[SECCIÓN 1]**1El sistema de los números reales**

El conjunto de los números reales ha sido objeto de estudio para nosotros en los grados anteriores, en los que hemos visto que el conjunto de los números racionales es insuficiente para solucionar el problema de la medida, por lo que es necesario recurrir precisamente al conjunto reales para solucionarlo; pero más allá de solo ser considerados para medir el conjunto de números reales también está dotado de una estructura algebraica (operaciones y orden) que ha sido tema de interés para la humanidad.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG01 |
| **Descripción** | La medida |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://static0.planetasaber.com/encyclopedia/Data/Imagenes/FOTOS/001UHB01.jpg> |
| **Pie de imagen** | Los números reales: Un sistema numérico para medir |

[SECCIÓN 2]**1.1 Las expansiones decimales**

Una expansión decimal es una expresión de la forma donde son algunos de los dígitos por ejemplo:

El conjunto de los números reales es precisamente el conjunto de todas las expansiones decimales. A las cifras después del punto decimal, es decir , las llamamos cifras decimales del número real.

Los números reales pueden clasificarse en dos, los que tienen expansión decimal periódica y los que no; una expansión decimal es periódica cuando en las cifras decimales encontramos la mayor secuencia de cifras que llamamos periodo que se empieza a repetir infinitamente, en estos casos, escribimos la expansión decimal hasta que aparezca el periodo por primera vez y colocamos una línea encima de este; por ejemplo:

Observemos que:

son números reales con expansión decimal no periódica.

Diremos que un número real tiene expansión decimal finita si son periódicos y su periodo está conformado o solo por el cero o solo por nueve, por ejemplo:

Es natural para nosotros pensar, que ya que cero no representa ningún valor, si a partir de algún momento solo aparecen ceros en las cifras decimales entonces podemos simplemente quitarlos; por ejemplo, la expansión decimal resulta ser y expansión decimal es ; sin embargo, nueve si representa un valor, entonces porque pensar que en este caso la expansión decimal es finita, consideremos por ejemplo, que le hace falta a para ser , si aumentamos en uno, cualquiera de las cifras decimales de tendríamos una expansión decimal más grande que uno de la forma luego la diferencia , debe ser cero, es decir que , de igual manera se tendría que .

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Reales con Expansión decimal finita** |
| **Contenido** | Los números reales con expansión decimal finita se pueden expresar con expansión decimal periódica de dos maneras: |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_CO\_REC10 |
| **Título** | Acercándonos a los Números reales |
| **Descripción** | Una breve presentación sobre como surgen los números reales. |

[SECCIÓN 3]**1.1.1. Los Números Racionales**

El conjunto de los números racionales está conformado por todos los números reales que tienen expansiones decimal periódica;

Dentro del conjunto de los números racionales encontramos el conjunto de los **números enteros** que son reales tales que sus cifras decimales son solo ceros, o solo nueves; por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Representación de racionales como fracción de enteros** |
| **Contenido** | Todo número racional puede ser expresado de la forma con y números enteros.  El numerador de la fracción esta dado por la diferencia entre los enteros que se obtienen al escribir las cifras del número hasta tomar una sola vez el periodo sin punto decimal y al escribir las cifras del número hasta que empiece el periodo sin punto decimal.  El denominador de la fracción se obtiene al escribir un nueve por cada una de las cifras del periodo seguido de un cero por cada cifra decimal que no pertenezca al periodo. |

Ejemplos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_REC20 |
| **Título** | Expresando Racionales como fracción de enteros |
| **Descripción** | Practica la forma en que se puede pasar de una expansión decimal de un número racional fracción de enteros y viceversa. |

[SECCIÓN 3]**1.1.2. Los Números Irracionales**

El conjunto de los números irracionales está conformado por todos los números reales que tienen expansión decimal no periódica. Por ejemplo:

Dentro del conjunto de los números irracionales se destacan aquellos que son solución de una ecuación polinómica con coeficientes enteros, estos son conocidos como irracionales algebraicos y pueden ser expresados por medio de radicales, por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Polinomio asociado a un irracional expresado con radicales** |
| **Contenido** | Para encontrar el polinomio que se le puede asociar a un número real expresado con radicales, igualamos el número a una variable y empezamos a elevar ambos lados de la igualdad para ir eliminando los radicales. |

**Ejemplo 1.** Encontremos la ecuación polinomica para

Sea

La ecuación asociada es

**Ejemplo 2.** Encontremos el polinomio del cual es raíz

Sea

La ecuación asociada es

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Con el proceso anterior encontramos una ecuación polinomica del cual el número es solución pero esto no quiere decir que sea la única. |

No todos los números irracionales son algebraicos, y no pueden ser expresados como resultado de operaciones con números racionales, por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_REC30 |
| **Título** | Importancia de los números irracionales |
| **Descripción** | Se presentan ejemplos de cómo han sido trabajados algunos números irracionales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC40 |
| **Título** | Buscando polinomios de números radicales. |
| **Descripción** | Ejercita la forma en que se puede encontrar el polinomio asociado a una expresión con radicales. |

[SECCIÓN 2]**1.2. La recta real**

El conjunto de los números reales puede ser representado por una recta, es decir, que se establecer una relación entre los números reales y los puntos de la recta de tal manera que a cada punto de la recta le corresponda un único número real y a cada real le corresponda un único punto de la recta (este es lo que se conoce como una relación biunívoca). Una vez realizada esta correspondencia diremos que tenemos una **recta real**.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Reglas para ubicar los reales en la recta** |
| **Contenido** | Para ubicar los números en la recta de manera usual, escogemos arbitrariamente un punto de la recta que llamaremos , y debemos verificar teniendo en cuenta que los reales son expansiones decimales, que se cumpla que:   * El punto correspondiente a un negativo siempre este al lado izquierdo del que le corresponde a un positivo y 0 debe estar en el medio de ambos. * Si tenemos dos números positivos y el segundo tiene más cifras no decimales que el primero entonces el punto que le corresponde a este último va a la izquierda del que corresponde al segundo número. * Si tenemos dos números positivos con igual número de cifras no decimales y al ubicar la primera cifra de izquierda a derecha en que se diferencian las dos expresiones, y esta es mayor en el en el segundo que en el primero entonces el punto correspondiente a este último va a la izquierda del que le corresponde al segundo número. * Si tenemos dos números negativos y el segundo tiene más cifras no decimales que el primero entonces el punto que le corresponde a este último va a la derecha del que corresponde al segundo número. * Si tenemos dos números negativos con igual número de cifras no decimales y al ubicar la primera cifra de izquierda a derecha en que se diferencian las dos expresiones, y esta es mayor en el en el segundo que en el primero entonces el punto correspondiente a este último va a la derecha del que le corresponde al segundo número. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG02 |
| **Descripción** | Correspondencia entre los números Reales y los puntos de una recta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idreg=8630&ruta=Buscador>  Imagen: **Representación gráfica de números reales** |
| **Pie de imagen** | Recta Real |

No siempre es posible ubicar exactamente un número real, generalmente ubicamos una aproximación del número ya sea por truncamiento o redondeo [[VER](http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idreg=8630&ruta=Buscador)]; si quisiéramos podemos ubicar con precisión los números racionales y algunos números irracionales que en base a algunas construcciones geométricas.

Para ello, empezamos ubicando los números enteros, esto se hace escogiendo una unidad de medida y a partir del cero se hacen mediciones de una unidad tanto a la derecha como a la izquierda; ahora para ubicar los racionales no enteros, se encuentra la expresión como fracción de sus cifras decimales y se divide la unidad siguiente al mayor número entero que sea menor que el numero racional, en tantas partes como diga el denominador y tomamos tantas como diga el numerador [[VER](http://tube.geogebra.org/student/b161352#material/161346)].

Para ubicar los números irracionales se realizan algunas construcciones geométricas usando las propiedades de la media geométrica que se presentan en la circunferencia. [[VER](http://tube.geogebra.org/student/b161352#material/161362)]

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG03 |
| **Descripción** | Ubicación de números irracionales con regla y compás sobre la recta real. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idreg=8630&ruta=Buscador>  Imagen: **Representación gráfica de números irracionales** |
| **Pie de imagen** | **Ubicación de algunos radicales en la recta real** |

[SECCIÓN 2]**1.3. Operaciones de los números reales**

En cursos anteriores hemos estudiado cuales son las operaciones de los números reales y como se efectúan; algunas veces simplemente aproximamos para operar y otras dejamos indicadas las operaciones. Las dos operaciones más importantes son la adición y la multiplicación, la resta y la división pueden expresarse en términos de la suma y la multiplicación correspondientemente, por esto no se estudian de manera específica. Otras de las operaciones son la potenciación, la radicación y la logaritmación.

A continuación recordaremos las propiedades más importantes de estas operaciones:

**Propiedades de la adición de números reales:**

Para todo se cumple que:

* Propiedad asociativa de la adición:
* Propiedad Conmutativa de la adición:
* Existencia de elemento idéntico de la adición:
* Existencia de Inversos aditivos u opuestos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | * Si se suman dos números racionales el resultado es un número racional. * Si se suma un irracional con un racional el resultado es un número irracional. * Si se suman dos números irracionales, el resultado puede ser irracional o racional. |

**Propiedades de la multiplicación de números reales:**

Para todo se cumple que:

* Propiedad asociativa de la multiplicación:
* Propiedad Conmutativa de la multiplicación:
* Existencia de elemento idéntico de la multiplicación:
* Existencia de Inversos Multiplicativos: Si , entonces existe tal que
* Inexistencia de divisores de cero: Si si y solo si ó

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | * Si se multiplica dos números racionales el resultado es un número racional. * Si se multiplica un irracional con un racional distinto de cero el resultado es un número irracional. * Si se multiplican dos números irracionales, el resultado puede ser irracional o racional.. |

Algunas de las propiedades que relacionan la adición de números reales con la multiplicación son:

Para todo se cumple que:

* Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma:

**Algunas Propiedades de la potenciación radicación y logaritmación:**

Para todo se cumple que:



|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La potenciación, radicación y logaritmación no deberímos llamadas del todo operaciones dentro de los reales, ya que no están definidas para cualquier par de números reales, no se consideran índices radicales o bases logarítmicas negativas, y expresiones como y no tienen sentido en el conjunto de los números reales, por lo que las propiedades anteriores solo son validas si las expresiones tienen sentido. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC50 |
| **Título** | Usando las propiedades de las operaciones de números reales |
| **Descripción** | Justifica los procedimientos algebraicos usando las propiedades de las operaciones de los números reales. |

[SECCIÓN 2]**1.4. Orden de los números reales**

Aunque la forma en que ubicamos los números reales en la recta real nos brinda un orden para el conjunto, podemos formalizar el concepto de orden de los números reales a partir de la operación de adición y el conjunto de números reales positivos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de orden en los números reales** |
| **Contenido** | * Decimos que es menor que () o es mayor a ( si y solo si es un número real positivo. * Diremos que es menor o igual a () o mayor o igual a si y solo si ó . |

**Propiedades del orden de números reales:**

* Tricotomía: Sea entonces se cumple una y solo una de las siguientes afirmaciones ó ó .
* Propiedad Arquimediana: Sean con entonces existe un entero positivo tal que
* Propiedad reflexiva:
* Propiedad antisimétrica: Si y entonces
* Propiedad transitiva: Si y entonces

**Propiedades de monotonía:**

Son propiedades que relacionan el orden de números reales con respecto a las operaciones de adición y multiplicación. Sean entonces:

* Si y entonces
* Si y entonces
* Si y entonces
* Si y entonces
* Si y entonces
* Si y entonces
* Si y entonces

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC60 |
| **Título** | Usando las propiedades de orden de los números reales. |
| **Descripción** | Reconoces la estructura algebraica y de orden de los números reales. |

[SECCIÓN 2]**1.5. Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC70 |
| **Título** | Practica lo que has repasado y aprendido. |
| **Descripción** | Reconoces la estructura algebraica y de orden de los números reales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC80 |
| **Título** | Practica lo que has repasado y aprendido. |
| **Descripción** | Reconoces expresiones equivalentes de números reales. |

[SECCIÓN 1]**2 Intervalos**

Se denomina intervalo al conjunto de puntos de la recta real correspondientes a una semirecta o a un segmento ya sea con sus extremos o sin ellos. Diremos que un intervalo es acotado superiormente si encontramos un punto a su derecha que no pertenezcan a el, diremos que es acotado inferiormente si encontramos un punto a la izquierda que no pertenezca a el, y diremos simplemente acotado si es acotado superior e inferiormente. Claramente los segmentos son acotados mientras que las semirectas solamente superior o inferiormente. Utilizaremos el orden de los definir de una manera más precisa los intervalos.

[SECCIÓN 2]**2.1Intervalos abiertos**

Sean con entonces:

Definimos el intervalo abierto de extremos y como el conjunto de todos los números reales mayores que y menores que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG04 |
| **Descripción** | Segmento abierto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Acotados Abiertos/primera imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

Definimos el intervalo abierto con extremos y como el conjunto de los números reales mayores que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG05 |
| **Descripción** | Semirrecta abierta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Acotados Abiertos/segunda imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

Definimos el intervalo abierto con extremos y como el conjunto de los números reales menores que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG06 |
| **Descripción** | Semirrecta abierta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Acotados Abiertos/tercera imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

[SECCIÓN 2]**2.2 Intervalos cerrados**

Sean con entonces:

Definimos el intervalo cerrado de extremos y como el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que y menores o iguales que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG07 |
| **Descripción** | Segmento cerrado |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Acotados Cerrados |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

[SECCIÓN 2]**2.3 Intervalos semiabiertos**

Sean con entonces:

Definimos el intervalo semiabierto de extremo cerrado en y abierto en como el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que y menores que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG08 |
| **Descripción** | Segmento semiabierto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Semiabiertos/primera imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

Definimos el intervalo semiabierto de extremos abierto en y cerrado en como el conjunto de todos los números reales mayores que y menores o iguales que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG09 |
| **Descripción** | Segmento semiabierto |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Semiabiertos/segunda imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

Definimos el intervalo simiabierto con extremos y como el conjunto de los números reales mayores o iguales que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG10 |
| **Descripción** | Semirecta cerrada |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Semiabiertos/tercera imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo [ |

Definimos el intervalo abierto con extremos y como el conjunto de los números reales menores o iguales que :

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG11 |
| **Descripción** | Semirecta cerrada |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 4 Eso/Matematicas/Intervalos/Intervalos Semiabiertos/cuarta imagen |
| **Pie de imagen** | Representación del intervalo |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Intervalos Acotados y no acotados** |
| **Contenido** | Observa que:   * es acotado * es acotado * es acotado * es acotado superiormente * es acotado inferiormente * es acotado superiormente * es acotado inferiormente |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | **Al conjunto de los números reales lo podemos expresar como el intervalo** |

[SECCIÓN 2]**2.4 Operaciones con Intervalos**

Como los intervalos son conjuntos de números reales podemos realizar entre ellos las operaciones básicas de conjuntos como lo son, unión, intersección y complemento. El resultado de realizar una operación conjuntista entre intervalos siempre lo podemos escribir o como un intervalo o como un intervalo o como unión de intervalos y podemos apoyarnos en la representación grafica para hallarlo

[SECCIÓN 3]**2.4.1. Unión de Intervalos**

Esta conformado por todos los puntos que pertenecen a un intervalo u a otro.

Ejemplo 1. Para encontrar podemos representarlo como

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG12 |
| **Descripción** | Unión de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c6/Intervalo_real_22.svg/120px-Intervalo_real_22.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego

Ejemplo 2. Para encontrar podemos representarlo gráficamente

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG13 |
| **Descripción** | Unión de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a9/Intervalo_real_20.svg/120px-Intervalo_real_20.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego en este caso simplemente dejamos la operación indicada.

[SECCIÓN 3]**2.4.2. Intersección de intervalos**

Esta conformado por todos los puntos que pertenecen a ambos intervalos.

Ejemplo 1. Para encontrar podemos representarlo como

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG12 |
| **Descripción** | Intersección de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/Intervalo_real_23.svg/120px-Intervalo_real_23.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego

Ejemplo 2. Para encontrar podemos representarlo gráficamente

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG13 |
| **Descripción** | Intersección de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/8e/Intervalo_real_21.svg/120px-Intervalo_real_21.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego

[SECCIÓN 3]**2.4.3. Complemento de un intervalo**

Esta conformado por todos los números reales que no pertenecen al intervalo.

Ejemplo 1. Para encontrar podemos representar gráficamente

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG14 |
| **Descripción** | Complemento de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d2/Intervalo_03.svg/300px-Intervalo_03.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego

Ejemplo 2. Para encontrar podemos representar gráficamente

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG14 |
| **Descripción** | Complemento de intervalos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d2/Intervalo_03.svg/300px-Intervalo_03.svg.png> |
| **Pie de imagen** |  |

Luego

[SECCIÓN 2]**1.5. Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC90 |
| **Título** | Practica lo que has aprendido sobre intervalos y sus operaciones. |
| **Descripción** | Reconoces los intervalos, sus características y puedes realizar correctamente sus operaciones. |

[SECCIÓN 1]**2Valor absoluto**

El valor absoluto de un número real que denotaremos por se define como:

Observa que el valor absoluto de un número es siempre no negativo.

Es importante que recordemos que cuando tenemos que es un número real, no necesariamente es un número real negativo, ene este caso representa el opuesto de , y si es negativo es positivo. Luego:

[SECCIÓN 2]**2.1 Propiedades del absoluto**

Las principales propiedades del valor absoluto son:

* si y solo si
* si y solo si
* si y solo si ó

El valor absoluto también puede ser visto como la distancia en la recta real es decir la distancia entre dos números y esta dada por

Por ejemplo la distancia entre yesta dad por y la distancia entre y esta dada por

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG16 |
| **Descripción** | Distancia en la recta |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idpack=11&idpil=0015EF01&ruta=Buscador> |
| **Pie de imagen** | Observamos la distancia entre y , y entre y |

[SECCIÓN 2]**2.2Ecuaciones de una variable con valor absoluto**

Una ecuación con valor absoluto es una ecuación en el que la variable aparece una o más veces dentro de un valor absoluto, por ejemplo:

Para resolver una ecuación con valor absoluto es necesario recordar su definición es decir

ó

Veamos algunos ejemplos del proceso que podemos realizar para hallar la solución a estas ecuaciones cuando el valor absoluto aparece una sola vez.

Ejemplo 1. Encontrar el conjunto solución de la ecuación

Para resolver la ecuación consideramos dos casos: el primero y el segundo cuando . Pasamos a resolver cada uno de estos:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Luego el conjunto solución de la ecuación es

Ejemplo 2. Hallar el conjunto solución de la ecuación

Comenzamos despejando la expresión con valor absoluto:

Entonces consideramos dos casos: y . Resolviendo cada uno:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Luego el conjunto solución de la ecuación es

Ejemplo 3. Encontrar el conjunto solución de la ecuación

Consideramos dos casos: y . Resolviendo cada uno:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | |  | |
| Usando Formula Cuadrática | | Factorizando | |
|  | |  | |
|  |  |  |  |

Luego el conjunto solución de la ecuación , es

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_REC100 |
| **Título** | Otros casos de ecuaciones con valor absoluto |
| **Descripción** | Estudia cómo resolver ecuaciones en donde la variable aparece en más de un término y no solo dentro del valor absoluto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC110 |
| **Título** | Resolviendo ecuaciones con valor absoluto |
| **Descripción** | Encuentra el conjunto solución de ecuaciones con valor absoluto. |

[SECCIÓN 2]**3.3 Inecuaciones de una variable con valor absoluto**

Una inecuación con valor absoluto es una inecuación en el que la variable aparece una o más veces dentro de un valor absoluto, por ejemplo:

Antes de estudiar como solucionar algunas inecuaciones lineales es necesario omitir algunos casos.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Inecuaciones con valor absoluto con respuesta trivial** |
| **Contenido** | Sea , y y una expresión algebraica que contiene a como variable entonces la inecuación:   * tiene por conjunto solución todos los reales donde tiene sentido. * tiene por conjunto solución todos los reales donde tiene sentido. * tiene por conjunto solución todos los reales donde tiene sentido y . * tiene por conjunto solución el conjunto vacío. * tiene por conjunto solución el conjunto vacío. * tiene por conjunto solución el mismo que la ecuación |

[SECCIÓN 3]**3.3.1 Inecuaciones donde la expresión en valor absoluto es menor que un real positivo**

Consideremos la inecuación donde es un número real positivo; tendríamos entonces que y esto podemos interpretarlo gráficamente como los números reales cuya distancia a cero es menor a ,

Por ejemplo

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG17 |
| **Descripción** | Inecuación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/04/Valor_absoluto_3.JPG/800px-Valor_absoluto_3.JPG> |
| **Pie de imagen** | Interpretación de la inecuación como un problema de distancia |

Tiene solución

Por lo tanto tenemos que el conjunto solución de la inecuación esta dado por que son los números reales tales que , luego tal y como se expresa en la propiedad 4 de valor absoluto, el conjunto solución es la intersección entre los valores reales que satisfacen las inecuaciones y .

Entonces cuando tengamos una expresión del tipo:

Donde es una expresión que contiene únicamente la variable , entonces el conjunto solución se obtiene hallando la intersección de los conjuntos solución de las inecuaciones y .

Ejemplo 1. Encontrar el conjunto solución de la inecuación

Entonces se debe cumplir simultáneamente que y que , estas dos desigualdades las podemos escribir como , y resolverla usando las propiedades del orden en los números reales y despejando en la parte central:

Por lo tanto el conjunto solución de la inecuación es el intervalo cerrado

Ejemplo 2. Encontrar el conjunto solución de la inecuación

Entonces se debe cumplir que y que estas dos desigualdades las podemos escribir simultáneamente

Sin embargo como las inecuaciones cuadráticas no se resuelven despejando si no comparándolas con cero entonces no conviene resolver simultáneamente, luego debemos resolver las dos inecuaciones e intersecar (acordémonos que ambas de cumplirse) las soluciones.

Factorizando para hallar lo ceros

Calculamos los intervalos en que la expresión es positiva

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Factores |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Luego la ineacuación tiene conjunto solución

Ahora resolvamos la otra inecuación

Factorizando para hallar los ceros de la expresión:

Calculamos los intervalos en que la expresión es negativa

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Factores |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Luego la inecuación tiene conjunto solución

Finalmente la inecuación con valor absoluto tiene por conjunto solución:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC120 |
| **Título** | Resuelve inecuaciones con valor absoluto |
| **Descripción** | Practica como se deben resolver este tipo de inecuaciones. |

[SECCIÓN 3]**3.3.2. Inecuaciones donde la expresión en valor absoluto es mayor que un real positivo**

Consideremos la inecuación donde es un número real positivo; tendríamos entonces que y esto podemos interpretarlo gráficamente como los números reales cuya distancia a cero es mayor a ,

Por ejemplo

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_IMG18 |
| **Descripción** | Inecuación |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/04/Valor_absoluto_3.JPG/800px-Valor_absoluto_3.JPG> |
| **Pie de imagen** | Interpretación de la inecuación como un problema de distancia |

Tiene solución

Por lo tanto tenemos que el conjunto solución de la inecuación esta dado por que son los números reales tales que ó , como se expresa en la propiedad 5 de valor absoluto; a diferencia del caso anterior estas inecuaciones no pueden resolverse simultáneamente, y el conjunto solución es la unión entre los valores reales que satisfacen las inecuaciones y .

Entonces cuando tengamos una expresión del tipo:

Donde es una expresión que contiene únicamente la variable , entonces el conjunto solución se obtiene hallando la unión de los conjuntos solución de las inecuaciones y .

Ejemplo 1. Encontrar el conjunto solución de la inecuación

Entonces se debe cumplir o que , resolviéndolas tenemos que

|  |  |
| --- | --- |
| Conjunto solución | Conjunto solución |

Por lo tanto el conjunto solución de la inecuación es el intervalo abierto

Ejemplo 2. Encontrar el conjunto solución de la inecuación

Entonces se debe cumplir que y que resolviendolas tenemos:

Factorizando para hallar lo ceros

Calculamos los intervalos en que la expresión es negativa

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Factores |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Luego la ineacuación tiene conjunto solución

Ahora resolvamos la otra inecuación

Factorizando para hallar los ceros de la expresión:

Calculamos los intervalos en que la expresión es positiva

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Factores |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Luego la inecuación tiene conjunto solución

Finalmente la inecuación con valor absoluto tiene por conjunto solución:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC130 |
| **Título** | Resuelve inecuaciones con valor absoluto |
| **Descripción** | Practica como se deben resolver este tipo de inecuaciones. |

[SECCIÓN 2]**3.4.Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC140 |
| **Título** | Practica lo que has aprendido. |
| **Descripción** | Reconoces los diferentes casos asociados a las ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC150 |
| **Título** | Practica lo que has aprendido. |
| **Descripción** | Resuelves correctamente ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto. |

[SECCIÓN 1]**4. Ejercitación y competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G011\_01\_CO\_REC160 |
| **Título** | Repasa todo lo que viste en el tema |
| **Descripción** | Manejas correctamente los procedimientos que hemos trabajado en este tema. |

[SECCIÓN 1]**Fin de unidad**

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_CO\_REC170 |
| **Título** | Evalúa tus conocimientos. |
| **Descripción** | Manejas correctamente los conceptos que hemos trabajado en este tema. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_CO\_REC180 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Relaciona los contenidos del tema. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_G11\_01\_CO\_REC190 | |
| **Web 01** | *Representación de números en la recta real.* | [*http://tube.geogebra.org/student/b161352#*](http://tube.geogebra.org/student/b161352) |
| **Web 02** | *Números reales* | [*http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idreg=8630&ruta=Buscador*](http://aulaplaneta.planetasaber.com/encyclopedia/default.asp?idreg=8630&ruta=Buscador) |