|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Funciones trigonométricas |
| Código del guion | MA\_10\_04\_CO |
| Descripción | Aprende a utilizar las razones trigonométricas y sus relaciones para todos aquellos ángulos cuya medida sea mayor a 90° o a π/2. |

[SECCIÓN 1] **1 Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente**

Las razones trigonométricas se han definido a partir del triángulo rectángulo por ello su estudio inicial suele limitarse a los ángulos agudos, sin embargo existen múltiples problemas que requieren el uso de la trigonometría donde están presentes ángulos que no son agudos. En consecuencia, se amplía la aplicación de la trigonometría a ángulos de mayor tamaño.

Inicialmente se considera un triángulo rectángulo ubicado en el plano cartesiano, donde los puntos *P(x, y), A(*0*,* 0*)* y *C(x,* 0) son vértices del triángulo, así mismo *AC = x, PC = x* y *PC = y.* Al mismo tiempo la hipotenusa *AP = r*, dado que *r* es el radio de la circunferencia unitaria, su medida es igual a 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Circunferencia unitaria. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Se define circunferencia unitaria o goniométrica a aquella cuya medida del radio es igual a 1 y su ecuación es *x2 + y2 =* 1. |

Se debe resaltar que en la imagen el ángulo θ es un ángulo en posición estándar, donde el punto *P(x, y)* esta en el lado terminal que a su vez pertenece al triangulo *PAC*; en este punto conviene detenerse un momento con el fin de reconocer que el cateto adyacente del ángulo θ es *x* y el cateto opuesto al ángulo θ es *y.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Las razones trigonométricas se definen de la siguiente manera: |

Teniendo en cuenta que la longitud de la hipotenusa es igual a la del radio, también se pueden definir las funciones trigonométricas de la siguiente manera:

Precisa advertir que estas definiciones pueden ser usadas con la medida de un ángulo cualquiera.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Función trigonométrica |
| **Contenido** | Si se considera θ un ángulo en posición estándar, *P(x, y)* un punto sobre el lado terminal diferente al vértice, *r* es el radio o la distancia del origen al punto, entonces se definen las siguientes funciones: |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | El seno y el coseno de un ángulo θ cualquiera coinciden con la ordenada y la abscisa de un punto *P* de la circunferencia de radio igual a la unidad. La tangente de α es el cociente entre el sen θ y cos θ |

Los signos de las funciones trigonométricas de un ángulo varían dependiendo del cuadrante en que se encuentre. Según el cuadrante en el que se encuentre el ángulo, cambia el signo de la ordenada y de la abscisa del punto . Por tanto, también cambia el signo de las funciones trigonométricas del ángulo asociado a dicho punto. Conociendo el signo del sen θ y del cos θ, se puede hallar el valor de la tan θ.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG02 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/#/cuaderno-estudio?UnidadID=644>    Cambiar por |
| **Pie de imagen** | El signo del seno de α se corresponde con el de la ordenada, y el signo del coseno de α, con el de la abscisa. |

Por ejemplo si se quiere determinar el signo del seno de 120°, el coseno de 230° y la tangente de 330°, se procede de la siguiente forma:

1. Se representan los ángulos en la circunferencia unitaria:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG03 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://profesores.aulaplaneta.com/#/cuaderno-estudio?UnidadID=644>  http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package12548/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_10_04_img24_small.jpg  Cambiar por y tg por tan. |
| **Pie de imagen** | La representación de los ángulos en la circunferencia unitaria indica en qué cuadrante se halla cada uno de ellos. |

1. Se observan los signos de la ordenada para 120°, de la abscisa para 230° y de la ordenada y la abscisa para 330°.

* El ángulo de 120° se encuentra en el segundo cuadrante, por tanto el seno es positivo.
* El ángulo de 230° se encuentra en el tercer cuadrante, por tanto el coseno es negativo
* El ángulo de 330° se encuentra en el cuarto cuadrante, por tanto la tangente es negativa.

Si se desea identificar las seis funciones trigonométricas para cada ángulo mostrado a continuación.



Si se desea hallar la funciones trigonométricas del siguiente ángulo es necesario hallar el valor de *r*, para ello se debe usar el Teorema de Pitágoras.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Un ángulo definido en la circunferencia unitaria. |

*a2* + *b2* = *r2*

(-3)2 + (4)2 = *r*2

9 + 16 = *r2*

*√*25 = √*r2*

*r* = 5

Por tanto

De forma similar como se realizó en el anterior caso se pueden identificar las seis funciones trigonométricas para el siguiente ángulo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Ángulo definido en la circunferencia unitaria. |

*a2* + *b2* = *r2*

(1)2 + (-2)2 = *r*2

1 + 4 = *r2*

*√*5 = √*r2*

*r* = √5

Entonces:

Si se tiene sec θ = 7/5 las funciones trigonométricas que corresponden serán:

|  |  |
| --- | --- |
| Se usa el Teorema de Pitágoras para determinar el valor faltante:  *x2* + *y2* = *r2*  (5)2 + *y*2 = 72  *r2* = 49 - 25  √*y2* = √24  *y* = √(4 x 6)  *y =* 2√6 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | En radianes también se puede hallar la medida de un ángulo de la circunferencia unitaria. |

Se define la medida de θ en radianes como:

Donde *s* es la longitud del arco sobre la circunferencia, y *r* es igual al radio.

En el momento que *r* = 1:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Relación entre el arco de la circunferencia y el ángulo. |

Bajo estas condiciones es posible ampliar el campo de estudio de las funciones trigonometricas, por ejemplo la función seno en radianes y el sistema sexagesimal sera:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| θ | 0 | π/6 | π/4 | π/3 | π/2 | 2Π/3 | 3π/4 | 5π/6 | π | 7π/6 | 5π/4 | 4π/3 | 3π/2 | 5π/3 | 7π/4 | 11π/6 | 2π |
| sen θ | 0 | 1/2 | √2/2 | √3/2 | 1 | √3/2 | √2/2 | 1/2 | 0 | -1/2 | -√2/2 | -√3/2 | -1 | -√3/2 | -√2/2 | -1/2 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| θ | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° | 210° | 225° | 240° | 270° | 300° | 315° | 330° | 360° |
| sen θ | 0 | 1/2 | √2/2 | √3/2 | 1 | √3/2 | √2/2 | 1/2 | 0 | -1/2 | -√2/2 | -√3/2 | -1 | -√3/2 | -√2/2 | -1/2 | 0 |







A partir de este momento se definiran las funciones trigonometricas como funciones de números reales, esto lo permite el uso de angulos dados en radianes.

[SECCIÓN 2] **1.1 La función seno**

Se define la función seno con la ecuación *f(x) =* sen *(x)* donde *x* es un número real. El valor de sen *x* corresponderá al seno de un ángulo de *x* radianes, así mismo la gráfica de la función seno está dada por todos los puntos (*x, y)* que satisfacen la ecuación *y* = sen *x* tal como se muestra en la siguiente tabla:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | π/6 | π/4 | π/3 | π/2 | 2Π/3 | 3π/4 | 5π/6 | π | 7π/6 | 5π/4 | 4π/3 | 3π/2 | 5π/3 | 7π/4 | 11π/6 | 2π |
| *Y* | 0 | 1/2 | √2/2 | √3/2 | 1 | √3/2 | √2/2 | 1/2 | 0 | -1/2 | -√2/2 | -√3/2 | -1 | -√3/2 | -√2/2 | -1/2 | 0 |



Dada la anterior tabla se obtiene la siguiente grafica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Colocar lso nombres de los ejes: *X* y *Y* respectivamente. |
| **Pie de imagen** | Gráfica de la función seno. |

Observando la gráfica se pueden señalar las siguientes propiedades:

* Su dominio esta dado para todos los números reales, es decir en el intervalo (-∞, ∞).
* El rango esta dado en el intervalo [-1, 1] para todo valor de *x*.
* Los puntos de intersección de la curva con el eje *x* están en los puntos de coordenadas (0, 0), (π, 0), (2π, 0), …
* El punto de intersección de la curva con el eje *y* es el punto de coordenadas (0, 0).

Asi mismo es posible considerar en la función valores negativos o superiores a 2π como se puede observar en [VER](http://tube.geogebra.org/student/m15858)

A partir la grafica que se muestra en el enlace se puede inferir que:

* El valor máximo que alcanza la función seno es
* El valor mínimo que alcanza la función coseno es
* Sus valores se repiten cada , por tanto se considera su gráfica es periódica, tal como se puede observar en la siguiente figura.

DEJAR ESTO COMO UN RECURSO PROFUNDIZA

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG08 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Colocar el nombre de los ejes *x* y *y =* sen (*x)* |
| **Pie de imagen** | Periodicidad de la función *y =* sen (*x)*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | Función periódica |
| **Contenido** | Una función es periódica cuando su comportamiento se repite en intervalos regulares, es decir *f(x)* es una función periódica si existe un número real *p >* 0 tal que *f(x + p) = f(x),* para todo *x* que pertenezca a lso números reales, Al menor número *p* que tiene la propiedad anterior se llama el período de *f.* |

La definición de función periódica en las funciones trigonométricas se puede ampliar siguiendo el enlace [VER](http://tube.geogebra.org/student/m106334)

[SECCIÓN 2] **1.2 La función coseno**

Se define la función coseno con la ecuación *f(x) =* cos *(x)* donde *x* es un número real. El valor de cos *x* corresponde al coseno de un ángulo de *x* radianes, así mismo la gráfica de la función coseno está dada por todos los puntos(*x, y)* que satisfacen la ecuación: *y =* cos *x.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG09 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar el nombre de los ejes: *y =* cos *x.* y *x.* |
| **Pie de imagen** | Función coseno en el intervalo [0, 2π]. |

Dada la gráfica se pueden deducir las siguientes características:

* El dominio de la función es el conjunto de los números reales, es decir el intervalo (-∞, ∞).
* El rango de la función es el intervalo [1, -1].
* Los puntos de intersección de la curva con el eje *X* tienen coordenadas (π/2, 0), (3π/2, 0).
* El punto de intersección de la curva con el eje *Y* es (0, 1).
* El valor máximo que toma la función coseno es 1.
* E valor mínimo de la función coseno es -1.

Esta función posee un comportamiento similar a la función coseno, dado que esta también es una función periódica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG10 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes. |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función coseno. |

[SECCIÓN 2] **1.3 La función tangente**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

La función tangente no está definida para *x,* la primera coordenada es igual a 0, es decir no está definida para los valores de cos  *x* = 0, los cuales son:

Ubicando sus asíntotas se obtiene la siguiente gráfica:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agrgar los nombres de los ejes y el nombre de la gráfica: *y =* tan (*x*) |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función tangente en el intervalo [0, 2π.] |

Al observar y analizar la gráfica de la función tangente se le pueden atribuir las siguientes características:

* El dominio de la función tangente está definido para todos los valores *x* que pertenezcan al conjunto de los números reales y que sean diferentes de aquellos de la forma:

Donde *n* es un número entero.

* El rango de la función tangente son los números reales.
* Los valores donde se interseca *y* = tan *x*, en el eje *X*, también son conocidos como ceros de la función, ya que son aquellos valores de *x*, que hacen que tan *x =* 0 (*x =* 0 *x* = π*,* x = 2π,…).
* La grafica de la función tangente interseca al eje *Y* en 0.
* La función *y =* tan (*x*) es periódica, con periodo π.
* Se observa que esta función no posee puntos máximos ni mínimos.

SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC10 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Características de la gráfica de la función coseno |
| **Descripción** | Actividad para identificar las propiedades graficas de la función coseno |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC20 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Funciones trigonométricas: coseno, seno y tangente |
| **Descripción** | Recurso para identificar la gráfica de las funciones trigonométricas, seno, coseno y tangente |

**[SECCIÓN 1] 2 Funciones trigonométricas: cotangente, secante y cosecante**

En esta sección se estudiaran las funciones reciprocas a las estudiadas en la sección anterior, señalando dominio, rango, puntos de corte y puntos máximos y mínimos.

[SECCIÓN 2] **2.1 La función cotangente**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

Por tanto, se considera la función cotangente definida con la ecuación  *y* = cot *x*; además esta indeterminada cuando el valor de la segunda coordenada sea 0, es decir no está definida para los valores: sen *x* = 0. Estos valores son:

*x* = π, 2π,…, *nπ.* Donde *n* pertenece a los números enteros.

Construyendo sus asíntotas se puede obtener:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar le nombre de lso ejes e indicar que es la gr´fica de la función: *y =* cot *x* |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función cotangente en el intervalo [0, 2π]. |

Observando la gráfica de la función cotangente, se determinan las siguientes características:

* El dominio de la función cotangente corresponde a:
* El rango de *y =* cot *x* el conjunto de los números reales.
* Existen bastantes valores que intersecan al eje *X*, estos corresponden a los ceros de la función cotangente, ya que permiten que cot *x* = 0.
* La grafica de la función cotangente no interseca al eje *Y.*
* La función *y =* cot *x* es periódica con periodo π.
* La función no posee valores máximos ni mínimos.

[SECCIÓN 2] **2.3 La función secante**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

La función secante definida con la ecuación *y* = sec *x* así mismo no está definida para aquellos valores donde cos *x =* 0, estos valores son:

Estos valores permiten identificar las asíntotas de la gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG13 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes e identificar que la gráfica corresponde a *y* = sec *x.* |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función secante en el intervalo [0, 2π.] |

* El dominio de la función secante corresponde a:
* El rango de *y* = sec *x* es el corresponde a los intervalos (-∞, -1] [1, ∞).
* La grafica de la función secante no interseca al eje *X* en algún punto.
* La grafica de la función secante interseca al eje *Y* en el punto de coordenadas (0, 1).

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG14 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la periodicidad de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes e identificar la gráfica como *y* = sec *x.* |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función secante. |

* La función *y* = sec *x* es periódica con periodo 2π.
* La función no posee valores máximos absolutos, sin embargo posee máximos relativos en los intervalos:

, …

* La función no tiene valores mínimos absolutos, aun así posee mínimos relativos en los intervalos:

…

[SECCIÓN 2] **2.3 La función cosecante**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

La función cosecante se define con la ecuación *y* = csc *x*, teniendo en cuenta que esta indeterminada en aquellos valores donde sen *x* = 0, tales valores son:

*x* = π, 2π,…, *nπ* donde *n* pertenece a los números enteros

Con los cuales es posible construir las asíntotas de la gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG15 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes e identificar la gráfica con la función *y* = csc *x* |
| **Pie de imagen** | Función cosecante en el intervalo [0, 2π.] |

* El dominio de la función cosecante corresponde a:
* El rango de *y* = csc *x* corresponde a los intervalos:
* La grafica de la función secante no interseca al eje *X* en algún punto.
* La grafica de la función secante no interseca al eje *Y*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG16 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la periodicidad de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes e identificar la gráfica con la función *y* = csc *x* |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función cosecante. |

* La función *y* = csc *x* es periódica con periodo 2π.
* La función no posee valores máximos absolutos, sin embargo posee máximos relativos en los intervalos (π, 2π), (3π, 4π)…
* La función no tiene valores mínimos absolutos, aun así posee mínimos relativos en los intervalos (0, π), (2π, 3π).

SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC30 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Funciones trigonométricas, cotangente, secante y cosecante |
| **Descripción** | Actividad para identificar la gráfica de la función correspondiente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC 40 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Uso de la calculadora científica para las funciones reciprocas |
| **Descripción** | Recurso para ampliar el uso de la calculadora científica, con las funciones trigonométricas reciprocas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC50 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Ceros de las funciones tangente y cotangente |
| **Descripción** | Recurso para reconocer otras características de la gráfica de la función tangente y cotangente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC60 |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: Funciones reciprocas |
| **Descripción** | Este recurso permite relacionar cada función con su reciproca asociada |

[SECCIÓN 1] **3Análisis de gráficas**

Las funciones sufren una serie de transformaciones que merecen un especial análisis, como se desarrollará a continuación.

[SECCIÓN 2] **3.1 Traslación de funciones**

[SECCIÓN 3] **3.1.1 Translaciones verticales**

Las gráficas de las funciones de la forma *y = f(x) + C* donde *f(x)* es una función trigonométrica, se obtienen de la gráfica de *y = f(x)* trasladada verticalmente *C* unidades hacia arriba (siendo *C* una constante positiva).

Las gráficas de las funciones de la forma *y = f(x) - C* donde *y = f(x)* es una función trigonométrica, se obtiene de la gráfica de *y = f(x)* trasladada verticalmente unidades hacia abajo.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG17 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el traslado de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes, indicar con color verde que la gráfica en verde corresponde a la función: *y =* sen*x +* 1.  En rojo indicar que la gráfica roja corresponde a *y =* sen*x*.  En morado escribir la función *y =* sen*x –* 1 para indica que corresponde a la gráfica morada. |
| **Pie de imagen** | Traslado vertical de *y =* sen *x* |

SECCIÓN 3] **3.1.2 Traslaciones horizontales**

Las gráficas de las funciones de la forma *y = f(x + D)* donde *f(x)* es una función trigonométrica y *D* una constante positiva, se obtienen de la gráfica de *y = f(x)* trasladada horizontalmente *D* unidades hacia la izquierda.

Las gráficas de las funciones de la forma *y = f(x – D)* donde *f(x)* es una función trigonométrica y *D* una constante positiva, se obtienen de gráfica de *f(x)* trasladada horizontalmente *D* unidades hacia la derecha.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG18 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el traslado de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes y escribir en azul *y =* cos *x* y en rojo |
| **Pie de imagen** | Traslado horizontal de *y =* cos *x* |

[SECCIÓN 2] **3.2 Reflexión de funciones**

Dada la función *y = A f(x)* donde *f(x)* es una función trigonométrica, si *A <* 0, entonces la gráfica de *f(x)* refleja con el eje *X*. ACLARAR y complementar la idea.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG19 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la reflexión de  *y = -2* sen *x* con respecto al eje *X.* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes, escribir las funciones: *y = -2* sen *x* en rojo y *y = 2* sen *x* en negro*.* |
| **Pie de imagen** | La reflexión de la función seno. |

[SECCIÓN 2] **3.3 Compresión y alargamiento de funciones**

Existen dos tipos de compresión y alargamiento de funciones, la compresión y alargamiento vertical, así mismo la compresión y alargamiento horizontal de una función.

SECCIÓN 3] **3.3.1 Compresión y alargamiento vertical de funciones**

Las gráficas de las funciones de la forma *y = B f(x)* donde *f(x)* es una función trigonométrica se obtienen de la gráfica de *y = f(x)* alargada verticalmente por un factor *B* (siendo *B* > 0 una constante).

Las gráficas de las funciones de la forma *y* = 1/*B f(x)* donde *f(x)* es una función trigonométrica se obtienen de la gráfica de *y = f(x)* y se comprime verticalmente por un factor 1/*B*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG20 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el alargamiento y la comprensión vertical de *y =* sen *x* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar los nombres de los ejes y escribir en rojo *y =* sen *x*, y en azul *y =* 3 sen *x,* y en negro *y = 1/3* sen *x* |
| **Pie de imagen** | Compresión y alargamiento vertical de la función *y* =sen *x.* |

SECCIÓN 3] **3.3.2 Compresión y alargamiento horizontal de funciones**

Si │*A*│ > 1, las gráficas de las funciones de la forma *y* = *f(Ax)* donde *f(x)* es una función trigonométrica, se obtiene de la gráfica de *y* = *f(x)* comprimiéndose horizontalmente por un factor *A.*

Las gráficas de las funciones de la forma *y* = *f*[(*x)(1/A)*]donde *f(x)* es una función trigonométrica, se obtiene de la gráfica de *y* = *f(x)* alargándose horizontalmente por un factor *N.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG21 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el alargamiento a la comprensión horizontal de |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Agregar el nombre de los ejes, en negro debe aparecer la función: *y* = sen 1/2*x;*  en rojo la función: *y* = sen *x;* en verde debe aparecer la función: *y* = sen 2*x;* los colores de las gráficas también se deben mantener. |
| **Pie de imagen** | Compresión y alargamiento horizontal de *y* = sen *x.* |

[SECCIÓN 2] **3.4 La amplitud**

La amplitud de la gráfica *y* = *B f(Ax* + *D)* + *C*, es │*B*│. Adviértase que solo tiene amplitud las funciones *y =* sen *x* y *y* = cos *x*, ya que la amplitud también se puede determinar hallando la mitad del valor absoluto de la diferencia entre valor máximo y el valor mínimo que obtiene la función.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_IMG22 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Grafica de la función *y* = 3sen *x* + 1. |

En la gráfica de la función *y* = 3sen *x* + 1 su valor máximo es 4 y su valor mínimo es -2, por tanto:

Es decir que la amplitud es igual a 3.

[SECCIÓN 2] **3.5 Periodo**

El periodo de la gráfica *y* = *B f(Ax* + *D*) + *C* donde *f* es una función trigonométrica es:

Las funciones tangente y cotangente cuyo periodo está determinado por π/*A.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Una función es periódica cuando su comportamiento se repite en intervalos regulares, es decir *f(x)* es una función periódica, si existe un número real *p >* 0 tal que *f*(*x* + *p*) = *f(x),* para todo *x*  que pertenece a los números reales. Al menor número *p* que tiene la propiedad anterior se llama el período de *f.* |

[SECCIÓN 2] **3.6 Desfase**

Es el desplazamiento horizontal que tiene en la gráfica la función trigonométrica *y*  = *B f(Ax* + *D)* + *C* con respecto a *y* = *f(x)*, este se determina de la siguiente manera:

Si *D/A* > 0, la gráfica esta traslada a la derecha *D/A* unidades.

Si *D/A* < 0, la gráfica se traslada a la izquierda │*D/A*│ unidades.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | :  Se debenseguirsiguientes:   1. *A.*   │*A*│ < 1, s  │*A*│ > 1,  E (2π/*A*) π/*A*.   1. *B*.   │*B*│ < 1,  │*B*│ >1,  *B* < 0, *X*.  │*B*│.   1. *D/A*.   *D/A* > 0, *D/A*  *D/A* < 0, │*D/A*│ unidades.  s *D/A.*  *D <* 0, s │*D│* unidades  *D >* 0, s *D* |
|  |  |

[SECCIÓN 2] **3.8 Consolidación**

Actividades para consolidar lo que has aprendido en esta sección.



|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_CO\_REC70 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones seno y coseno |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC80 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones tangente y cotangente |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC90 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones secante y cosecante. |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC100 |
| **Título** | Periodo y amplitud de funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Selecciona el valor del periodo o amplitud de la función dada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC110 |
| **Título** | Transformación de la función trigonométrica coseno. |
| **Descripción** | Dada una secuencia de imágenes es posible determinar la ecuación de una función trigonométrica transformada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC120 |
| **Título** | Transformación de la función trigonométrica tangente. |
| **Descripción** | Dada una secuencia de imágenes es posible determinar la ecuación de una función trigonométrica transformada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC130 |
| **Título** | Desfase de las funciones trigonométricas |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desfase de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC140 |
| **Título** | Periodo de las funciones trigonométricas tangentes, cotangente, secante, cosecante. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el periodo de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC150 |
| **Título** | Desfase de las funciones trigonométricas tangentes, cotangente, secante, cosecante. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desfase de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC160 |
| **Título** | Desplazamiento vertical de las funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desplazamiento vertical de la gráfica dada su ecuación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC170 |
| **Título** | Desplazamiento horizontal de las funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desplazamiento horizontal de la gráfica dada su ecuación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC180 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Instalación de Geogebra. |
| **Descripción** | Este recurso te permitirá descargar el software Geogebra. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC190 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Construcción de las funciones trigonometrías, seno,coseno, tangente. |
| **Descripción** | Esta actividad debe asignarse como tarea ya sea para entregarse a mano o enviarse por correo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC200 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Construcción de las funciones trigonometrías, cotangente,secante, cosecante. |
| **Descripción** | Esta actividad debe asignarse como tarea ya sea para entregarse a mano o enviarse por correo. |

[SECCIÓN 1]**Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC210 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Describe las funciones trigonométricas y sus transformaciones. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_RE220 |
| **Título** | EVALUACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS |
| **Descripción** | Este recurso permite evaluar que tanto has aprendido sobre las funciones trigonométricas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC230 | |
| **Web 01** | *Función seno* | *http://tube.geogebra.org/student/m15858URL* |
| **Web 02** | *Funciones periodicas* | *http://tube.geogebra.org/student/m106334URL* |
| **Web 03** | *Título* | *URL* |