|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Razonamiento, semejanza |
| **Código de guion** | MA\_G09\_09\_CO |
| **Descripción** | En las matemáticas nada es verdadero porque sí, todo tiene que ser demostrado, la geometría como rama de las matemáticas no es la excepción, para demostrar una afirmación en geometría existen algunos métodos de demostración, te invitamos a que los conozcas y los desarrolles por medio de algunos conceptos básicos de la geometría incluyendo la semejanza de figuras y la semejanza de triángulos. |

[SECCIÓN 1] **1 Métodos de Demostración**

La **demostración** en matemáticas se puede definir como: la creación de argumentos deductivo para asegurar que una proposición es verdadera, estos argumento se deben basar en definiciones, propiedades, axiomas (postulados) y teoremas que han sido demostrados previamente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG01 |
| **Descripción** | Estatua en homenaje a Euclides |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c4/EuclidStatueOxford.jpg/220px-EuclidStatueOxford.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c4/EuclidStatueOxford.jpg/220px-EuclidStatueOxford.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Euclides es considerado el padre de las demostraciones en matemáticas ya que introdujo el método axiomático* |

Las demostraciones se basar en la lógica matemática y se complementan con en el lenguaje natural, existen varios métodos de demostración, pero en esta ocasión el trabajo girara en torno a las demostraciones que más se utilizan en la geometría, los métodos son:

* **Método directo.**
* **Método indirecto.**
* **Contra ejemplo.**

Estos métodos serán explicados y desarrollados en las siguientes sesiones de una manera clara y precisa.

[SECCIÓN 2] **1.1 Método directo**

Este método consiste en plantear una proposición de la forma *p → q*, donde *p*  es la  **hipótesis** y *q* es la **tesis**, se parte suponiendo la verdad de *p*  la hipótesis para llegar a la verdad de *q* la tesis, esto se logra encadenando algunos axiomas, definiciones y proposiciones que ya han sido demostradas previamente, de manera general una demostración directa en geometría está compuesta por:

* **Figura:** es una ilustración que permite observar la proposición que se quiere demostrar.
* **Hipótesis:** es el supuesto de donde se parte el cual se acepta como verdadero y es la base para desarrollar el razonamiento.
* **Tesis:** es lo que se quiere demostrar.
* **Razonamiento:** es el conjunto de razones y afirmaciones que permiten partir de la hipótesis y llegar a la tesis, los cuales deben estar ordenados de una manera lógica.
* **Conclusión:** es la veracidad de la tesis deducida mediante el razonamiento lógico.

El procedimiento utilizado cuando se realiza una demostración de forma directa se puede resumir en los siguientes pasos:

**Paso 1:** Identificar la proposición de la forma *p → q*, si la proposición no está de esta forma se debe cambiar y colocarla de esa forma.

**Paso 2:** Plasmar en un grafico las condiciones de lo que se quiere demostrar.

**Paso 3:** identificar claramente cuál es la hipótesis y cuál es la tesis.

**Paso 4:** identificar lo que se quiere probar e idear un plan para lograrlo.

**Paso 5:** crear la demostración en el esquema a dos columnas afirmación- razón.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Sistema axiomático** |
| Contenido | *Conjunto de axiomas que son utilizados de una manera sistemática mediante deducciones para la demostración de teoremas.* |

Observa el siguiente ejemplo en el cual se utilizara el método de demostración directa:

1. El ángulo ∡ *EAD* es congruente con el ángulo ∡ *JCK* y el ángulo ∡ *EAD* es congruente con el ∡ *FBG* , demostrar que el ángulo ∡  *JCK* es congruente con el ∡ *.FBG*

**Paso 1:** ∡ *EAD ≅* ∡ *JCK* y ∡ *EAD ≅* ∡ *FBG* → ∡ *JCK ≅* ∡ *FBG*

**Paso 2:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG02 |
| **Descripción** | Tres ángulos congruentes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafico de tres ángulos congruentes* |

**Paso 3:** hipótesis: El ángulo ∡ *EAD* es congruente con el ángulo ∡ *JCK* y el ángulo ∡ *EAD* es congruente con el ∡ *FBG.*

1. Tesis: ∡ JCK es congruente con el ∡ *FBG.*

**Paso 4:** se quiere probar que dos ángulos son congruentes sabiendo que cada uno de ellos es congruente con el mismo ángulo , como la medida de ángulos son números se puede utilizar la ley de transitividad y llegar a que los ángulos son congruentes que es lo que se quiere probar.

**Paso 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. ∡ *EAD ≅* ∡ *JCK* y ∡ *EAD ≅* ∡ *FBG* | Hipótesis. |
| 1. *m∡ EAD = m∡ JCK y m∡ EAD = m∡ FBG* | Definición ángulos congruentes. |
| 1. *m∡ JCK = m∡ FBG* | Propiedad transitividad en paso 2. |
| 1. ∡ *JCK ≅* ∡ *FBG* | Definición de ángulos congruentes |

Como puedes observar para utilizar el método de demostración directa es necesario conocer algunas definiciones, algunos axiomas no solo de la geometría sino de otras ramas de las matemáticas y algunos teoremas, en la siguiente sesión el trabajo girara en torno al método de demostración indirecta.

[SECCIÓN 2] **1.2 Método indirecto**

Este método consiste en suponer que es cierto lo contrario a la que se quiere demostrar (tesis), a partir de esta suposición por medio de un razonamiento lógico llegar a una contradicción, que hace evidente que la proposición de donde se partió es falsa, por tal razón lo contrario es verdadero, es decir que la tesis es verdadera, que es lo que se quería demostrar, es decir que se demuestra *¬p→ ¬q* que es equivalente a demostrar *p → q .*

El procedimiento utilizado cuando se realiza una demostración de forma indirecta se puede resumir en los siguientes pasos:

**Paso 1:** Identificar claramente cuál es la hipótesis y cuál es la tesis.

**Paso 2:** Suponer que la tesis es falsa

**Paso 3:** idear un plan para lograrlo mostrar que lo que se supuso conduce a una contradicción de la hipótesis o a una contradicción de algún teorema o axioma o definicion.

**Paso 4:** crear la demostración en el esquema a dos columnas afirmación- razón llegando a que la suposición es falsa y por tal motivo la proposición es verdadera

Observa el siguiente ejemplo en el cual se utilizara el método de demostración indirecta:

1. Demostrar que para toda *n*, si *n2* es par entonces *n* es par.

**Paso 1:** hipótesis n2 es par.

Tesis: n es par.

**Paso 2 :** n es par → n es impar.

**Paso 3 :** se parte de n2  es un numero par, se supone que n es un número impar para llegar a una contradicción sobre la suma de dos números pares y la suma de un numero par y un número impar.

**Paso 4 :**

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *n2  es par* | Hipótesis. |
| 1. *n es impar* | Hipótesis |
| 1. *n2+n es impar* | Suma de un numero par más un número impar es impar |
| 1. *n2+n = n(n+1)* | Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma. |
| 1. *n+1 es par* | Por la afirmación 2 suma de dos números impares da como resultado un número par. |
| 1. *n(n+1) es par* | Por la afirmación 5. |
| 1. *n2+n es par* | Por las afirmaciones 4, 6 |
| 1. *n2+n es impar y n2+n es par* | Por las afirmaciones 3,7 |
| 1. *n es par* | Por contradicción afirmación 2 en la afirmación 8 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Tales de Mileto (625-546 a.C) demostró algunos teoremas de geometría, que fueron escritos en los elementos de Euclides, algunos de los teoremas son: “Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son respectivamente iguales a dos ángulos y un lado del otro, entonces los dos triángulos son congruentes” y “Si dos rectas secantes son cortadas por una serie de rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra recta”* |

Para utilizar el método de demostración indirecto es necesario conocer algunas definiciones, algunos axiomas de las matemáticas y algunos teoremas, además tener muy clara la tesis que se va a negar para llegar a la contradicción y demostrar lo que se quería demostrar por el método indirecto, en la siguiente sesión el trabajo se centrar en el contra ejemplo.

[SECCIÓN 2] **2.3 Contra ejemplo**

Este método de demostración es utilizado cuando se quiere demostrar la falsedad de un enunciado cuya hipótesis tiene el cuantificador universal, “para todos”, es decir que se utiliza cuando la tesis se refiere a todos los elementos de un conjunto, observa el siguiente ejemplo.

1. Todo número natural elevado al cuadrado da como resultado un número par.

* Para demostrar la falsedad de este enunciado se debe buscar un numero natural que elevado al cuadrado de cómo resultado un número impar.
* Contra ejemplo: *32 = 9*

Se demostró la falsedad de la proposición, todo número natural elevado al cuadrado da como resultado un número par.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | *Axioma: proposiciones que se asumen como verdad sin necesidad que sean demostradas.*  *Teoremas: proposiciones que deben ser demostrador.*  *Definiciones: Conjunto de términos que menciona las características y propiedades esenciales del objeto que se quiere definir.* |

En la siguiente sesión se presentaran algunas demostraciones las cuales fueron creadas utilizando alguno de los métodos vistos en las secciones anteriores.

[SECCIÓN 2] **1.4 Demostraciones**

En esta sección se mostraran algunas demostraciones, utilizando los métodos que trabajaron en las secciones anteriores.

1. Dados los triángulos rectángulos *∆ABC* y *∆DEF* donde *AB ≅ DE* y *BC ≅ DE*  entonces *∆ABC* *≅*  *∆DEF*

**Paso 1:** *∆ABC* y *∆DEF* rectángulos, *AB ≅ DE* y *BC ≅ DE*  → *∆ABC* *≅*  *∆DEF*

**Paso 2:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG03 |
| **Descripción** | Dos triángulos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | *Grafico de dos triángulos rectángulos donde AB ≅ DE* y *BC ≅ DE* |

**Paso 3:** Hipótesis: *∆ABC* y *∆DEF* triángulos rectángulos, donde *AB ≅ DE* y *BC ≅ DE.*

Tesis: *∆ABC* *≅*  *∆DEF*

**Paso 4:** se quiere probar que dos triángulos rectángulos son congruentes sabiendo que dos pares de lados consecutivos son congruentes, para ello se utilizara el criterio de congruencia LAL.

**Paso 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *AB ≅ DE* | Hipótesis. |
| 1. *BC ≅ DE* | Hipótesis |
| 1. *∡* ABC y *∡* DEF ángulos rectos | Hipótesis |
| 1. m*∡* ABC = 90° y m*∡* DEF= 90° | Por la afirmación 3 |
| 1. *∡* ABC*≅*  *∡* DEF | Por la afirmación 4 |
| 1. *∆ABC* *≅*  *∆DEF* | Teorema congruencia LAL,1,5, 2 |

Se demostró de forma directa que *∆ABC* *≅*  *∆DEF.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Los criterios de congruencia de triángulos son:**  **LLL: Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes son congruentes.**  **LAL: Dos triángulos son congruentes si dos de sus lados correspondientes son congruentes y el ángulo entre ellos también es congruente.**  **ALA: dos triángulos son congruentes si dos de sus ángulos correspondientes son congruente y el lado entre ellos también es congruente.**  **LLA: Dos triángulos son congruentes si dos de sus lados correspondientes consecutivos son congruentes y el ángulo opuesto al lado mayor también es congruente** |

1. si dos rectas diferentes se intersecan, su intercesión es un solo punto.

**Paso 1:** hipótesis: si dos rectas diferentes se intersecan.

Tesis: su intercesión es un solo punto.

**Paso 2:** su intercesión es un solo punto → se interesa en dos puntos

**Paso 3:** se quiere llegar a contradecir el postulado “*Dos puntos distintos determinan una recta y solo una a la cual pertenecen. Por un punto pasa al menos una recta*”

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Dos rectas con dos puntos de intercesión |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | E:\ecuaciones tema 9\imagenes\18.jpg |
| **Pie de imagen** | Dos rectas con el punto A y el punto B comúnes. |

**Paso 4:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *las rectas l y m se intersecan* | Hipótesis. |
| 1. *l y m se intersecan en los puntos A y C* | Hipótesis |
| 1. *l contiene a los puntos A y C* | Por la afirmación 2 |
| 1. *m contiene a los puntos A y C* | Por la afirmación 2 |
| 1. *los puntos A Y C están en dos rectas distintas* | Por la afirmación 3 y 4. |
| 1. *Existe un único punto de intercesión de las rectas l y m* | Contradicción de la afirmación 5 por el postulado “*Dos puntos distintos determinan una recta y solo una a la cual pertenecen. Por un punto pasa al menos una recta.”* |

1. Todos los cuadriláteros cuyos lados sean congruentes tiene cuatro ángulos congruentes.

* Para demostrar la falsedad de este enunciado se debe buscar un cuadrilátero en el cual sus lados sean congruentes pero sus ángulos no sean congruentes.
* Contra ejemplo: el cuadrilátero ABCD sus lados son congruentes pero sus ángulos no como se observa en el gráfico:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG05 |
| **Descripción** | Palalegramo con sus cuatro lados congruentes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | J:\ecuaciones tema 9\imagenes\3.jpg |
| **Pie de imagen** | *∡ ABC ≠∡ BCD, ∡ CDA≠∡ DAB contra ejemplo* |

Se demostró la falsedad de la proposición todos los cuadriláteros cuyos lados sean congruentes tiene cuatro ángulos congruentes.

1. Los ángulos opuestos por el vértice son ángulos congruentes

**Paso 1:** dos ángulos *∡ BAC*  y *∡ DAF*  son opuestos por el vértice entonces *∡ BAC*  *≅* *∡ DAF*

**Paso 2:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG06 |
| **Descripción** | Ángulos opuestos por el vértice |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\4.JPG |
| **Pie de imagen** | *Ángulos ∡ BAC y ∡ DAF son opuestos por el vértice.* |

**Paso 3:** hipótesis: *∡ BAC y ∡ DAF son opuestos por el vértice.*

Tesis: *∡ BAC*  *≅* *∡ DAF*

**Paso 4:** se llegara a que *∡ BAC*  *≅* *∡ DAF* utilizando algunas definiciones y algunos cálculos matemáticos entre la medida de los ángulos.

**Paso 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación** | **Razón** |
| 1. *∡ BAC y ∡ DAF son opuestos por el vértice.* | Hipótesis. |
| 1. *m ∡ BAC + m∡ CAF = 180º* | Definición ángulos suplementarios |
| 1. *m ∡ DAF + m∡ CAF = 180º* | Definición ángulos suplementarios |
| 1. *m ∡ BAC + m∡ CAF = m ∡ DAF + m∡ CAF* | Ley transitividad, afirmación 2 y 3 |
| 1. *m ∡ BAC + m∡ CAF- m∡ CAF = m ∡ DAF + m∡ CAF- m∡ CAF* | Propiedad uniforme de la igualdad |
| 1. *m ∡ BAC = m ∡ DAF* | Afirmación 5 |
| 1. *∡ BAC*  *≅* *∡ DAF* | Afirmación 6 |

Se demostró que los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

Como puedes observar para realizar una demostración existen diferentes caminos, es necesario practicar para poder escoger el camino adecuado, en las siguientes secciones el trabajo se centrara en los triángulos, más específicamente la semejanza de triangulos.

SECCIÓN 1] **2 semejanza de triángulos**

En geometría dos figuras son **semejantes** si poseen la misma forma y su tamaño puede ser el mismo o puede ser diferente, pero es obligatorio que todas las medidas de las dos figuras guardad una relación de proporcionalidad, un ejemplo real de semejanza se puede observar en un modelo a escala de una carro y el carro real, donde todas las medidas del modelo a escala son proporcionales con sus respectivas medida del carro real, observa la siguiente imagen que muestra mas claramente la idea de semejanza:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG07 |
| **Descripción** | Carro escarabajo real y a escala |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/384199/384199,1242833840,1/stock-vector-top-view-on-the-blue-retro-beetle-car-vector-icon-30590491.jpg  <http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/384199/384199,1242833840,1/stock-vector-top-view-on-the-blue-retro-beetle-car-vector-icon-30590491.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Carro escarabajo real y un modelo a escala* |

Se ha mostrado una idea muy global sobre lo que es la semejanza, recuerda que el trabajo se debe centrar en la semejanza pero de triángulos, por tal motivo en las siguientes secciones el trabajo girara en torno a la semejanza de triángulos, pero para comenzar se debe profundizar un poco más en la proporcionalidad y en la semejanza, esto se desarrollara en l siguiente sesión.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Decir exactamente quien descubrió la semejanza no es posible, se cree que en la civilización de los babilónicos fueron una de las primeras civilizaciones que manejaban de alguna forma el concepto de semejanza.* |

SECCIÓN 2] **2.1 proporcionalidad y semejanza**

Cuando se quiere abordar la semejanza de figuras geométricas o no geométricas de una manera más formal es necesario conocer y manejar adecuadamente la **proporcionalidad** entre magnitudes, para posteriormente poder abordar el concepto de semejanza, ¿conoces que es la proporcionalidad entre magnitudes?, en el siguiente apartado se desarrollara la definición de proporcionalidad entre magnitudes

SECCIÓN 3] **2.1.1 proporcionalidad**

Para poder definir que es la **proporcionalidad** se debe conoces que es una **razón** entre dos magnitudes**,** se dice queuna **razón** entre dos magnitudes *a* y *b* es el cociente entre *a* y *b*, observa las siguientes situaciones que ejemplifican el concepto de razón:

**Situación 1:** Para preparar 1 taza de arroz se necesitan 2 tazas de agua.

* Las magnitudes involucradas en esta situación son: número de tazas de arroz y numero de tazas de agua, y la razón será:

<<MA\_09\_09\_01.gif>>

**Situación 2**: Pero si ahora se quieren preparar 5 tazas de arroz ¿cuantas tazas de agua se necesitaron?

* Las magnitudes siguen siendo número de tazas arroz, numero de taza de aguan, se puede deducir que por cada 5 tazas de arroz se necesitaran 10 tazas de aguan y la razón será:

<<MA\_09\_09\_02.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | *Las magnitudes en matemáticas se pueden definir como todo lo que se puede medir asociándole a dicha medida un numero real positivo, ejemplo de magnitudes pueden ser, la distancia, el peso, la cantidad de objetos.* |

Ahora sabiendo que es una razón entre magnitudes se puede definir que es la proporcionalidad, la proporcionalidad es la igualdad entre dos razones, para que sea más claro esta definición observando las dos razones que surgieron de las dos situaciones anteriores, dichas situaciones relacionan las mismas dos magnitudes tazas de arroz y tazas de agua: 1 taza de arroz 2 taza de agua, 5 tazas de arroz 10 de agua, la proporción será:

<<MA\_09\_09\_03.gif>>

Se sabe que estas dos razones son iguales por que las dos representan la misma razón que es 0,5 aunque se puede representé con diferentes fracciones, es decir que se pueden crear infinitas fracciones que representen la misma razón, por ejemplo para preparar 10 tazas de arroz se necesitan 20 tazas de agua la razón será 0,5 es decir que:

<<MA\_09\_09\_04.gif>>

Matemáticamente la proporcionalidad se puede definir como la igualdad entre dos razones, donde el producto de medios es igual al producto de extremos, *a, b* son los extremos y *b,c* los medios:

<<MA\_09\_09\_05.gif>>

Observa los siguientes ejemplos de proporcionalidad:

1. Un televisor cuesta 250000 pesos, 20 televisores cuestan 5000000.

* Se establecen las dos razones y se comprueba que son proporciones:

<<MA\_09\_09\_06.gif>>

Como se puede observas si son proporción ya que cumplen que el producto de medios es igual al producto de extremos.

1. Para hacer un postre para 10 personas se necesitan 3 libras de harina, si se quiere hacer el mismo postre pero para 50 personas ¿Cuántas libras de harina se necesitara?

* Utilizando la igualdad de las dos razones y despejando el dato que no se conoce se puede encontrar la cantidad de libras de harina que se necesita para hacer el postre para 50 personas, se establecen las dos razones y se encuentra el dato que hace falta:

<<MA\_09\_09\_07.gif>>

Es decir que para hacer el postre para 50 personas se emplearan 15 libras de harina.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Pitágoras (siglo VI. A.C ) mediante un experimento musical tenso una cuerda que producían sonidos diferentes de acuerdo a el grado de tención, dividió la cuerda en 12 partes iguales, tensiono la cuerda hasta la división 6, hasta la división 8, hasta la división 9, observando que producían sonidos distintos, posteriormente le asigno un numero fraccionaria a cada uno de las divisiones de la cuerda y apareció que la octava era igual a ½, la cuarta ¾, es decir que estableció una relación entre la música, la proporcionalidad geometría y la proporcionalidad numérica.* |

Ahora que se ha recordado lo que es la proporcionalidad se pasara a trabajar directamente con la semejanza.

SECCIÓN 3] **2.1.2 semejanza**

En esta sección el trabajo se centrara en la **semejanza** de figuras planas, en, de manera general dos figuras planas son semejantes si y solo si se cumplen las siguientes condiciones:

1. tiene la misma forma.
2. Las medidas de sus lados correspondientes son proporcionales.
3. si las figuras tiene ángulos sus ángulos correspondientes deben ser congruentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Todas las circunferencias son semejantes entre sí, ya que tiene la misma forma. |

El símbolo que se utiliza para determinar que dos figuras son semejantes es ≈,

Para que este concepto de semejanza de figuras planas sea más claro observa los siguientes ejemplos:

* los cuadriláteros ABCD y A´B´C´D´ :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG08 |
| **Descripción** | Cuadriláteros semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\5.JPG |
| **Pie de imagen** | ABCD ≈ A´B´C´D´ |

Son semejantes por que cumplen las condiciones que define cuando dos figuras son semejantes:

1. Tiene la misma forma.
2. <<MA\_09\_09\_08.gif>>
3. *∡ DAB≅*  *∡ D´A´B´, ∡ ABC≅* *∡ A´B´C´, ∡ BCD≅*  *∡ B´C´D´, ∡ CDA≅* *∡ C´D´A´*

* Los pentágonos ABCDE y A´B´C´D´E´

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG09 |
| **Descripción** | Pentágonos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\6.JPG |
| **Pie de imagen** | ABCDE≈ A´B´C´D´E´ |

Son semejantes por que cumplen las condiciones que define cuando dos figuras planas son semejantes:

1. Tiene la misma forma.
2. <<MA\_09\_09\_09.gif>>
3. *∡ EAB≅*  *∡ E´A´B´, ∡ ABC≅* *∡ A´B´C´, ∡ BCD≅*  *∡ B´C´D´, ∡ CDE≅* *∡ C´D´E´ , ∡ DEA≅* *∡ D´E´A´*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Platón consigue calcular la proporciones de los sonidos naturales Do=1, Re= 9/8, Mi= 81/64, Fa=4/3, Sol= 3/2 , La=27/16, Si=243/128, Do= 2* |

Esta es la forma para saber cuando dos figuras planas son semejantes, en la siguiente sesión el trabajo se centrara en la semejanza de los triángulos.

SECCIÓN 2] **2.3 semejanza de triángulos**

Dos **triángulos son semejantes** si:

1. las mediadas de sus lados correspondientes son proporcionales.
2. Los ángulos correspondientes son congruentes

Observa el siguiente ejemplo:

* Los *∆*ABC y *∆*A´B´C´ :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG10 |
| **Descripción** | Triángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\7.JPG |
| **Pie de imagen** | *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ |

Son semejantes por que cumplen las condiciones que define cuando dos triángulos son semejantes:

1. <<MA\_09\_09\_10.gif>>
2. *∡ CAB≅*  *∡ C´A´B´, ∡ ABC≅* *∡ A´B´C´, ∡ BCA≅*  *∡ B´C´A´*

Por lo anterior se puede concluir que *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´

A simple vista es sencillo determinar cuando dos triángulos son semejantes, si se tiene todas las medidas de los lados y de los ángulos de de los dos triángulos, pero si no se tiene todas las medidas de los lados y los ángulos de los triángulos ¿será posible determinar cuando dos triángulos son semejantes?, la respuesta es en algunas ocasiones, ya que existen algunos criterios de semejanza para triángulos, a continuación se mostraran dichos criterios de semejanza entre triangulos:

**Criterio 1 AA:** Dos triángulos son semejantes si tiene dos ángulos correspondientes congruentes.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG12 |
| **Descripción** | Triángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\8.JPG |
| **Pie de imagen** | *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ *por el criterio AA* |

**Criterio 2 LLL:** Dos triángulos son semejantes si sus lados correspondientes son proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG13 |
| **Descripción** | Triángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\9.JPG |
| **Pie de imagen** | *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ *por el criterio LLL* |

**Criterio 3 LAL**: Dos triángulos son semejantes si dos de sus lados correspondientes son proporcionales y el ángulo que se encuentra entre ellos es congruente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Triángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\10.JPG |
| **Pie de imagen** | *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ *por el criterio LAL* |

Los anteriores criterios son los que permiten determinar cuando dos triángulos son semejantes, la semejanza de triángulos es utilizada en geometría para realizar demostraciones de teoremas, en la siguiente sesión el trabajo se centrara en la semejanza de un tipo especial de triángulos, los triángulos rectángulos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *En el libro V de los elementos de Euclides aparece una definición de razón muy intuitiva.* |

SECCIÓN 2] **2.4 semejanza de triángulos rectángulos.**

Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando se cumple alguno de los criterios anteriormente vistos, pero además por tener un ángulo congruente el Angulo recto, también aplica los siguientes criterios:

**Criterio 1:** Dos triángulos rectángulos son semejantes si tiene un ángulo agudo congruente.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Triángulos rectángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | 1. *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ rectángulos y semejantes por *∡ ACB≅*  *∡ A´C´B´* |

**Criterio 2:** Dos triángulos rectángulos son semejantes si los catetos son proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Triángulos rectángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | 1. *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ rectángulos y semejantes por catetos proporcionales |

**Criterio 3:** Dos triángulos rectángulos son semejantes si la hipotenusa y un cateto son proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Triángulos rectángulos semejantes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\ecuaciones tema 9\imagenes\13.JPG |
| **Pie de imagen** | 1. *∆*ABC≈ *∆*A´B´C´ rectángulos y semejantes por que la hipotenusa y un cateto proporcional |

Estos son los criterios que permiten determinar cuándo dos triángulos rectángulos son semejantes, en la siguiente sesión el trabajo se centrara en los segmentos proporcionales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | *Las siguiente son algunas aplicaciones de la semejanza en diferentes actividades humanas:*   * *Medición de distancias inaccesibles.* * *Manejo de imágenes a escala en la fotografía y la pintura.* * *Manejo de los retroproyectores y la misma fotocopiadora.* |

SECCIÓN 2] **2.4 segmentos proporcionales.**

Para poder hablar de proporcionalidad entre segmentos se debe primero establecer la **razón** entre segmentos, recuerda que a cada segmento se les puede asignar una medida, partiendo de la misma unidad de medida.

La razón entre dos segmentos es la razón entre las medidas de dichos segmentos, de manera general la razón se establece de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Razón entre segmentos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | E:\ecuaciones tema 9\imagenes\15.jpg |
| **Pie de imagen** | *La razón entre los segmentos AB y CD es r* |

Teniendo claro como se establece la razón entre segmentos se mostrar la proporcionalidad entre segmentos, basándose en el teorema fundamental de la proporcionalidad, o el teorema de tales, una de sus versiones dice:

“*dadas dos rectas p y q, que se intersecan en un punto A, y dadas dos longitudes r y s sobre cada una de las rectas respectivamente de tal forma que se determinan los segmentos AB cuya medida es r y AC cuya medida es s, se traza la recta que une a los puntos B y C, se construye una recta paralela a la recta definida por los puntos B y C que corten a las restas p y q respectivamente en los puntos E y F, existe una relación de proporcionalidad entre los segmentos AB, AE y AC,AF* ”, como se observa en la gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG19 |
| **Descripción** | Grafico teorema fundamental de proporcionalidad |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | E:\ecuaciones tema 9\imagenes\17.jpg |
| **Pie de imagen** | *Teorema fundamental de las proporciones o teorema de Tales* |

Las propiedades que cumple la proporcionalidad entre segmentos son:

1. El producto de medios es igual al producto de extremos.
2. Cuando se cambia el orden de los medios se obtiene la misma razón de proporcionalidad.
3. Cuando se cambia el orden de los extremos se obtiene la misma razón de proporcionalidad.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | *Tales de Mileto realizo un viaje a las pirámides de Egipto visito la pirámide de Guiza, quiso averiguar la altura de dicha pirámide y para ello utilizo la semejanza de triángulos, más específicamente su teorema, que es conocido como el teorema fundamental de la proporcionalidad expuesto anteriormente.* |

Existen muchas aplicaciones que utilizan la proporcionalidad entre segmentos, te invitamos a que las investigues para que las manejes y las entiendas, basándose en los conocimientos adquiridos hasta este momento en torno a las demostraciones, la semejanza y la proporcionalidad.