Guía didáctica Mat 10 tema 4

**Pensamiento numérico**

• Establezco relaciones y diferencias entre distintas notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

**Pensamiento variacional**

• Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.

**Competencias**

• Reconocer las identidades trigonométricas fundamentales.

• Diferenciar los conceptos de identidad y ecuación trigonométrica.

• Utilizar los teoremas del seno y del coseno como estrategia de resolución de problemas en los que se involucren datos de triángulos.

**Estrategia didáctica**

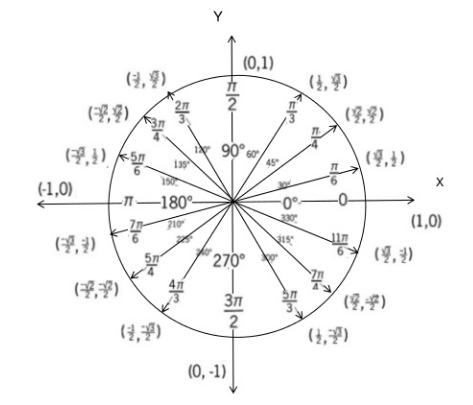
Antes de introducir el tema, cuénteles a los estudiantes que desde la aparición de la trigonometría surgieron fórmulas e identidades para expresar otros ángulos en función de los ángulos conocidos.

Explíqueles cómo conceptos del pensamiento espacial, numérico, métrico y variacional permiten la comprensión de esta temática particular. Coménteles, por ejemplo, que las razones básicas seno *A*, coseno *A* y tangente *A* se definen a partir del planteamiento de razones entre los lados de un triángulo rectángulo y cómo estas son la base para definir las razones inversas, las identidades y realizar algunas demostraciones.

Defínales qué es una identidad trigonométrica y presénteles las identidades fundamentales. Apóyese en el recurso **Las identidades trigonométricas.** Explíqueles la diferencia entre identidad y ecuación haciendo énfasis en que una identidad es una igualdad que contiene varias funciones trigonométricas y que toma un valor verdadero para todos y cada uno de los valores que tome el ángulo, mientras que una ecuación trigonométrica es una comparación de una expresión trigonométrica con un valor determinado y, por tanto, puede ser verdadera para algunos valores y falsa para otros. Sin embargo, para su resolución se aplican las mismas estrategias de una ecuación algebraica.

Es importante el manejo de las identidades fundamentales. Proponga los recursos **Clasifica identidades trigonométricas** y **Comprueba identidades** para apoyar este objetivo. Haga que comprueben ciertas identidades dando valores a la expresión de la izquierda y verificando que el resultado a la derecha es el mismo. Utilice este procedimiento para que los estudiantes noten que una identidad no se resuelve como una ecuación.

Es preciso que los estudiantes recuerden o tengan a la mano el valor de seno, coseno y tangente de ángulos de 30°, 45°, 60° y 90°. Recuérdeles las relaciones que se establecen con el círculo trigonométrico para las medidas precisas de los ángulos.



Asimismo, deben tener claro el valor que toman las funciones trigonométricas de acuerdo con el cuadrante con el que estén relacionadas.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Cuadrante** | **sen** | **cos** | **tan** | **cot** | **sec** | **csc** |
| I | + | + | + | + | + | + |
| II | + | – | – | – | + | + |
| III | – | – | + | + | – | – |
| IV | – | + | – | – | + | – |

Haga un repaso de las igualdades que se dan entre las funciones y a través del cálculo de algunos valores, llévelos a determinar si son identidades de ángulos complementarios o no lo son. Por ejemplo:

–cos (90° – α) = sen α

–cot (90° – α) = tan α

–csc (90° – α) = sec α

Proponga la demostración de algunas identidades para ser discutidas mediante una puesta en común. Acepte las distintas alternativas propuestas siempre y cuando se fundamenten en razonamientos lógicos, con el fin de concluir que no existe un método único en la demostración de las identidades. Utilice estos procedimientos posteriormente en la deducción de las identidades para la adición de ángulos y explíqueles que aunque la demostración se realiza para ángulos entre 0° y 90° es posible realizar la generalización para cualquier ángulo. Pídales desarrollar las actividades del recurso **Demuestra identidades**. No olvide solicitar las justificaciones a los procedimientos.

Haga énfasis en que a partir de las identidades de seno, coseno y tangente, ya sea de la suma o de la diferencia de ángulos, se pueden realizar las demostraciones de las identidades correspondientes a la cotangente, la secante y la cosecante.

En el caso de las identidades para ángulos dobles haga notar que estas se pueden deducir a partir de las identidades para la suma de ángulos expresándolas como sen 2α = sen (α + α); igual sucede para cos 2α y tan 2α. Comente el proceso de deducción de cada fórmula y sugiera el trabajo con los recursos **Practica con identidades de suma y diferencia de ángulos,** y **Practica las identidades para ángulos dobles y medios**.

Para trabajar las ecuaciones trigonométricas es importante que recuerden las funciones inversas y las identidades que se han deducido hasta el momento, pues probablemente se utilizarán en la resolución de ecuaciones. Además, recalque el hecho de que en este caso se trata de encontrar qué valores satisfacen la ecuación dada y que este valor se puede dar como real, empleando el sistema sexagesimal o en radianes.

Por ejemplo, la expresión sen2 *x* = 1 – cos2 *x* es una identidad, ya que se cumple para todo valor que tome el ángulo *x*, mientras que la igualdad sen *x* – 1 = 0 es válida solo para algunos valores de *x*, por ejemplo *x* = π/2, 5π/2, 9π/2, etc., pero no es válida para valores como *x* = 0, *x* = π/3, entre otros.

Es importante aclararles a los estudiantes que mientras una ecuación algebraica como –2*x*3 + *x*2 – 5*x* – 6 = 0, puede tener tres soluciones reales, una ecuación trigonométrica simple como sen *x* = 1/2, tiene infinitas soluciones, ya que por ser una función periódica interseca al eje *X* en infinitos puntos, aunque usualmente por razones prácticas se consideran aquellas en el intervalo (0, 2π). Distribuya los recursos correspondientes al tema de manera que se realicen todos en clase para así resolver o aclarar dudas.

Finalmente, tenga en cuenta los siguientes recursos que apuntan a la descripción dada en los Derechos Básicos de Aprendizaje correspondientes al grado.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE AULAPLANETA** | | |
| **Derechos básicos de aprendizaje grado 10** | **Recurso** | **Descripción** |
| **Derecho 12**.  Comprende y utiliza las leyes del seno y el coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. | La resolución de triángulos no rectángulos | Interactivo que expone a partir de la solución de situaciones problema, la resolución de triángulos no rectángulos. |
| Aplica la ley del seno | Actividad para resolver triángulos oblicuángulos. |
| Practica la ley del coseno | Actividad para resolver situaciones problema que involucran triángulos oblicuángulos. |
| Resuelve triángulos oblicuángulos | Interactivo que propone la aplicación de los teoremas del seno y del coseno para la resolución de triángulos oblicuángulos. |
| Resuelve situaciones problema que involucran triángulos oblicuángulos | Actividades sobre La resolución de triángulos oblicuángulos. |
| Aplica las leyes del seno y del coseno en la resolución de triángulos oblicuángulos | Actividad para analizar diferentes aplicaciones de las identidades trigonométricas. |
| Refuerza tu aprendizaje: La resolución de triángulos no rectángulos | Actividad para resolver triángulos oblicuángulos. |
| **Derecho 15**.  Comprende la definición de las funciones trigonométricas sen (*x*) y cos (*x*), en las cuales *x* puede ser cualquier número real, y calcula a partir del círculo unitario, el valor aproximado  de sen (*x*) y cos (*x*). | Soluciona ecuaciones lineales y en forma factorizada | Actividad para solucionar ecuaciones trigonométricas lineales y factorizadas. |
| Halla la solución de ecuaciones trigonométricas aplicando identidades | Actividad para hallar la solución de ecuaciones trigonométricas con el uso de identidades. |
| Resuelve ecuaciones trigonométricas con funciones inversas | Actividad para hallar la solución de ecuaciones trigonométricas con funciones inversas haciendo uso de la calculadora. |