|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | La circunferencia y las relaciones entre sus elementos |
| **Código de guion** | MA\_09\_10\_CO |
| **Descripción** | En la Grecia antigua, la circunferencia era el símbolo de la perfección debido a que sus propiedades eran muy útiles para resolver algunas de las necesidades básicas del ser humano. Este tema se estudia la circunferencia, sus elementos, sus propiedades y relaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 La circunferencia**

La circunferencia es el conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de un punto fijo llamado **centro**. El segmento cuyos extremos son el centro y un punto de la circunferencia se denomina **radio**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG01 |
| **Descripción** | Rueda de bicicleta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1997867/178688567/stock-photo-car-wheel-in-summer-178688567.jpg |
| **Pie de imagen** | La rueda es considerada uno de los inventos más importantes en la historia y su forma es el de una circunferencia, donde su eje es el punto central. |

**Puntos relativos de la circunferencia:** geométricamente, es importante definir las tres clases de puntos que se pueden establecer con respecto su posición en relación con la circunferencia, estos puntos son:

1. **Punto exterior a la circunferencia:** se encuentra fuera de la circunferencia.
2. **Punto sobre la circunferencia**: se encuentra sobre la línea de la circunferencia.
3. **Punto interior a la circunferencia:** se encuentra en el interior de la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG02 |
| **Descripción** | Circunferencia y sus puntos relativos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\1.JPG |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica de la circunferencia se definen los siguientes puntos respecto a su posición relativa con la circunferencia: *A* es un punto exterior, *B* es un punto sobre y *C* es un punto interior. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC10 |
| **Título** | La circunferencia |
| **Descripción** | Interactivo que muestra generalidades sobre la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC20 |
| **Título** | Reconoce los elementos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para identificar elementos de la circunferencia |

De igual manera que los puntos, existen algunas rectas que se clasifican de acuerdo con su posición relativa respecto a la circunferencia, a continuación se presenta esta clasificación.

[SECCIÓN 2] **1.1 La posición relativa de una recta respecto a una circunferencia**

De acuerdo con su posición en relación con la circunferencia, las rectas se clasifican en recta exterior, recta secante y recta tangente.

[SECCIÓN 3] **1.1.1 La recta exterior a una circunferencia**

Como su nombre lo indica, la recta exterior es aquella cuyos puntos son exteriores a la circunferencia, en otras palabras la recta exterior y la circunferencia no contienen puntos en común.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG03 |
| **Descripción** | Circunferencia y una recta exterior |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *a* es exterior a la circunferencia *c*. |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 La recta tangente a una circunferencia**

Las recta que toca un solo punto sobre la circunferencia se denomina **recta tangente a la circunferencia**, Una misma circunferencia tiene infinitas rectas tangentes a esta, una por cada punto sobre la circunferencia. Observa el siguiente gráfico de una recta tangente a una circunferencia:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG04 |
| **Descripción** | Circunferencia y una recta tangente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | La recta *b* es tangente a la circunferencia *c* en el punto *H*. |

El punto de intersección de la recta y la circunferencia se denomina punto de tangencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Relación entre la recta tangente y la circunferencia** |
| Contenido | La recta tangente y el radio de la circunferencia que pasa por el punto sobre el cual la recta es tangente son perpendiculares. |

En otras palabras, el punto donde la **recta es tangente** a la circunferencia se puede determinar a través del **radio** de la circunferencia, debido a que el segmento que determina el radio forma un ángulo recto con la recta tangente en el punto de tangencia, esta relación se presenta en la siguiente imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG05 |
| **Descripción** | Circunferencia, recta tangente y radio al punto tangente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *p* es tangente a la circunferencia *c* en el punto *Z*, el radio *AZ* es perpendicular a la recta tangente c. |

Es decir, esta relación permite determinar si una recta es tangente a una circunferencia, verificando si el ángulo que forma el radio y la recta tangente en el punto de intersección es de 90°.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG06 |
| **Descripción** | Dos rectas con un punto en común son tangentes a una circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\16.jpg |
| **Pie de imagen** | **Propiedad de las rectas tangentes y un punto exterior:** dado un punto exterior *D* a la circunferencia con centro *A* y dos rectas *l* y *m*tangentes a la circunferencia cuyos puntos de tangencia son *B* y *C* respectivamente, se cumple que, los triángulos ∆*DBA* y ∆*DCA* son triángulos rectángulos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | Euclides (325 a. C., 265 a. C.) propuso las dos propiedades que definían la recta tangente a una circunferencia que son:   1. La recta sólo tiene en común un punto con la circunferencia. 2. Es imposible interponer otra línea entre esa recta y la circunferencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC30 |
| **Título** | Define las propiedades de la recta tangente |
| **Descripción** | Actividad para enunciar el teorema del radio y la tangente de una circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC40 |
| **Título** | Aplica las propiedades de las tangentes |
| **Descripción** | Ejercicios de aplicación de las propiedades de la recta tangente a la circunferencia |

[SECCIÓN 3] **1.1.3 La recta secante**

**Las rectas secantes** son aquellas que tocan a la circunferencia en dos puntos, observa el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG07 |
| **Descripción** | La circunferencia y la recta secante |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *m* es secante a la circunferencia *c* porque la corta en los puntos *B* y *C*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC160 |
| **Título** | Ángulos entre rectas y secantes |
| **Descripción** | Interactivo que muestra las posiciones relativas de una recta a una circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC170 |
| **Título** | Repasa conceptos sobre tangentes y secantes |
| **Descripción** | Actividad para identificar las propiedades de rectas tangentes y secantes a una circunferencia |

[SECCIÓN 2**] 1.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La circunferencia |
| **Descripción** | Actividad sobre La circunferencia |

[SECCIÓN 1] **2 Los elementos de la circunferencia y sus propiedades**

En las secciones anteriores se presentaron algunos de los elementos de la circunferencia como lo son el centro y el radio. A continuación se presentan algunos elementos como son los segmentos y los ángulos asociados a la circunferencia y los trozos de la circunferencia denominados arcos.

[SECCIÓN 1] **2.1 Las cuerdas de una circunferencia**

**Las** **cuerdas** son segmentos que unen dos puntos distintos de la circunferencia, se denotan con los dos puntos que define el segmento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG08 |
| **Descripción** | Circunferencia, con algunas cuerdas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\4.JPG |
| **Pie de imagen** | Los segmentos *FG*, *JK*, *HI*, *LM*. |

Toda **cuerda** está contenida en una recta que es **secante** a la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG09 |
| **Descripción** | Recta secante a la circunferencia que contiene una cuerda que pertenece a la circunferencia. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | La recta *b* es secante a la circunferencia *c* en los puntos *E* y *D* que forman la cuerda *ED*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El diámetro** |
| Contenido | El diámetro de una circunferencia *d* es la cuerda de mayor tamaño que divide en dos partes iguales a la circunferencia.  El diámetro de la circunferencia siempre pasa por el punto central de esta y su longitud equivale al doble del radio. De esta forma  *d* = 2*r.* |

La siguiente imagen presenta un ejemplo del diámetro de una circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG010 |
| **Descripción** | Cuerda de mayor dimensión |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\10.JPG |
| **Pie de imagen** | El segmento *ED* es el diámetro de la circunferencia *c* que tiene la propiedad de ser la cuerda de mayor dimensión que se puede construir sobre la circunferencia *c*. |

Para encontrar la medida del **diámetro** el procedimiento que se debe hacer es encontrar la medida del **radio** y multiplicarla por dos, por ejemplo:

El radio de la llanta es de 35 cm, se multiplica por 2 y se encuentra el diámetro, al desarrollar la multiplicación, se obtiene que el diámetro es de 70 cm.

* Dos cuerdas equidistan del centro de la circunferencia si y solo si las cuerdas tiene la misma medida.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG11 |
| **Descripción** | Dos cuerdas de la circunferencia que equidistan del centro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | *AB* y *A*’*B*’ son cuerdas de la circunferencia *h* que tiene la misma medida, por tal razón los segmentos *FC* y *F´C* son congruentes. |

* **La mediatriz de una cuerda** pasa por el centro de la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG12 |
| **Descripción** | Mediatriz de una cuerda de una circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La mediatriz *a* de la cuerda *BC* pasa por el punto *A* que es el centro de la circunferencia *c*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC70 |
| **Título** | Cuerdas de la circunferencia |
| **Descripción** | Interactivo que muestra las propiedades de las cuerdas de la circunferencia y aplicaciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC180 |
| **Título** | Cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |
| **Descripción** | Actividad para resolver ejercicios y situaciones problema que involucran cuerdas, tangentes, secantes y ángulos de la circunferencia |

[SECCIÓN 1] **2.2 Los arcos de una circunferencia**

**Los arcos** son las secciones de la circunferencia limitadas por dos puntos distintos que pertenecen a la circunferencia, estos puntos la dividen en dos arcos, el que tiene mayor dimensión se denomina arco mayor y el que tiene menor dimensión arco menor, los arcos se denotan con las dos letras que nombran a los dos puntos extremos colocándole un arco pequeño en la parte superior, las letras deben estar en el sentido contrario a las manecillas del reloj, observa el siguiente ejemplo gráfico de dos arcos y la forma como se deben nombrar:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG13 |
| **Descripción** | Circunferencia, con su arco mayor y su arco menor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\5.JPG |
| **Pie de imagen** | En la figura, el arco mayor de la circunferencia se denota como:  <<MA\_09\_05\_07.gif>>  y el arco menor de la circunferencia se denota como  <<MA\_09\_05\_06.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La semicircunferencia** |
| Contenido | Una semicircunferencia es un arco cuyos extremos son los extremos de uno de los diámetros de la circunferencia.  En otras palabras una semicircunferencia es la mitad de una circunferencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC80 |
| **Título** | Reconoce cuerdas, arcos y ángulos centrales |
| **Descripción** | Actividad para identificar en una circunferencia ángulos, arcos y otros elementos de la misma |

[SECCIÓN 1] **2.3 Los ángulos de una circunferencia**

Existen cinco clases de ángulos que se destacan en una circunferencia, estos son los ángulos centrales, y los ángulos inscritos, los ángulos semi-inscritos, los ángulos interiores y los ángulos exteriores en la circunferencia.

**Ángulos centrales**: son los ángulos cuyo vértice es el centro de la circunferencia, y sus lados son dos radios de la circunferencia, como se muestra en la siguiente figura:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG14 |
| **Descripción** | Circunferencia y un ángulo centrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\6.JPG |
| **Pie de imagen** | ∡*GAF* es un ángulo central de la circunferencia *c*. |

Los **ángulos inscritos** en una circunferencia son todos los ángulos cuyo vértice está sobre la circunferencia y sus lados son cuerdas de la circunferencia, cada ángulo inscrito determina un arco que se denomina **arco intersectado**, y es el que está limitado por los lados del ángulo y que pasa por el vértice, observa el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG15 |
| **Descripción** | Circunferencia con un ángulo inscrito |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\7.jpg |
| **Pie de imagen** | ∡*CBD* es un ángulo inscrito en la circunferencia *h* además  <<MA\_09\_05\_09.gif>>  es un arco interceptado. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema del ángulo central y el ángulo inscrito** |
| Contenido | El ángulo central subtendido por dos puntos de una circunferencia es el doble que cualquier ángulo inscrito subtendido por esos dos puntos. |

En la figura anterior ∡*CAD* mide el doble del ángulo ∡*CBD*, es decir

m ∡*CAD* = 2·(m ∡*CBD*)

A partir de este teorema se puede concluir que si un ángulo está inscrito en una semicircunferencia, el ángulo es un ángulo recto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG16 |
| **Descripción** | Circunferencia y un ángulo centrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Debido a que los segmentos AC y CB forman un ángulo de 180 grados, ∡*ADC* es un ángulo recto. De esta forma  m ∡*BAC* = 2(∡*ADC*) ⟶ 180° = 2 · 90° |

Además de los **ángulos centrales** y los **ángulos inscritos**, también se encuentran los siguientes ángulos que se relacionan con la circunferencia:

**Los ángulos semi-inscritos** son los ángulos cuyo vértice es un punto que está sobre la circunferencia, un lado de este ángulo es secantea la circunferencia y el otro es **tangente** a ella.

**Los ángulos interiores** son los ángulos cuyo vértice es un punto que se encuentra al interior de la circunferencia y sus lados son segmentos o semirrectas **secantes** a la circunferencia.

**Los ángulos exteriores** son ángulos cuyo vértice es un punto que está en el exterior de la circunferencia y sus lados son o secantes a ella, o uno tangente y otro secante, o tangentes a ella.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG17 |
| **Descripción** | Angulo exterior a una circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra un ejemplo de ángulo semi-inscrito, ángulo interior y ángulo exterior. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC110 |
| **Título** | Ángulos de la circunferencia |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que muestra la clasificación de los ángulos de la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC120 |
| **Título** | Clasifica ángulos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para clasificar ángulos de la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC130 |
| **Título** | Relaciona cada ángulo con su medida |
| **Descripción** | Actividad que permite relacionar cada ángulo relacionado con la circunferencia con su definición o medida |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC140 |
| **Título** | Determina la medida de ángulos en la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para resolver situaciones que involucran ángulos de la circunferencia y sus medidas |

[SECCIÓN 2**] 2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC100 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las cuerdas, los arcos y los ángulos centrales |
| **Descripción** | Actividad sobre Las cuerdas, los arcos y los ángulos central |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC150 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los ángulos inscritos |
| **Descripción** | Actividad para reforzar Los ángulos inscritos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC190 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |
| **Descripción** | Actividad para reforzar lo aprendido sobre cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |

En la siguiente sección se desarrollan algunas estrategias para medir o calcular la medida de los elementos de la circunferencia.

[SECCIÓN 1] **3 La circunferencia y su medición**

En esta sección se presentan algunas relaciones entre las medidas de los elementos de la circunferencia y además se explican algunas estrategias para calcular estas medidas a partir de las medidas de otros elementos de la circunferencia.

[SECCIÓN 2] **3.1 La longitud de la circunferencia**

Teniendo en cuenta que la longitud o perímetro de una circunferencia *L* se calcula mediante la fórmula:

*L* = 2*πr*

Donde *r* es el radio de la circunferencia y *π* es un numero irracional (pi) que corresponde al número de veces que está el diámetro de la circunferencia en la longitud de la misma. Una aproximación de *π es*

*π ≈ 3,14159…*

Por ejemplo, calcular la distancia que recorre la llanta de una bicicleta que tiene de radio 80 cm luego de haber dado 15 vueltas sobre su eje.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG18 |
| **Descripción** | Rueda de bicicleta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 6849  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/74146/139684957/stock-photo-bicycle-wheel-isolated-on-white-background-139684957.jpg> |
| **Pie de imagen** | La imagen muestra una rueda de bicicleta de 80 cm de radio. Se debe averiguar la longitud de la circunferencia para determinar la distancia que recorre al dar una vuelta. |

Como se conoce el radio de la bicicleta, la longitud de la circunferencia se calcula así:

*L* = 2*πr ⟶ L* = 2*π*(80) ⟶ *L* = 160*π*

Por lo tanto, al dar vuelta la rueda recorre 160*π* cm, si se aproxima este valor en números decimales se obtiene que

*L* = 160*π ≈* 160(3,14159) = 502,6544 cm

De esta manera, para averiguar la distancia que recorre en 15 vueltas se desarrolla la multiplicación:

502,6544·15 = 7539,816

Es decir que la rueda luego de 15 vueltas recorre 7539,816 cm aproximadamente.

[SECCIÓN 2] **3.2 La longitud de arco de la circunferencia**

Asimismo, es posible calcular la longitud de cualquier arco de una circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La longitud de un arco de circunferencia** |
| Contenido | Para calcular la longitud de una circunferencia, se puede aplicar la siguiente formula que relaciona el radio, la longitud del arco de la circunferencia y el ángulo central, donde:  *<<MA\_09\_10\_01.gif>>*  Donde, *L* es la longitud de arco, α es la medida en grados del ángulo central y *r* es la medida del radio de la circunferencia. |

Por ejemplo, calcular la longitud del arco de la circunferencia que se presenta en la imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG19 |
| **Descripción** | Circunferencia con un ángulo central, el radio y la longitud de arco. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | De acuerdo con la imagen, se tienen los siguientes datos:  *r* = 3,4 m  *α* = 65,8°  Se debe averiguar el valor de la longitud de la circunferencia *L.* |

Para calcular la longitud de arco de la circunferencia se remplazan los valores en la formula y se resuelve, así

<<MA\_09\_10\_08.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC60 |
| **Título** | Arcos y ángulos |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes mediante la cual se identifican ángulos y arcos de una circunferencia y su respectiva medida |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC90 |
| **Título** | Calcula medidas aplicando propiedades de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para calcular medidas de cuerdas, ángulos o arcos de la circunferencia aplicando conceptos y propiedades estudiados |

[SECCIÓN 2] **3.3 Medidas de segmentos de la circunferencia**

Los segmentos que se relacionan con la circunferencia son: el **radio**, el **diámetro** y las **cuerdas**, a continuación se mostraran algunos métodos que se pueden utilizar para encontrar las medidas de estos segmentos, cabe recordar que se deben cumplir ciertas condiciones para utilizar cada uno de estos métodos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La medida del radio** |
| Contenido | Para encontrar la medida del **radio** de una circunferencia, en esta ocasión se utilizaran dos métodos cada uno con su fórmula, en la primera fórmula es necesario conocer la longitud del arco de la circunferencia, en la segunda fórmula es necesario conocer el área de la circunferencia:    <<MA\_09\_10\_02.gif>>  Donde *L* es la longitud de arco de la circunferencia y *r* el radio.  <<MA\_09\_10\_03.gif>>  Donde *A* es el área de la circunferencia y *r* el radio. |

Observa los siguientes ejemplos:

* La longitud de la circunferencia de una llanta es de 220 cm, determinar su radio.

Se aplica la formula

<<MA\_09\_10\_04.gif>>

El radio de la circunferencia de la llanta es de 35 cm aproximadamente.

* Se tiene una rueda de la fortuna cuya área es de 28m2, calcular su radio.

Se utiliza la fórmula:

<<MA\_09\_10\_05.gif>>

El radio de la rueda de la fortuna es *9,37 m*

[SECCIÓN 2] **3.4 Relaciones entre las longitudes de las cuerdas**

Las relaciones entre las longitudes de las **cuerdas** se presentan en los siguientes teoremas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema de la intersección de dos cuerdas** |
| Contenido | * Si dos **cuerdas** se intersecan, el producto de las medidas de los segmentos determinados en una **cuerda** es igual al producto de las medidas de los segmentos determinados en la otra **cuerda**. |

Esta relación se puede observar en la siguiente imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG20 |
| **Descripción** | Dos cuerdas intersecadas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\13.JPG |
| **Pie de imagen** | El producto de las longitudes de *AH* y *HB* es igual al producto de las longitudes de los segmentos *DH* y *HG*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema que relaciona un segmento secante y un segmento tangente a partir de un punto exterior** |
| Contenido | Si se traza un segmento **secante** y otro que sea **tangente** desde un punto exterior a la circunferencia, el cuadrado de la longitud del segmento tangente es igual al producto de la longitud del segmento secante y de su segmento secante externo. |

La relación presentada en este teorema se presenta en la siguiente imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG21 |
| **Descripción** | Segmento secante y segmento tangente desde un punto externo a la circunferencia. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\20.jpg |
| **Pie de imagen** | *CB2=CD.CE* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema que relaciona dos segmentos secantes desde un punto exterior** |
| Contenido | Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan dos segmentos que sean secantes entonces el producto de las medidas de un segmento secante y su segmento secante externo es igual al producto de las medidas del otro segmento secante y su segmento secante externo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG22 |
| **Descripción** | Segmento secantes desde un punto externo a la circunferencia. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\21.jpg |
| **Pie de imagen** | En la imagen, el producto de los segmentos *EB* y *EF* es igual al producto de los segmentos *EH* y *EG* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC200 |
| **Título** | Longitudes de segmentos tangentes y segmentos secantes |
| **Descripción** | Interactivo mediante el cual se explica cómo calcular la longitud de segmentos tangentes y secantes a la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC210 |
| **Título** | Calcula longitudes de segmentos tangentes y secantes |
| **Descripción** | Actividad para determinar la medida de segmentos tangentes o secantes a una circunferencia |

[SECCIÓN 2**] 3.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC220 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las medidas de segmentos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividades sobre Las medidas de segmentos de la circunferencia |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC230 |
| **Título** | Competencias: La circunferencia y sus elementos en Cabri |
| **Descripción** | Actividad que permite verificar las propiedades de ángulos, arcos, segmentos asociados a una circunferencia con apoyo del programa Cabri |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_09\_CO\_REC240 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema La circunferencia y las relaciones entre sus elementos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_01\_CO\_REC250 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema La circunferencia y las relaciones entre sus elementos |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_09\_09\_CO\_REC260 | |
| **Web 01** | Cálculo de la longitud de la circunferencia | <http://www.bromera.com/tl_files/activitatsdigitals/capicua_6c_PA/C6_u05_62_0_spriteRespNumerica_longitudCircumf.swf> |
| **Web 02** | Los elementos de Euclides. Libro III: teoremas sobre la circunferencia | <http://www.euclides.org/menu/elements_esp/03/proposicioneslibro3.htm> |
| **Web 03** | Arcos y cuerdas de una circunferencia | <http://www.dmae.upct.es/~pepemar/mateprimero/trigonometria/circulo/arcoycuerda.htm> |