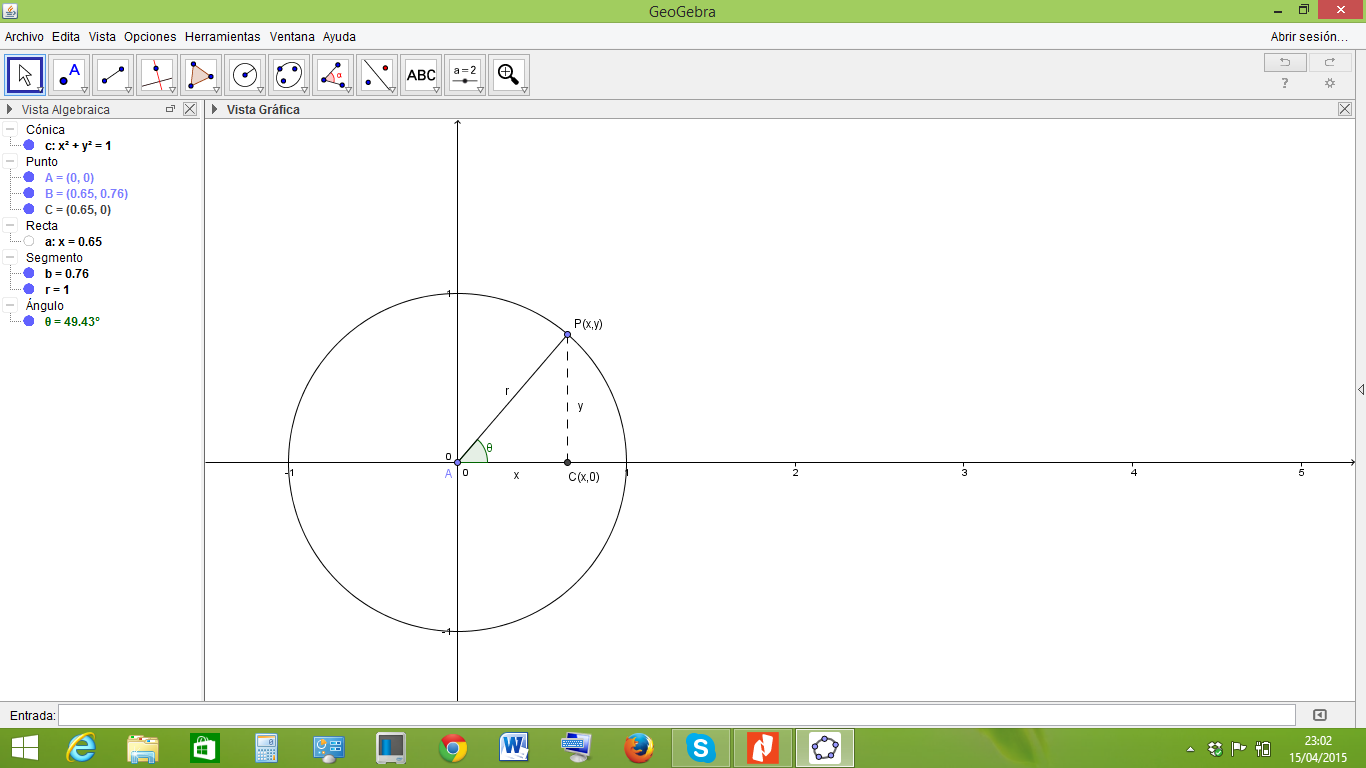
|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | Funciones trigonométricas |
| Código del guion | MA\_10\_04\_CO |
| Descripción | En la unidad 3 se desarrolló el tema de razones trigonométricas, las cuales se establecieron mediante el uso relaciones geométricas de los ángulos agudos de un triangulo rectángulo, en adelante se extenderá el uso de este tipo de relaciones para todos aquellos ángulos cuya medida sea mayor a o a . |

[SECCIÓN 1] **1 Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente**

Las razones trigonométricas se han definido a partir del triángulo rectángulo por ello el uso dado en la unidad anterior se ha limitado a los ángulos agudos, por otra parte existen múltiples problemas que requieren el uso de la trigonometría donde están presentes ángulos que no son agudos. En consecuencia, se amplía la aplicación de la trigonometría definida anteriormente a ángulos de mayor tamaño.

Inicialmente se considera un triángulo rectángulo ubicado en el plano cartesiano (Observe la Imagen MA\_10\_04\_IMG01), donde los puntos son vértices del triángulo, así mismo al mismo tiempo la hipotenusa , dado que es el radio de la circunferencia unitaria, su medida es igual a 1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Se define circunferencia unitaria a aquella cuyo medida del radio es igual a 1 y su ecuación es . Por otra parte también recibe el nombre de circunferencia goniometría.** |

Adviértase que el ángulo es un ángulo en posición estándar, donde el punto esta en el lado terminal de que a su vez pertenece al triangulo ; aquí conviene detenerse un momento con el fin de reconocer que el cateto adyacente a el ángulo es y el cateto opuesto al ángulo es

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG01 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Circunferencia unitaria. |

Como se indicó en el capítulo anterior las razones trigonométricas se definen de la siguiente manera:

Teniendo en cuenta que la longitud de la hipotenusa es igual a del radio, además , son coordenadas del punto también se pueden definir las funciones trigonométricas de la siguiente manera:

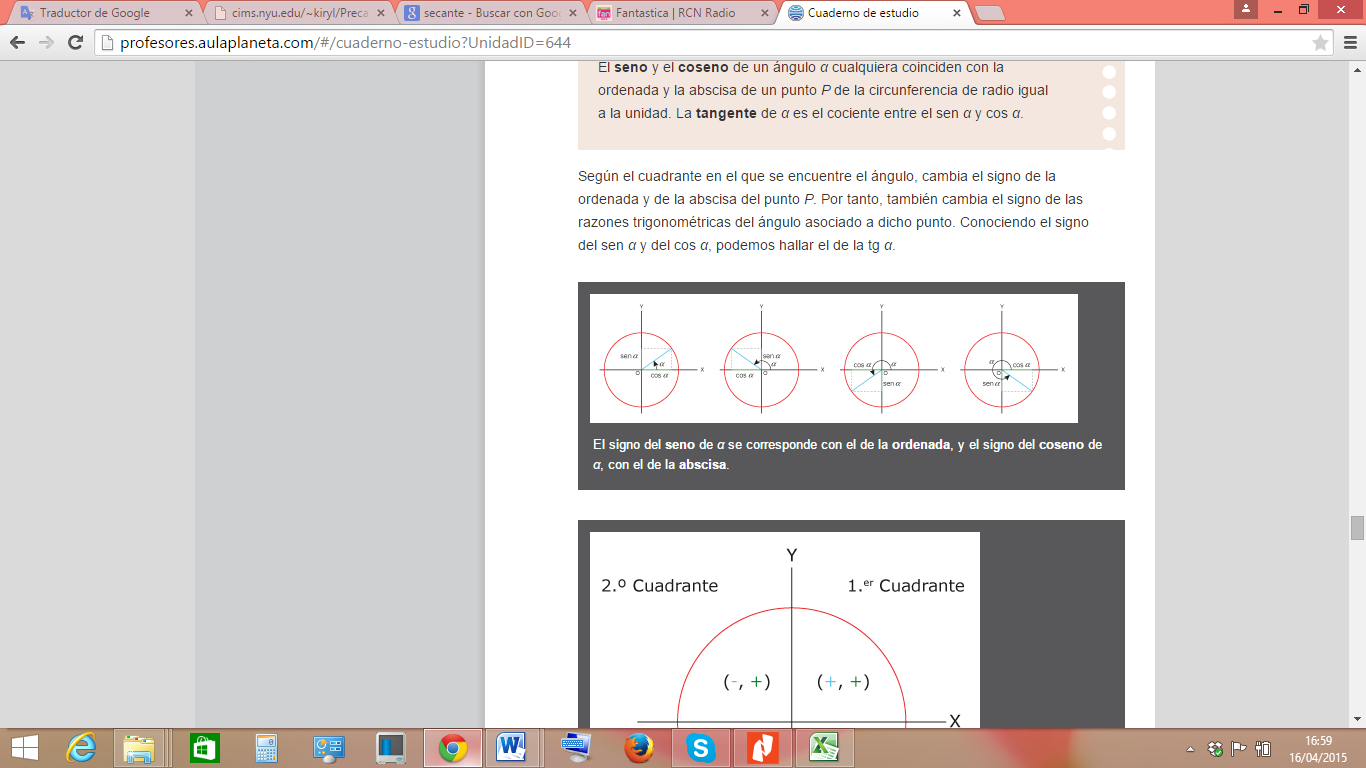
Precisa advertir que estas definiciones pueden ser usadas con la medida de un ángulo cualquiera.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **FUNCIÓN TRIGONOMETRICA** |
| **Contenido** | Considere un ángulo en posición estándar , un punto sobre el lado terminal diferente al vértice además es el radio , o la distancia del origen al punto entonces se definen las siguientes funciones: |

Prosiguiendo con el tema, los signos de las funciones trigonométricas de un ángulo varían en dependiendo del cuadrante en que se encuentre.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **El seno y el coseno de un ángulo cualquiera coinciden con la ordenada y la abscisa de un punto P de la circunferencia de radio igual a la unidad. La tangente de α es el cociente entre el y** |

Según el cuadrante en el que se encuentre el ángulo, cambia el signo de la ordenada y de la abscisa del punto . Por tanto, también cambia el signo de las funciones trigonométricas del ángulo asociado a dicho punto. Conociendo el signo del y del , podemos hallar el de la .

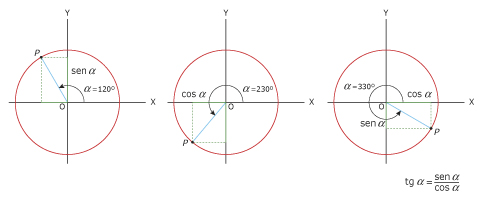


|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG02 |
| **Descripción** | Solicito cambiar por |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/#/cuaderno-estudio?UnidadID=644 |
| **Pie de imagen** | El signo del seno de α se corresponde con el de la ordenada, y el signo del coseno de α, con el de la abscisa. |

**EJEMPLO 1**

Determinar el signo del seno de 120°, el coseno de 230° y la tangente de 330°, procedemos de la siguiente manera:

1. Representa los ángulos en la circunferencia unitaria:



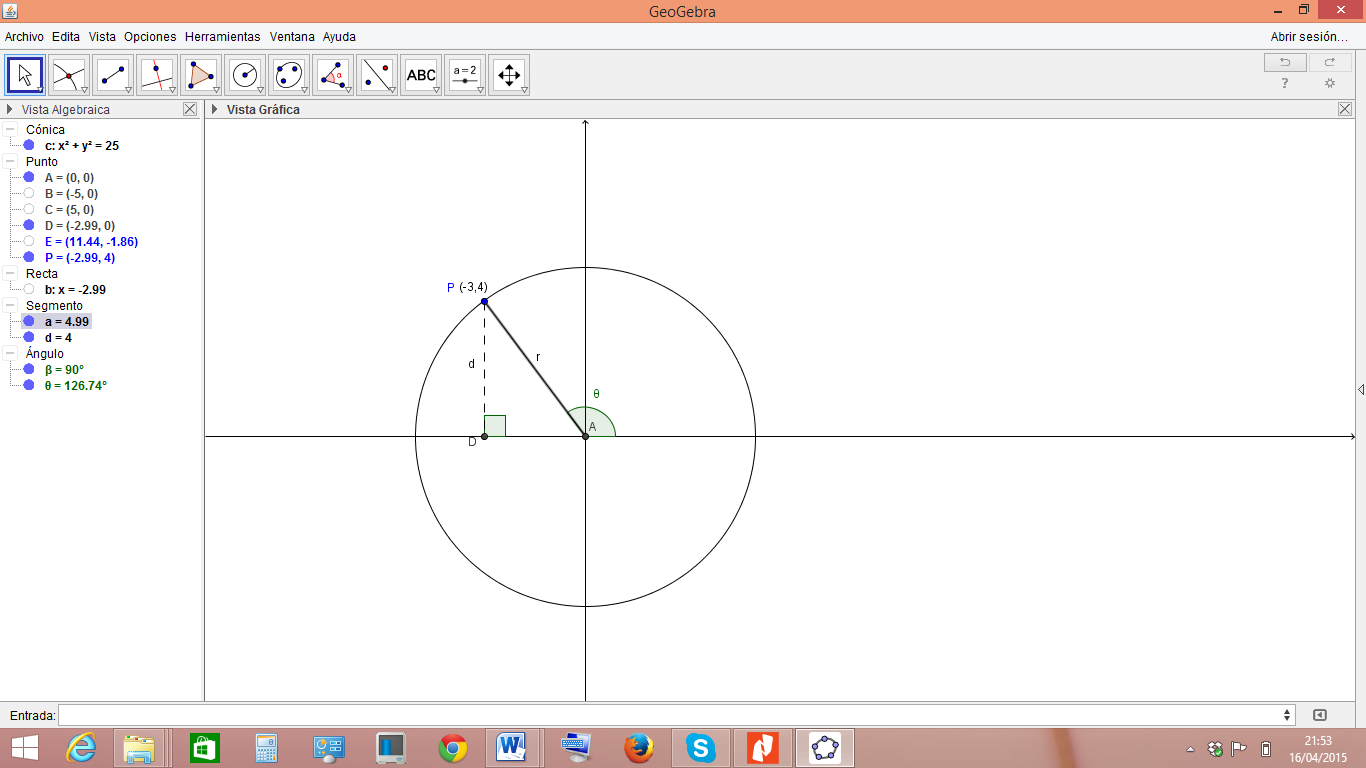
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG03 |
| **Descripción** | Solicito cambiar por |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | http://profesores.aulaplaneta.com/#/cuaderno-estudio?UnidadID=644 |
| **Pie de imagen** | La representación de los ángulos en la circunferencia unitaria nos indica en qué cuadrante se halla cada uno de ellos. |

1. Observamos los signos de la ordenada para 120°, de la abscisa para 230° y de la ordenada y la abscisa para 330°.
2. El ángulo de 120° se encuentra en el segundo cuadrante, por tanto el seno es positivo.
3. El ángulo de 230° se encuentra en el tercer cuadrante, por tanto el coseno es negativo
4. El ángulo de 330° se encuentra en el cuarto cuadrante, por tanto la tangente es negativa.

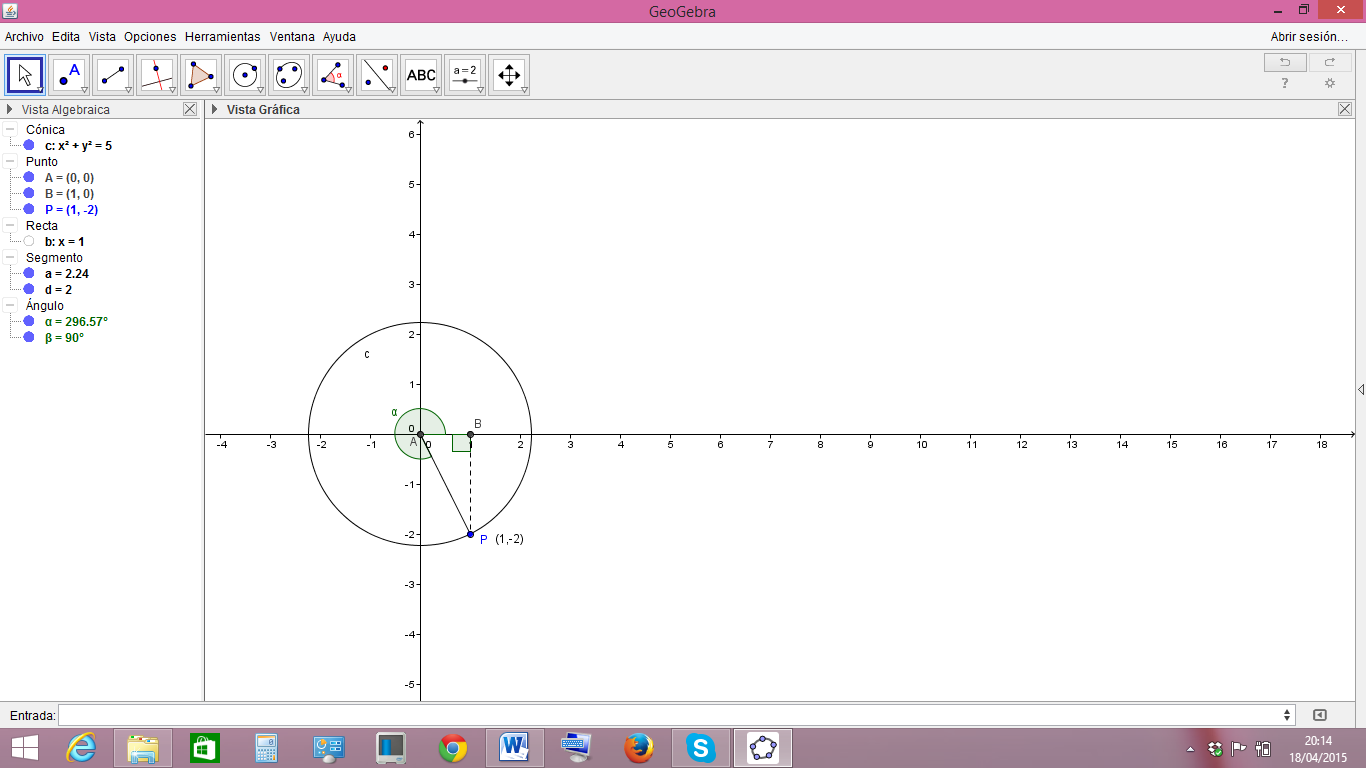
**EJEMPLO 2**

Halla las seis funciones trigonométricas para cada ángulo mostrado.

1.



2.



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG04 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Ángulo definidos en la circunferencia unitaria. |

**SOLUCIÓN**

1. Para hallar las funciones trigonométricas del primer ángulo mostrado es necesario hallar el valor de , para ello usamos el Teorema de Pitágoras.

Por tanto

1. De manera similar como se realizó en el anterior se aborda el segundo ángulo mostrado.

Por tanto

**EJEMPLO 3**

Dado encuentra las funciones trigonométricas que corresponden:

**SOLUCIÓN:**

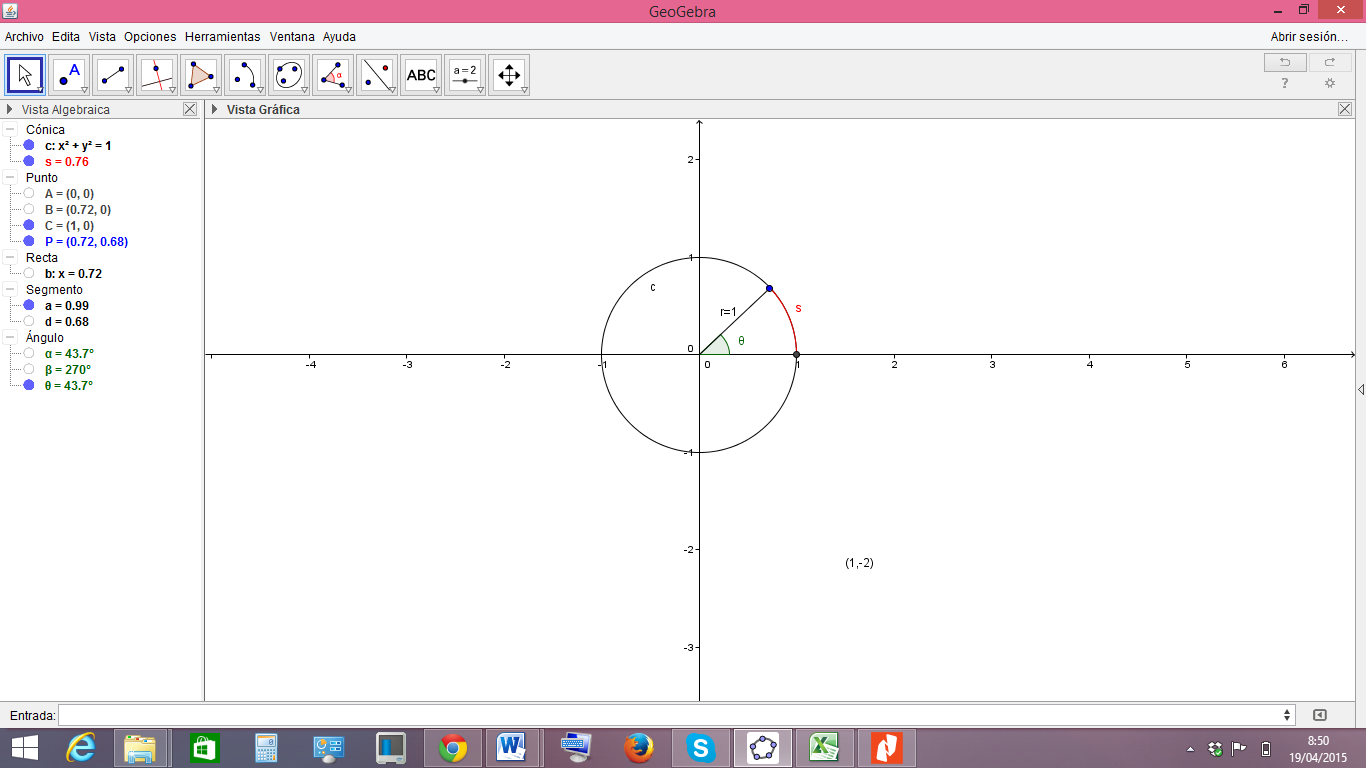
Se usa el Teorema de Pitágoras para determinar el valor faltante.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **En radianes también se puede hallar la medida de un ángulo de la circunferencia unitaria.** |

Se define la medida de en radianes como:

Donde es la longitud del arco sobre la circunferencia y es igual a el radio.

En el momento que



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_00\_IMG05 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Relación entre el arco de la circunferencia y el ángulo. |

Bajo estas condiciones es posible ampliar el campo de estudio de las funciones trigonometricas la primera de ellas

Se reconoce la equivalencia de los sistemas de medidas de ángulos, en radianes y sistema sexagesimal

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sen** |  |  |  |  | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sen** |  |  |  |  | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

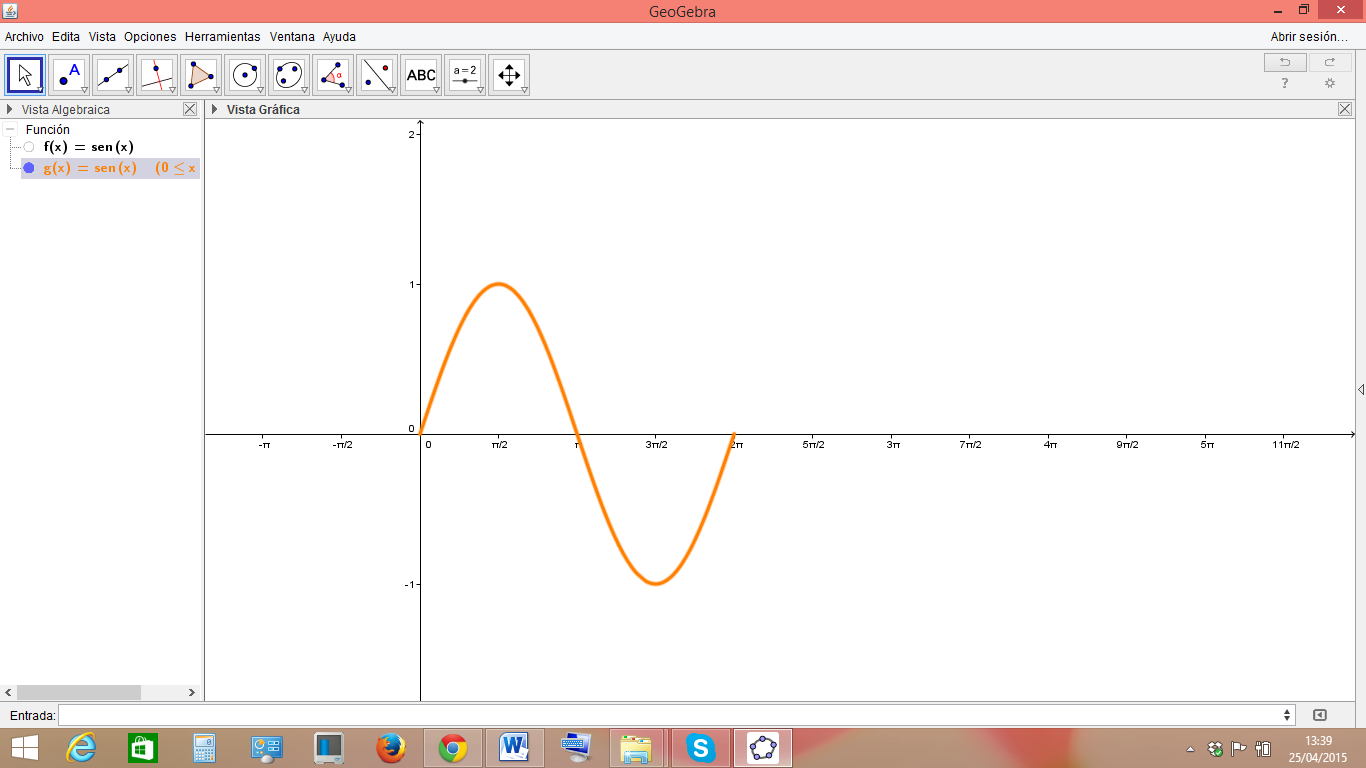
Sin embargo, a partir de este momento se definiran las funciones trigonometricas como funciones de números reales, esto lo permite el uso de angulos dados en radianes.

[SECCIÓN 2] **1.1 La función seno**

Se define la función seno con la ecuación donde es un número real. El valor de corresponderá al seno de un ángulo de radianes así mismo la gráfica de la función seno está dada por todos los puntos que satisfacen la ecuación , tal como se muestra en la siguiente tabla.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Dada la anterior tabla se obtiene la siguiente grafica:



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG06 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función seno. |

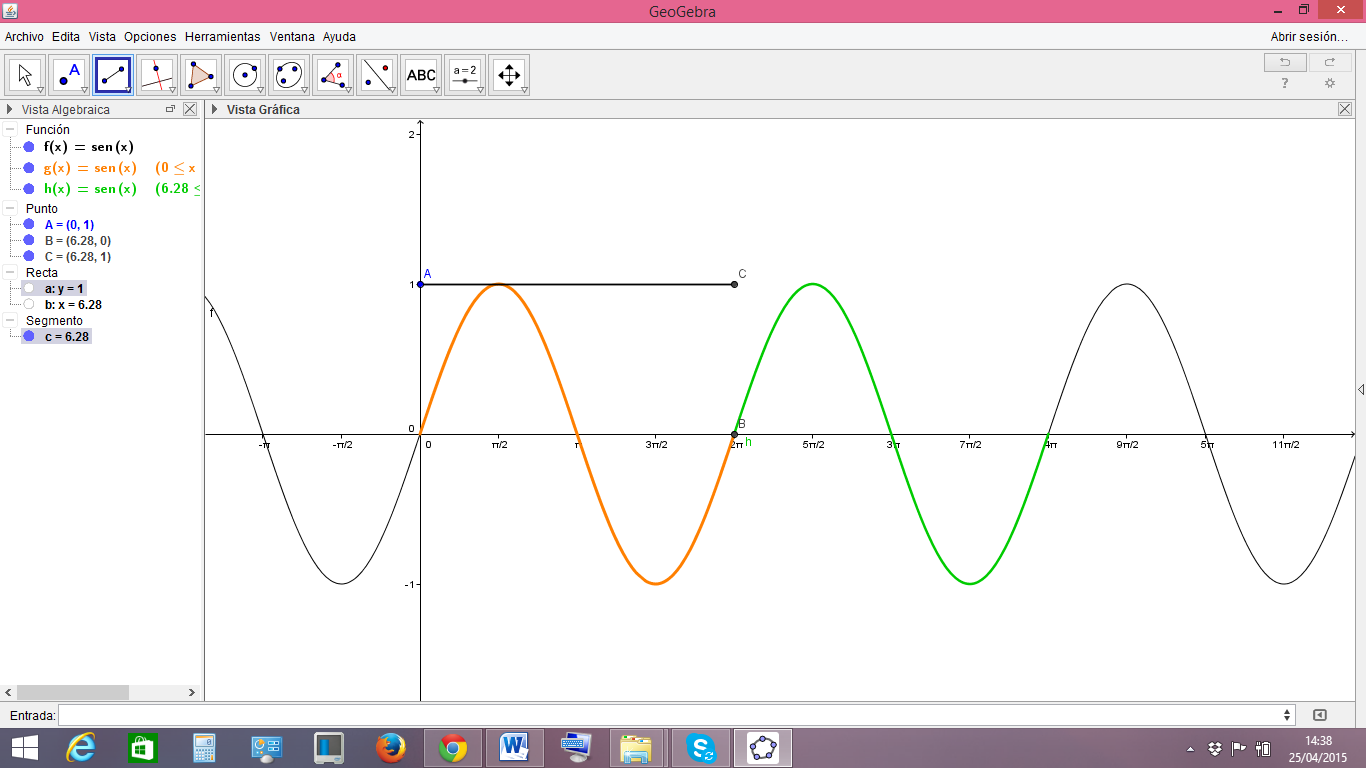
Observando la gráfica se puede señalar las siguientes propiedades:

* Su dominio esta dado para todos los , es decir en el intervalo .
* El rango esta dado en el intervalo para todo valor de .
* Los puntos de intersección de la curva con el eje esta en los puntos de coordenadas
* El punto de intersección de la curva con el eje es el punto de coordenadas

Asi mismo es posible considerar en la función valores negativos o superiores a como se puede observar en [VER](http://tube.geogebra.org/student/m15858)

A partir la grafica que se muestra en el enlace se puede inferir que:

* El valor máximo que alcanza la función seno es
* El valor mínimo que alcanza la función coseno es
* Sus valores se repiten cada , por tanto se considera su gráfica es periódica, tal como se puede observar en la siguiente figura.



)

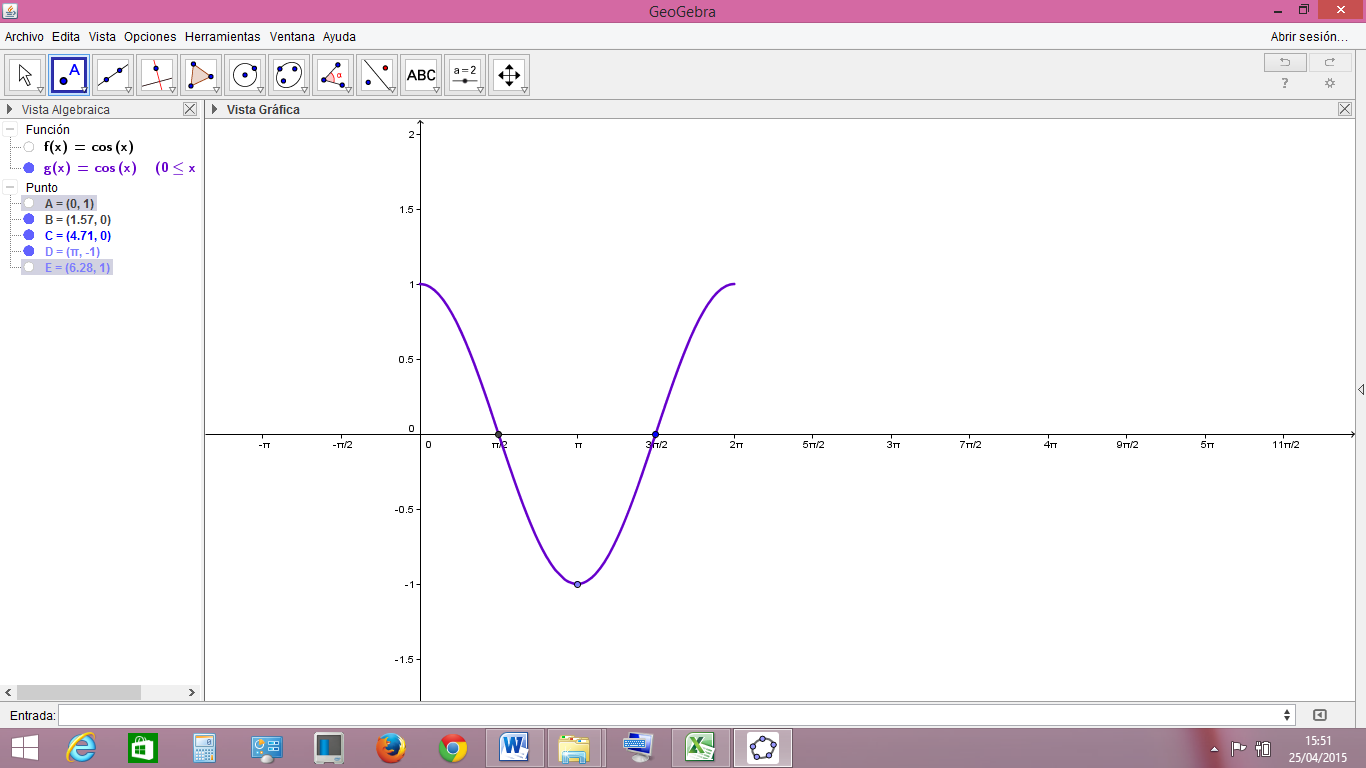
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG07 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Periodicidad de la función seno. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Función periódica.** |
| **Contenido** | Una función es periódica cuando su comportamiento se repite en intervalos regulares, es decir es una función periódica, si existe un número real tal que para todo. Al menor número que tiene la propiedad anterior se llama el período de . |

La definición de función periódica en las funciones trigonométricas se puede ampliar siguiendo el enlace [VER](http://tube.geogebra.org/student/m106334)

[SECCIÓN 2] **1.2 La función coseno**

Se define la función coseno con la ecuación donde es un número real. El valor de corresponderá al coseno de un ángulo de radianes así mismo la gráfica de la función coseno está dada por todos los puntos que satisfacen la ecuación .

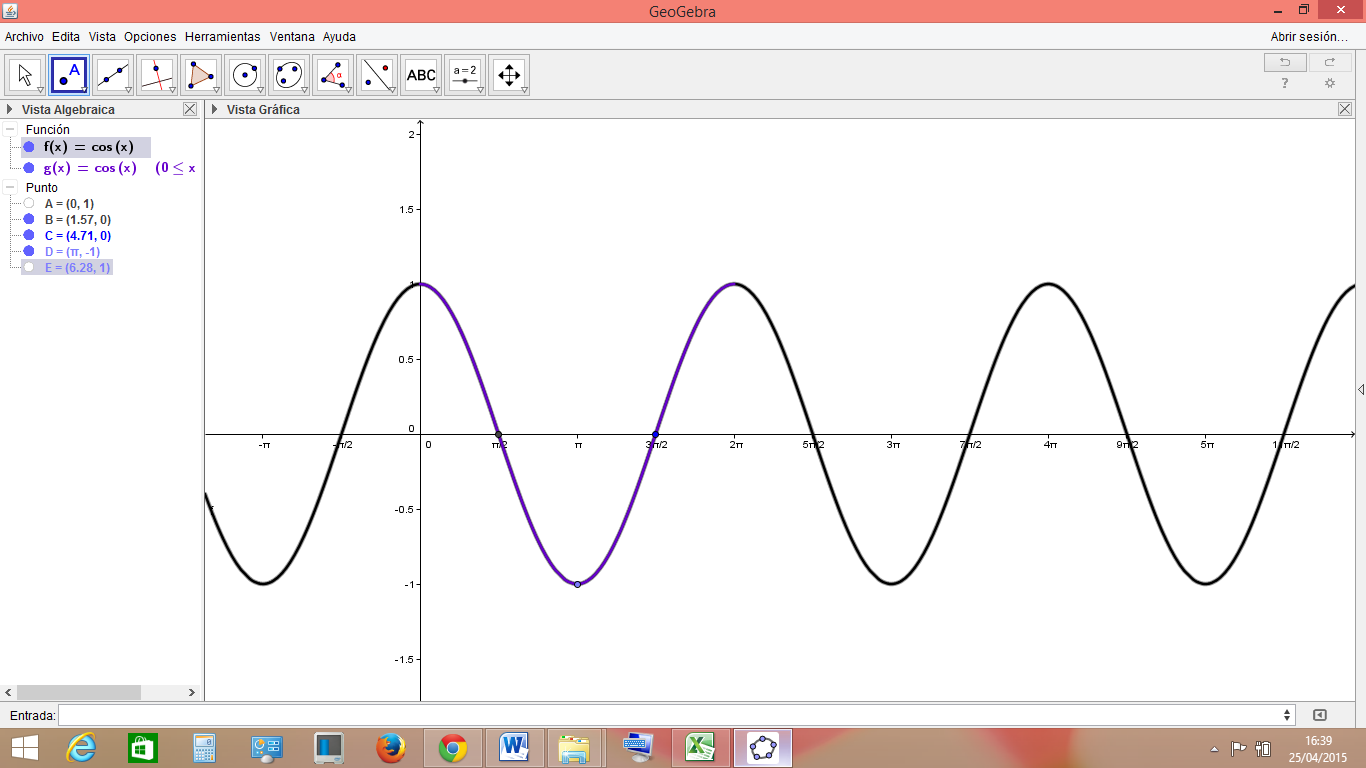


|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG08 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función coseno en el intervalo |

Dada la gráfica se pueden deducir las siguientes características.

* El dominio de la función es el conjunto de los números reales, es decir el intervalo .
* El rango de la función es el intervalo
* Los puntos de intersección de la curva con el eje tienen coordenadas.
* El punto de intersección de la curva con el eje
* El valor máximo que toma la función coseno es .
* E valor mínimo de la la función seno es

Esta función posee un comportamiento similar a la función coseno, dado que esta también es una función periódica.



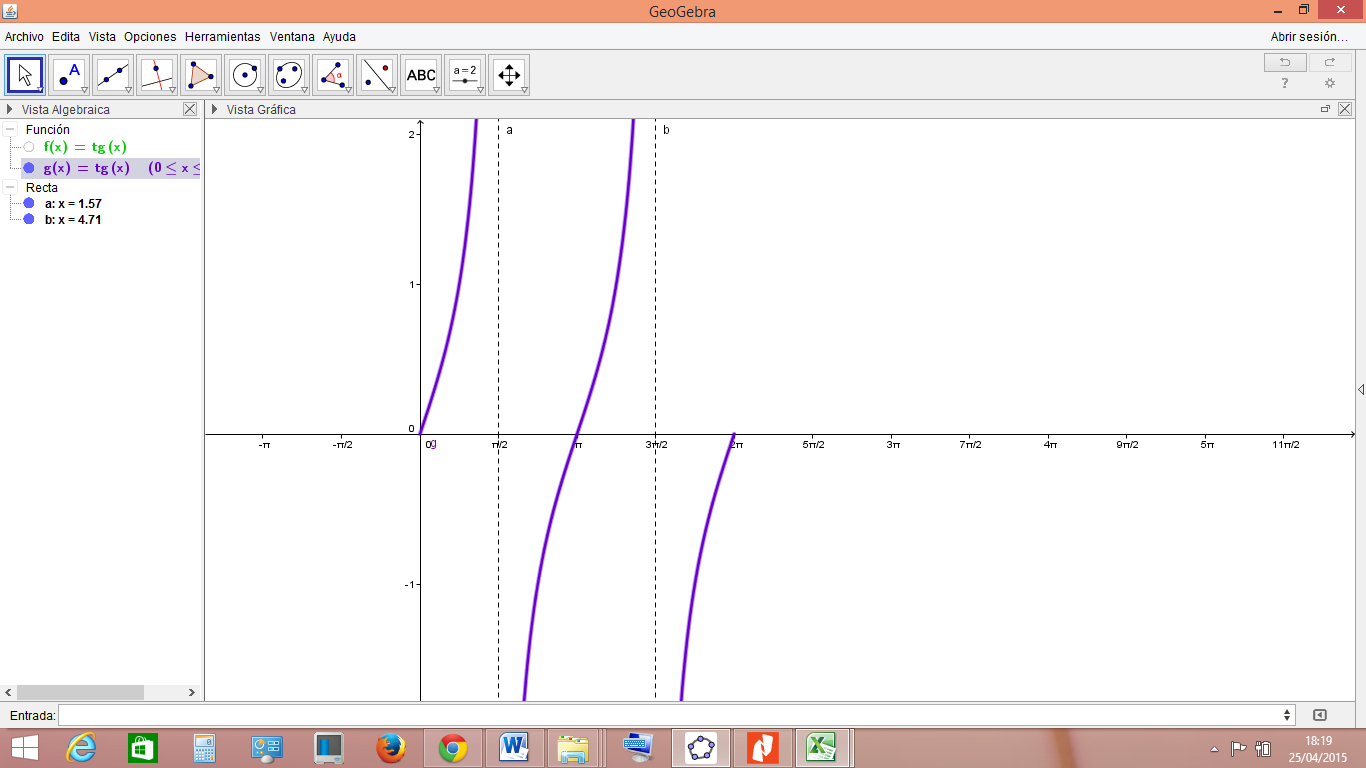
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG09 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función coseno |

[SECCIÓN 2] **1.3 La función tangente**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

La función tangente no está definida para la primera coordenada es igual a es decir no esta definida para los valores de , los cuales son:

Ubicando sus asíntotas se obtiene la siguiente gráfica



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG10 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función tangente en el intervalo |

Dada la gráfica de la función tangente se puede atribuir las siguientes características:

* El dominio de la función tangente está definido para todos los valores que pertenezcan al conjunto de los números reales diferentes de aquellos de la forma donde es un número entero.
* El rango de la función tangente son .
* Los valores donde se interseca , en el eje , también son conocidos como ceros de la función, ya que son aquellos valores de , que hacen que ,

.

* La grafica de la función tangente interseca al eje en .
* La función es periódica con periodo
* Además también se observa que esta función no posee puntos máximos ni mínimos.

SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC10 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Características de la gráfica de la función coseno. |
| **Descripción** | Actividad pensada para identificar las propiedades graficas de la función coseno. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC20 |
| **Título** | Funciones trigonométricas, coseno, seno, tangente |
| **Descripción** | Con este recurso identificaras la gráfica de las funciones trigonométricas, seno, coseno, tangente. |

**[SECCIÓN 1] 2 Funciones trigonométricas: cotangente, secante y cosecante**

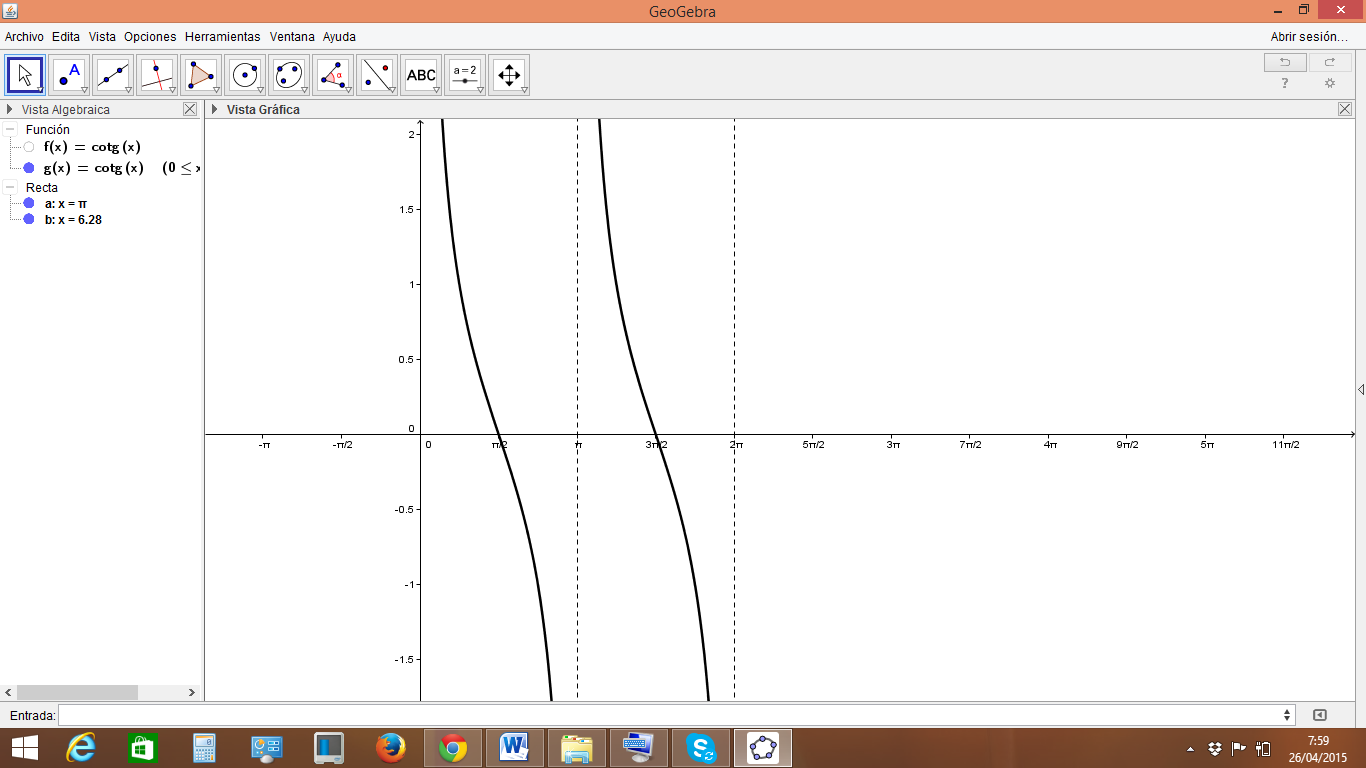
En esta sección se estudiaran las funciones reciprocas a las estudiadas en la sección anterior, señalando dominio, rango, puntos de corte, puntos máximos y minimos.

[SECCIÓN 2] **2.1 La función cotangente**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **ctg** |

Por tanto, se considera la función cotangente definida con la ecuación ; además esta indeterminada cuando el valor de la segunda coordenada sea es decir no está definida para los valores . Estos valores son:

Construyendo sus asíntotas se puede obtener:



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG11 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función cotangente en el intervalo |

Dada la gráfica de la función cotangente, se determinan las siguientes características:

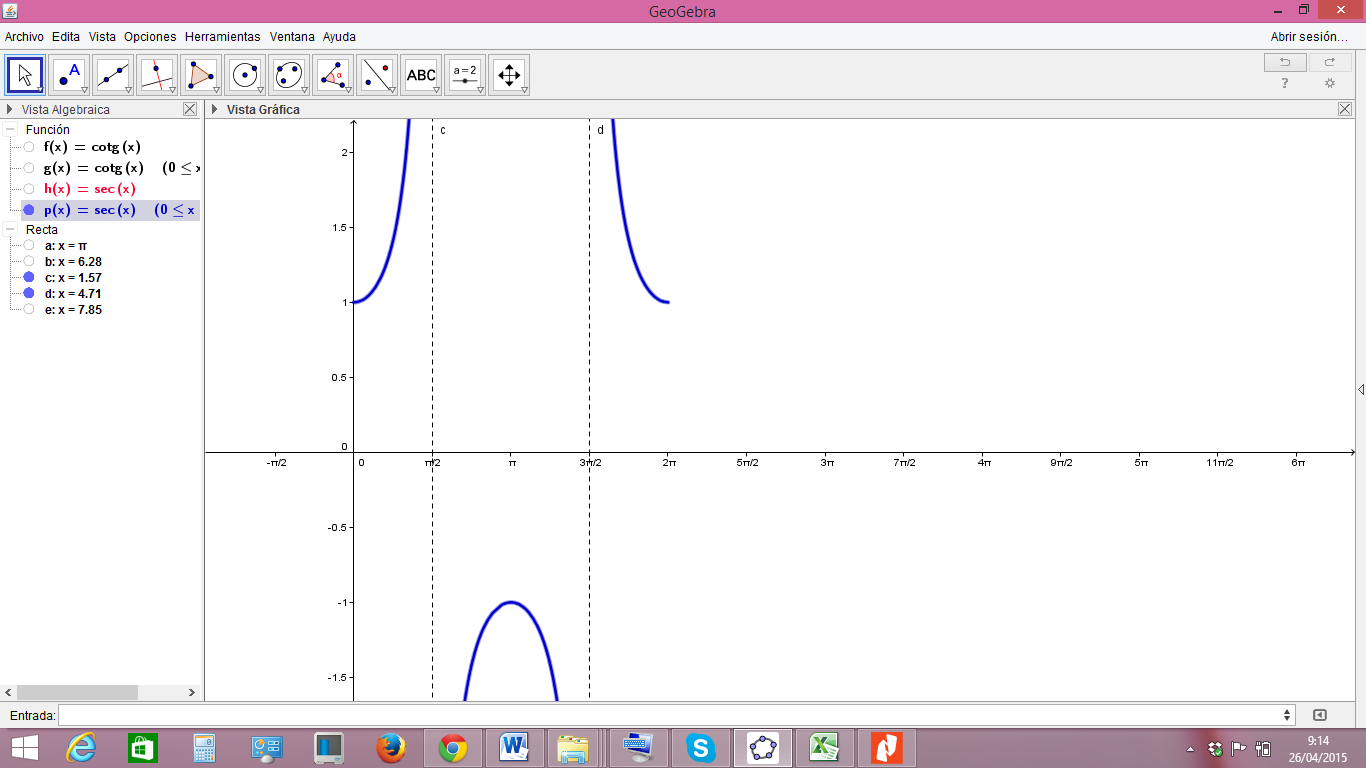
* El dominio de la función cotangente corresponde a
* El rango de es el conjunto de .
* Existen bastantes valores que intersecan al eje , estos corresponden a los ceros de la función cotangente, ya que permiten que .
* La grafica de la función cotangente no interseca al eje .
* La función es periódica con periodo .
* La función no posee valores máximos ni mínimos.

[SECCIÓN 2] **2.3 La función secante**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

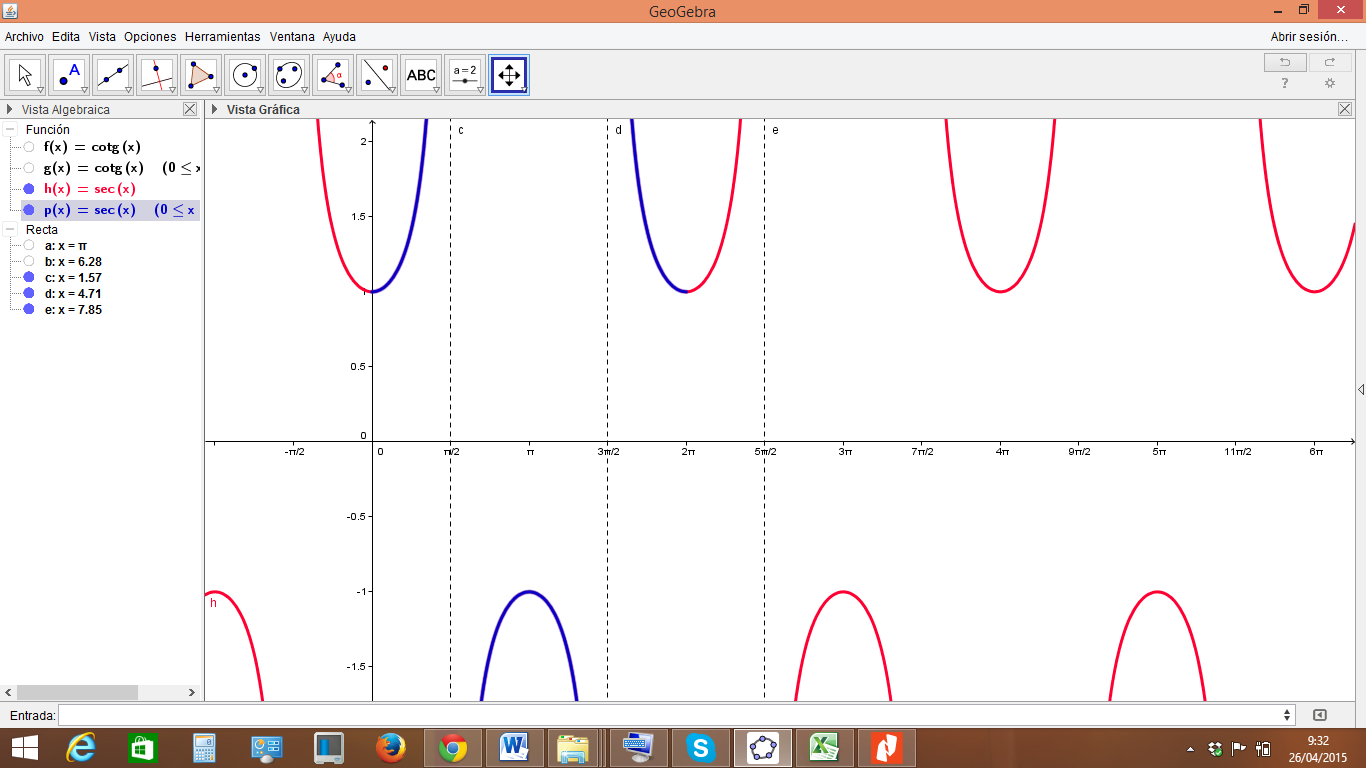
La función secante definida con la ecuación así mismo no está definida para aquellos valores donde , estos valores son:

Estos valores permiten identificar las asíntotas de la gráfica.



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG12 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función secante en el intervalo |

* El dominio de la función secante corresponde a
* El rango de es el corresponde a los intervalos .
* La grafica de la función secante no interseca al eje en algún punto.
* La grafica de la función secante interseca al eje en el punto de coordenadas



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG13 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la periodicidad de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función Secante |

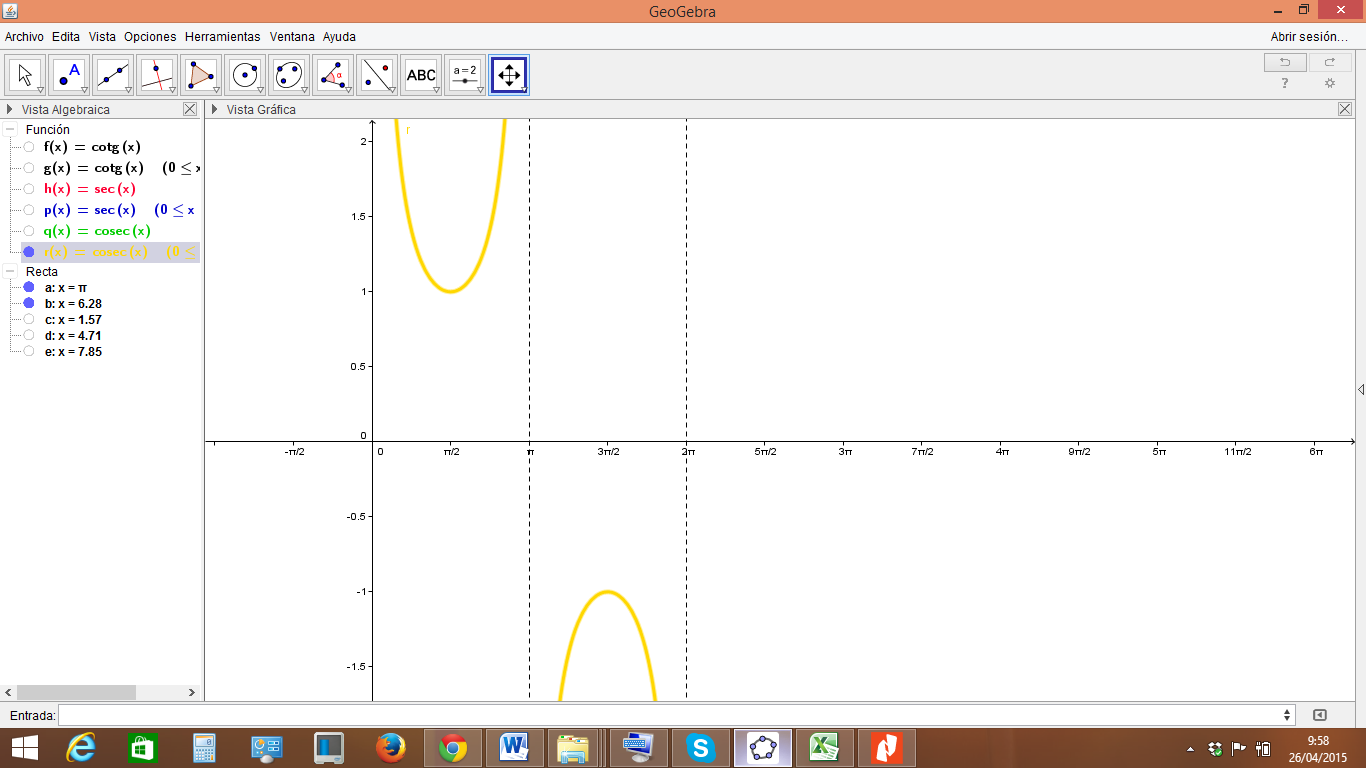
* La función es periódica con periodo .
* La función no posee valores máximos absolutos, sin embargo posee máximos relativos en los intervalos , ..
* La función no tiene valores mínimos absolutos, aun así posee minimos relativos en los intervalos …

[SECCIÓN 2] **2.3 La función cosecante**

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** |  |

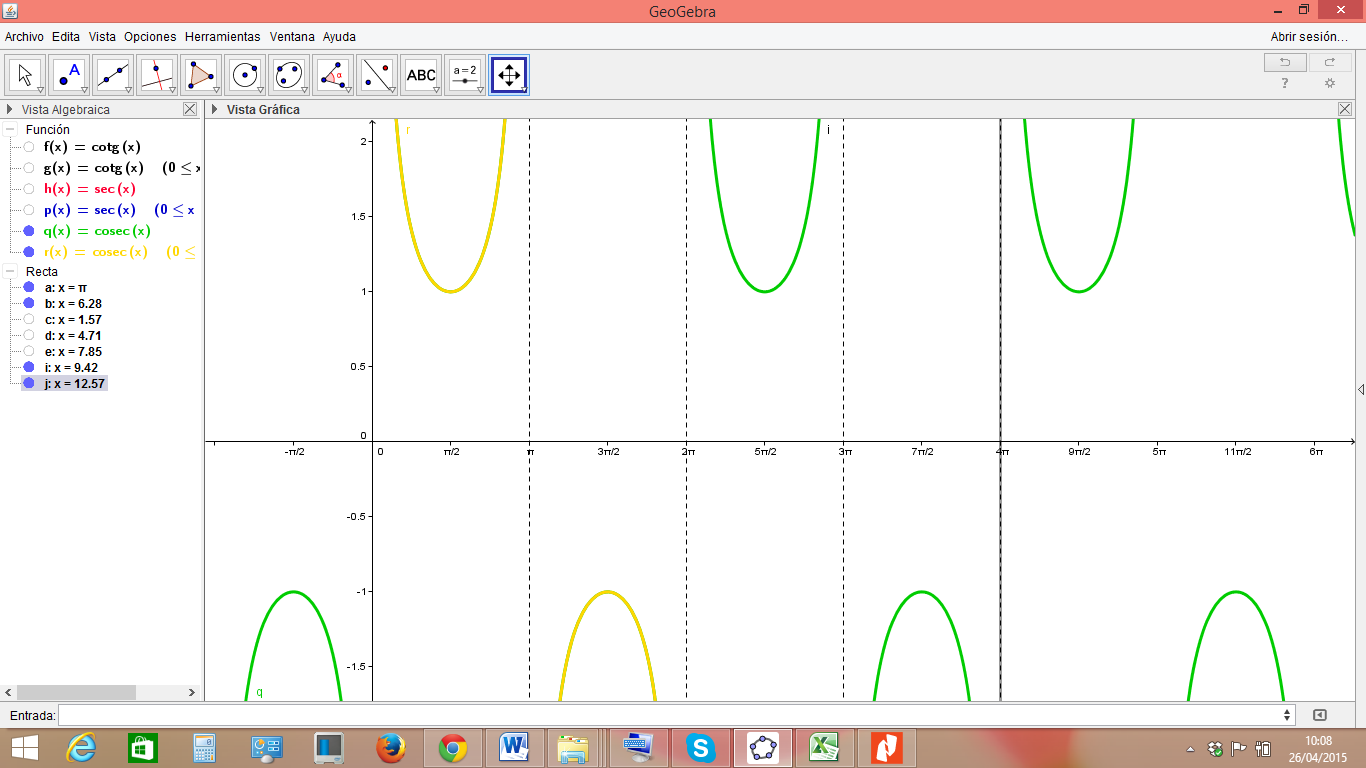
La función cosecante se define con la ecuación , teniendo en cuenta que esta indeterminada en aquellos valores donde , tales valores son:

Con los cuales es posible construir las asíntotas de la gráfica



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG14 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función cosecante en el intervalo |

* El dominio de la función cosecante corresponde a
* El rango de es el corresponde a los intervalos .
* La grafica de la función secante no interseca al eje en algún punto.
* La grafica de la función secante no interseca al eje .



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG15 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la periodicidad de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Función cosecante |

* La función es periódica con periodo .
* La función no posee valores máximos absolutos, sin embargo posee máximos relativos en los intervalos
* La función no tiene valores mínimos absolutos, aun así posee mínimos relativos en los intervalos .

SECCIÓN 2] **2.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC30 |
| **Título** | Funciones trigonométricas, cotangente, secante, cosecante. |
| **Descripción** | Este recurso permitirá que identifiques la gráfica de la función correspondiente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC 40 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Uso de la calculadora científica para las funciones reciprocas. |
| **Descripción** | Este recurso permite ampliar el uso de la calculadora científica, con las funciones trigonométricas reciprocas. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC50 |
| **Título** | Ceros de las funciones tangente y cotangente. |
| **Descripción** | Con este recurso reconocerás otras características de la gráfica de la función tangente y cotangente. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC60 |
| **Título** | Funciones Reciprocas. |
| **Descripción** | Este recurso permite relacionar cada función con su reciproca asociada |

[SECCIÓN 1] **3Análisis de gráficas**

Las funciones sufren una serie de transformaciones que merecen un especial análisis, como se desarrollará a continuación.

[SECCIÓN 2] **3.1 Traslación de funciones**

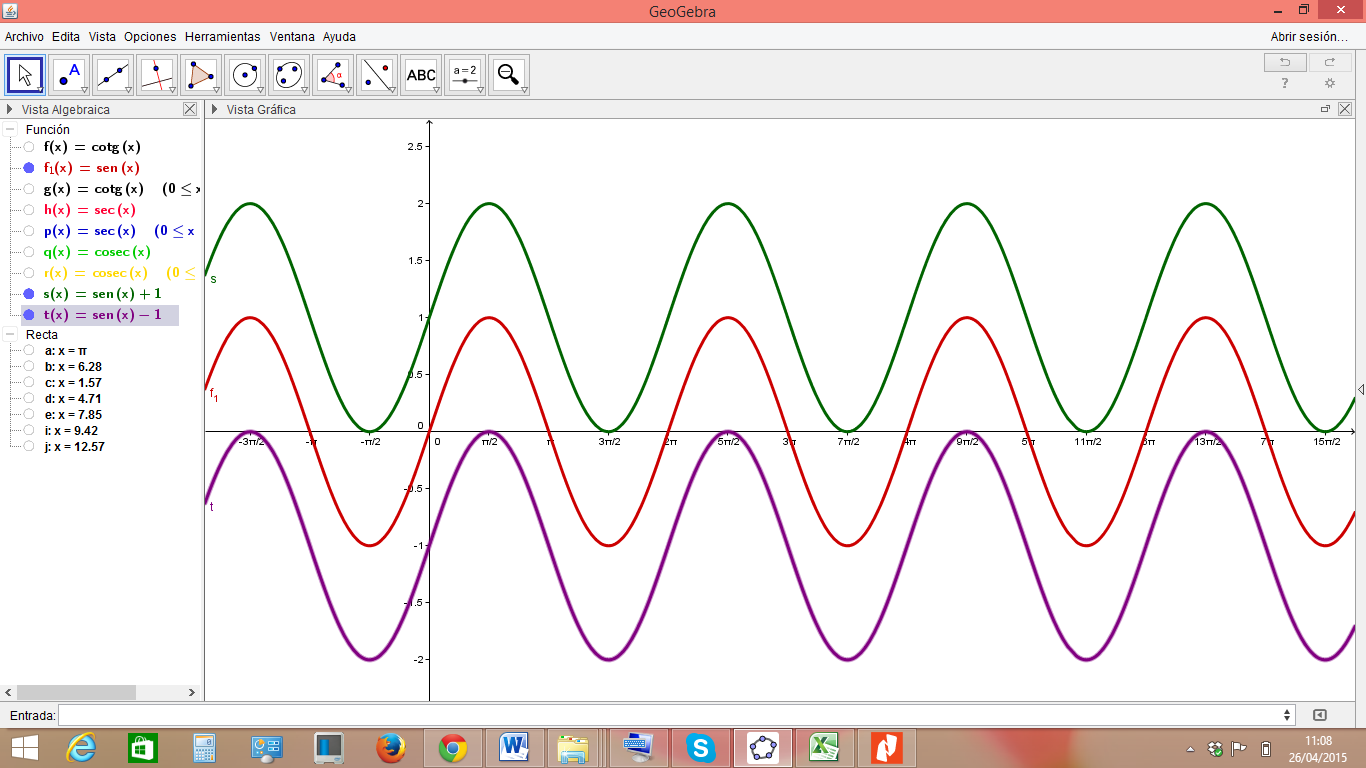
Existen dos tipos de translaciones, translaciones verticales y translaciones horizontales.

[SECCIÓN 3] **3.1.1 Translaciones verticales**

Sea una constante positiva.

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de trasladada verticalmente unidades hacia arriba.

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de trasladada verticalmente unidades hacia abajo.



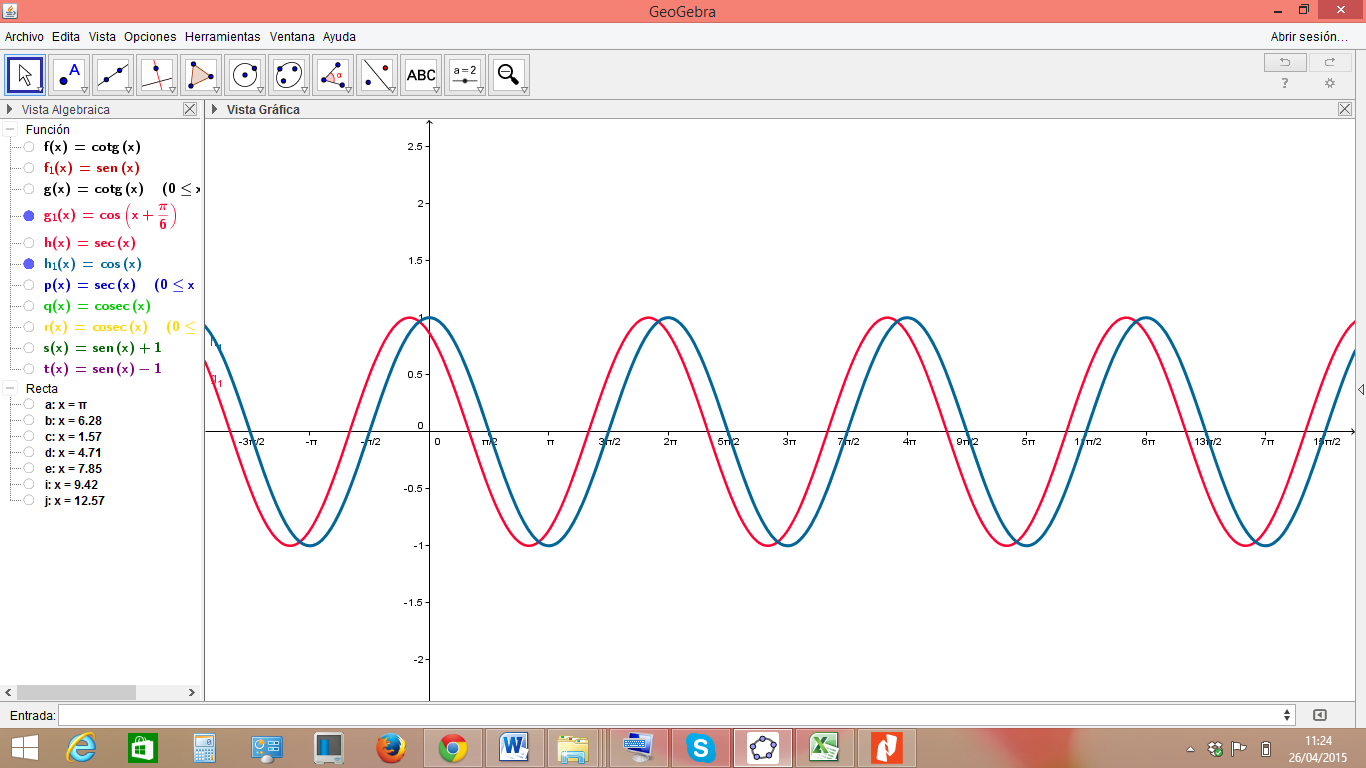
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG15 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el traslado de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Traslado vertical de |

SECCIÓN 3] **3.1.2 Translaciones horizontales**

Sea una constante positiva.

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de trasladada horizontalmente unidades hacia la izquierda

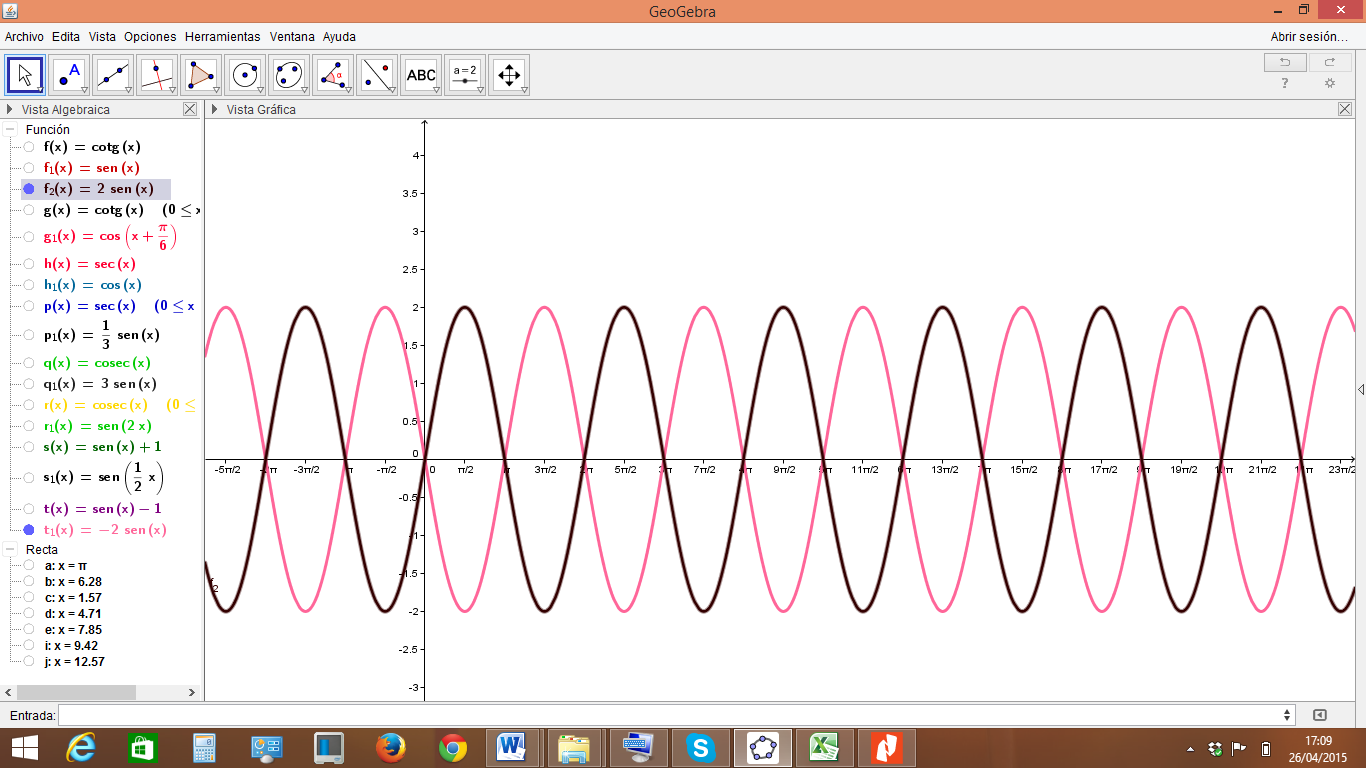
Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de trasladada horizontalmente unidades hacia la derecha



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG16 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el traslado de la función. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Traslado horizontal de |

[SECCIÓN 2] **3.2 Reflexión de funciones**

Dada la función donde es una función trigonométrica, si entonces la gráfica de refleja con el eje



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG17 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar la reflexión de  con respecto al eje |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La reflexión de la función seno. |

[SECCIÓN 2] **3.3 Compresión y alargamiento de funciones**

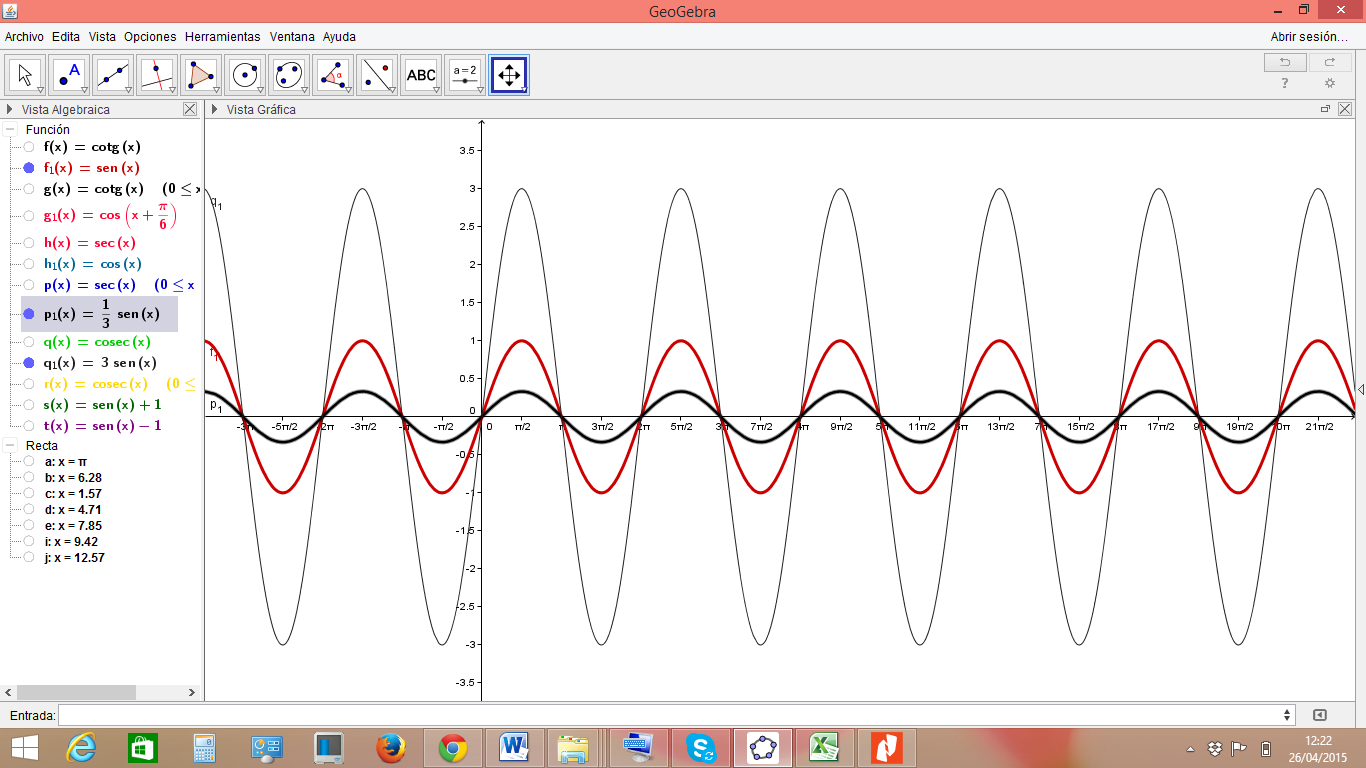
Existen dos tipos de compresión y alargamiento de funciones, la compresión y alargamiento vertical, así mismo la compresión y alargamiento horizontal de una función.

SECCIÓN 3] **3.3.1 Compresión y alargamiento vertical de funciones**

Sea una constante.

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de alargada verticalmente por un factor

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de se comprime verticalmente por un factor .



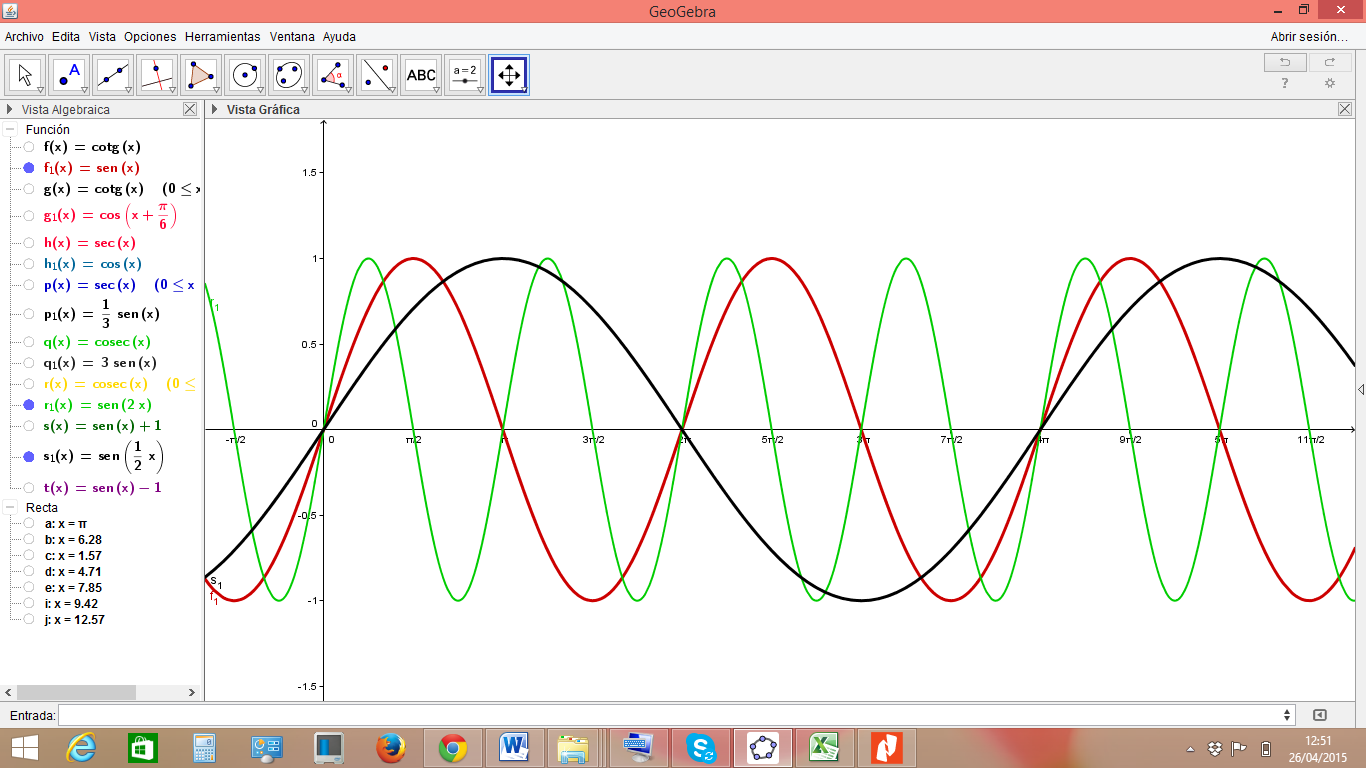
|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG18 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el alargamiento y la comprensión vertical de |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Compresión y alargamiento vertical de la función |

SECCIÓN 3] **3.3.2 Compresión y alargamiento horizontal de funciones**

Sea .

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de comprimiéndose horizontalmente por un factor

Las gráficas de las funciones de la forma donde es una función trigonométrica, se obtiene las gráficas de alargándose horizontalmente por un factor

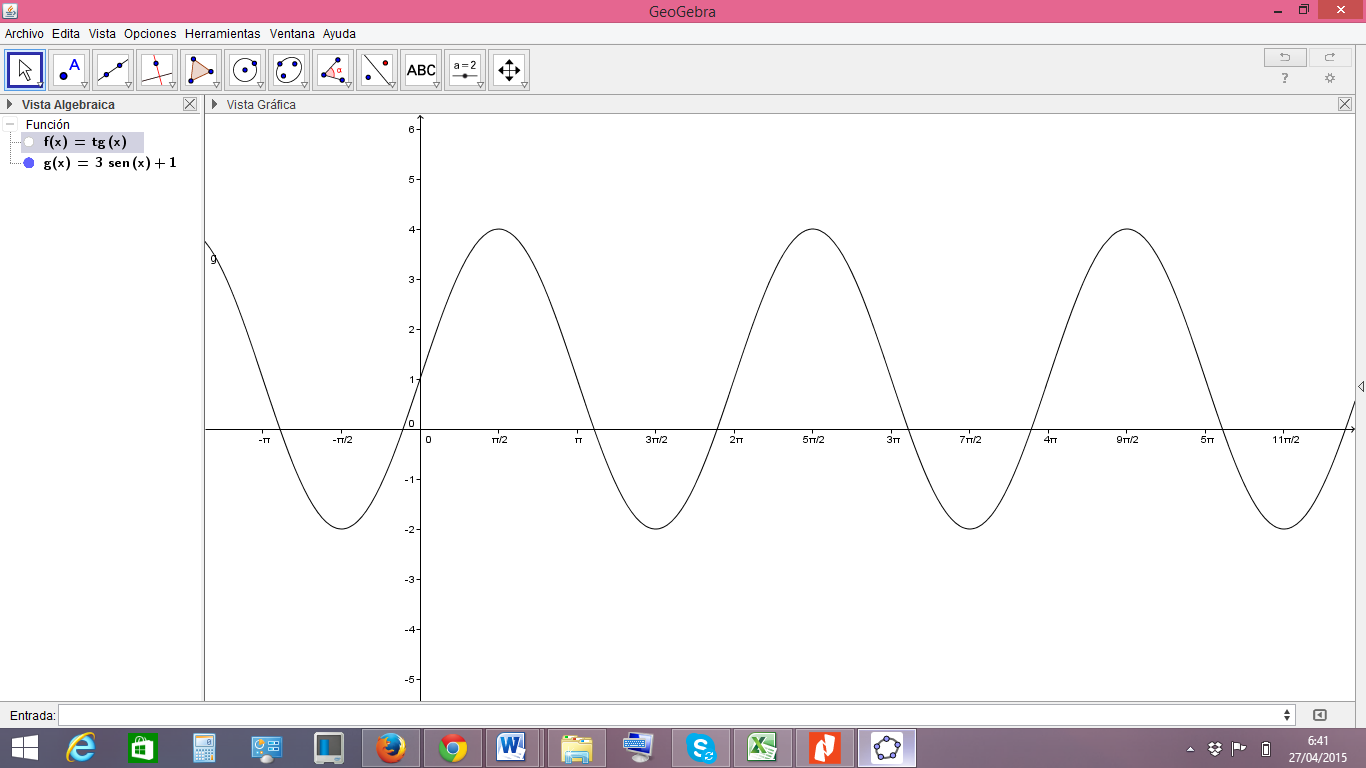


|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG19 |
| **Descripción** | Los colores asignados permiten identificar el alargamiento a la comprensión horizontal de |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Compresión y alargamiento horizontal de . |

[SECCIÓN 2] **3.4 Amplitud**

La amplitud de la grafica , es . Adviértase que solo tiene amplitud las funciones y , ya que la amplitud también se puede determinar hallando la mitad del valor absoluto de la diferencia entre valor máximo y el valor mínimo que obtiene la función.

**EJEMPLO 1.**



|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_IMG20 |
| **Descripción** |  |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Grafica de |

Observa en la función su valor máximo es y su valor minimo es , por tanto:

Es decir la amplitud es igual a 3.

[SECCIÓN 2] **3.5 Periodo**

El periodo de la grafica donde es una función trigonométrica

es A excepción de las funciones tangente y cotangente cuyo periodo está determinado por .

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Una función es periódica cuando su comportamiento se repite en intervalos regulares, es decir es una función periódica, si existe un número real tal que para todo. Al menor número que tiene la propiedad anterior se llama el período de . |

[SECCIÓN 2] **3.6 Desfase**

Es el desplazamiento horizontal que tiene en la gráfica la función trigonométrica

con respecto a , este se determina de la siguiente manera:

Si la grafica esta traslada a la derecha unidades.

Si la grafica se translada a la izquierda unidades.

[SECCIÓN 2] **3.7 Resumen**

Para graficar la función trigonométrica,

Sigue las instrucciones.

1. Alargamiento o compresión horizontalmente según

se alarga horizontalmente.

se comprime horizontalmente.

Recordemos el periodo estará dado por a excepción de las funciones tangente y cotangente cuyo periodo se determina por .

1. Alargamiento o compresión vertical según

se comprime verticalmente.

se alarga verticalmente.

se refleja alrededor del eje

La amplitud es .

1. Desfase de la gráfica de acuerdo a

la grafica esta traslada a la derecha unidades.

la grafica se translada a la izquierda unidades.

El desface es

1. Translado de la gráfica vertical.

Se traslada hacia abajo

Se traslada unidades hacia arriba.

[SECCIÓN 2] **3.8 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | XX\_00\_00\_REC00 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** |  |
| **Descripción** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC70 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones seno y coseno. |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC80 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones tangente y cotangente |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC90 |
| **Título** | Transformaciones de las funciones secante y cosecante. |
| **Descripción** | Ejercicio de arrastrar imágenes de graficas al contenedor que corresponda. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC100 |
| **Título** | Periodo y amplitud de funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Selecciona el valor del periodo o amplitud de la función dada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC110 |
| **Título** | Transformación de la función trigonométrica coseno. |
| **Descripción** | Dada una secuencia de imágenes es posible determinar la ecuación de una función trigonométrica transformada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC120 |
| **Título** | Transformación de la función trigonométrica tangente. |
| **Descripción** | Dada una secuencia de imágenes es posible determinar la ecuación de una función trigonométrica transformada. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC130 |
| **Título** | Desfase de las funciones trigonométricas |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desfase de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC140 |
| **Título** | Periodo de las funciones trigonométricas tangentes, cotangente, secante, cosecante. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el periodo de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC150 |
| **Título** | Desfase de las funciones trigonométricas tangentes, cotangente, secante, cosecante. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desfase de la gráfica dada su ecuación. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC160 |
| **Título** | Desplazamiento vertical de las funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desplazamiento vertical de la gráfica dada su ecuación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC170 |
| **Título** | Desplazamiento horizontal de las funciones trigonométricas. |
| **Descripción** | Este recurso permite al estudiante encontrar el desplazamiento horizontal de la gráfica dada su ecuación |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC180 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Instalación de Geogebra. |
| **Descripción** | Este recurso te permitirá descargar el software Geogebra. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC190 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Construcción de las funciones trigonometrías, seno,coseno, tangente. |
| **Descripción** | Esta actividad debe asignarse como tarea ya sea para entregarse a mano o enviarse por correo. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC200 (Se numeran de 10 en 10) |
| **Título** | Construcción de las funciones trigonometrías, cotangente,secante, cosecante. |
| **Descripción** | Esta actividad debe asignarse como tarea ya sea para entregarse a mano o enviarse por correo. |

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC210 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Describe las funciones trigonométricas y sus transformaciones. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_10\_04\_RE220 |
| **Título** | EVALUACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS |
| **Descripción** | Este recurso permite evaluar que tanto has aprendido sobre las funciones trigonométricas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_10\_04\_REC230 | |
| **Web 01** | *Función seno* | *http://tube.geogebra.org/student/m15858URL* |
| **Web 02** | *Funciones periodicas* | *http://tube.geogebra.org/student/m106334URL* |
| **Web 03** | *Título* | *URL* |