**Interactivo F6: Menú con fichas**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

MA\_11\_02\_CO

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.)

Refuerza tu aprendizaje: Inversas de las funciones exponenciales y trigonométricas.

**\*** Descripción del recurso

Interactivo en el que se estudian las funciones logarítmicas y las inversas de las funciones trigonométricas.

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",")

“Función inversa”

**\*** Tiempo estimado (minutos)

20 min

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | X | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | X |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo: Estudiar la construcción de las funciones logarítmica, arcoseno, arcocoseno y arcotangene como inversas de las funciones trascendentes exponencial y trigonométricas.

Antes de la presentación:

Antes de la presentación es importante que se hayan repasado las propiedades de las funciones trigonométricas, su periodicidad y principales puntos, también se debe estudiar las características de las funciones exponenciales. Por otro lado es necesario que los estudiantes recuerden que la grafica la función inversa de una función inyectiva se puede obtener al reflejar la grafica de la función por la recta identidad o reflejando en y rotando 45ª a la derecha.

Después de la presentación:

Se es puede solicitar a los estudiantes que construyan las funciones arcosecanta y arcocosecante como las funciones inversas de las funciones secante y cosecante, por su puesto como estas funciones no son biyectivas es necesario restringir el domino, lo que como se ve en el aplicativo hace que la composición de la secante y el arcosecante y la cosecante y el arcocosecante no es propiamente la función identidad.

También se espera que se trabaje como se utilizan estas funciones para el despeje de ecuaciones que las involucran las exponenciales y las funciones trigonométricas.

**FICHA DEL ALUMNO**

En muchas ocasiones nos enfrentamos a resolver ecuaciones que involucran funciones exponenciales o funciones trigonométricas, por ejemplo si tenemos que resolver la ecuación:

Si tuviéramos las graficas de las funciones Seno y Coseno podríamo intentar identificar los puntos donde estas funciones toman los mismos valores, pero si no tenemos las graficas y queremos resolver la ecuación, debemos empezar a utilizar los procesos que conocemos para resolver la ecuación, de donde:

Sin embargo, por tratarse de ecuaciones que están asociadas a funciones trascendentes, no basta con procesos algebraicos para encentrar la soluciones de la ecuación, es necesario tener una función que por lo menos nos arroje un valor de que saisfaga esta ecuación, dicha función es la inversa de la función Tangente que conocemos como la función Arcotangente o , aplicándola a ambos lados de la ecuación tenemos que:

de donde una de las soluciones es

pero también son soluciones

En este interactivo estudiaremos las graficas de las funciones inversas a las funciones trigonométricas y exponenciales, sus propiedades, comportamientos, y su composiciones con las funciones de las que son inversas.

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**MENÚ**

**\*** Número de imágenes del menú (**mín. 2 – máx. 8**) PARA CADA IMAGEN DE ESTE INCISO COPIA LOS SIGUIENTES DOS BLOQUES *IMAGEN #...* Y *FICHA #...*

2

**\*** Título (**65** caracteres máx.) COPIA EL TÍTULO DEL RECURSO PARA EL TÍTULO DEL INTERACTIVO AL MENOS QUE SEA DIFERENTE. RECUERDA EL TÍTULO NO DEBE REBASAR LOS 65 CARACTERES.

Inversa de funciones exponenciales y funciones trigonométricas

**\*** Instrucción (**68** caracteres máx.)

Selecciona una imagen

**IMAGEN** 1 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Una función exponencial y su inversa logarítmica en una sola grafica.

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Inversa de funciones exponencial.

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

4

**FICHA** 1 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función exponencial con base mayor a uno

**\*** Texto

En la grafica de la función exponencial se observa que es una función inyectiva, por lo cual tiene una función inversa, recordemos algunas de las características de la exponencial:

|  |  |
| --- | --- |
| **Exponencial** |  |
| Dominio |  |
| Rango |  |
| Creciente: |  |
| Cóncava hacia arriba: | En todo su dominio |
| Cóncava hacia abajo | No presenta este comportamiento |

Las funciones exponenciales tienen múltiples aplicaciones, por ejemplo, el interés compuesto [[VER](https://sites.google.com/site/674matematica674/problema-n-2)].

Una de las exponenciales más estudiadas es la que tienen como base el número de Euler, [[VER](http://www.ecured.cu/index.php/N%C3%BAmero_e)].

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**FICHA** 2 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Inversa de la función exponencial con base mayor a uno

**\*** Texto

La función logarítmica:

Sus características principales están dadas por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Exponencial** |  | **Logarítmica** |
| Dominio |  | Rango |
| Rango |  | Dominio |
| Creciente: |  | Creciente |
| Cóncava hacia arriba: | En todo su dominio | Cóncava hacia abajo |
| Cóncava hacia abajo | No presenta este comportamiento | Cóncava hacia arriba |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función , la grafica de la función identidad con distinto color y que lentamente vayan apareciendo algunos puntos del reflejo de la función exponencial con respecto a la identidad para ir construyendo la grafica del logaritmo natural.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas Inversa de exponenciales.

**FICHA** 3 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función logarítmica con base mayor a uno

**\*** Texto

La función logarítmica tiene las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Logarítmica** |  |
| Dominio |  |
| Rango |  |
| Creciente: |  |
| Cóncava hacia arriba: | No presenta este comportamiento |
| Cóncava hacia abajo | En todo su dominio |

Para el caso en que se escribe solamente es decir

Para el caso en que se escribe solamente es decir

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función logaritmo natural

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 3 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Composición de la exponencial y el logaritmo:

**\*** Texto

Como la función logaritmo es la inversa a la función exponencial, al componerlas se obtiene la función , sin embargo como la función exponencial no es sobreyectiva, entonces como vimos su inversa tiene por dominio los reales positivos, se tiene entonces que:

Si y

y

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f completa

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f incompleta con dominio

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 4 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función exponencial con base menos a uno

**\*** Texto

Estas funciones exponenciales también son inyectivas, por lo cual tiene una función inversa:

Sus características principales están dadas por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Exponencial** |  | **Logarítmica** |
| Dominio |  | Rango |
| Rango |  | Dominio |
| Creciente: |  | Creciente |
| Cóncava hacia arriba: | No presenta este comportamiento | Cóncava hacia abajo |
| Cóncava hacia abajo | En todo su dominio | Cóncava hacia arriba |

Y si y

y

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función , la función y en diferentes colores.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**IMAGEN** 1 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función Tangente y Arcotangente cons distintos colores cada una.

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Inversa de funciones trigonométricas.

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

9

**FICHA** 1 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función Seno

**\*** Texto

A diferencia de la función exponencial, en la grafica de la función seno se observa que no es inyectiva, por lo cual tiene no tiene una función inversa, sin embargo, se hace bastante útil dado un valor entre y conocer sus preimagenes y por fortuna para la periodicidad y característica de la función se tiene que si se conoce una de las preimagenes se conocen todas, por ejemplo:

Si se tiene un valor positivo y se conoce una de sus preimagenes entre y , por ejemplo se quieren las preimagenes de y se sabe que **,** entonces se tiene que:

y por la simetría que tiene por la recta entonces de donde:

y así se obtienen todas las preimagenes de a partir de .

Ahora si y se sabe que entonces por la simetría que presenta la grafica por la recta , de donde

Con lo que se obtienen todas las preimagenes de

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y , con distintos colores que se muestren los puntos y en azul y los demás puntos de corte con las rectas horizontales en rojo y que estos últimos vayan apareciendo.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**FICHA** 2 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función Seno con Dominio Restringido

**\*** Texto

Como se menciono anteriormente si se tiene un valor entre y , y se conoce una de sus preimagenes que se encuentre en se conocen todas, pero escoger este intervalo no es tan aleatorio, para empezar en este intervalo la función Seno toma todos los valores entre y 1 garantizando que todo valor tenga una preimagen en el intervalo y además si solo consideramos la función en ese intervalo entonces la función es inyectiva y por lo tanto tiene una función inversa:

Algunas de las características del Seno restringido al intervalo son:

|  |  |
| --- | --- |
| **Seno en** |  |
| Dominio |  |
| Rango |  |
| Creciente: |  |
| Impar: | Si |
| Cóncava hacia arriba: |  |
| Cóncava hacia abajo |  |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función que parezca las directas verticales se resalte y la función Seno solo quede definida entre estas dos rectas y el resto se quite.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas) Restringida a

**FICHA** 3 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Inversa de la función Seno

**\*** Texto

La función ArcoSeno:

Sus características principales están dadas por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Seno restringido a** |  | **ArcoSeno** |
| Dominio |  | Rango |
| Rango |  | Dominio |
| Creciente: |  | Creciente |
| Impar: | Si | Si |
| Cóncava hacia arriba: |  | Cóncava hacia abajo |
| Cóncava hacia abajo |  | Cóncava hacia arriba |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función solo entre y , la grafica de la función identidad con distinto color y que lentamente vayan apareciendo algunos puntos del reflejo de la función Seno con respecto a la identidad para ir construyendo la grafica del ArcoSeno

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas Inversa de exponenciales.

**FICHA** 4 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Función logarítmica con base mayor a uno

**\*** Texto

La función logarítmica tiene las siguientes características:

|  |  |
| --- | --- |
| **Logarítmica** |  |
| Dominio |  |
| Rango |  |
| Creciente: |  |
|  | Si |
| Cóncava hacia arriba: |  |
| Cóncava hacia abajo |  |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función ArcoSeno

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 5 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Composición del ArcoSeno y el Seno

**\*** Texto

Como la función ArcoSeno es la inversa a la función Seno restringida a , al componerlas se obtiene la función , sin embargo como la función Seno no es sobreyectiva, y su dominio se restringió entonces:

Si restringido a y

**y**

Sin embargo por lo general no consideramos a la función Seno restringida a ese intervalo, es más si consideramos la expresión **,** observemos que la podemos evaluar en cualquier número real ya que la imagen por el Seno es un número entre -1 y 1 y entonces podemos aplicar la función Arcoseno, sin embargo, como el rango del arcoseno no son todos los reales no podemos obtener la función identidad, en este caso se tiene que:

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f pero que solo se tome el segmento entre (-1,-1) y (1,1)

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Función a trozos descrita.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 6 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Inversa de función Coseno

**\*** Texto

De manera similar al seno, si se tiene un valor entre y , y se conoce una de sus preimagenes que se encuentre en se conocen todas, en este intervalo la función Coseno toma todos los valores entre y 1 y es inyectiva por lo tanto tiene una función inversa, que definimos como ArcoCoseno.

Sus características principales están dadas por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Coseno restringido a** |  | **ArcoCoseno** |
| Dominio |  | Rango |
| Rango |  | Dominio |
| Decreciente: |  | Decreciente |
| Cóncava hacia arriba: |  | Cóncava hacia abajo |
| Cóncava hacia abajo |  | Cóncava hacia arriba |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función, que parezca las directas verticales se resalte y la función Coseno solo quede definida entre estas dos rectas y el resto se quite.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas restringido a

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función solo entre y , la grafica de la función identidad con distinto color y que lentamente vayan apareciendo algunos puntos del reflejo de la función Seno con respecto a la identidad para ir construyendo la grafica del ArcoCoseno

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función ArcoCoseno

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 7 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Composición del ArcoCoseno y el Coseno

**\*** Texto

De manera similar a la función Seno se tiene que si:

y

**y**

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f pero que solo se tome el segmento entre (-1,-1) y (1,1)

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Función a trozos descrita.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 8 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Inversa de función Tangente

**\*** Texto

De manera similar al seno si se tiene un valor en los reales y se conoce una de sus preimagenes que se encuentre en se conocen todas, en este intervalo la función tangente toma todos los valores reales y es inyectiva por lo tanto tiene una función inversa, que definimos como Arctangente.

Sus características principales están dadas por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Seno restringido a** |  | **ArcoTangente** |
| Dominio |  | Rango |
| Rango |  | Dominio |
| Creciente: |  | Creciente |
| Cóncava hacia arriba: |  | Cóncava hacia abajo |
| Cóncava hacia abajo |  | Cóncava hacia arriba |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función, que parezca las directas verticales se resalte y la función Tangente solo quede definida entre estas dos rectas y el resto se quite.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas restringido a

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función solo entre y , la grafica de la función identidad con distinto color y que lentamente vayan apareciendo algunos puntos del reflejo de la función Seno con respecto a la identidad para ir construyendo la grafica del Arcotangente

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función ArcoTangente

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**FICHA** 9 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Composición del Arcotangente y tangente

**\*** Texto

De manera similar a la función Seno se tiene que si:

y

**y**

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función f

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Función a trozos descrita.

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas