|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | La circunferencia y las relaciones entre sus elementos |
| **Código de guion** | MA\_09\_10\_CO |
| **Descripción** | En la Grecia antigua, la circunferencia era el símbolo de la perfección debido a que sus propiedades eran muy útiles para resolver algunas de las necesidades básicas del ser humano. Este tema estudia la circunferencia, sus elementos, propiedades y relaciones. |

[SECCIÓN 1] **1 La circunferencia**

La circunferencia es el conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de un punto fijo llamado **centro**. El segmento cuyos extremos son el centro y un punto de la circunferencia se denomina **radio**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG01 |
| **Descripción** | Rueda |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/1997867/178688567/stock-photo-car-wheel-in-summer-178688567.jpg |
| **Pie de imagen** | La rueda es considerada uno de los inventos más importantes en la historia de la humanidad y su forma es de una circunferencia, donde su eje es el punto central. |

**Puntos relativos de la circunferencia:** geométricamente, es importante definir las tres clases de puntos que se pueden establecer respecto a su posición con relación a la circunferencia; estos puntos son:

1. **Punto exterior a la circunferencia:** se encuentra fuera de la circunferencia.
2. **Punto sobre la circunferencia**: se halla sobre la línea de la circunferencia.
3. **Punto interior a la circunferencia:** se localiza en el interior de la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG02 |
| **Descripción** | Circunferencia y sus puntos relativos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica de la circunferencia se definen los siguientes puntos respecto a la posición relativa con la circunferencia: *A* es un punto exterior, *B* es un punto sobre y *C* es un punto interior. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC10 |
| **Título** | La circunferencia |
| **Descripción** | Interactivo que muestra generalidades sobre la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC20 |
| **Título** | Reconoce los elementos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para identificar elementos de la circunferencia |

Al igual que ocurre con los puntos, existen algunas rectas que se clasifican de acuerdo con su posición relativa respecto a la circunferencia; a continuación se presenta esta clasificación.

[SECCIÓN 2] **1.1 La posición relativa de una recta respecto a una circunferencia**

De acuerdo con su posición respecto a la circunferencia, las rectas se clasifican en recta exterior, recta secante y recta tangente.

[SECCIÓN 3] **1.1.1 La recta exterior a una circunferencia**

Como su nombre lo indica, la recta exterior es aquella cuyos puntos son externos a la circunferencia, es decir que la recta exterior y la circunferencia no contienen puntos en común.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG03 |
| **Descripción** | Circunferencia y una recta exterior |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *a* es exterior a la circunferencia *c*. |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 La recta tangente a una circunferencia**

La recta que toca un solo punto sobre la circunferencia se denomina **recta tangente a la circunferencia**. Una misma circunferencia tiene infinitas rectas tangentes a esta, una por cada punto sobre la circunferencia. Observa el siguiente gráfico de una recta tangente a una circunferencia:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG04 |
| **Descripción** | Circunferencia y una recta tangente. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\2.JPG |
| **Pie de imagen** | La recta *b* es tangente a la circunferencia *c* en el punto *H*. |

El punto de intersección de la recta y la circunferencia se denomina **punto de tangencia.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Relación entre la recta tangente y la circunferencia** |
| Contenido | La recta tangente y el radio de la circunferencia que pasa por el punto sobre el cual la recta es tangente son perpendiculares. |

En otras palabras, el punto donde la **recta es tangente** a la circunferencia se puede determinar a través del **radio** de la circunferencia, debido a que el segmento que determina el radio forma un ángulo recto con la recta tangente en el punto de tangencia; esta relación se presenta en la siguiente imagen.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG05 |
| **Descripción** | Circunferencia, recta tangente y radio al punto tangente |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *p* es tangente a la circunferencia *c* en el punto *Z*; el radio *AZ* es perpendicular a la recta tangente *p*. |

Es decir, esta relación permite determinar si una recta es tangente a una circunferencia, verificando si el ángulo que forma el radio y la recta tangente en el punto de intersección es de 90°.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG06 |
| **Descripción** | Dos rectas con un punto en común son tangentes a una circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\16.jpg |
| **Pie de imagen** | **Propiedad de las rectas tangentes y un punto exterior:** dado un punto exterior *D* a la circunferencia con centro *A* y dos rectas *l* y *m*tangentes a la circunferencia, cuyos puntos de tangencia son *B* y *C* respectivamente, se cumple que los ∆*DBA* y ∆*DCA* son triángulos rectángulos. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Nota histórica** |
| Contenido | Euclides (325 a. C., 265 a. C.) propuso las dos siguientes propiedades que definían la recta tangente a una circunferencia:   1. La recta solo tiene en común un punto con la circunferencia. 2. Es imposible interponer otra línea entre esa recta y la circunferencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC30 |
| **Título** | Define las propiedades de la recta tangente |
| **Descripción** | Actividad para enunciar el teorema del radio y la tangente de una circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC40 |
| **Título** | Aplica las propiedades de las tangentes |
| **Descripción** | Ejercicios de aplicación de las propiedades de la recta tangente a la circunferencia |

[SECCIÓN 3] **1.1.3 La recta secante**

**Las rectas secantes** son aquellas que tocan a la circunferencia en dos puntos; observa el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG07 |
| **Descripción** | La circunferencia y la recta secante |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La recta *m* es secante a la circunferencia *c*, porque la corta en los puntos *B* y *C*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC160 |
| **Título** | Ángulos entre rectas y secantes |
| **Descripción** | Interactivo que muestra las posiciones relativas de una recta a una circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC170 |
| **Título** | Repasa conceptos sobre tangentes y secantes |
| **Descripción** | Actividad para identificar las propiedades de rectas tangentes y secantes a una circunferencia |

[SECCIÓN 2**] 1.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La circunferencia |
| **Descripción** | Actividad sobre la circunferencia |

[SECCIÓN 1] **2 Los elementos de la circunferencia y sus propiedades**

En las secciones anteriores se presentaron algunos de los elementos de la circunferencia como lo son el centro y el radio. A continuación, se presentan otros elementos, como los segmentos y los ángulos asociados a la circunferencia y los trozos de la circunferencia denominados arcos.

[SECCIÓN 2] **2.1 Las cuerdas de una circunferencia**

**Las** **cuerdas** son segmentos que unen dos puntos distintos de la circunferencia; se denotan con los dos puntos que define el segmento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG08 |
| **Descripción** | Circunferencia, con algunas cuerdas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Los segmentos *FG*, *JK*, *HI*, *LM*. |

Toda **cuerda** está contenida en una recta que es **secante** a la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG09 |
| **Descripción** | Recta secante a la circunferencia que contiene una cuerda que pertenece a la circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\11.JPG |
| **Pie de imagen** | La recta *b* es secante a la circunferencia *c* en los puntos *E* y *D* que forman la cuerda *ED*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El diámetro** |
| Contenido | El diámetro de una circunferencia *d* es la cuerda de mayor tamaño que divide en dos partes iguales a la circunferencia.  El diámetro de la circunferencia siempre pasa por el punto central de esta y su longitud equivale al doble del radio. De esta forma:  *d* = 2*r.* |

La siguiente imagen presenta un ejemplo del diámetro de una circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG010 |
| **Descripción** | Cuerda de mayor dimensión |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\10.JPG |
| **Pie de imagen** | El segmento *ED* es el diámetro de la circunferencia *c* y tiene la propiedad de ser la cuerda de mayor dimensión que se puede construir sobre la circunferencia *c*. |

Para encontrar la medida del **diámetro** el procedimiento que se sigue es hallar la medida del **radio** y multiplicarla por dos, por ejemplo:

El radio de la llanta es 35 cm, luego se multiplica por dos y se encuentra el diámetro; al efectuar la multiplicación, se obtiene que el diámetro es 70 cm.

* Dos cuerdas equidistan del centro de la circunferencia si y solo si las cuerdas tiene la misma medida.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG11 |
| **Descripción** | Dos cuerdas de la circunferencia que equidistan del centro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\12.JPG |
| **Pie de imagen** | *AB* y *A*’*B*’ son cuerdas de la circunferencia *h* que tienen la misma medida, por tanto, los segmentos *FC* y *F´C* son congruentes. |

* **La mediatriz de una cuerda** pasa por el centro de la circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG12 |
| **Descripción** | Mediatriz de una cuerda de una circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La mediatriz *a* de la cuerda *BC* pasa por el punto *A* que es el centro de la circunferencia *c*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC70 |
| **Título** | Cuerdas de la circunferencia |
| **Descripción** | Interactivo que muestra las propiedades de las cuerdas de la circunferencia y aplicaciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC180 |
| **Título** | Cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |
| **Descripción** | Actividad para resolver ejercicios y situaciones problema que involucran cuerdas, tangentes, secantes y ángulos de la circunferencia |

[SECCIÓN 2] **2.2 Los arcos de una circunferencia**

**Los arcos** son las secciones de la circunferencia limitadas por dos puntos distintos que pertenecen a la circunferencia; estos puntos la dividen en dos arcos; el que tiene mayor dimensión se denomina arco mayor y el que tiene menor dimensión, arco menor. Los arcos se denotan con las dos letras que nombran a los dos puntos extremos colocándole un arco pequeño en la parte superior; las letras deben estar en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Observa el siguiente ejemplo gráfico de dos arcos y la forma como se deben nombrar:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG13 |
| **Descripción** | Circunferencia, con su arco mayor y su arco menor |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\5.JPG |
| **Pie de imagen** | En la figura, el arco mayor de la circunferencia se denota como:  <<MA\_09\_05\_07.gif>>  y el arco menor de la circunferencia se denota como:  <<MA\_09\_05\_06.gif>> |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La semicircunferencia** |
| Contenido | Una semicircunferencia es un arco cuyos extremos son los de uno de los diámetros de la circunferencia.  En otras palabras, una semicircunferencia es la mitad de una circunferencia. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC80 |
| **Título** | Reconoce cuerdas, arcos y ángulos centrales |
| **Descripción** | Actividad para identificar en una circunferencia ángulos, arcos y otros elementos de la misma |

[SECCIÓN 2] **2.3 Los ángulos de una circunferencia**

Existen cinco clases de ángulos que se destacan en una circunferencia llamados ángulos centrales, ángulos inscritos, ángulos semiinscritos, ángulos interiores y ángulos exteriores a la circunferencia.

**Ángulos centrales**: son los ángulos cuyo vértice es el centro de la circunferencia, y sus lados son dos radios de la circunferencia, como se muestra en la siguiente figura:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG14 |
| **Descripción** | Circunferencia y un ángulo centrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\6.JPG |
| **Pie de imagen** | ∡*GAF* es un ángulo central de la circunferencia *c*. |

Los **ángulos inscritos** en una circunferencia son todos los ángulos cuyo vértice está sobre la circunferencia y sus lados son cuerdas de la circunferencia; cada ángulo inscrito determina un arco que se denomina **arco intersecado**, y que está limitado por los lados del ángulo y pasa por el vértice; observa el siguiente ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG15 |
| **Descripción** | Circunferencia con un ángulo inscrito |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\7.jpg |
| **Pie de imagen** | ∡*CBD* es un ángulo inscrito en la circunferencia *h* y*,* además,  <<MA\_09\_05\_09.gif>>  es un arco intersecado. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema del ángulo central y el ángulo inscrito** |
| Contenido | El ángulo central subtendido por dos puntos de una circunferencia es el doble que cualquier ángulo inscrito subtendido por esos dos puntos. |

En la figura anterior el ∡*CAD* mide el doble del ∡*CBD*, es decir

m ∡*CAD* = 2 · (m ∡*CBD*)

A partir de este teorema se puede concluir que si un ángulo está inscrito en una semicircunferencia, el ángulo es un ángulo recto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG16 |
| **Descripción** | Circunferencia y un ángulo centrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Debido a que los segmentos *AC* y *CB* forman un ángulo de 180 grados, ∡*ADC* es un ángulo recto. De esta forma  m ∡*BAC* = 2(∡*ADC*) ⟶ 180° = 2 · 90° |

Además de los **ángulos centrales** y los **ángulos inscritos**, también se encuentran los siguientes ángulos que se relacionan con la circunferencia:

**Los ángulos semiinscritos** son los aquellos cuyo vértice es un punto que está sobre la circunferencia, un lado de este ángulo es secantea la circunferencia y el otro es **tangente** a ella.

**Los ángulos interiores** son los ángulos cuyo vértice es un punto que se halla al interior de la circunferencia y sus lados son segmentos o semirrectas **secantes** a la circunferencia.

**Los ángulos exteriores** son ángulos cuyo vértice es un punto que está en el exterior de la circunferencia y sus lados son secantes a ella, o uno tangente y otro secante, o tangentes a ella.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG17 |
| **Descripción** | Ángulo exterior a una circunferencia. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra un ejemplo de ángulo semiinscrito, ángulo interior y ángulo exterior. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC110 |
| **Título** | Ángulos de la circunferencia |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes que muestra la clasificación de los ángulos de la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC120 |
| **Título** | Clasifica ángulos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para clasificar ángulos de la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC130 |
| **Título** | Relaciona cada ángulo con su medida |
| **Descripción** | Actividad que permite conectar cada ángulo relacionado con la circunferencia con su definición o medida |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC140 |
| **Título** | Determina la medida de ángulos en la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para resolver situaciones que involucran ángulos de la circunferencia y sus medidas |

[SECCIÓN 2**] 2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC100 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las cuerdas, los arcos y los ángulos centrales |
| **Descripción** | Actividad sobre las cuerdas, los arcos y los ángulos centrales |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC150 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los ángulos inscritos |
| **Descripción** | Actividad para reforzar los ángulos inscritos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC190 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |
| **Descripción** | Actividad para reforzar lo aprendido sobre cuerdas, tangentes, secantes y ángulos |

En la siguiente sección se desarrollan algunas estrategias para medir o calcular la medida de los elementos de la circunferencia.

[SECCIÓN 1] **3 La circunferencia y su medición**

En esta sección se presentan algunas relaciones entre las medidas de los elementos de la circunferencia y, además, se explican algunas estrategias para calcular estas medidas a partir de otros elementos de la circunferencia.

[SECCIÓN 2] **3.1 La longitud de la circunferencia**

La longitud o perímetro de una circunferencia *L* se calcula mediante la fórmula:

*L* = 2*πr*

donde *r* es el radio de la circunferencia y *π* es el número irracional (pi) que corresponde al número de veces que está el diámetro de la circunferencia en la longitud de la misma. Una aproximación de *π es*

*π ≈ 3,14159…*

Por ejemplo, calcular la distancia que recorre la llanta de una bicicleta que tiene 80 cm de radio, luego de haber dado quince vueltas sobre su eje.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG18 |
| **Descripción** | Rueda de bicicleta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/74146/139684957/stock-photo-bicycle-wheel-isolated-on-white-background-139684957.jpg> |
| **Pie de imagen** | La imagen muestra una rueda de bicicleta de 80 cm de radio. Se debe averiguar la longitud de la circunferencia para determinar la distancia que recorre al dar una vuelta. |

Como se conoce el radio de la rueda de la bicicleta, la longitud de la circunferencia se calcula así:

*L* = 2*πr ⟶ L* = 2*π*(80) ⟶ *L* = 160*π*

Por lo tanto, al dar vuelta la rueda recorre 160*π* cm; si este valor se aproxima en números decimales se obtiene

*L* = 160*π ≈* 160(3,14159) = 502,6544 cm

De esta manera, para averiguar la distancia que recorre en quince vueltas se efectúa la multiplicación:

502,6544 · 15 = 7539,816

Es decir que la rueda luego de quince vueltas, recorre 7539,816 cm aproximadamente.

[SECCIÓN 2] **3.2 La longitud de arco de la circunferencia**

Asimismo, es posible calcular la longitud de cualquier arco de una circunferencia.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La longitud de un arco de circunferencia** |
| Contenido | Para calcular la longitud de una circunferencia se puede aplicar la siguiente fórmula que relaciona el radio, la longitud del arco de la circunferencia y el ángulo central, donde:  *<<MA\_09\_10\_01.gif>>*  donde *L* es la longitud de arco, α es la medida en grados del ángulo central y *r* es la medida del radio de la circunferencia. |

Por ejemplo, calcular la longitud del arco de la circunferencia que se presenta en la imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_05\_IMG19 |
| **Descripción** | Circunferencia con un ángulo central, el radio y la longitud de arco |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | De acuerdo con la imagen se tienen los siguientes datos:  *r* = 3,4 m  *α* = 65,8°  Se debe averiguar el valor de la longitud de arco de la circunferencia *L.* |

Para calcular la longitud de arco de la circunferencia se remplazan los valores en la fórmula y se resuelve, así

<<MA\_09\_10\_08.gif>>

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC60 |
| **Título** | Arcos y ángulos |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes mediante la cual se identifican ángulos y arcos de una circunferencia y su respectiva medida |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC90 |
| **Título** | Calcula medidas aplicando propiedades de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividad para calcular medidas de cuerdas, ángulos o arcos de la circunferencia aplicando conceptos y propiedades estudiados |

[SECCIÓN 2] **3.3 Medidas de segmentos de la circunferencia**

Los segmentos que se relacionan con la circunferencia son: el **radio**, el **diámetro** y las **cuerdas**. A continuación se mostrarán algunos métodos que se pueden utilizar para encontrar las medidas de estos segmentos; cabe recordar que se deben cumplir ciertas condiciones para utilizar cada uno de estos métodos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La medida del radio** |
| Contenido | Para calcular la medida del **radio** de una circunferencia, en esta ocasión se utilizarán dos métodos, cada uno con su fórmula; en la primera fórmula es necesario conocer la longitud de la circunferencia y en la segunda fórmula es indispensable conocer el área de la circunferencia:    <<MA\_09\_10\_02.gif>>  donde *L* es la longitud de la circunferencia y *r* el radio.  <<MA\_09\_10\_03.gif>>  donde *A* es el área de la circunferencia y *r* el radio. |

Observa los siguientes ejemplos:

* La longitud de la circunferencia de una llanta es 220 cm, determinar su radio.

Se aplica la fórmula

<<MA\_09\_10\_04.gif>>

El radio de la circunferencia de la llanta es de 35 cm aproximadamente.

* Se tiene una rueda de la fortuna cuya área es 28 m2, calcular su radio.

Se utiliza la fórmula:

<<MA\_09\_10\_05.gif>>

El radio de la rueda de la fortuna es 9,37 m.

[SECCIÓN 2] **3.4 Relaciones entre las longitudes de las cuerdas**

Las relaciones entre las longitudes de las **cuerdas** se presentan en los siguientes teoremas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema de la intersección de dos cuerdas** |
| Contenido | * Si dos **cuerdas** se intersecan, el producto de las medidas de los segmentos determinados en una **cuerda** es igual al producto de las medidas de los segmentos determinados en la otra **cuerda**. |

Esta relación se puede observar en la siguiente imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG20 |
| **Descripción** | Dos cuerdas intersecadas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 10\imagenes\13.JPG |
| **Pie de imagen** | El producto de las longitudes de *AH* y *HB* es igual al producto de las longitudes de los segmentos *DH* y *HG*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema que relaciona un segmento secante y un segmento tangente a partir de un punto exterior** |
| Contenido | Si se traza un segmento **secante** y otro que sea **tangente** desde un punto exterior a la circunferencia, el cuadrado de la longitud del segmento tangente es igual al producto de la longitud del segmento secante y de su segmento secante externo. |

La relación explica en este teorema se presenta en la siguiente imagen:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG21 |
| **Descripción** | Segmento secante y segmento tangente desde un punto externo a la circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\20.jpg |
| **Pie de imagen** | *CB2* = *CD • CE* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Teorema que relaciona dos segmentos secantes desde un punto exterior** |
| Contenido | Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan dos segmentos que sean secantes, entonces el producto de las medidas de un segmento secante y su segmento secante externo es igual al producto de las medidas del otro segmento secante y su segmento secante externo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_IMG22 |
| **Descripción** | Segmentos secantes desde un punto externo a la circunferencia |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 10\imagenes\21.jpg |
| **Pie de imagen** | En la imagen, el producto de los segmentos *EB* y *EF* es igual al producto de los segmentos *EH* y *EG.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC200 |
| **Título** | Longitudes de segmentos tangentes y segmentos secantes |
| **Descripción** | Interactivo mediante el cual se explica cómo calcular la longitud de segmentos tangentes y secantes a la circunferencia |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC210 |
| **Título** | Calcula longitudes de segmentos tangentes y secantes |
| **Descripción** | Actividad para determinar la medida de segmentos tangentes o secantes a una circunferencia |

[SECCIÓN 2**] 3.5 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC220 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Las medidas de segmentos de la circunferencia |
| **Descripción** | Actividades sobre las medidas de segmentos de la circunferencia |

[SECCIÓN 1] **4 Competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_REC230 |
| **Título** | Competencias: La circunferencia y sus elementos en Cabri |
| **Descripción** | Actividad que permite verificar las propiedades de ángulos, arcos y segmentos asociados a una circunferencia con apoyo del programa Cabri |

[SECCIÓN 1] **Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_CO\_REC240 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema la circunferencia y las relaciones entre sus elementos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_10\_CO\_REC250 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema la circunferencia y las relaciones entre sus elementos |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_09\_10\_CO\_REC260 | |
| **Web 01** | Cálculo de la longitud de la circunferencia | <http://www.bromera.com/tl_files/activitatsdigitals/capicua_6c_PA/C6_u05_62_0_spriteRespNumerica_longitudCircumf.swf> |
| **Web 02** | Los elementos de Euclides. Libro III: teoremas sobre la circunferencia | <http://www.euclides.org/menu/elements_esp/03/proposicioneslibro3.htm> |
| **Web 03** | Arcos y cuerdas de una circunferencia | <http://www.dmae.upct.es/~pepemar/mateprimero/trigonometria/circulo/arcoycuerda.htm> |