|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Cuerpos geométricos |
| **Código de guion** | MA\_09\_11\_CO |
| **Descripción** | La geometría como la ciencia que estudia el espacio, encuentra en los cuerpos geométricos una herramienta para modelar, medir e interpretar el espacio de tres dimensiones. A continuación se presenta una clasificación de los cuerpos geométricos, sus propiedades y relaciones, además de las medidas que permiten desarrollar a profundidad su estudio, así como sus aplicaciones en la cartografía. |

[SECCIÓN 1] **1. Los cuerpos geométricos**

**Los cuerpos geométricos** son sólidos que tienen algunas formas que usualmente se presentan en nuestro entorno; estos sólidos tienen tres dimensiones (alto, largo y ancho), son cerrados y se clasifican en tres grupos que se denominan: cuerpos redondos, poliedros y otros cuerpos geométricos.

[SECCIÓN 2] **1.1 Los cuerpos redondos**

Los **cuerpos redondos** son aquellos cuerpos geométricos en los cuales al menos una de sus caras tiene forma curva; también se conocen con el nombre de sólidos de revolución, debido a que se pueden construir por medio de una figura plana que gira alrededor de un eje determinado. Los cuerpos geométricos más conocidos y usuales son: el cilindro, el cono y la esfera.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC10 |
| **Título** | Los cuerpos de revolución: El cilindro, el cono y la esfera |
| **Descripción** | Interactivo que repasa cómo se generan los cuerpos de revolución y cómo calcular su área total y su volumen |

[SECCIÓN 3] **1.1.1 El cilindro**

El **cilindro** es un cuerpo geométrico delimitado por dos bases circulares que son congruentes y una superficie curva continua cerrada; se genera al girar un rectángulo en torno a cualquiera de sus lados. Los elementos que hacen parte del cilindro son:

* **El eje:** es la recta que pasa por los centros de las dos circunferencias que son caras del cilindro; también se define como el lado en torno al cual gira el rectángulo para producir el cilindro.
* **La base:** son los círculos congruentes y paralelos que se generan en los extremos del cilindro.
* **Las generatrices:** son las rectas perpendiculares a las bases del cilindro que pasan por ambas circunferencias. En otras palabras, es el lado del rectángulo opuesto al eje que genera al cilindro.
* **La altura:** es la distancia que hay entre las dos bases.
* **La superficie lateral:** es la superficie curva que se genera al girar la generatriz.
* **El radio:** es el segmento que une el centro de la base (círculo) con cualquier punto que esté sobre la circunferencia de la base.

La siguiente imagen presenta de forma gráfica los elementos del cilindro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG01 |
| **Descripción** | Rectángulo y cilindro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\1.JPG |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra la generación de un cilindro al rotar un rectángulo en torno a uno de sus lados; asimismo, se presentan algunos de los elemento del cilindro expuestos anteriormente. |

Existen algunas medidas que son fundamentales en la resolución de problemas que involucran al cilindro; estas medidas son el área lateral, el área total y el volumen del cilindro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG02 |
| **Descripción** | Como hacer un cilindro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://img.webme.com/pic/d/dibujotecnicoudo/solido.8.jpg |
| **Pie de imagen** | En la imagen se muestra que el cilindro está formado por los dos círculos de sus bases y un rectángulo que es la superficie lateral del cilindro. |

**El área lateral de un cilindro:** corresponde al área de la superficie lateral, es decir, el área del rectángulo cuyas dimensiones son el perímetro de la circunferencia de la base del cilindro y su altura. El área lateral se calcula mediante la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_01.gif>>*

donde *AL* es el área lateral, *r* es el radio de la base y *h* es la altura del cilindro.

**El área total del cilindro:** se obtiene al adicionar el área de las dos bases y el área lateral; se calcula mediante la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_02.gif>>*

donde *AT* es el área total, *r* es el radio de una de sus bases y *h* la altura del cilindro.

La fórmula del área total se deduce adicionando cada una de las áreas que forma la superficie, así:

*<<MA\_09\_11\_025.gif>>*

Al aplicar factor común se obtiene la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_02.gif>>*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de un cilindro** |
|  | El volumen es la magnitud que representa el espacio que ocupa un cuerpo geométrico; en el caso específico del cilindro se calcula multiplicando el área de la base por la altura, de donde se deduce la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_03.gif>>*  donde *V* es el volumen del cilindro, *r* el radio de la base y *h* la altura del cilindro. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC20 |
| **Título** | Calcula área y volumen del cilindro |
| **Descripción** | Actividades para calcular el área y el volumen de diversos cilindros |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 El cono**

El **cono** es un cuerpo geométrico limitado por una base circular, un punto fuera del círculo que se denomina vértice y una superficie que es curva, continua y cerrada que une la circunferencia de la base con el vértice.

**El cono recto** es una clase de cono que se genera al rotar sobre uno de sus catetos, un triángulo rectángulo; cuando el eje del cono no es perpendicular a la base el cono se denomina **cono oblicuo**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG03 |
| **Descripción** | Clases de cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9e/Circle_cones_01.png/250px-Circle_cones_01.png |
| **Pie de imagen** | En la figura, el cono de la izquierda es recto y el cono de la derecha es oblicuo. |

Los elementos que hacen parte del cono son:

* **La base:** es el círculo que se encuentra en uno de los extremos del cono.
* **El vértice:** es el punto fijo que se halla en el lado opuesto de la base.
* **El eje:** es la recta que pasa por el centro de la base circular y por el vértice del cono.
* **La generatriz:** es el segmento cuyos extremos son el vértice del cono y uno de los puntos de la circunferencia de la base.
* **Altura:** es la distancia del vértice a la base.
* **Radio:** es el segmento que une al centro del círculo de la base con cualquier punto sobre su circunferencia.
* **Superficie lateral:** es la superficie curva que se genera al girar la generatriz.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG04 |
| **Descripción** | Triangulo rectángulo y cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\2.JPG |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta la generación de un cono recto a partir de la rotación de un triángulo rectángulo; además, se muestran los elementos que se relacionan con el cono. |

Existen ciertos procedimientos para determinar algunas de las medidas del cono; estas fórmulas se aplican específicamente en un cono recto, puesto que la longitud de la generatriz no varía; estas medidas son la longitud de la generatriz, el área lateral y el área total del cono. La fórmula del volumen del cono se puede utilizar en cualquier tipo de cono.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG05 |
| **Descripción** | Superficie total de un cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra la superficie lateral del cono. |

**La generatriz de un cono recto:** se calcula por medio de la aplicación el teorema de Pitágoras mediante la fórmula:

<<MA\_09\_11\_04.gif>>

donde *g* es la generatriz del cono, *h* la altura y *r* el radio de la base.

**El área lateral del cono:** es el área de su superficie lateral y se calcula a través de la fórmula:

<<MA\_09\_11\_05.gif>>

donde *AL* es la área lateral, *g* es la longitud de la generatriz del cono y *r* el radio de la base.

**El área total del cono:** resulta de la adición del área de la base y el área lateral; se calcula mediante la fórmula:

<<MA\_09\_11\_06.gif>>

donde *AT* es el área total, *g* es la generatriz y *r* el radio de la base. Esta fórmula se deduce así:

<<MA\_09\_11\_26.gif>>

Las fórmulas anteriores solo se pueden aplicar cuando el cono es recto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del cono** |
|  | El volumen de cualquier cono equivale a la tercera parte del volumen de un cilindro que tiene la misma base y la misma altura; se puede calcular mediante la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_07.gif>>*  donde *V* es el volumen del cono, *h* es su altura y *r* el radio de su base. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC30 |
| **Título** | Determina área y volumen del cono |
| **Descripción** | Actividades para calcular el área y el volumen de diferentes conos |

[SECCIÓN 3] **1.1.3** **La esfera**

**La esfera** es un cuerpo geométrico limitado por una superficie curva, en la cual todos los puntos que la componen están a la misma distancia de un mismo punto denominado centro. La esfera se puede generar haciendo girar una circunferencia sobre uno de sus diámetros. Los elementos que hacen parte de la esfera son:

**El radio:** es el segmento que une al centro de la esfera con cualquier punto de su superficie.

**El diámetro:** es el segmento que une dos puntos de la esfera y que pasa por el centro de la esfera.

**La circunferencia máxima:** es la intersección de la superficie de la esfera con un plano que pasa por el centro de la circunferencia.

**El círculo máximo:** es el círculo que determina la circunferencia máxima.

**Los polos:** son los puntos del diámetro que están sobre la superficie esférica**.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG06 |
| **Descripción** | Circunferencia y esfera |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Una esfera se genera al rotar una semicircunferencia alrededor de uno de sus diámetros. |

El área de la superficie de la esfera es 4 veces el área de su circunferencia máxima y su fórmula es:

*AT* = 4π*r*2

donde *AT* es el área total de la superficie de la esfera y *r* es su radio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de la esfera** |
|  | El volumen de una esfera se calcula mediante la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_09.gif>>*  donde *V* es el volumen y *r* es el radio de la esfera. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG07 |
| **Descripción** | Relación entre la esfera, el cilindro y el cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://elblogdematedeaida.files.wordpress.com/2012/12/arquimedes-cilindro-y-esfera-2.jpg?w=300&h=218 |
| **Pie de imagen** | Arquímedes de Siracusa (287 a. C. – 212 a. C.) demostró la relación entre el volumen del cono, la esfera y el cilindro, estableciendo que si una semiesfera, un cilindro y un cono tienen la misma base y la misma altura, el volumen del cilindro es tres veces el volumen del cono y el volumen de la semiesfera es 2 veces el volumen del cono. |

En las siguientes secciones el trabajo se centra en los cuerpos geométricos denominados **poliedros**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC40 |
| **Título** | Encuentra el área y el volumen de una esfera |
| **Descripción** | Actividades para calcular áreas y volúmenes de diversas esferas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC50 |
| **Título** | Halla el área y el volumen de sólidos de revolución |
| **Descripción** | Actividad para calcular el área o el volumen de sólidos formados con algunos cuerpos de revolución |

[SECCIÓN 2] **1.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC60 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los cuerpos redondos |
| **Descripción** | Actividades sobre los cuerpos redondos |

[SECCIÓN 1] **2.** **Poliedros**

Los **poliedros** son aquellos cuerpos geométricos en los cuales todas sus caras se caracterizan por ser polígonos; sus elementos son:

**Las caras:** son los polígonos que limitan al poliedro.

**Las aristas:** son los segmentos que intersecan las caras del poliedro.

**Los vértices:** son los puntos donde se intersecan las aristas del poliedro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG08 |
| **Descripción** | Poliedro y sus partes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\4.JPG |
| **Pie de imagen** | El cubo es un poliedro; en la imagen se presentan los elementos del poliedro. |

Los poliedros se clasifican en poliedros regulares e irregulares, como se observa a continuación:

* **Poliedros regulares:** son aquellos poliedros donde todas sus caras corresponden al mismo polígono regular; dichos polígonos deben ser congruentes. Solo existen 5 poliedros regulares que se denominan poliedros platónicos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG09 |
| **Descripción** | Sólidos platónicos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/709981/117150046/stock-vector-colorful-set-of-geometric-shapes-platonic-solids-vector-illustration-117150046.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/709981/117150046/stock-vector-colorful-set-of-geometric-shapes-platonic-solids-vector-illustration-117150046.jpg> |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta los poliedros regulares ordenados según el número de lados; estos poliedros son el tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. |

* **Poliedros irregulares:** son aquellos poliedros en los que por lo menos una de sus caras no es congruente con las demás.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG10 |
| **Descripción** | Pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/377611/341290805/stock-photo-giza-egypt-september-tourists-are-walking-near-the-great-pyramid-of-giza-unesco-world-341290805.jpg  <http://image.shutterstock.com/display_pic_with_logo/377611/341290805/stock-photo-giza-egypt-september-tourists-are-walking-near-the-great-pyramid-of-giza-unesco-world-341290805.jpg> |
| **Pie de imagen** | La pirámide cuadrangular es un poliedro irregular cuyas caras son cuatro triángulos y un cuadrilátero. |

Existen otras formas para clasificar a los poliedros; te invitamos a investigar un poco más sobre el tema. En las siguientes secciones el trabajo se centra en las pirámides y los prismas, dos de los polígonos irregulares más conocidos y utilizados en el mundo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC70 |
| **Título** | Los poliedros |
| **Descripción** | Interactivo que contiene el concepto de poliedro, la clasificación, y explica cómo calcular el área de prismas y de pirámides |

[SECCIÓN 2] **2.1 El prisma**

El **prisma** es un poliedro determinado por dos de sus caras poligonales paralelas y congruentes que reciben el nombre de bases; las otras caras son paralelogramos congruentes entre sí. Las partes del prisma son:

**Las bases:** son las caras paralelas y congruentes entre sí.

**La altura:** es la distancia entre las dos bases.

**Las caras laterales:** son las caras en forma de paralelogramo que se encuentran entre las dos bases.

**Aristas laterales:** son los segmentos donde se unen las caras laterales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG11 |
| **Descripción** | Prisma |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 11\imagenes guion 11\5.JPG |
| **Pie de imagen** | La figura muestra los elementos de un prisma. |

**Los prismas se clasifican según la forma de sus bases** en prismas triangulares, cuadrangulares, rectangulares, pentagonales, hexagonales, heptagonales, entre otros.

Otra clasificación de los prismas se realiza mediante el ángulo de inclinación de sus caras laterales respecto a las bases.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG11 |
| **Descripción** | Prisma recto y prisma oblicuo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En un **prisma recto** sus caras laterales son perpendiculares a sus bases. Cuando las caras laterales no son perpendiculares a las bases, el prisma se denomina **prisma oblicuo** |

Algunas clases especiales de prismas son:

**El cubo:** es el único prisma regular.

**El paralelepípedo:** sus bases son paralelogramos; el prisma rectangular es un tipo especial de paralelepípedo en el que sus aristas forman ángulos de 90°.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El área lateral y el volumen de un prisma** |
|  | **El área lateral** se obtiene de la adición de las áreas de los paralelogramos que corresponden a las caras laterales. En los prismas rectos se calcula mediante la fórmula:  *AL* = *PBh*  donde *AL* es el área lateral del prisma, *PB* es el perímetro de la base y *h* es la altura del prisma.  **El área total** es la adición del área de las bases y del área lateral del prisma, y se calcula mediante la fórmula:  *AT* = *AL* + 2*AB*  donde *AT* es el área total del prisma y *AB* es el área de las bases. |

Es importante resaltar que la expresión para calcular el área de la base varía de acuerdo con la forma de la base del prisma.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de un prisma** |
|  | Para determinar el volumen de un prisma se multiplica el área de la base por la altura del prisma, así:  *V* = *AB · h*  donde *V* es el volumen del prisma, *AB* es el área de la base y *h* es la altura del prisma. |

[SECCIÓN 2] **2.2 La pirámide**

Las **pirámides** son poliedros limitados por un polígono que se denomina base; las demás caras se llaman caras laterales y son triángulos que tienen un vértice en común. Algunos elementos de la pirámide son los siguientes:

* **El vértice o ápice**: es el punto exterior a la base donde se unen todas las caras laterales.
* **La altura:** es el segmento perpendicular a la base que une la base de la pirámide con el ápice.
* **La base:** es el polígono opuesto al vértice de la pirámide.
* **Las aristas de la base:** son los segmentos que forman el polígono de la base.
* **Las aristas laterales:** son los segmentos que forman las caras laterales de la pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG13 |
| **Descripción** | Pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | E:\guion 11\imagenes guion 11\7.jpg |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta los elementos de una pirámide. |

Las pirámides se clasifican según la forma de su base en pirámide triangular, cuadrada, pentagonal, hexagonal, entre otras; también se clasifican en pirámides rectas u oblicuas, así:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG13 |
| **Descripción** | Pirámide recta y pirámide oblicua |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://www.universoformulas.com/imagenes/matematicas/geometria/tipos-piramide-rectangular.jpg |
| **Pie de imagen** | Las caras laterales de una **pirámide recta** son triángulos isósceles; si alguna de las caras de la pirámide es un triángulo escaleno, la pirámide se clasifica como **oblicua**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El área lateral y el área total de la pirámide** |
|  | **El área lateral** es la adición de las áreas de las caras laterales de la pirámide. El área lateral de una pirámide de base regular recta se calcula por medio de la fórmula:  *AL* = *nA*  donde *n* es el número de lados de la base y *A* es el área de cada una de las caras laterales.  **El área total** de la pirámide es la adición del área lateral de la pirámide con el área de la base. De esta forma:  *AT* = *AB* + *AL*  donde *AT* es el área total, *AB* es el área de la base y *AL* es el área lateral de la pirámide. |

Una pirámide también se clasifica en cóncava o convexa según sea la clasificación del polígono de su base, de esta manera, si la base es un polígono convexo, la pirámide es **convexa** y si el polígono de la base es cóncavo, la pirámide es **cóncava**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de la pirámide** |
|  | **El volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base y la misma altura; a partir de esta afirmación se obtiene la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_17.gif>>* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC80 |
| **Título** | Calcula área y volumen de poliedros |
| **Descripción** | Actividad para calcular el área y el volumen de prismas y de pirámides |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC90 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los poliedros |
| **Descripción** | Actividades sobre los poliedros |

[SECCIÓN 1] **3. Otros cuerpos geométricos**

Los **otros cuerpos geométricos** son aquellos que se generan al cortar cuerpos redondos o poliedros con un plano; dicho plano de corte deberá cumplir ciertas condiciones según el cuerpo geométrico que se quiera generar, como por ejemplo el tronco de cono o el tronco de pirámide.

Estos dos nuevos cuerpos geométricos serán desarrollados en la siguiente sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC100 |
| **Título** | Otros cuerpos geométricos |
| **Descripción** | Interactivo que presenta otros cuerpos geométricos y cómo calcular áreas y volúmenes |

[SECCIÓN 2] **3.1 El tronco de cono**

El **tronco de cono** es un cuerpo geométrico que resulta de realizar un corte a un cono con un plano paralelo a la base; el cuerpo limitado por la base del cono y el plano paralelo a esta se denomina tronco de cono.

El tronco de cono se clasifica en tronco de cono recto y tronco de cono oblicuo. El tronco de cono recto es aquel que se puede generar rotando un trapecio rectangular utilizando como eje de rotación el diámetro del cono que es perpendicular a las bases del trapecio; en otro caso, el tronco del cono es oblicuo.

Debido a que el tronco forma parte de un cono, casi todos sus elementos coinciden, excepto que el tronco de cono no tiene vértice, sino que posee una base mayor y una base menor; asimismo, el radio de la base mayor se representa como *R* y el de la base menor como *r*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG15 |
| **Descripción** | Trapecio y tronco de cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\6.JPG |
| **Pie de imagen** | La figura presenta un tronco de cono recto y sus elementos. |

Para calcular **el área lateral del tronco de cono** se utiliza la expresión:

*AL* = π·*g*(*R* + *r*)

donde *AL* es el área lateral, *g* es la generatriz, *R* es el radio de la base mayor y *r* el radio de la base menor del tronco de cono.

**El área total del tronco de cono** se calcula a través de la fórmula:

*AT* = π·[*g*(*R* + *r*) + *R*2 + *r*2]

donde *AT* es el área total, *g* es la longitud de la generatriz, *R* es el radio de la base mayor y *r* es el radio de la base menor.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del tronco de cono** |
|  | **El volumen de un tronco de cono** se calcula mediante la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_21.gif>>*  donde *V* es el volumen del tronco de cono, *g* la medida de su generatriz, *R* y *r* los radios de las bases mayor y menor, respectivamente. |

[SECCIÓN 2] **3.2 El tronco de pirámide**

El **tronco de pirámide** es la sección de la pirámide limitada por la base de la pirámide y un plano paralelo a esta.

Los elementos que hacen parte de la pirámide son:

* **La base menor:** es el polígono que se genera al realizar el corte con el plano.
* **La base mayor:** es la base de la pirámide original.
* **La apotema lateral:** es la altura de las caras laterales del tronco de pirámide.
* **La altura:** es la distancia entre las dos bases del troco de pirámide.
* **Las caras laterales:** son los trapecios comprendidos entre la base mayor y la base menor del tronco de pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG17 |
| **Descripción** | Tronco de pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\8.JPG |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta un tronco de pirámide pentagonal recta y algunos de sus elementos. |

**El área lateral del tronco de pirámide** se calcula con la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_22.gif>>*

donde *AL* es el área lateral del tronco de cono, *PM* es el perímetro de la base mayor, *Pm* es el perímetro de la base menor y *a* es la apotema del tronco de la pirámide.

**El área total del tronco de pirámide** es la adición del área lateral con las áreas de las bases mayor y menor, por lo tanto, se calcula mediante la expresión:

*<<MA\_09\_11\_23.gif>>*

donde *AT* es el área total del tronco de pirámide, *PM* es el perímetro de la base mayor, *Pm* es el perímetro de la base menor, *a* es la apotema, *AM* es el área de la base mayor y *Am* es el área de la base menor del tronco de pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del tronco de pirámide** |
|  | El volumen del tronco de pirámide es la medida del espacio que ocupa este cuerpo y se calcula con la expresión:  *<<MA\_09\_11\_24.gif>>* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC110 |
| **Título** | Calcula área y volumen de otros cuerpos geométricos |
| **Descripción** | Actividad para calcular áreas y volúmenes de cuerpos geométricos conocidos como tronco de cono o tronco de pirámide |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC120 |
| **Título** | Relaciona cada sólido con su área y su volumen |
| **Descripción** | Actividad para calcular áreas y volúmenes de sólidos geométricos |

En la siguiente sección el trabajo girará alrededor de una ciencia que utiliza la idea de los cuerpos geométricos para construir mapas, conocida como **cartografía.**

[SECCIÓN 2] **3.3 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC130 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Otros cuerpos geométricos |
| **Descripción** | Actividades sobre otros cuerpos geométricos |

[SECCIÓN 1] **4. La cartografía**

La **cartografía** es la ciencia encargada del estudio y el trazado de los mapas que representan a la Tierra o parte de ella; para hacerlo utiliza diferentes técnicas que permiten pasar de una representación real con tres dimensiones, a una representación bidimensional. Recuerda que la Tierra es redonda y se quiere llevar a una representación plana llamada mapa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG18 |
| **Descripción** | Mapa del mundo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Antique Map of the World,  Antique map by Ortelius, circa 1570  <http://image.shutterstock.com/display_pic_with_logo/82956/82956,1314341677,23/stock-photo-antique-map-of-the-world-antique-map-by-ortelius-circa-83735404.jpg> |
| **Pie de imagen** | Mapa antiguo del mundo creado por Abraham Ortelius, alrededor del año 1570. |

¿Cómo se puede pasar de una representación de forma esférica como la de la Tierra, a una figura plana como son los mapas? Para poder responder es necesario definir las **proyecciones cartográficas**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza (recurso de exposición)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC140 |
| **Título** | Los sólidos para representar cartográficamente la Tierra |
| **Descripción** | Secuencia de imágenes para mostrar la representación cartográfica de la Tierra |

[SECCIÓN 2] **4.1 Las proyecciones cartográficas**

Las **proyecciones cartográficas** se definen como las técnicas que permiten representar la superficie esférica de la Tierra, o parte de ella, en un plano conocido como mapa, es decir, convertir las coordenadas geográficas (latitud y longitud) en coordenadas del plano cartesiano de la forma (*x, y*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Las coordenadas geográficas** |
|  | **Las coordenadas geográficas** son el sistema que permite a través de un conjunto de líneas imaginarias, ubicar cualquier punto en la superficie terrestre; estos conjuntos de líneas corresponden a los **paralelos** y los **meridianos.** |

**Línea del ecuador:** es una línea imaginaria que divide a la Tierra en dos hemisferios, se encuentra a la misma distancia del polo sur y del polo norte y, adicionalmente, es una circunferencia máxima de la esfera terrestre.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los paralelos y los meridianos** |
|  | **Los paralelos:** son todas las circunferencias paralelas a la **línea del ecuador**; estas circunferencias se encuentran dibujadas una tras otra a intervalos de 10° de distancia. En total hay 180 paralelos, 90 de ellos situados en la parte superior de la línea del ecuador hasta el polo norte, y los otros 90 están por debajo de la línea del ecuador hasta el polo sur. **La latitud** se define como la distancia que existe entre cualquier paralelo a la línea del ecuador, medida que está dada en grados.  **Los meridianos:** son los círculos máximos que pasan por los dos polos. El meridiano de origen es el **meridiano de Greenwich,** el cual divide a la Tierra en dos hemisferios, el hemisferio occidental y el hemisferio oriental. En total se tienen 360 meridianos, 180 están en el hemisferio occidental y los otros 180 en el hemisferio oriental; cada meridiano está a una distancia de 10°. La **longitud** se define como la distancia de cualquier meridiano al meridiano de Greenwich, medida que está dada en grados. |

Cualquier lugar de la superficie de la Tierra puede ser ubicado en la intersección de un paralelo (latitud) y un meridiano (longitud).

Cabe aclarar que dichas proyecciones no son perfectas, ya que distorsionan la realidad de alguna manera, pues recuerda que se está pasando de tercera dimensión a dos dimensiones. A lo largo de la historia muchos matemáticos y cartógrafos han creado sus propias proyecciones de la Tierra; a continuación, se muestran algunos ejemplos de proyecciones cartográficas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG19 |
| **Descripción** | Proyecciones cartográficas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las líneas fundamentales de las coordenadas geográficas. |

Las proyecciones cartográficas se pueden clasificar en tres grupos: proyecciones cilíndricas, proyecciones cónicas y proyecciones acimutales, las cuales se desarrollan a continuación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC150 |
| **Título** | Identifica los tipos de proyecciones cartográficas |
| **Descripción** | Actividad para identificar proyecciones cilíndricas, cónicas y acimutales |

[SECCIÓN 3] **4.1.1 Las proyecciones cilíndricas**

Una **proyección cilíndrica** es un sistema de representación que permite establecer una relación ordenada entre los puntos de una superficie esférica (superficie curva de la Tierra) y los puntos de un plano.

Para desarrollar una proyección cilíndrica se debe circunscribir un cilindro en la esfera terrestre de forma que la cara lateral del cilindro se interseque con la línea del ecuador; posteriormente, es necesario proyectar todos los puntos de la superficie de la esfera por la parte interna de la cara lateral del cilindro, a partir del centro de la esfera. Luego de esto, es indispensable extender la cara lateral del cilindro para formar un plano y observar la proyección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG20 |
| **Descripción** | Esquema proyección cilíndrica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Projection_cylindrique.jpghttp://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/875032/144896830/stock-vector-planet-earth-over-sky-background-vector-illustration-144896830.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Projection_cylindrique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Ejemplo de una proyección cilíndrica de la Tierra. |

Las proyecciones cilíndricas tienen las siguientes características:

* El resultado es un mapa de forma rectangular que representa todo el mundo.
* Sus meridianos y paralelos son líneas rectas que se cortan entre sí.
* Todas las proyecciones cilíndricas son similares, solo se diferencian por el espacio que se establece o la escala.
* Son utilizadas en el mapamundi.
* Los meridianos se deforman en altas latitudes debido a la curvatura de la esfera que representa el globo terráqueo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG21 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección cilíndrica de la tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/78065/129602879/stock-photo-original-old-hand-coloured-map-of-the-world-on-mercators-projection-circa-the-countries-are-129602879.jpg |
| **Pie de imagen** | Mapa del mundo creado por una proyección cilíndrica. |

[SECCIÓN 3] **4.1.2 Las proyecciones cónicas**

Una **proyección cónica** es un sistema de representación gráfico que permite relacionar de manera ordenada los puntos de la superficie de una esfera con los puntos de un plano mediante un cono que tiene su vértice fuera de la esfera que representa la Tierra y cuya cara lateral es tangente a la esfera terrestre. Para obtener la proyección cónica se proyectan los puntos de la superficie de la esfera sobre la cara lateral del cono a partir del centro de la esfera y se extiende la cara lateral del cono para formar un plano y observar la proyección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG22 |
| **Descripción** | Esquema proyección cónica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Projection_conique.jpghttp://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/875032/144896830/stock-vector-planet-earth-over-sky-background-vector-illustration-144896830.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Projection_conique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Esquema de una proyección cónica. |

Las características de las proyecciones cónicas cartográficas son:

* El resultado es un mapa en forma de semicircunferencia que representa una parte de la Tierra.
* Para representar toda la Tierra es imprescindible realizar dos proyecciones cónicas, una para el hemisferio sur y otra para el hemisferio norte.
* Las proyecciones cónicas son utilizadas para la construcción de los mapas topográficos, cartas de navegación, cartas aeronáuticas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG23 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección cónica desde el hemisferio norte de la Tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231105197,2/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-using-the-albers-projection-showing-a-map-grid-and-22768246.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231105197,2/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-using-the-albers-projection-showing-a-map-grid-and-22768246.jpg> |
| **Pie de imagen** | Mapa del hemisferio norte de la Tierra creado con una proyección cónica. |

[SECCIÓN 3] **4.1.3 Las proyecciones acimutales**

Una **proyección acimutal** es un sistema de representación que relaciona los puntos de la superficie de una esfera con los puntos de un plano, proyectándolos desde el centro de la esfera sobre un plano tangente que interseca la esfera en uno de los polos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG24 |
| **Descripción** | Esquema proyección acimutal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Projection_azimutale_gnomonique.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5d/Projection_azimutale_gnomonique.jpg/280px-Projection_azimutale_gnomonique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Ubicar un plano tangente a la esfera ejemplificando el esquema de la proyección acimutal. |

Las características de las proyecciones acimutales son:

* Se genera un mapa de forma circular que representa una parte de la Tierra.
* Para representar toda la Tierra es necesario realizar dos proyecciones acimutales, una por cada hemisferio.
* La zona de menos distorsión será la que se encuentra en el medio del plano.
* Los paralelos forman círculos y los meridianos son líneas rectas que se unen en el centro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG25 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección acimutal desde el polo norte de la Tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231106501,3/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-with-a-map-grid-that-uses-a-polar-stereographic-22769116.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231106501,3/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-with-a-map-grid-that-uses-a-polar-stereographic-22769116.jpg> |
| **Pie de imagen** | Mapa del hemisferio norte de la Tierra creado por una proyección acimutal. |

[SECCIÓN 2] **4.2 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC160 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Los sólidos en la cartografía |
| **Descripción** | Actividad para ver aplicaciones de las proyecciones cilíndricas, cónicas y acimutales |

[SECCIÓN 1] **5. competencias**

Pon a prueba tus capacidades y aplica lo aprendido con estos recursos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica (recurso de ejercitación)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC170 |
| **Título** | Competencias: Resuelve problemas de áreas y volúmenes de sólidos geométricos |
| **Descripción** | Actividad para averiguar datos como el área y el volumen de ciertos cuerpos geométricos |

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC180 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Mapa conceptual sobre el tema los cuerpos geométricos |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC190 |
| **Título** | Evaluación |
| **Descripción** | Evalúa tus conocimientos sobre el tema los cuerpos geométricos |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_09\_11\_REC210 | |
| **Web 01** | Poliedros con origami | [*http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/construccionpoliedros/origami.html*](http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/construccionpoliedros/origami.html) |
| **Web 02** | *Arquímedes y el volumen de la esfera* | [*https://revistadelprofesor.files.wordpress.com/2012/05/revista-del-profesor-de-matematicas\_ancc83o-1\_nc2b0-1\_pag-25-37.pdf*](https://revistadelprofesor.files.wordpress.com/2012/05/revista-del-profesor-de-matematicas_ancc83o-1_nc2b0-1_pag-25-37.pdf)  *URL* |
| **Web 03** | *Experimento que relaciona el volumen del cono, de la esfera y del cilindro.* | [*https://www.youtube.com/watch?v=0LX2y6h1WpQ*](https://www.youtube.com/watch?v=0LX2y6h1WpQ) |