|  |  |
| --- | --- |
| **Título del guion** | Las funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Código de guion** | MA\_09\_07\_CO |
| **Descripción** | Existen dos clases de funciones muy utilizadas en economía, física, química, sociales y en otros campos del desarrollo humano; son ellas las funciones exponencial y la logarítmica. Te invitamos a que conozcas estas funciones, sus principales características y cuáles son sus primordiales aplicaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 La función exponencial**

Las **funciones exponenciales** son una clase de funciones que se puede escribir de la forma *f*(*x*) *= ax*, siendo *a* un número real positivo que recibe el nombre de **base**, y *x* la variable que pertenece a los números reales. Su representación gráfica es una curva suave **creciente** cuando *a* > 1 y **decreciente** cuando *a* está entre cero y uno, es decir, cuando 0 < *a* < 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG01 |
| **Descripción** | Población humana |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/192988/148074182/stock-photo-istanbul-turkey-may-people-walking-on-istiklal-street-on-may-in-istanbul-turkey-it-148074182.jpg> |
| **Pie de imagen** | La función exponencial modela el crecimiento de una población en un tiempo determinado. |

La función exponencial es utilizada en muchos campos del desarrollo humano, como por ejemplo en física, química, medicina, economía sicología, entre otros. A continuación se muestran algunos ejemplos en donde se aplica la ecuación exponencial.

**En física:** la ley del enfriamiento de un cuerpo está determinada por la función:

*T*(*t*) *= Tm +* (*T0 – Tm*)*ekt*

en donde *T*(*t*) es la temperatura al cabo de un tiempo *t, T0* es la temperatura inicial del cuerpo, *Tm* es la temperatura ambiente donde se introduce el cuerpo, *k* es una constante de enfriamiento que tiene cada cuerpo, *e ≈* 2,7182818*…* y *t* es el tiempo transcurrido.

**En física y química:** paracalcular la desintegración radioactiva de algún cuerpo se utiliza la siguiente función:

*C*(*t*) *= C0 ·e-kt*

donde *C*(*t*) es la cantidad del elemento radioactivo medido en gramos, *C0* es la cantidad del elemento radiactivo medido en gramos que el cuerpo debe tener en ese momento, *k* es una constante que se asigna a cada elemento radioactivo y *t* es el tiempo transcurrido.

**En economía:** para calcular el interés compuesto se utiliza la función:

*Cf = C0*(1 *+ i*)*n*

en donde *Cf* representa el capital final, *C0* el capital inicial, *i* la tasa de interés anual y *n* el número de años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La función exponencial** |
| Contenido | La función exponencial se define como:  *f:* ℝ *→* ℝ, tal que *f*(*x*) *= ax*,con *a* ∈ℝ+ y *a* ≠ 1. |

Algunos ejemplos de funciones exponenciales son:

*f*(*x*) *=* 5*x*

*f*(*x*) *=* 3*x*

<<MA\_09\_07\_01.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC10 |
| **Título** | La función exponencial y sus características |
| **Descripción** | Interactivo que presenta la función exponencial y sus características particulares |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC20 |
| **Título** | Reconoce la notación algebraica de una función exponencial |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar una función exponencial |
|  |  |

[SECCIÓN 2] **1.1 La representación gráfica de las funciones exponenciales**

El método que a continuación se describe permite representar mediante una gráfica en el plano cartesiano, las **funciones exponenciales.**

**Primer paso:** crear una tabla de dos filas y, en una de ellas, escribir algunos valores de *x*; se recomienda que los valores de *x* sean cercanos a 0, algunos deben ser positivos y otros negativos. En la otra columna se deben consignar los valores *y* o *f*(*x*)que toma la función al ser remplazada por los valores que se escogieron de *x*; recuerda que también se debe tomar a *x =* 0.

**Segundo paso:** se sitúan en el plano cartesiano las parejas ordenadas (*x, y*) que se presentan en la tabla anterior y, posteriormente, se unen con un trazo suave y curvo; recuerda que si el valor de *a* > 1, la gráfica de la función es creciente, pero si 0 < *a* < 1, la gráfica de la función es decreciente.

Ejemplo:

Graficar la función *f*(*x*) *=* 2*x*.

Primer paso:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 | 4 | -4 |
| ***f*(*x*)** | 1 | 2 | 0,5 | 4 | 0,25 | 8 | 0,125 | 16 | 0,0625 |

Segundo paso:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG02 |
| **Descripción** | Función exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\ecuaciones guion 7\imagenes\1.jpg |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función *f*(*x*) *=* 2*x*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC30 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Practica las gráficas de las funciones exponenciales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Identifica características de las gráficas de funciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad diseñada para conocer las características de la representación gráfica de una función exponencial |

En la siguiente sección se muestran algunas de las características principales de la función exponencial.

[SECCIÓN 2] **1.2 Las características de las funciones exponenciales**

Las funciones exponenciales de la forma *f*(*x*) = *ax*, con *a* ∈ℝ*+* y *a* ≠1 presentan las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función exponencial** |
| Contenido | * El dominio de *f* es el conjunto de los números reales ℝ*.* * El rango de *f* es el conjunto de los números reales positivos ℝ+. * La función *f* es continua en ℝ*.* * Pasa por el punto (0, 1), esto se debe a que *a*0 = 1. * Corta al eje en 1. * No corta al eje *X*. * Si 0 < *a* < 1 la función es decreciente. * Si *a* > 1 la función es creciente. |

La función exponencial tiene una función inversa, que se conoce como **función logarítmica**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC30 |
| **Título** | Identifica características de las gráficas de funciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad para identificar las características de las gráficas de las funciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC40 |
| **Título** | Desplaza en el plano funciones exponenciales |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que permiten identificar el desplazamiento de una función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC50 |
| **Título** | Relaciona la función exponencial con su gráfica |
| **Descripción** | Actividad que permite identificar la ecuación de la función exponencial a partir de la gráfica |

[SECCIÓN 2] **1.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC60 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre La función exponencial |

[SECCIÓN 1] **2 La función logarítmica**

La **función logarítmica** es la función inversa de la **función exponencial**. Esto quiere decir que dada la función exponencial definida como *y* *= ax*, para encontrar su función inversa, o sea la **función logarítmica,** se parte de la función *y* *= ax*, se intercambian las variables *y* por *x* y *x* por *y*; por último, se despeja *y*,es decir:

*y* = *ax → x* = *ay→* *y* =log*a x.*

En la nueva función *f*(*x*) = log*a x*, con *a* >0y *a* ≠1, se lee como logaritmo en base *a* de *x*. Esta función busca un exponente *y* al que se debe elevar la base *a* para obtener la potencia *x*;recuerda que la variable independiente es *x* y la variable dependiente es *y*; además, si *a* > 1, la función será creciente, pero si 0 < *a* < 1, la función será decreciente.

Existen dos clases de logaritmos que son especiales por ser los más utilizados:

**Logaritmo en base 10:** este logaritmo se denota como log10 *x*, y la mayoría de calculadoras científicas posee una tecla que lo calcula.

**Logaritmo en base *e*:** se conoce como el logaritmo natural y se denota como ln *x*; la mayoría de las calculadoras científicas también cuenta con una tecla para calcularlo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El número *e*** |
| Contenido | El número *e* es un número irracional trascendente, conocido como el número de Euler o constante de Napier. Este número irracional es de los más importantes, ya que es uno de los más utilizados en el cálculo; es además la base del logaritmo natural. Una de sus aproximaciones es  *e ≈* 2,71828182845*…* |

Las funciones logarítmicas son utilizadas en geología, astronomía, medicina, arqueología, economía y química, entre otros; a continuación se exhiben algunos ejemplos de sus aplicaciones:

**En geología:** la siguiente función es utilizada para medir la magnitud de los terremotos:

*M =* log10 *A +* 3 log10(8 **·** *∆t*) *–* 2,92

donde *M* es la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto, *∆t* la diferencia en segundos entre el inicio de la onda primaria y el inicio de las ondas secundarias, es decir, la diferencia en tiempo entre el comienzo del temblor y cuando ocurre la honda de mayor amplitud.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG03 |
| **Descripción** | Imagen después de un temblor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/343693/139550174/stock-photo-cracked-asphalt-after-earthquake-139550174.jpg> |
| **Pie de imagen** | Las funciones logarítmicas son usadas para medir la magnitud de los temblores por medio de la escala de Richter*.* |

**En arqueología:** para calcular la antigüedad de algún objeto se utiliza la prueba de carbono 14, mediante la siguiente función:

<<MA\_09\_07\_07.png>>

donde *t* representa la antigüedad aproximada del objeto, *Nf* el carbono final que tiene el objeto, *N0* la cantidad de carbono original del objeto y *t½* el período de desintegración del carbono 14.

**En química:** para medir la acidez de un líquido (pH) se utiliza la siguiente función:

pH *=* –log(*H+*)

donde pH es la acidez de la sustancia y *H+* la cantidad de iones de hidrógeno de la sustancia.

Matemáticamente la función logarítmica se puede definir como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La función logarítmica** |
| Contenido | la función logarítmica se puede definir como:  *f*:ℝ → ℝ*/* tal que *f*(*x*)=log*a x,* con *a* ∈ ℝ+y *a* ≠ 1. |

Algunos ejemplos de la función logarítmica son:

*f*(*x*)= log2*x*

*f*(*x*)=log3*x*

<<MA\_09\_07\_12.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC20 |
| **Título** | Practica el cálculo del logaritmo |
| **Descripción** | Actividad para calcular logaritmos |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC 140 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | La función logarítmica |
| **Descripción** | Interactivo que presenta la función logarítmica y sus características fundamentales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC150 |
| **Título** | Clasifica las funciones logarítmicas exponenciales |
| **Descripción** | Actividad para clasificar las funciones logarítmicas y las funciones exponenciales |

En la siguiente sección se mostrará una forma para poder graficar las funciones logarítmicas.

[SECCIÓN 2] **2.1 Representación gráfica de las funciones logarítmicas**

Existen varios métodos para representar de forma gráfica las **funciones logarítmicas**; uno de los más sencillos se describe a continuación:

**Paso 1:** expresar la función *y* *=* log*a x* como *x = ay*;esto se puede realizar porque son expresiones equivalentes.

**Paso 2:** dar algunos valores a *y* en la expresión *x = ay* y determinar los valores de *x*, para consignarlos en una tabla. Ten en cuenta que con estos puntos se deberá esbozar la gráfica.

**Paso 3:** unir los puntos con una curva suave.

Ejemplo:

Graficar la función:

*y* *=* log*2 x*

**Paso 1:** *y =* log2*x → x =* 2*y*

**Paso 2:**

Elaborar la tabla.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | 1 | 2 | 0,5 | 4 | 0,25 | 8 | 0,125 | 16 | 0,0625 |
| ***y*** | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | 3 | -3 | 4 | -4 |

**Paso 3:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG04 |
| **Descripción** | Función logarítmica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | H:\ecuaciones guion 7\imagenes\5.jpg |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función logarítmica *f*(*x*)= log2 *x*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | Ma\_09\_07\_CO\_REC180 |
| **Título** | Las gráficas de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que presenta las gráficas de las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC190 |
| **Título** | Relaciona cada gráfica con la ecuación de su función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para identificar la expresión algebraica de una función logarítmica a través de su gráfica |

[SECCIÓN 2] **2.2 Características de la función logarítmica**

Las funciones logarítmicas son de la forma *f*(*x*) *=* log*a x,* con *a* ∈ ℝ+y *a* ≠ 1; presentan las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Características función logarítmica** |
| Contenido | * El dominio de *f* es el conjunto de los números reales positivos ℝ+*.* * El rango de *f* es el conjunto de los números reales ℝ*.* * La función logarítmica *f* es continua en ℝ+*.* * La función logarítmica *f* pasa por el punto (1, 0), esto se debe a que loga 1 = 0*.* * Corta al eje *X* en 1. * No corta al eje *Y*. * Si 0 < *a* < 1 la función es decreciente. * Si *a* > 1 la función es creciente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC170 |
| **Título** | Identifica características de funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para identificar las características de las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC200 |
| **Título** | Analiza las características de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para analizar las características de las funciones logarítmicas |

[SECCIÓN 2] **2.3 Las propiedades de los logaritmos**

La logaritmación es una operación entre dos números reales, definida como:

log*a x = y*

de tal forma que *a* es un número real positivo que se conoce como la **base** del logaritmo, *x*, *y* son números reales cualesquiera, donde *x* se denomina **el argumento,** *y* el **logaritmo** de la operación.

Esta operación cumple algunas propiedades algebraicas, que se relacionan directamente con las propiedades de la potenciación.

Para todo *a* ⋲ ℝ+, *b*, *c* ⋲ ℝ, se cumplen las siguientes propiedades:

* El **logaritmo de un** **producto** es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

log*a* (*b* **·***c*) *=* log*a b* +log*a c*

Por ejemplo:

log2 (4 **·** 2) = log2 4 + log2 2

log2 (8) = 2 + 1

3 = 3

* El **logaritmo de un cociente** (división) es igual a la diferencia entre logaritmo del dividendo por el logaritmo del divisor.

<<MA\_09\_07\_24.gif>>

Por ejemplo:

<<MA\_09\_07\_25.gif>>

* El **logaritmo de una potencia** es igual al producto del exponente multiplicado por el logaritmo de la base.

log*a* (*bc*) *= c* **·** log*a b*

Por ejemplo:

log4 (162) = 2 **·** log4 16

log4 64 = 2 **·** 2

4 = 4

* El **logaritmo de una raíz** es igual al logaritmo del radical dividido entre índice de la raíz.
* <<MA\_09\_07\_27.gif>>

Por ejemplo:

<<MA\_09\_07\_28.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC210 |
| **Título** | Reconoce las propiedades de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Actividades para identificar las propiedades de las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC220 |
| **Título** | Aplica las propiedades de los logaritmos |
| **Descripción** | Actividad para reconocer y aplicar las propiedades de los logaritmos |

Las propiedades de la logaritmación son utilizadas como herramientas para resolver ecuaciones exponenciales logarítmicas, lo cual se verá en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC230 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La función logarítmica |
| **Descripción** | Actividades sobre La función logarítmica |

[SECCIÓN 1] **3 Ecuaciones logarítmicas y exponenciales**

Las ecuaciones que tienen la incógnita en el exponente reciben el nombre de **ecuaciones exponenciales** y las ecuaciones en las cuales la incógnita se encuentra afectada por un logaritmo reciben el nombre de **ecuaciones logarítmicas.**

**Ecuaciones exponenciales**

Resolver una ecuación exponencial significa encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla la igualdad. El procedimiento para resolver ecuaciones exponenciales cambia de acuerdo con la ecuación que se presenta, sin embargo, siempre es necesario aplicar las propiedades de la potenciación partiendo de la relación:

Si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y.*

Por ejemplo:

1. Resolver la siguiente ecuación:

5*x* + 3= 3125

* En este caso los dos lados de la ecuación se pueden escribir como potencias de la misma base:

5*x* + 3 = 3125 → 5*x* + 3 = 55

Se igualan las dos expresiones que se encuentran en los exponentes; esto se puede realizar gracias a la propiedad que dice:si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y*, así:

5*x* + 3 = 55 → *x* + 3 = 5 → *x* = 5 – 3 → *x* = 2

Se remplaza a *x* por 2en la ecuación original para comprobar si es solución:

5*x* + 3 = 3125 → 52 + 3 = 3125 → 55 = 3125 → 3125 = 3125.

Por lo tanto, *x* = 2 es solución de la ecuación exponencial.

1. Resolver la siguiente ecuación:

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88

En este caso se puede sacar factor común 2*x* al lado izquierdo de la ecuación.

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88 → 2*x* **·** (23 + 1 + 21) = 88

Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la ecuación:

2*x*(23 + 1 + 21) = 88 → 2*x*(8+ 1 + 2) = 88 →2*x* **·** 11 = 88

Se despeja a 2*x*:

<<MA\_09\_07\_33.gif>>

Se aplica la propiedad: si *ax* = *ay*, entonces *x* = *y*.

2*x* = 8 → 2*x* = 23→ *x* = 3

Se remplaza a *x* por 3en la ecuación original para comprobar la solución:

2*x* + 3 + 2*x* + 2*x* + 1 = 88 → 23 + 3 + 23 + 23 + 1 = 88

Resolviendo:

26 + 23 + 24 = 88 → 64 + 8 + 16 = 88 → 88 = 88

De esta forma, *x* = 3 satisface la ecuación.

1. Resolver la siguiente ecuación:

4*x* – 1 = 21

En este caso se saca logaritmo en base 10 a los dos lados de la igualdad:

4*x* – 1 = 21 → log10 (4*x* – 1)= log10 21

Se utiliza la propiedad log*a*(*bc*) = *c* **·** log*a b* al lado izquierdo de la igualdad:

log10 (4*x* – 1) = log10 21 → (*x* – 1) **·** log10 4 = log10 21

Se despeja *x* de la ecuación:

<<MA\_09\_07\_34.gif>>

Se calcula el valor aproximado de *x*:

<<MA\_09\_07\_35.gif>>

Se remplaza el valor aproximado de *x* ≈ 3,196161 en la ecuación original para comprobar si es solución:

4x – 1 = 21 → 43,196161 – 1 = 21 → 43,196161 = 21 → 21,02 ≈ 21

Cuando se reemplaza *x* ≈ 3,196161 se obtiene un valor muy cercano a 21, por tal razón, se satisface la ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedades del logaritmo natural (ln *x*)** |
| Contenido | Estas son las propiedades del logaritmo naturalln 1 = 0ln *e* = 1ln *en* = *n*ln (*xy*) = ln *x* + ln *y*ln (*x*/*y*) = ln *x* – ln *y*ln *xn* = *n* · ln *x* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC280 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad para resolver ecuaciones exponenciales |

**Ecuaciones logarítmicas**

Las ecuaciones cuyas incógnitas intervienen en un logaritmo se denominan ecuaciones logarítmicas. Para resolverlas se desarrollan los siguientes pasos:

1. Se aplican las propiedades de los logaritmos para el logaritmo que contiene la variable.
2. Se expresa de forma exponencial la ecuación.
3. Se resuelve la ecuación despejando la incógnita.

Por ejemplo:

1. Resolver la siguiente ecuación:

log5 (*x* + 15) + log5 (*x* – 5) = log5 (10*x* + 25)

Se aplica la propiedad loga (*b* **·** *c*) = log*a b* + log*a**c* al lado izquierdo de la igualdad:

log5 (*x* + 15) + log5 (*x* – 5) = log5 (10*x* + 25)

log5 ((x+ 15)(*x* – 5)) = log5 (10*x* + 25)

Se desarrollan las operaciones indicadas al lado izquierdo de la igualdad:

log5 (*x*2 + 10*x* – 75) = log5 (10*x* + 25)

Se expresan en forma exponencial los logaritmos teniendo en cuenta la propiedad log*a*(*b*) = log*a* (*c*) → *b* = *c*.

log5 (*x*2 + 10*x* – 75) = log5 (10*x* + 25) → *x*2 + 10*x* – 75 = 10*x* + 25

Se encuentra el valor de *x*:

*x*2 + 10*x* – 75 = 10*x* + 25 → *x*2 = 100 → *x* = 10 o *x* = -10

Se remplaza *x* = 10 y *x* = -10 en la ecuación original para comprobar si son solución:

Cuando *x* = 10:

log5 (*x* + 15) + log5 (*x* – 5) = log5 (10*x* + 25)

log5 (10 + 15) + log5 (10 – 5) = log5((10 **·** 10) + 25)

log5 (25) + log5 (5) = log5 (100 + 25)

log5 (25) + log5 (5) = log5 (125)

2 + 1 = 3

3 = 3

*x* = 10 sí es solución de la ecuación.

Asimismo, cuando *x* = -10:

log5 (*x* + 15) + log5 (*x* – 5) = log5 (10*x* + 25)

log5 (-10 + 15) + log5 (-10 – 5) = log5 ((-10 **·** 10) + 25)

log5 (5) + log5 (-15) = log5 (-100 + 25)

log5(5) + log5(-15) = log5(-75)

*x* = -10 no es solución debido a que genera logaritmos negativos y los logaritmos negativos no están definidos.

1. Resolver la siguiente ecuación:

<<MA\_09\_07\_36.gif>>

Se aplican las propiedades del logaritmo, así:

<<MA\_09\_07\_37.gif>>

Se sustrae log2 *x* a los dos lados de la igualdad, se desarrolla al lado derecho log2 2 y las operaciones indicadas que se puedan realizar:

3 log2 *x* = 11 + log2 *x* – log2 2 → 3 log2 *x* – log2 *x* = 11 + log2 *x* – log2 2 – log2 *x*

De esta manera, se obtiene:

2 log2 *x* = 11 – log2 2 → 2 log2 *x* = 11 – 1 → 2 log2 *x* = 10.

Se despeja log2 *x*:

<<MA\_09\_07\_38.gif>>

Teniendo en cuenta que 25 = 32, se tiene que:

log2 *x* = 5 → *x* = 32

Se remplaza *x* por 32 en la ecuación original para comprobar la solución:

<<MA\_09\_07\_39.gif>>

Por lo tanto, *x* = 32 sí es solución de la ecuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC270 |
| **Título** | Resuelve ecuaciones logarítmicas |
| **Descripción** | Ejercicios para resolver ecuaciones logarítmicas |

[SECCIÓN 2] **3.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC290 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: ecuaciones logarítmicas y exponenciales |
| **Descripción** | Actividades sobre las ecuaciones logarítmicas y exponenciales |

[SECCIÓN 1] **4 Aplicaciones de la función exponencial**

Las funciones **exponenciales** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano; en esta sección se mostrarán algunas aplicaciones.

[SECCIÓN 2] **4.1 Crecimiento exponencial**

El **crecimiento exponencial** se puede interpretar como el aumento de una magnitud *y* que depende del aumento de una magnitud *x*; la relación que se establece es de la forma *y* *= ax*, donde *a* es una expresión mayor que uno. Una de sus características principales es que el crecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

El **crecimiento exponencial** se utiliza para modelar situaciones en diferentes campos, como en demografía, economía o estadística, entre otros.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG05 |
| **Descripción** | Diagrama de barras que representa un crecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/501730/113872831/stock-photo-business-man-drawing-a-growing-graph-113872831.jpg> |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de un crecimiento exponencial por medio de un diagrama de barras. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC70 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento exponencial |
| **Descripción** | Interactivo que explica el concepto de crecimiento exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC80 |
| **Título** | Identifica cuándo una función exponencial crece o decrece |
| **Descripción** | Actividad para identificar cuándo una función exponencial es creciente o decreciente |

[SECCIÓN 3] **4.1.1 Interés compuesto**

El **interés**, económicamente hablando, es un índice que se utiliza para calcular la rentabilidad de una inversión o el costo de un crédito. El **interés compuesto** se puede definir como la acumulación de intereses que se generan por un capital inicial o un préstamo, en un período determinado; además, dichos intereses generados en ese período no se retiran, sino que se siguen invirtiendo y se añaden al capital inicial o al préstamo para seguirlos capitalizando o descapitalizando periódicamente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Interés compuesto** |
| Contenido | El interés compuesto se define mediante la función  *Cn* = *C0*(1 + *i*)*n*  donde *Cn* es el capital final, *C0* el capital inicial, *i* la tasa de interés y *n* es el tiempo que tarda la inversión o el préstamo. |

A continuación se presenta la construcción de la fórmula:

Sean:

Capital inicial = *C*

Tiempo en años que dura la inversión = *n*

Tasa de interés durante un año = *i* (porcentaje del interés en decimales, es decir que el 2 % se representa como 0,02)

El interés producido por el capital *C* en el primer año está dado por:

*I*1 = *C* **·** *i*

El capital pasado el primer año, se definiría como:

*C*1 = *C* + *C* **·** *i* → *C*1 = *C*(1 + *i*)

Después de dos años el capital *C*1 produce un interés que está determinado por:

*I*2 = *C*(1 + *i*) **·** *i* → *I*2 = *C*(*i* + *i*2)

Pasados dos años, el capital se define como:

*C*2 = *C*1 + *I*2 → *C*2 = *C*(1 + *i*) + *C*(*i* + *i*2) → *C*2 = *C*(1 + *i* + *i* + *i*2) → *C*2 = *C*(1 + 2*i* + *i*2)

Se obtiene: *C2 = C*(1 *+ i*)2

Generalizando este proceso, se puede llegar a averiguar el capital final en *n* años mediante la fórmula

*Cn = C*(1 *+ i*)*n*.

El interés ganado se deduce de sustraerle al capital final el capital inicial, es decir, el interés se define como:

*I* = *Cn – C → I = C*(1 *+ i*)*n – C → I = C*[(1 + *i*)2 – 1]

A continuación, se presentan algunos ejemplos donde se utiliza el interés compuesto.

1. Pedro invertirá $ 250 000 durante 5 años a un interés de 3 % anual. transcurridos los 5 años, ¿cuánto dinero recibirá en total?

Se establecen los datos que se tiene:

*C* = 250 000

*n* = 5

*i* = 0,03

*Cn =* ?

Se remplazan los valores conocidos en la fórmula *Cn* = *C*(1 + *i*)*n*:

*C*5= 250 000 **·** (1 + 0,03)5= 250 000 **·** (1,03)5 = 250 000 **·** 1,15927407443 = 289 818

Por lo tanto, *C*5 = 289 818, es decir, el dinero que se recibe al cabo de 5 años es $ 289 818.

1. Se solicitó un préstamo al banco por $ 255 000 000 a una tasa de interés compuesto de 5 % anual, a 25 años. ¿Cuánto dinero en total se termina pagando al cabo de los 25 años?

Los datos que se tienen son:

*C* = 255 000 000

*n* = 25

*i* = 0,05

* Se remplazan los valores en la fórmula *Cn = C*(1 *+ i*)*n*:

*Cn* = *C* **·** (1 *+ i*)*n → C*25 = 255 000 000 **·** (1 + 0,05)25 = 255 000 000 **·** (1,05)25

Aproximando, se tiene:

*C*25 ≈ 255 000 000 **·** 3,38 = 861 900 000

C25 ≈ 861 900 000

El dinero que se paga por el préstamo al cabo de 25 años es $ 861 900 000.

1. Se invierten $ 12 450 000 en una entidad financiera, durante 2 años, a un interés de 23 % anual. ¿Cuál es el interés obtenido?

Los datos que se tienen:

*C* = 12 450 000

*n* = 2

*i* = 0,23

Se remplazan en la fórmula *Cn* = *C*(1 *+ i*)*n*:

*C*2 = 12 450 000 **·** (1 + 0,23)2 = 12 450 000(1,23)2 = 12 450 000(1,23)2

Aproximando se tiene:

*C*2 = 12 450 000 **·** 1,5129 → *C*2 ≈ 18 835 605

Para saber cuál es el interés se sustrae del capital final el capital inicial, así:

*I* = *Cn – C → I* = 18 835 605– 12 450 000 = 6 385 605

El dinero que se gana después de 2 años es 6 385 605*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC100 |
| **Título** | Calcula el interés compuesto |
| **Descripción** | Actividad para aplicar el interés compuesto |

Como se puede observar, una de las aplicaciones de la función exponencial en economía, es el cálculo de intereses; en la siguiente sección se mostrará otra aplicación de las funciones exponenciales que es utilizada en biología y en las ciencias sociales, más específicamente en demografía.

[SECCIÓN 3] **4.1.2 Crecimiento de poblaciones**

Otra aplicación de las funciones exponenciales se da en el cálculo del **crecimiento de poblacional** en un tiempodeterminado; estas poblaciones pueden ser humanas, animales o vegetales.

Existen varios modelos de **crecimiento poblacional**;en este apartado el trabajo se centrará en el **crecimiento exponencial.**

El **crecimiento exponencial** se presenta cuando los recursos con que cuenta la población para su desarrollo, son abundantes. El modelo matemático que describe este crecimiento se genera por la variación de la población *N* respecto a la variación del tiempo *t.*

La siguiente función exponencial se utiliza para calcular el crecimiento de las poblaciones:

*N*(*t*) *= N0* **·** *ekt*

donde *N*(*t*) es la población en un tiempo determinado, *N0* es la población inicial, *e* ≈ 2,71828 es el número de Euler, *t* es el tiempo y *k* es una constante conocida como la tasa de crecimiento.

Por ejemplo:

1. En el año de 1998, en el pueblo de Socorro (Santander), había 13 520 habitantes; para el año 2015 el número de habitantes era de 25 125. ¿Cuál fue la tasa de crecimiento de la población para ese período?

Los datos que tiene el problema son:

*N*(*t*)=25 125

*N0* = 13 520

*t* = 17

*k* = ?

Se remplaza en la función *N*(*t*) *= N0* **·** *ekt*:

25 125 = 13 520 **·** *ek* · 17

Se despeja *k* que es la tasa de crecimiento:

<<MA\_09\_07\_40.gif>>

Se concluye que la tasa de crecimiento que se dio entre los años 1998 y 2015 es de 0,03.

1. Se quiere calcular cuál será la población de truchas que habrá en un lago en 3 años, si al inicio del primer año se encuentran 324 truchas. Una característica del lago es que hay abundancia de comida y se calcula que su tasa de crecimiento será 0,3.

Se identifican los datos del problema:

*N*(*t*) = ?

*N0 =* 324

*t* = 3

*k* = 0,3

Se remplaza en la función *N*(*t*) = *N0* **·** *ekt*:

*N*(*t*) *=* 324 **·** *e*0,3(3) *→N*(*t*) *=* 324*e*0,9

Aproximando se tiene:

*N*(*t*) *≈* 324(2,4596) *→ N*(*t*) *≈* 796

Se concluye que en tres años, la población de truchas en el lago será aproximadamente de 796.

1. En la selva del Amazonas existen unos 3456 hongos de la clase chopo; si esta clase de hongo tiene una tasa de crecimiento de 0,5, ¿en cuántos años se tendrá una población de 123 452 hongos?

Se establecen los datos del problema:

*N*(*t*) = 123 452

*N0* = 3456

*t* = ?

*k* = 0,5

Se remplaza en la función:

*N*(*t*)= *N0* **·** *ekt →* 123 452 *=* 3456*e*0,5*t*

Se despeja *t* en la ecuación:

<<MA\_09\_07\_41.gif>>

Deben pasar un poco más de 7 años para conseguir una población de 123 452 hongos.

[SECCIÓN 2] **4.2 Decrecimiento exponencial**

El **decrecimiento exponencial** se puede interpretar como la disminución de una magnitud *y* que depende del aumento de una magnitud *x*; la relación que se establece es de la forma *y* *= pax*, donde *p* es un número real mayor que 0, *a* es una constante menor que uno y mayor que cero. Una característica fundamental es que el decrecimiento de la magnitud *y* es muy acelerado.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG06 |
| **Descripción** | Gráfica de barras representando un decrecimiento exponencial |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg  <http://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/522847/107861108/stock-photo-declining-bar-chart-with-arrow-d-render-of-falling-bar-chart-with-red-arrow-showing-the-decline-107861108.jpg> |
| **Pie de imagen** | Decrecimiento exponencial representado con un diagrama de barras. |

El **decrecimiento exponencial** es utilizado para modelar situaciones en la biología, la física, la economía, la estadística, entre otros. Un ejemplo de la aplicación del decrecimiento exponencial se aprecia en el siguiente ejemplo:

* En Colombia se calcula que hay unas 163 854 tortugas carranchinas, pero su población viene descendiendo a la mitad cada año; ¿en cuántos años se calcula que esta especie se extinga si no se hace nada por preservarlas?

La función que modela esta situación es:

<<MA\_09\_07\_42.gif>>

donde *y* es el número de tortugas al paso de los años, *x* representa los años que pasan; para solucionar el problema se remplaza en la función a *y* = 1 y se despeja *x*, es decir, en cuántos años quedará solo una tortuga.

<<MA\_09\_07\_43.gif>>

Es decir que *x* ≈ 14,04, esto es que cuando pasen un poco más de 14 años se extinguirán las tortugas carranchinas.

En las siguientes secciones el trabajo se centra en una aplicación del **decrecimiento exponencial** en el campo de la física, conocido como **decrecimiento radiactivo.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC90 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | El crecimiento y el decrecimiento exponencial |
| **Descripción** | Interactivo en el que se presenta el crecimiento y el decrecimiento exponencial mediante algunas situaciones |

[SECCIÓN 3] **4.2.1 Desintegración radiactiva**

La radiactividad es una propiedad que poseen algunos elementos químicos, en los cuales sus núcleos atómicos son inestables, pero al pasar cierto tiempo cada uno de los núcleos alcanza su estabilidad al generar un cambio que se denomina **desintegración radiactiva**. Esta consiste en la emisión espontánea de partículas (alfa, beta y gamma).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG07 |
| **Descripción** | Núcleo atómico desprendiendo de partículas gamma |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1463852/157955063/stock-photo-emission-of-a-gamma-ray-from-an-atomic-nucleus-157955063.jpg> |
| **Pie de imagen** | Núcleo atómico desprendiendo partículas gamma. |

La función que describe este proceso de desintegración radiactiva es la siguiente:

*N*(*t*) *= N0e-λt*

donde:

*N*(*t*)determina el número de átomos en un tiempo *t.*

*N0* es el número inicial de átomos.

*e ≈* 2,71828…

*t* es el tiempo.

*λ* esla constante radiactiva que se define como un coeficiente que relaciona los átomos que desaparecen en un tiempo *t* con los átomos iniciales de cada núcleo radiactivo donde:

<<MA\_09\_07\_44.gif>>

donde *t1/2*es el período de semidesintegración de un isótopo radiactivo, es decir, el tiempo necesario para que el número de átomos iniciales se reduzcan a la mitad.

A continuación se presentan algunos problemas que se pueden modelar y resolver utilizando la desintegración radiactiva:

1. Se han encontrado unas herramientas de madera que han perdido el 32 % de carbono 14 respecto a la madera actual; si el período de semidesintegración del carbono 14 es de 5730 años, ¿aproximadamente qué tan antiguas son las herramientas halladas?

Es necesario encontrar el valor de *λ*,la constante radiactiva:

<<MA\_09\_07\_45.gif>>

Se establecen los datos que se conocen y el que se encontró:

*N*(*t*) = 32

*N*0= 100

*t* = ?

*λ* = 0,00012

Se remplazan los datos en la ecuación *N*(*t*) *= N0e-λt*:

*N*(*t*) *= N0e-λt →* 32 = 100 · e-0,00012*t*

Se despeja *t:*

<<MA\_09\_07\_46.gif>>

La antigüedad de las herramientas es aproximadamente de 9419 años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC110 |
| **Título** | Analiza funciones exponenciales |
| **Descripción** | Actividad para analizar funciones exponenciales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC120 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aprende a aplicar las funciones exponenciales |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplica las funciones exponenciales para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad para modelar situaciones a través de la función exponencial |

[SECCIÓN 2**] 4.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial  MT\_10\_08 |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función exponencial |
| **Descripción** | Actividades sobre las aplicaciones de función exponencial |

[SECCIÓN 1] **5 Aplicaciones de la función logarítmica**

Las **funciones logarítmicas** son utilizadas en diferentes campos del conocimiento humano; en esta sección se mostrarán algunas aplicaciones de esta función en geología y en química.

En **geología** los sismólogos utilizan la escala de Richter para medir la intensidad de un temblor; para hacerlo se utiliza una escala logarítmica de base 10 que mide la energía liberada cuando se produce el movimiento sísmico.

Las vibraciones que genera el temblor marcan una amplitud o una intensidad, las cuales quedan registradas en el sismógrafo cuya medida es una escala logarítmica que va desde 1 hasta 9; el paso de un escalón menor a uno mayor significa una intensidad 10 veces mayor que la anterior, es decir que un sismo de magnitud 4 es 10 veces mayor que uno de magnitud 3 y 100 veces mayor que uno de magnitud 2.

Los sismógrafos clasifican los temblores según la escala de Richter como:

|  |  |
| --- | --- |
| **Escala** | **Significado** |
| Menos de 4 | Insignificante |
| 4 a 4,9 | Ligero |
| 5 a 5,9 | Dañino |
| 6 a 6,9 | Destructivo |
| 7 a 7,9 | Muy destructivo |
| 8 a 8,9 | Desastroso |

La escala de Richter sirve para asignarles a las vibraciones registradas en el sismógrafo una medida *M* que permita categorizar el terremoto. La función que describe la medida *M* es la siguiente:

*M =* log10 *A* + 3 log10 (8·∆*t*) – 2,92

donde *M* es la magnitud del terremoto, *A* la medida de la mayor amplitud del terremoto que registra el sismógrafo, *∆t* la diferencia entre el inicio de la onda *P*, onda primaria, y la onda *S*, la onda secundaria, en otras palabras, es el tiempo que pasa cuando comienza el terremoto y se presenta un cambio muy brusco en las ondas que registra el sismógrafo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG08 |
| **Descripción** | Reproducción de un sismógrafo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/47/Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg/220px-Ondas_s%C3%ADsmicas_s_p.svg.png> |
| **Pie de imagen** | En la imagen se ven las ondas registradas por un sismógrafo; también se ve el inicio de las ondas *s* y el de las ondas *p*, así como el tiempo que trascurre entre ellas definido como ∆*t*; asimismo, se puede observar la máxima amplitud de onda, descrita con la letra *A*. |

Por ejemplo:

Calcular la magnitud de un temblor en el cual la amplitud máxima fue de 24 mm, la diferencia entre el inicio de la onda *p* y la onda *s* fue de 23 segundos.

Se remplazan los valores en la ecuación de Richter y se desarrollan los cálculos:

*M* = log10 *A* + 3 log10 (8 **·** ∆*t*) – 2,92

*M* = log10 24 + 3 log10 (8 **·** 23) – 2,92

*M* ≈ 1,3802 + 3 log10 184 – 2,92

*M* ≈ 1,3802 + 3 **·** 2,2648 – 2,92

*M* ≈ 1,3802 + 6,7944 – 2,92

*M* ≈ 5,2

La magnitud del temblor fue de 5,2 en la escala de Richter, por lo cual está catalogado como dañino.

Una de las aplicaciones de la función logarítmica en **química** se presenta cuando se quiere calcular el pH que tiene una sustancia, es decir, la acidez o alcalinidad que posee; estas dependen de la cantidad de iones de hidrógeno (*H+*) que tiene la sustancia, pues entre más iones (*H+*),la sustancia es más ácida y entre menos iones (*H+*), la sustancia es más alcalina o básica.

La escala que mide la acidez de las sustancias (pH) está dividida desde 0 hasta 14, siendo 0 el ácido máximo y 14 lo más alcalino o básico. El nivel 7 determina una sustancia neutra, es decir que no es ácida ni alcalina; valores menores que 7 son ácidos y valores mayores que 7 son los alcalinos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_IMG09 |
| **Descripción** | Escala pH algunas sustancias ubicadas en su nivel de acidez. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1075904/206742187/stock-vector-the-ph-scale-206742187.jpg |
| **Pie de imagen** | Escala de pH donde algunos productos están categorizados según su acidez. |

La ecuación que permite hallar estos valores de la escala es la siguiente:

pH *=* -log10 (*H+*)

donde pH es la acidez de la sustancia y *H+* es la cantidad de iones de hidrógeno que la sustancia posee por mol.

Ejemplo:

1. Calcule el pH de una concentración de ácido nítrico si se determina que (*H+*) = 0,02 m.

* Se remplaza el valor en la ecuación de pH y se desarrolla:

pH *=* -log10 0,02*→* pH = 1,6

El pH de la sustancia es 1,6, luego se puede categorizar según la escala de pH como ácido.

1. Calcular el pH de una disolución de 0,0000000006 moles de NaOH.

* Se remplaza el valor en la ecuación de pH y se desarrolla:

pH *= -*log10 0,0000000006 *→* pH = 8,2

El pH de la sustancia es 8,2, en consecuencia se puede categorizar como alcalina o básica según la escala de pH.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC240 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Aplicaciones de las funciones logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Aplicaciones de las funciones logarítmicas |
| **Descripción** | Interactivo que muestra algunos contextos donde se aplican las funciones logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC250 |
| **Título** | Aplica la función logaritmo para resolver situaciones |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la función logaritmo en la resolución de situaciones |

[SECCIÓN 2**] 5.1 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC260 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Aplicaciones de la función logarítmica |
| **Descripción** | Actividad para aplicar la solución de una función logarítmica en contextos matemáticos de la vida cotidiana |

[SECCIÓN 1] **6 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC300 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Reconoce las gráficas de funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Competencias: reconoce las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas |
| **Descripción** | Actividad para reforzar las características de las funciones exponenciales y logarítmicas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica : recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_09\_07\_CO\_REC310 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | 4 ESO/Matemáticas/las funciones exponenciales y logarítmicas /Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Competencias: cálculo del pH de una sustancia |
| **Descripción** | Actividad que propone realizar el cálculo del pH de una sustancia química aplicando logaritmos |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC320 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La función logarítmica y la función exponencial |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| Código | MA\_09\_02\_CO\_REC330 |
| Título | Evaluación |
| Descripción | Evalúa tus conocimientos sobre el tema: Funciones exponenciales y funciones logarítmicas |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** |  | |
| **Web 01** | Muestra qué son las funciones exponenciales y logarítmicas de forma teórica. | <http://www.fra.utn.edu.ar/catedras/sunmat/Lec_Int_logaritmos.pdf> |
| **Web 02** | Explica cómo se grafican las funciones exponenciales por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphExponentialFunction.html> |
| **Web 03** | Explica cómo graficar las funciones logarítmicas por medio de ejemplos. | <http://www.analyzemath.com/spanish/Graphing/GraphLogarithmicFunction.html> |