCIÓN 1] **3. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales**

Las ecuaciones cuya incógnita se encuentra en el exponente reciben el nombre de **ecuaciones exponenciales**, las ecuaciones en las cuales la incógnita se encuentra afectada por un logaritmo reciben el nombre de **ecuaciones logarítmicas.**

Cabe resaltar que no existe ningún método general para resolver estos dos tipos de ecuaciones, para poderlas resolverlos es necesario utilizar las propiedades de la potenciación, las propiedades de la logaritmación y las habilidades algebraicas que se tenga.

Como no existe un método general para resolver estos tipos de ecuaciones a continuación se mostraran algunas **ecuaciones exponenciales** otras **logarítmicas** y la forma como se pueden resolver.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*5x+3 = 3125*

* En este caso se puede escribir los dos lados de la ecuación como potencias de la misma base:

*5x+3 = 3125 → 5x+3 = 55*

* Se igualan las dos expresiones que se encuentran en los exponentes, eso se puede realizar gracias a la propiedad que dice*: “dos potencias con una misma base positiva y distinta a uno son iguales, si y sólo si son iguales sus exponentes”,*  y se resuelve la ecuación lineal que surge:

*5x+3 = 55 → x + 3= 5 → x = 5 – 3 →x = 2*

* Se remplaza a *x* por *2* en la ecuación originar para comprobar si es solución:

*5x+3 = 3125 → 52+3 = 3125 →55 = 3125 → 3125 = 3125*

*x = 2* satisface la ecuación, por lo tanto si es solución de la ecuación exponencial.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*2x+3 +2x + 2x+1 = 88*

* En este caso se puede sacar factor común *2x* al lado izquierdo de la ecuación.

*2x.(23 + 1 + 21)= 88*

* Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la ecuación:

*2x.(23 + 1 + 21)= 88 → 2x.(8+ 1 + 2)= 88 →2x.11=88*

* Se despeja a *2x:*

<<MA\_09\_07\_33.gif>>

* Se puede trasformar el lado derecho de la igualdad para que la base quede igual a la base del lado izquierdo, posteriormente se pueden igualar los exponentes por la propiedad: *“dos potencias con una misma base positiva y distinta a uno son iguales, si y sólo si son iguales sus exponentes”* y se obtiene el valor de *x*.

*2x = 8 → 2x = 23→ x = 3*

* Se remplaza a *x* por *3* en la ecuación originar para comprobar si es solución:

*2x+3 +2x + 2x+1 = 88 → 23+3 +23 + 23+1 = 88 → 26 +23 + 24 = 88 →64 + 8 + 16 = 88 →88 = 88.*

* x = 3 satisface la ecuación, por lo tanto si es solución de la ecuación exponencial.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*4(x-1) = 21*

* En este caso se saca logaritmo en base 10 a los dos lados de la igualdad:

*4(x-1) = 21 → log104(x-1) = log1021*

* Utilizando la propiedad *Loga(bc)= c.logab*  al lado izquierdo de la igualdad:

*log104(x-1) = log1021 → (x-1).log104= log1021*

* Se despeja *x* de la ecuación:

<<MA\_09\_07\_34.gif>>

* Se calcula el valor aproximado de *x:*

<<MA\_09\_07\_35.gif>>

* Se remplaza el valor aproximado de x ≈ 3,196161 en la ecuación original para comprobar si es solución:

*4(x-1) = 21→4(3,196961-1) = 21 →42,196961 = 21 → 21,02 ≈ 21*

* x ≈ 3,196161 da un valor muy cercano a 21 por tal razón se puede decir que si satisface la ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedades logaritmo natural (e)** |
| Contenido | *Estas son las propiedades del logaritmo natural o neperiano:**ln 1 = 0**ln e = 1**ln en = n* *ln (x.y) = ln x + ln y**ln (x/y) = ln x – ln y**ln xn = n.ln x* |

1. Resuelva la siguiente ecuación:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25)*

* Se aplica la propiedad *loga(b.c) =logab+lobac*  al lado izquierdo de la igualdad:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5((x+15).(x-5)) = log5(10x+25)*

* Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la igualdad:

*Log5((x+15).(x-5)) = log5(10x+25) → Log5(x2 + 10x - 75) = log5(10x+25)*

* Se igualan los elementos que se encuentran en los argumentos de los dos logaritmos por la propiedad *Loga(b)= loga(c) → b = c.*

*Log5(x2 + 10x - 75) = log5(10x+25) → x2 + 10x - 75 = 10x+25*

* Se encuentra el valor de *x*:

*x2 + 10x - 75 = 10x + 25 → x2 = 100 → x = 10 o x = -10*

* Se remplaza x = 10 y x = -10 en la ecuación original para comprobar si son solución:

Cuando x = 10:

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5(10+15) + log5(10-5) = log5((10.10)+25) → Log5(25) + log5(5) = log5(100+25) → Log5(25) + log5(5) = log5(125) → 2 + 1 = 3 → 3 = 3.*

X = 10 si es solución de la ecuación.

Cuando x = -10

*Log5(x+15) + log5(x-5) = log5(10x+25) → Log5(-10+15) + log5(-10-5) = log5((-10.10)+25) → Log5(5) + log5(-15) = log5(-100+25) → Log5(5) + log5(-15) = log5(75)*

X = -10 no es solución debido a que genera logaritmos negativos y los logaritmos negativos no están definidos.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

<<MA\_09\_07\_36.gif>>

* Se aplica al lado derecho de la ecuación la propiedad que dice “*el logaritmo de un cociente (división) es igual a la resta del logaritmo del dividendo por el logaritmo del divisor”*:

<<MA\_09\_07\_37.gif>>

* Se resta a los dos lados de la igualdad *log2x*, se desarrolla al lado derecho *log22* y las operaciones indicadas que se puedan realizar:

*3log2x = 11+ log2x – log22 → 3log2x- log2x = 11+ log2x – log22 - log2x →2log2x = 11 – log22→2log2x = 11 – 1→2log2x = 10.*

* Se despeja *log2x:*

<<MA\_09\_07\_38.gif>>

* Se eleva a dos a la cinco y se encuentra el valor de x:

*log2x = 5 → x = 32*

* Se remplaza a x por 32 en la ecuación original para comprobar que es solución:

<<MA\_09\_07\_39.gif>>

X = 32 si es solución de la ecuación.

Ya se vieron algunos ejemplos de la forma como se deben abordar las ecuaciones exponenciales y las ecuaciones logarítmicas, en las siguientes secciones se mostraran algunas de las aplicaciones que tienen las funciones exponenciales y logarítmicas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC 170 28 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones exponenciales |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver ecuaciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC180 27 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones logarítmicas |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver ecuaciones logarítmicas |

[SECCIÓN 2] **3.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC190 29 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Ecuaciones logarítmicas y exponenciales |
| **Descripción** | Actividades sobre Las ecuaciones logarítmicas y exponenciales |

[SECCIÓN 1] **4 aplicaciones de la función exponencial**

Las funciones **exponenciales** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano, en esta sección se mostraran algunas aplicaciones de esta función.

[SECCIÓN 2] **4.1 Crecimiento exponencial**

El **crecimiento exponencial** se puede interpretar como el aumento de una magnitud *y*  que depende del aumento de una magnitud *x*, la relación que se establece es de la forma *y = ax*, donde *a* es una expresión mayor a uno, una de sus características principales es que el crecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

El **crecimiento exponencial** es utilizado para modelar situaciones en diferentes campos del conocimiento y del desarrollo humano como lo son la geografía, la economía, la estadística entre otros, en las siguientes secciones el trabajo se centrara en el campo de la geografía y el campo de la economía, más específicamente en el cálculo del interés compuesto y el crecimiento poblacional.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG14 |
| **Descripción** | Diagrama de barras que representa un crecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Representación grafica de un crecimiento exponencial por medio de un diagrama de barras* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC200 7 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento exponencial |
| **Descripción** | Animación que explica el concepto de crecimiento exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC210 8 |
| **Título** | Identifica cuándo una función exponencial crece o decrece |
| **Descripción** | Ejercicios que permiten identificar cuando una función exponencial es creciente o decreciente. |

[SECCIÓN 3] **4.1.1 Iteres compuesto**

El **interés** económicamente hablando es un índice que se utiliza para calcular la rentabilidad de una inversión o el costo de un crédito, el **interés compuesto**  se puede definir como el acumulo de intereses que se genera por un capital inicial o un préstamo en un periodo determinado de tiempo, además dichos intereses generados en el periodo determinado no se retiran si no que se siguen invirtiendo y se añaden al capital inicial o al préstamo para seguirlos capitalizando o descapitalizando periódicamente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG15 |
| **Descripción** | Monedas que crean la ilusión de un diagrama de barras |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/876880/107093990/stock-photo-financial-success-concept-business-graph-with-coins-107093990.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/876880/107093990/stock-photo-financial-success-concept-business-graph-with-coins-107093990.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Representación grafica del crecimiento del interés compuesto* |

Se define la siguiente función:

*Cn = C(1+i)n*

Donde *Cn*  es el capital final, *C* el capital inicial, *i* la taza de iteres y *n* la cantidad de años que es utilizada para calcular el interés compuesto, pero ¿de dónde sale esta función?, a continuación se mostrara como se llega a esta función:

Capital inicial = *C*.

Años = *n*

Tasa de interés durante un año = *i* (porcentaje del interés dado su equivalencia en números, es decir que el 2% seria 0.02)

El interés producido por el capital *C* en el primer año está dado por:

*i1 = C.i*

El capital pasado el primer año se definiría como:

*C1 = C + Ci → C1 =C(1+i)*

Después de dos años el capital C1 produce un interés que está determinado por:

*i2 = C(1+ i).i → i2 = C(i + i2)*

El capital pasado dos años se define como:

*C2 = C1 + i2* → *C2 = C(1+i) + C(i + i2) → C2 = C(1+i+i + i2) → C2 = C(1+2i + i2) →*

*C2 = C(1+ i)2*

Generalizando este proceso se puede llegar *n* años que sería:

*Cn = C(1+i)n*.

El iteres ganado se deduce de restarle al capital final el capital inicial es decir que el iteres se define como:

I = *Cn – C → I = C(1+i)n – C → I = C[(1+i)2 - 1]*

A continuación se mostraran algunos ejemplos donde se utiliza el interés compuesto:

1. Pedro invertirá 250000 pesos durante 5 años a un interés del 3 % anual, al pasar los 5 años cuánto dinero recibirá en total:

* Se establecen los datos que se tiene:

*C = 250000*

*n = 5*

*i = 0,03*

*Cn = ?*

* Se remplazan en la función:

*Cn = C(1+i)n* → *C5 = 250000.(1+0,03)5 = 250000.(1,03)5 = 250000.1,15927407443 = 289818 → C5 = 289818.*

* El dinero que se recibe al cabo de los 5 años es 289818 pesos.

1. Se sacaron prestados al banco 255000000 de pesos a una tasa de interés del 5 % anual a 25 años ¿Cuánto dinero en total se termina pagando al cabo de los 25 años?

* Se establecen los datos que se tienen:

C = 255000000

n = 25

i = 0,05

* Se remplazan en la función:

*Cn = C(1+i)n → C25 = 255000000.(1+0,05)25 = 255000000.(1,05)25 = 255000000.3,38 = 861900000→ C25 = 861900000*

* El dinero que se paga por el préstamo al cabo de los 25 años es de *861900000.*

1. Se quieren invertir 12450000 pesos en una financiera durante 2 años a un interés del 23 % anual ¿Cuál será la cantidad de dinero que se gana?

* Se establecen los datos que se tiene:

C = 12450000

n = 2

i = 0,23

* Se remplazan en la fórmula:

*Cn = C(1+i)n → C2 = 12450000.(1+0,23)2*  → *C2 = 12450000(1,23)2  → C2 = 12450000.(1,23)2  → C2 = 12450000.1,5129 → C2 = 18835605.*

* Para saber cuánto dinero se va a ganar se resta al capital final el capital inicial:

I = *Cn – C →* I = *18835605– 12450000 = 6385605*

El dinero que se gana cuando pasen los 2 años es de *6385605.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *El físico Albert Einstein (1879-1955) llamó al interés compuesto "la invención más impresionante del mundo" y la "octava maravilla del mundo."* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC220 10 |
| **Título** | Calcula el interés compuesto |
| **Descripción** | Ejercicios de aplicación de interés compuesto |

Como se puede observar una de las aplicaciones de la función exponencial en la economía es el cálculo de intereses, en la siguiente sección se mostrara otra aplicación de las funciones exponenciales que es utilizada en la biología y en las ciencias sociales más específicamente en la demografía, la aplicación se da en el crecimiento de la población.

[SECCIÓN 3] **4.1.2 Crecimiento de poblaciones**

Otra aplicación de las funciones exponencial se da en el cálculo del **crecimiento de poblaciones** en un tiempodeterminado, estas poblaciones pueden ser humanas, animales o vegetales.

Existen varias modelos **crecimiento poblacionales** en este apartado el trabajo se centrara en el **crecimiento exponencial.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG16 |
| **Descripción** | Mapa de los países por población. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b1/World_population.PNG/1280px-World_population.PNG  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b1/World_population.PNG/1280px-World_population.PNG> |
| **Pie de imagen** | *En el mapa entre más oscuro sea el color morado mas población hay en ese país* |

El **crecimiento exponencial** se presenta cuando los recursos con que cuenta la población para su desarrollo son abundantes, el modelo matemático que describe este crecimiento se genera por la variación de la población *N* con respecto a la variación del tiempo *t* que es proporcional a la población *N* que hay en un determinado momento.

De lo anterior se genera la siguiente función exponencial que es utilizada para calcular el crecimiento de las poblaciones:

*N(t) = N0.ekt*

Donde *N(t)* es la población en un tiempo determinado, *N0*  es la población inicial, *e* ≈ 2,71828, el número de Euler, *t* es el tiempo y *k* es una constante conocida como la tasa de crecimiento.

A continuación se mostraran algunos ejemplos de cómo se utiliza la función **crecimiento exponencial**:

Ejemplos:

1. En el año 1998 en el pueblo de socorro Santander habían 13520 habitantes, en el año 2015 la cantidad de habitantes es de 25125, ¿Cuál es la tasa de crecimiento?

* Se establecen los datos que se tiene para remplazarlos:

*N(t) = 25125*

*N0 = 13520*

*t= 17*

*k = ?*

* Se remplaza en la función:

*25125 = 13520. ek.17*

* Se despeja k que es la tasa de crecimiento:

<<MA\_09\_07\_40.gif>>

* Se concluye que la tasa de crecimiento que se dio entre los años 1998 y 2015 es de 0,03.

1. Se quiere calcular cual será la población de truchas que habrá en un lago en 3 años, si al inicio del primera año se encuentran 324 truchas, una característica del lago es que hay abundancia de comida y su tasa de crecimiento se calcula que será 0,2.

* Se establecen los datos que se tiene:

*N(t) = ?*

*N0 = 324*

*t= 3*

*k = 0,3*

* Se remplaza en la función:

*N(t) = N0.ekt → N(t) = 324.e0,3.3→N(t) = 324.e0,9 → N(t) = 324.2,4596 → N(t) = 796.*

* Se concluye que en tres años aproximadamente la población de truchas en el lago será de 796.

1. En el bosque de las amazonas se encuentran unos 3456 hongos de la clase chopo, esta clase de hongo tiene una tasa de crecimiento del 0,5 ¿en cuántos años se tendrá una población de 123452 hongos?

* Se establecen los datos que se tiene:

*N(t) = 123452*

*N0 = 3456*

*t= ?*

*k = 0,5*

* Se remplaza en la función:

*N(t) = N0.ekt → 123452 = 3456. e0,5t*

* Se despeja *t* en la ecuación:

<<MA\_09\_07\_41.gif>>

* Deben pasar aproximadamente 7 años para conseguir una población de 123452 hongos.

[SECCIÓN 2] **4.2 Decrecimiento exponencial**

El **decrecimiento exponencial** se puede interpretar como la disminución de una magnitud *y*  que depende del aumento de una magnitud *x*, la relación que se establece es de la forma *y = pax*, donde p es un número real mayor a 0, *a* es una constante menor que uno y mayor a cero, una característica fundamental es que el decrecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG17 |
| **Descripción** | Grafica de barras representando un decrecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Decrecimiento exponencial representado con un diagrama de barras* |

El **decrecimiento exponencial** es utilizado para modelar situaciones en diferentes campos del conocimiento y del desarrollo humano como lo son la biología, la física, la economía, la estadística entre otros, un ejemplo de la aplicación del decrecimiento exponencial se ve en el siguiente ejemplo:

* En Colombia se calcula que hay unas 163854   tortuga carranchina (batrachemys dahli) pero su población viene descendiendo a la mitad cada año, ¿en cuantos años se calcula que esta especie se extinga si no se hace nada por preservarlas?

La función que modela esta situación es:

<<MA\_09\_07\_42.gif>>

Donde *y* es la cantidad de tortugas al paso de los años, *x* representa los años que pasan, para solucionar el problema se remplaza en la función a *y = 1* y se despeja x, es decir en cuantos años quedara solo una tortuga.

<<MA\_09\_07\_43.gif>>

Es decir que x = 17 cuando pasen un año más la población de tortugas será de cero es decir que las tortugas carranchina se extinguirán aproximadamente en 18 años si no se hace nada por presérvalas.

En las siguientes secciones el trabajo se centrara en una aplicación del **decrecimiento exponencial** en el campo de la física conocido como **decrecimiento radioactivo.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC230 9 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Descripción** | Interactivo en el que se presentan situaciones modeladas con funciones exponenciales, en las cuales se identifican crecimientos y decrecimientos |

[SECCIÓN 3] **4.2 Desintegración radioactiva**

La radioactividad es una propiedad que poseen algunos elementos químicos, en los cuales sus núcleos atómicos son inestables, pero al pasar cierto tiempo cada uno de los núcleos alcanza su estabilidad al generar un cambio que se denomina **desintegración radioactiva**, la desintegración radiactiva cosiste en la emisión espontanea de partículas (alfa, veta, gama), esto se puede generar de manera natural cuando la misma naturaleza lo genera o artificial cuando el hombre lo produce.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG18 |
| **Descripción** | Núcleo atómico desprendiendo de partículas gama |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg> |
| **Pie de imagen** | Núcleo atómico desprendiendo de partículas gama. |

La función que describe este proceso de desintegración radioactiva es la siguiente:

*N(t) = N0e-λt*

Dónde:

*N(t)* determina el número de átomos en un tiempo *t.*

*N0* el número inicial de átomos.

*e ≈* 2,71828…...

*t*  el tiempo.

*λ* la constante radioactiva que se define como un coeficiente de proporcionalidad que relaciona los átomos que desaparecen en un tiempo *t* con los átomos iniciales de cada núcleo radioactivo donde:

<<MA\_09\_07\_44.gif>>

Donde *T1/2* es el periodo de semidesintegración de un isotopo radiactivo, es decir el tiempo necesario para que el número de átomos iniciales se reduzcan a la mitad.

A continuación se mostraran algunos problemas que se pueden modelar y resolver utilizando la desintegración radioactiva:

1. se tiene 230 gm de bismuto -212 cuantos gramos de este isotopo quedaran a los 30 minutos, 60 minutos sabiendo que la constante radioactiva del bismuto es 0,00019 sobre segundos.

* Se establecen los datos que se conocen y se pasan a la misma unidad de medida:

*N(t) = ?*

*N0 =230 gm*

*t*  = 30 minutos = 1800 segundos

*λ = 0,00019/s*

* Se remplazan en la función *N(t) = N0e-λt cuando t = 1800* segundos

*N(t) = N0e-λt → N(t) = 230gm.e-0,00019/s.1800s → N(t) = 230gm.e-0,342 → N(t) =230gm.0,710→ N(t) = 163,3gm*

Cuando han pasado 30 minutos quedan *163,3 gm* de bismuto -212.

* Se establecen los datos que se conocen y se pasan a la misma unidad de medida:

*N(t) = ?*

*N0 =230 gm*

*t = 60 minutos =* 3600 segundos

*λ = 0,00019/s*

* Se remplazan en la función *N(t) = N0e-λt cuando t = 3600* segundos

*N(t) = N0e-λt → N(t) = 230gm.e-0,00019/s.3600s → N(t) = 230gm.e-0,684 → N(t) =230gm.0,504 → N(t) = 115,9gm*

Cuando han pasado 60 minutos quedan *115,9 gm* de bismuto -212.

1. se han encontrado unas herramientas de madera que ha perdido el 32 % de carbono 14 con respecto a la madera actual, el periodo de semidesintegracion del carbono 14 es de 5730 años ¿aproximadamente que tan antiguas son las herramientas que se encontraron?

* Es necesario en contra el valor de *λ* la constante radioactiva:

<<MA\_09\_07\_45.gif>>

* Se establecen los datos que se conocen y el que se encontró:

*N(t) = 32*

*N0 =100*

*t*  = ?

*λ = 0,000209/ años*

* Se remplazan los datos en la ecuación *N(t) = N0e-λt:*

*N(t) = N0e-λt →32 = 100.e-0,000209/años.t*

* Se debe despejar a *t:*

<<MA\_09\_07\_46.gif>>

Aproximadamente la antigüedad de las herramientas es de 5451 años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *El físico francés Antoine Henri Becquerel (1852-1908) fue el descubridor de la radiactividad.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC240 11 |
| **Título** | Analiza funciones exponenciales |
| **Descripción** | Preguntas que permiten analizar funciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC250 12 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aprende a aplicar las funciones exponenciales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplica las funciones exponenciales para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad con la cual modela situaciones a través de la función exponencial |

[SECCIÓN 2**] 4.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC260 13 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre la función exponencial. |

Como se puede observar la función exponencial tiene muchas aplicaciones en diferentes campos del desarrollo humano, pero la función logarítmica no se queda atrás, es la siguiente sección se mostraran algunas de estas aplicaciones en algunos campos del desarrollo humano.

[SECCIÓN 1] **5 Aplicación de la función logarítmica**

Las **funciones logarítmicas** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano, en esta sección se mostraran algunas aplicaciones de esta función en los campos de la geología y en la química.

En **la geología** los sismólogos utilizan la escala de Richter para medir la intensidad de un temblor, para medir dicha intensidad se utiliza una escala logarítmica de base 10 que mide la energía liberada cuando se produce el movimiento sísmico.

Las vibraciones que genera el temblor marcan una amplitud o una intensidad las cuales queda registrada en el sismógrafo cuya medida es una escala logarítmica que va de 1 a 9, el paso de un escalón menor a uno mayor significa una intensidad 10 veces mayor a la anterior, es decir que un sismo de magnitud 4 es 10 veces mayor que un sismo de magnitud 3 y 100 veces mayor a un sismo de magnitud 2.

Los sismógrafos clasifican los temblores según la escala de Richter como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Escala** | **Significado** |
| Menos de 4 | Insignificante |
| 4 a 4,9 | Ligero |
| 5 a 5,9 | Dañino |
| 6 a 6,9 | Destructivo |
| 7 a 7,9 | Muy destructivo |
| 8 a 8,9 | Desastroso |

La escala de Richter permite asignarles a las vibraciones registradas en el sismógrafo una medida *M*  que permiten categorizar el terremoto, la función que describe la medida *M* es la siguiente:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92*

Donde *M*, la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto que registra el sismógrafo, *∆t* la diferencia entre el inicio de la honda p la primaria y la honda s la secundaria, en otras palabras el tiempo que pasa cuando comienza el terremoto y se presenta un cambio muy brusco en las hondas que registra el sismógrafo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG19 |
| **Descripción** | Reproducción de un sismógrafo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png> |
| **Pie de imagen** | En la imagen se ve las hondas registradas por un sismógrafo también se ve el inicio de las hondas s y el inicio de las hondas p y el tiempo que trascurre entre ellas definida como ∆t, también se ve la máxima amplitud de honda descrita con la letra A |

Ejemplo:

1. Calcular la magnitud de un temblor en el cual la amplitud máxima fue de 24 mm, la diferencia entre el inicio de la honda p y la honda s fue de 23 segundos.

* Se remplazan los valores en la ecuación de Richter y se desarrollan los cálculos:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92 → M = log1024 + 3log10 (8.23)-2,92 → M = 1,3802 + 3log10184 - 2,92 →M = 1,3802 + 3. 2,2648 – 2,92 →M = 1,3802 + 6,7944 – 2,92→ M = 5,2.*

La magnitud del temblor fue de 5,2 en la escala de Richter y está catalogado como dañino.

1. Calcular la magnitud de un temblor en el cual la amplitud máxima fue de 12 mm, la diferencia entre el inicio de la honda p y la honda s fue de 14 segundos.

* Se remplazan los valores en la ecuación de Richter y se desarrollan los cálculos:

*M = log10A + 3log10 (8∆t)-2,92 → M = log1012 + 3log10 (8.14) - 2,92 → M = 1,0791 +3log10112 - 2,92 →M = 1,0791 + 3.2,0492 – 2,92 → M = 1,0791 + 6,1476 – 2,92 →M = 5,01*

La magnitud del temblor fue de 5,01 en la escala de Richter y está catalogado como dañino.

En la **química** una de las aplicaciones de la función logarítmica se presenta cuando se quiere calcular el pH que tiene una sustancia, es decir la acides o la alcalinidad que posee, la acides o la alcalinidad químicamente hablando dependen de la cantidad de iones de hidrogeno *(H+)* que posee la sustancia, entre más iones *(H+)*  la sustancia es más acida y entre menos iones *(H+)*  la sustancia es más alcalina o básica.

La escala que mide la acides de las sustancias (pH) está dividida desde 0 a 14 siendo 0 el ácido máximo y 14 lo más alcalino o básico, el nivel 7 determina una sustancia neutra ni asida ni alcalina, los valores menores a 7 son ácidos y los valores mayores a 7 son los alcalinos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG20 |
| **Descripción** | Escala pH y algunas sustancias ubicadas en su nivel de acides. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1075904/206742187/stock-vector-the-ph-scale-206742187.jpg |
| **Pie de imagen** | *Escala de pH y algunos productos categorizados según su acide.* |

La ecuación que permite encontrar estos valores de la escala es la siguiente:

*pH = -log10(H+)*

Donde pH es la acides de la sustancia y  *H+*  la cantidad de iones de hidrogeno de la sustancia posee en moles.

Ejemplo:

1. Calcule el pH de una concentración de ácido nítrico si se determina que *(H+)*  = 0,02 m.

* Se remplaza el valor en la ecuación de ph y se desarrolla:

*pH = -log100,02→ pH = 1,6*

El ph de la sustancia es de 1,6 se puede categorizar según la escala ph como acido.

1. Calcular el ph de una disolución de 0,0000000006 moles de NaOH.

* Se remplaza el valor en la ecuación de ph y se desarrolla:

*pH = -log10*0,0000000006 *→ pH = 8,2*

El ph de la sustancia es de 8,2 se puede categorizar según la escala ph como alcalina o básica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC270 24 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aplicaciones de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplicaciones de la funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que muestra algunos contextos donde se aplican las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC280 25 |
| **Título** | Aplica la función logaritmo para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la función logaritmo en la resolución de situaciones |

Estas son algunas de las aplicaciones que tiene las funciones logarítmicas en los campos de desarrollo del ser humano te invitamos a que investigues más sobre este tema.

[SECCIÓN 2**] 5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC290 26 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la solución de una función logarítmica en contextos matemáticos y de la vida cotidiana. |

[SECCIÓN 1] **6 competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC300 30 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Reconoce las gráficas de funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Reconoce las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para reforzar las características de las funciones exponenciales y logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC310 31 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Descripción** | Actividad que propone realizar el cálculo del pH de una sustancia química aplicando logaritmos |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC320 32 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La función logarítmica y la función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| Código | MA\_09\_02\_CO\_REC330 33 |
| Título | Evaluación |
| Descripción | Evalúa tus conocimientos sobre el tema: Funciones exponenciales y funciones logarítmicas |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | Es una página en la cual se muestra que son las funciones exponenciales y logarítmicas de una manera más teórica. | <http://www.fra.utn.edu.ar/catedras/sunmat/Lec_Int_logaritmos.pdf> |
| **Web 02** | Explica cómo se pueden graficar las funciones exponenciales por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphExponentialFunction.html> |
| **Web 03** | Explica cómo se pueden graficar las funciones logarítmicas por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphLogarithmicFunction.html> |