|  |  |
| --- | --- |
| **Titulo del guion** | Cuerpos geométricos |
| **Código de guion** | MA\_09\_11\_CO |
| **Descripción** | En la geometría existen unas figuras de tres dimensiones, que se denominan cuerpos geométricos, algunos de ellos pueden idealizar objetos de nuestra realizad, mientras que otras solo pueden estar en la imaginación, algunos de ellas han ayudado al desarrollo de la ubicación terrestre, te invitamos a que los conozcas |

**Los cuerpos geométricos** son sólidos que tienen algunas formas que usualmente se presentan en nuestro entorno, estos sólidos tienen tres dimensiones (alto, largo y ancho), son cerrados y se clasifican en tres grupos que se denominan: cuerpos redondos, poliedros y otros cuerpos geométricos.

[SECCIÓN 1] **1 Los cuerpos redondos**

Los **cuerpos redondos** son aquellos cuerpos geométricos en los cuales al menos una de sus caras es de forma curva, también se conocen con el nombre de sólidos en revolución, debido a que se pueden construir por medio de una figura plana que gira alrededor de un eje determinado, los cuerpos geométricos más conocidos usuales son: el cilindro, el cono y la esfera.

[SECCIÓN 2] **1.1 El cilindro**

El **cilindro** es un cuerpo geométrico delimitado por dos bases circulares que son congruentes y una superficie curva continua cerrada, se genera al girar un rectángulo en torno cualquiera de sus lados, los elementos que hacen parte del cilindro son:

* **El eje:** es la recta que pasa por los centros de las dos circunferencias que son caras del cilindro, también se define como el lado en torno al cual gira el rectángulo para producir el cilindro.
* **La base:** son los círculos congruentes y paralelos que se generan en los extremos del cilindro.
* **Las generatrices:** son las rectas perpendiculares a las bases del cilindro que pasa por ambas circunferencias. En otras palabras es el lado del rectángulo opuesto al eje que genera al cilindro.
* **La altura:** es la distancia que hay entre las dos bases.
* **La superficie lateral:** Es la superficie curva que se genera al girar la generatriz.
* **El radio:** es el segmento que une el centro de la base (circulo) con cualquier punto que este sobre la circunferencia de la base.

La siguiente imagen presenta de forma gráfica los elementos del cilindro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG01 |
| **Descripción** | Rectángulo y cilindro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\1.JPG |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra la generación de un cilindro al rotar un rectángulo en torno a uno de sus lados, asimismo se presentan algunos de los elemento del cilindro expuestos anteriormente. |

Existen algunas medidas que son fundamentales en la resolución de problemas que involucran al cilindro, estas medidas son el área lateral, el área total y el volumen del cilindro.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG02 |
| **Descripción** | Como hacer un cilindro |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://img.webme.com/pic/d/dibujotecnicoudo/solido.8.jpg |
| **Pie de imagen** | En la imagen se muestra que el cilindro está formado por los dos círculos de sus bases y un rectángulo que es la superficie lateral del cilindro. |

**El área lateral de un cilindro:** corresponde al área de la superficie lateral, es decir, el área del rectángulo cuyas dimensiones son el perímetro de la circunferencia de la base del cilindro y su altura. El área lateral se calcula mediante la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_01.gif>>*

Donde *AL* es el área lateral, *r* es el radio de la base y *h* es la altura del cilindro.

**El área total del cilindro:** es la suma del área de las dos bases y del área lateral, se calcula mediante la fórmula:

*<<MA\_09\_11\_02.gif>>*

Donde *AT* es el área total, *r* es el radio de una de sus bases y *h* la altura del cilindro.

La fórmula del área total se deduce sumando cada una de las áreas que forma la superficie, así:

*<<MA\_09\_11\_025.gif>>*

Al aplicar factor común se obtiene la fórmula

*<<MA\_09\_11\_02.gif>>*

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de un cilindro:** |
|  | El volumen es la magnitud que representa el espacio que ocupa un cuerpo geométrico, en el caso específico del cilindro se calcula multiplicando el área de la base por la altura, de donde se deduce la fórmula:  *<<MA\_09\_11\_03.gif>>*  Donde *V* es el volumen del cilindro, *r* el radio de la base y *h* la altura del cilindro. |

[SECCIÓN 2] **1.2 El cono**

El **cono** es un cuerpo geométrico limitado por una base circular, un punto fuera del circulo que se denomina vértice y una superficie que es curva, continua y cerrada que une la circunferencia de la base con el vértice.

**El cono recto** es una clase de cono que se genera al rotar sobre uno de sus catetos un triángulo rectángulo, cuando el eje del cono no es perpendicular a la base el cono se denomina **cono oblicuo**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG03 |
| **Descripción** | Clases de cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9e/Circle_cones_01.png/250px-Circle_cones_01.png |
| **Pie de imagen** | En la figura, el cono de la izquierda es recto y el cono de la derecha es oblicuo. |

Los elementos que hacen parte del cono son

* **La base:** es el círculo que se encuentra en uno de los extremos del cono.
* **El vértice:** Es el punto fijo que se encuentra en el lado opuesto de la base.
* **El eje:** es la recta que pasa por el centro de la base circular y por el vértice del cono.
* **La generatriz:** es el segmento cuyos extremos son el vértice del cono y uno de los puntos de la circunferencia de la base.
* **Altura:** es la distancia del vértice a la base.
* **Radio:** es el segmento que une al centro del círculo de la base con cualquier punto sobre su circunferencia.
* **Superficie lateral:** es la superficie curva que se genera al girar la generatriz.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG04 |
| **Descripción** | Triangulo rectángulo y cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\2.JPG |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta la generación de un cono recto a partir de la rotación de un triángulo rectángulo, además se muestra gráficamente los elementos que se relacionan con el cono. |

Existen algunos procedimientos para determinar algunas de las medidas del cono, esta formulas se aplican específicamente en un cono recto puesto que la longitud de la generatriz no varía, estas medidas son la longitud de la generatriz, el área lateral y el área total del cono. La fórmula del volumen del cono se puede utilizar en cualquier tipo de cono.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG05 |
| **Descripción** | Superficie total de un cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la figura se muestra la superficie lateral del cono. |

**La generatriz de un cono recto:** se calcula mediante la aplicación el teorema de Pitágoras mediante la fórmula

<<MA\_09\_11\_04.gif>>

Donde *g* es la generatriz del cono, *h* la altura y *r* el radio de la base.

**El área lateral del cono:** es el área de su superficie lateral, se calcula mediante la fórmula

<<MA\_09\_11\_05.gif>>

Donde *AL* es la área lateral, *g* es la longitud de la generatriz del cono y *r* el radio de la base.

**El área total del cono:** es la suma del área de la base y el área lateral, se calcula mediante la fórmula

<<MA\_09\_11\_06.gif>>

Donde *AT* es el área total, *g* es la generatriz y *r* el radio de la base. Esta fórmula se deduce así,

<<MA\_09\_11\_26.gif>>

Las formulas anteriores solo se pueden aplicar cuando el cono es recto.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del cono** |
|  | El volumen de cualquier cono equivale a la tercera parte del volumen de un cilindro que tiene la misma base y la misma altura, se puede calcular mediante la fórmula  *<<MA\_09\_11\_07.gif>>*  Donde *V* es el volumen del cono, *h* es su altura y *r* el radio de su base. |

Como puedes observar la forma del cono es utilizada por el hombre en diversas campos del desarrollo humano y en la vida cotidiana, adicionalmente se presenta en algunas elementos que se encuentran en la naturaleza.

[SECCIÓN 2] **1.3** **La esfera**

**La esfera** es un cuerpo geométrico limitado por una superficie curva, en la cual todos los puntos que la componen están a la misma distancia de un mismo punto que se denomina centro, la esfera se puede generar haciendo girar una circunferencia sobre uno de sus diámetros, los elementos que hacen parte de la esfera son:

**El radio:** es el segmento que une al centro de la esfera con cualquier punto de su superficie.

**El diámetro:** es el segmento que une dos puntos de la esfera y que pasa por el centro de la esfera.

**La circunferencia máxima:** es la intersección de la superficie de la esfera con un plano que pasa por el centro de la circunferencia.

**El circulo máximo:** es el círculo que determina la circunferencia máxima

**Los polos:** son los puntos del diámetro que están sobre la superficie esférica

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG06 |
| **Descripción** | Circunferencia y esfera |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Una esfera se genera la rotar una circunferencia alrededor de uno de sus diámetros. |

El área de la superficie de la esfera es 4 veces el área de su circunferencia máxima, su fórmula es

*AT* = 4π*r*2

Donde *AT* es el área total de la superficie de la esfera y *r* es su radio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de la esfera** |
|  | El volumen de una esfera se calcula mediante la fórmula  *<<MA\_09\_11\_09.gif>>*  Donde *V* es el volumen y *r* es el radio de la esfera |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG07 |
| **Descripción** | Relación entre la esfera, el cilindro y el cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://elblogdematedeaida.files.wordpress.com/2012/12/arquimedes-cilindro-y-esfera-2.jpg?w=300&h=218 |
| **Pie de imagen** | Arquímedes de Siracusa (287 a. d. C – 212 a. d. C) demostró la relación entre el volumen del cono, la esfera y el cilindro, estableciendo que si una semiesfera, un cilindro y un cono tienen la misma base y la misma altura, el volumen del cilindro es tres veces el volumen del cono y el volumen de la semiesfera es 2 veces el volumen del cono. |

En la siguiente secciones el trabajo se centra en los cuerpos geométricos que denominados **poliedros**.

[SECCIÓN 1] **2.** **Poliedros**

Los **poliedros** son aquellos cuerpos geométricos en los cuales todas sus caras se caracterizan por ser polígonos, sus elementos son:

**Las caras:** son los polígonos que limitan al poliedro.

**Las aristas:** son los segmentos que intersecan las caras del poliedro

**Los vértices:** son los puntos donde se intersecan las aristas del poliedro

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG08 |
| **Descripción** | Poliedro y sus partes |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\4.JPG |
| **Pie de imagen** | El cubo es un poliedro, en la imagen se presentan los elementos del poliedro. |

Los poliedros se clasifican en poliedros regulares y poliedros irregulares, como se observa a continuación:

* **Poliedros regulares:** Son aquellos poliedros en los cuales todas sus caras corresponden al mismo polígono regular, dichos polígonos deben ser congruentes, solo existen 5 poliedros regulares que se denominan poliedros platónicos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG09 |
| **Descripción** | Sólidos platónicos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/709981/117150046/stock-vector-colorful-set-of-geometric-shapes-platonic-solids-vector-illustration-117150046.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/709981/117150046/stock-vector-colorful-set-of-geometric-shapes-platonic-solids-vector-illustration-117150046.jpg> |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta los poliedros regulares ordenados según el número de lados, estos poliedros son el tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. |

* **Poliedros irregulares:** son aquellos poliedros en los que por lo menos una de sus caras no es congruente con las demás.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG10 |
| **Descripción** | Pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/377611/341290805/stock-photo-giza-egypt-september-tourists-are-walking-near-the-great-pyramid-of-giza-unesco-world-341290805.jpg  <http://image.shutterstock.com/display_pic_with_logo/377611/341290805/stock-photo-giza-egypt-september-tourists-are-walking-near-the-great-pyramid-of-giza-unesco-world-341290805.jpg> |
| **Pie de imagen** | Pirámide de cuatro lados es un poliedro irregular cuyas caras son cuatro triángulos y un cuadrilátero. |

Existen otras formas para clasificar a los poliedros, te invitamos a investigar un poco más sobre el tema, en las siguientes secciones el trabajo se centra en las pirámides y los prismas, dos de los polígonos irregulares más conocidos y utilizados en el mundo.

[SECCIÓN 2] **2.2 El prisma**

El **prisma** es un poliedro que dos de sus caras paralelas y congruentes, estas dos caras reciben el nombre de bases, las otras caras son paralelogramos congruentes entre sí, las partes del prisma son:

**Las bases:** son las caras paralelas y congruentes entre sí.

**La altura:** es la distancia entre las dos bases.

**Las caras laterales:** son las caras que tienen forma de paralelogramo y que se encuentran entre las dos bases.

**Aristas laterales:** son los segmentos donde se unen las caras laterales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG11 |
| **Descripción** | Prisma |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | F:\guion 11\imagenes guion 11\5.JPG |
| **Pie de imagen** | La figura muestra los elementos de un prisma de forma gráfica. |

**Los prismas se clasifican según la forma de sus bases** en prismas triangulares, cuadrangulares, rectangulares, pentagonales, hexagonales, heptagonales, entre otros.

Otra clasificación de los prismas, se realiza mediante el ángulo de inclinación de sus caras laterales respecto a las bases.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG11 |
| **Descripción** | Prisma recto y prisma oblicuo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En un **prisma recto** sus caras laterales son perpendiculares a sus bases. Cuando las caras laterales no son perpendiculares a las bases, el prisma se denomina **prisma oblicuo** |

Algunas clases especiales de prismas son:

**El cubo:** es el único prisma regular.

**El paralelepípedo:** sus bases son paralelogramos, el prisma rectangular es un tipo especial de paralelepípedo en el que sus aristas forman ángulos de 90°.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El área lateral y el volumen de un prisma** |
|  | **El área lateral** es la suma de las áreas de los paralelogramos que corresponden a las caras laterales. En los prismas rectos se calcula mediante la fórmula:  *AL* = *PBh*  Donde *AL* es el área lateral del prisma, *PB* es el perímetro de la base y *h* es la altura del prisma.  **El área total** es la suma del área de las bases y del área lateral del prisma, se calcula mediante la formula  *AT* = *AL* + 2*AB*  Donde *AT* es el área total del prisma y A*B* es el área de las bases |

Es importante resaltar que la expresión para calcular el área de la base varía de acuerdo con la forma de la base del prisma.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de un prisma** |
|  | Para determinar el volumen de un prisma se multiplica el área de la base por la altura del prisma, así  V = *AB · h*  Donde *V* es el volumen del prisma, *AB* es el área de la base y *h* es la altura del prisma. |

[SECCIÓN 2] **2.2 La pirámide**

Las **pirámides** son poliedros limitados por un polígono que se denomina base, las demás caras se denominan caras laterales y son triángulos que tienen un vértice en común. Algunos elementos de la pirámide se presentan a continuación:

* **El Vértice o ápice**: es el punto exterior a la base donde se unen todos las caras laterales.
* **La altura:** es el segmento perpendicular a la base que une la base de la pirámide con el ápice.
* **La base:** es el polígono opuesto al vértice de la pirámide.
* **Las aristas de la base:** son los segmentos que forman el polígono de la base.
* **Las aristas laterales: s**on los segmentos que forman las caras laterales de la pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG13 |
| **Descripción** | Pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | E:\guion 11\imagenes guion 11\7.jpg |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta los elementos de una pirámide de forma gráfica. |

Las pirámides se clasifican según la forma de su base en pirámide triangular, cuadrada, pentagonal, hexagonal, entre otras, también se clasifican en pirámides rectas u oblicuas, así:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG13 |
| **Descripción** | Pirámide recta y pirámide oblicua |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://www.universoformulas.com/imagenes/matematicas/geometria/tipos-piramide-rectangular.jpg |
| **Pie de imagen** | Las caras laterales de una **pirámide recta** son triángulos isósceles, si alguna de las caras de la pirámide es un triángulo escaleno la pirámide se clasifica como **oblicua**. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El área lateral y el área total de la pirámide** |
|  | **El área lateral** es la suma de las áreas de las caras laterales de la pirámide. El área lateral de una pirámide de base regular recta se calcula mediante la formula  *AL* = *nA*  Donde n es el número de lados de la base y A es el área de cada una de las caras laterales.  **El área total** de la pirámide es la suma del área lateral de la pirámide y del área de la base. De esta forma  *AT* = *AB* + *AL*  Donde *AT* es el área total, *AB* es el área de la base y *AL* es el área lateral de la pirámide. |

Una pirámide también se clasifica en cóncava o convexa según sea la clasificación del polígono de su base, de esta manera, si la base es un polígono convexo, la pirámide es **convexa** y si el polígono de la base es cóncavo, la pirámide es **cóncava**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen de la pirámide** |
|  | **El volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base y la misma altura, a partir de esta afirmación se obtiene la fórmula  *<<MA\_09\_11\_17.gif>>* |

[SECCIÓN 1] **3 Otros cuerpos geométricos**

Los **otros cuerpos geométricos** son aquellos que se generan al cortar cuerpos redondos o poliedros con un plano, dicho plano de corte deberá cumplir ciertas condiciones según el cuerpo geométrico que se quiera generar. Como por ejemplo el tronco de cono o el tronco de pirámide.

Estos dos nuevos cuerpos geométricos serán desarrollados en la siguiente sección.

[SECCIÓN 2] **3.1 El tronco de cono**

El **tronco de cono** es un cuerpo geométrico que se genera cuando se parte un cono en dos partes utilizando un plano paralelo a la base, el cuerpo limitado por la base de cono y el plano paralelo a esta se denomina tronco de cono.

El tronco de cono se clasifica en tronco de cono recto y tronco de cono oblicuo, el tronco de cono recto es aquel que se puede generar rotando un trapecio rectangular utilizando como eje de rotación el diámetro del cono que es perpendicular a las bases del trapecio, en otro caso el tronco del cono es oblicuo.

Debido a que el tronco forma parte de un cono, casi todos sus elementos coinciden, a diferencia que el tronco de cono no tiene vértice, a cambio de este, posee una base mayor y una base menor, asimismo el radio de la base mayor se representa como *R* y el radio de la base menor se representa como *r*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG15 |
| **Descripción** | Trapecio y tronco de cono |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\6.JPG |
| **Pie de imagen** | La figura presenta un tronco de cono recto y sus elementos. |

Para calcular **el área lateral del tronco de cono** se utiliza la expresión

*AL* = π·*g*(*R* + *r*)

Donde *AL* es el área lateral, *g* es la generatriz, *R* el radio de la base mayor y *r* el radio de la base menor del tronco de cono.

**El área total del tronco de cono** se calcula a través de la fórmula

*AT* = π·[*g*(*R* + *r*)+ *R*2 + *r*2]

Donde *AT* es el área total, *g* es la longitud de la generatriz, *R* el radio de la base mayor y *r* es el radio de la base menor.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del tronco de cono** |
|  | **El volumen de un tronco de cono** se calcula mediante la fórmula  *<<MA\_09\_11\_21.gif>>*  Donde *V* es el volumen del tronco de cono, *g* la medida de su generatriz, *R* y *r* los radios de las bases mayor y menor respectivamente. |

[SECCIÓN 2] **3.2 El tronco de pirámide**

El **tronco de pirámide** es la sección de la pirámide que está limitada por la base de la pirámide y un plano paralelo a esta.

Los elementos que hacen parte de la pirámide son:

* **La base menor:** es el polígono que se genera al realizar el corte con el plano.
* **La base mayor:** es la base de la pirámide original.
* **El apotema lateral:** es la altura de las caras laterales del tronco de pirámide.
* **La altura:** es la distancia entre las dos bases del troco de pirámide.
* **Las caras laterales:** son los trapecios comprendidos entre la base mayor y la base menor del tronco de pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG17 |
| **Descripción** | Tronco de pirámide |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | I:\guion 11\imagenes guion 11\8.JPG |
| **Pie de imagen** | La imagen presenta un tronco de pirámide pentagonal recta y algunos de sus elementos de forma gráfica. |

**El área lateral del tronco de pirámide** se calcula mediante la fórmula

*<<MA\_09\_11\_22.gif>>*

Donde *AL* es el área lateral del tronco de cono, *PM* es el perímetro de la base mayor, *Pm* es el perímetro de la base menor y *a* es la apotema del tronco de la pirámide.

El área total del tronco de pirámide es la suma del área lateral y de las áreas de las bases mayor y menor, por lo tanto se calcula mediante la expresión:

*<<MA\_09\_11\_23.gif>>*

Donde *AT* es el área total del tronco de pirámide, *PM* es el perímetro de la base mayor, *Pm* es el perímetro de la base menor y *a* es la apotema, *AM* es el área de la base mayor y *Am* es el área de la base menor del tronco de pirámide.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **El volumen del tronco de pirámide** |
|  | El volumen del tronco de pirámide es la medida del espacio que ocupa este cuerpo, se calcula mediante la expresión  *<<MA\_09\_11\_24.gif>>* |

En la siguiente sección el trabajo girara en torno a una ciencia que utiliza la idea de los cuerpos geométricos para construir mapas, esta ciencia se denomina **cartografía**

[SECCIÓN 1] **4 La cartografía**

La **cartografía** es la ciencia que se encarga del estudio y el trazado de los mapas que representan a la tierra o parte de ella, para ello utiliza diferente técnicas que permiten pasar de una representación real con tres dimensiones a una representación bidimensional, recuerda que la tierra es redonda y se quiere llevar a una representación plana que se denomina mapa.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG18 |
| **Descripción** | Mapa del mundo |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Antique Map of the World,  Antique map by Ortelius, circa 1570  <http://image.shutterstock.com/display_pic_with_logo/82956/82956,1314341677,23/stock-photo-antique-map-of-the-world-antique-map-by-ortelius-circa-83735404.jpg> |
| **Pie de imagen** | Mapa antiguo del mundo creado por Abraham Ortelius alrededor del año 1570 |

¿Cómo se puede pasar de una representación de forma esférica como la tierra a una representación plana como lo son los mapas?, para responder esta pregunta es necesario definir las **proyecciones cartográficas**.

[SECCIÓN 2] **4.1 Las proyecciones cartográficas**

Las **proyecciones cartográficas** se definen como las técnicas que permiten representar la superficie esférica de la tierra o parte de ella en un plano conocido como mapa, es decir convertir las coordenadas geográficas (latitud y longitud) en coordenadas del plano cartesiano de la forma (*x, y*).

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Las coordenadas geográficas** |
|  | **Las coordenadas geográficas** es el sistema que permite a través de un conjunto de líneas imaginarias ubicar cualquier punto en la superficie terrestre, estos conjuntos de líneas corresponden a los **paralelos** y los **meridianos.** |

**Línea del ecuador:** es una línea imaginaria que divide a la tierra en dos hemisferios se encuentra a la misma distancia del polo sur y del polo norte, adicionalmente es una circunferencia máxima de la esfera terrestre.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Los paralelos y los meridianos** |
|  | **Los paralelos:** son todas las circunferencias paralelas a la **línea del ecuador**, estas circunferencias se encuentran dibujadas una tras otra a un intervalo de 10° de distancia, en total hay 180 paralelos, 90 de ellos se encuentran en la parte superior de la línea del ecuador hasta el polo norte, los otros 90 están por debajo de la línea del ecuador hasta el polo sur, **la latitud**  se define como la distancia que existe entre cualquier paralelo a la línea del ecuador, dicha medida está dada en grados  **Los meridianos:** son los círculos máximos que pasan por los dos polos, el meridiano de origen es el **meridiano de Greenwich** el cual divide a la tierra en dos hemisferios, el hemisferio occidental y el hemisferio oriental, en total se encuentran 360 meridianos, 180 están en el hemisferio occidental y los otros 180 en el hemisferio oriental, cada meridiano está a una distancia de 10°, la longitud se define como la distancia de cualquier meridiano al meridiano de Greenwich, dicha medida está dada en grados. |

Cualquier lugar de la superficie de la tierra puede ser ubicado en la intersección de un paralelo (latitud) y un meridiano (longitud).

Cabe aclarar que dichas proyecciones no son perfectas, ya que distorsionan la realidad de alguna manera, recuerda que se está pasando de tercera dimensión a dos dimensiones. A lo largo de la historia muchos matemáticos y cartógrafos han creado sus propias proyecciones de la tierra, a continuación, se mostrarán algunos ejemplos de proyecciones cartográficas:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG19 |
| **Descripción** | Proyecciones cartográficas |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Las líneas fundamentales de las coordenadas geográficas. |

Las proyecciones cartográficas se pueden clasificar en tres grupos; proyecciones cilíndricas, proyecciones cónicas y proyecciones acimutales, las cuales se desarrollan a continuación.

[SECCIÓN 3] **4.1.1 Las proyecciones cilíndricas**

Una **proyección cilíndrica** es un sistema de representación que permite establecer una relación ordenada entre los puntos de una superficie esférica (superficie curva de la tierra) y los puntos de un plano.

Para desarrollar una proyección cilíndrica, se debe circunscribir un cilindro en la esfera terrestre de tal forma que la cara lateral del cilindro se intersecte con la línea del ecuador, posteriormente es necesario proyectar todos puntos de la superficie de la esfera por la parte interna de la cara lateral del cilindro, a partir de centro de la esfera. Luego de esto es necesario extender la cara lateral del cilindro para foirmar un plano y observar la proyección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG20 |
| **Descripción** | Esquema proyección cilíndrica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Projection_cylindrique.jpghttp://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/875032/144896830/stock-vector-planet-earth-over-sky-background-vector-illustration-144896830.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Projection_cylindrique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Ejemplo de una proyección cilíndrica de la tierra. |

Las proyecciones cilíndricas tienen las siguientes características:

* El resultado es un mapa de forma rectangular que representa todo el mundo.
* sus meridianos y sus paralelos son líneas rectas que se cortan entre sí.
* Todas las proyecciones cilíndricas son similares solo se diferencia por el espacio que se establece o la escala.
* Son utilizados en el mapamundi.
* Los meridianos se deforman en altas latitudes debido a la curvatura de la esfera que representa el globo terráqueo

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG21 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección cilíndrica de la tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb7.shutterstock.com/display_pic_with_logo/78065/129602879/stock-photo-original-old-hand-coloured-map-of-the-world-on-mercators-projection-circa-the-countries-are-129602879.jpg |
| **Pie de imagen** | Mapa del mundo creado por una proyección cilíndrica. |

[SECCIÓN 3] **4.1.2 Las proyecciones cónicas**

Una proyección cónica es un sistema de representación gráfico que permite relacionar de forma ordenada los puntos de la superficie de una esfera con los puntos de un plano mediante un cono que tiene su vértice fuera de la esfera que representa la tierra y cuya cara lateral es tangente a la esfera terrestre. Para obtener la proyección cónica se proyectan los puntos de la superficie de la esfera sobre la cara lateral del cono a partir del centro de la esfera y se extiende la cara lateral del cono para formar un plano y observar la proyección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG22 |
| **Descripción** | Esquema proyección cónica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Projection_conique.jpghttp://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/875032/144896830/stock-vector-planet-earth-over-sky-background-vector-illustration-144896830.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Projection_conique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Esquema de una proyección cónica. |

Las características de las proyecciones cónicas cartográficas son

* El resultado es un mapa en forma de semicircunferencia que representa una parte de la tierra.
* Para representar toda la tierra es necesario realizar dos proyecciones cónicas, una para el hemisferio sur y otra para el hemisferio norte.
* Las proyecciones cónicas son utilizadas para la construcción de los mapas topográficos, cartas de navegación, cartas aeronáuticas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG23 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección cónica desde el hemisferio norte de la tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231105197,2/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-using-the-albers-projection-showing-a-map-grid-and-22768246.jpg  <http://thumb9.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231105197,2/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-using-the-albers-projection-showing-a-map-grid-and-22768246.jpg> |
| **Pie de imagen** | Mapa del hemisferio norte de la tierra creado por una proyección cónica |

[SECCIÓN 3] **4.1.3 Las proyecciones acimutales**

Una proyección acimutal es un sistema de representación que relaciona los puntos de la superficie de una esfera con los puntos de un plano proyectándolos a través del centro de la esfera sobre un plano tangente que intersecta la esfera en uno de los polos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG24 |
| **Descripción** | Esquema proyección acimutal |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Projection_azimutale_gnomonique.jpg  <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5d/Projection_azimutale_gnomonique.jpg/280px-Projection_azimutale_gnomonique.jpg> |
| **Pie de imagen** | Ubicar un plano tangente a la esfera ejemplificando el esquema de la proyección acimutal |

Las características de las proyecciones acimutales son:

* Se genera un mapa de forma circular que representa una parte de la tierra.
* Para representar toda la tierra es necesario realizar dos proyecciones acimutales, una por cada hemisferio.
* La zona de menos distorsión será la que se encuentra en el medio del plano.
* Los paralelos forman círculos y los meridianos son líneas rectas que se unen en el centro.

Existen varias variaciones de la proyección acimutal las cuales dependen de donde se ubique el punto base algunas son: la ortográfica, estereográfica, gnomónica, entre otras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Características proyecciones acimutales |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_09\_11\_IMG25 |
| **Descripción** | Resultado de una proyección acimutal desde el polo norte de la tierra |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231106501,3/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-with-a-map-grid-that-uses-a-polar-stereographic-22769116.jpg  <http://thumb101.shutterstock.com/display_pic_with_logo/222136/222136,1231106501,3/stock-vector-a-colored-vector-map-of-the-northern-hemisphere-with-a-map-grid-that-uses-a-polar-stereographic-22769116.jpg> |
| **Pie de imagen** | *Mapa del hemisferio norte de la tierra creado por una proyección acimutal* |

Se mostrado los principales aspectos que tiene la cartografía, haciendo énfasis en las proyecciones, te invitamos a que profundices más en el fascinante mundo de la cartografía.