**Interactivo F13: Webquest**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

MA\_G11\_02\_CO

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.) Historia de los Números Reales

La relación reciproca y biyectividad.

**\*** Descripción del recurso

Interactivo en el que se define la relación reciproca y cual es su relación con las propiedades de inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de funciones.

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",")

“Funciones biyectiva” “relación reciproca”

* Tiempo estimado (minutos)

20

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | x | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | x |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

1-Medio

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo

Con este interactivo, se busca que el estudiante se vaya familiarizando con el concepto de función inversa, primero reconociendo que toda relación se puede invertir, y que observe que no siempre que se invierta una función se obtiene una función si no que es necesario solicitar la condición de inyectividad, evidenciando de esta manera su importancia.

Durante la presentación:

No es necesario esperar a que el estudiante haya observado toda la animación para entablar una discusión, es posible parar la presentación para realiza algunos ejercicios que permitan al estudiante una mejor apropiación de cada concepto que se trabaja podría hacerse en las pestañas 1, 2, 4.

Después de la presentación:

Den la pestaña número seis se trabaja a groso modo el concepto de equipotencia que puede ser de interés de estudio tanto para los estudiantes como para el profesor, se recomienda realizar una actividad en la que los estudiantes establezcan funciones biyectivas entre el conjunto de los números naturales y sus subconjuntos infinitos, y entre el conjunto de los naturales y los enteros, lo que permitirá apropiarse un poco más de la idea de equipotencia, de función inyectiva y de función biyectiva.

También se recomienda que se trabaje el cuento del hotel infinito de Hilbert.

<https://www.youtube.com/watch?v=_5x-j0zRv5w>

**FICHA DEL ALUMNO**

Cuando se tiene un problema en ocasiones establecemos un modelo un mundo diferente al cual trasladamos el problema con interpretación diferente para ser resuelto de una manera más sencilla y una vez allí devolvernos e interpretar la solución encontrada en ese mundo en nuestro problema original, esta es precisamente la forma en que usamos las matemáticas para modelar eventos de nuestra cotidianidad, pero dentro de las matemáticas un rol muy similar lo juega la función; sin embargo no siempre que establecemos una función podemos devolvernos por un único camino lo que dificulta la labor de la función como herramienta de modelación.

En este interactivo veremos que las propiedades de inyectividad y sobreyetividad que a diferencia de las propiedades de los números reales, las pueden parecernos un poco extrañas e ilógicas y que no tienen ningún sentido estudiarlas, se establecen precisamente para saber en que casos podemos devolvernos con toda tranquilidad.

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**INTERACTIVO**

**\*** Número de pestañas del interactivo (**1, 2, 4, 6 u 8**) PARA CADA PESTAÑA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *PESTAÑA #... 2*

**\*** Título (**65** caracteres máx.) COPIA EL TÍTULO DEL RECURSO PARA EL TÍTULO DEL INTERACTIVO AL MENOS QUE SEA DIFERENTE. RECUERDA EL TÍTULO NO DEBE REBASAR LOS 65 CARACTERES.

Relación Reciproca y Biyectividad

**\*** Instrucción (**68** caracteres máx.)

Selecciona las pestañas

**PESTAÑA** 1

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) La relación reciproca

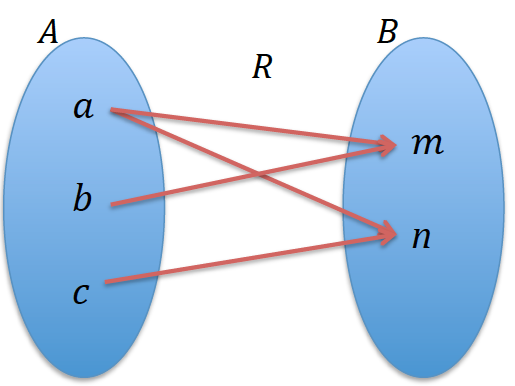
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha | X | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen 1

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

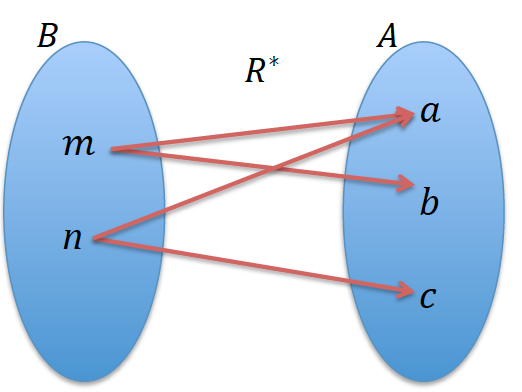


**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Relación

Imagen 2

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Relación reciproca

**\*** Texto

Si se tiene una relación con conjunto de salida y conjunto de llegada , se define como su relación reciproca como la relación con conjunto de salida y de llegada , que esta formada por todas las parejas que se obtienen al invertir el orden en las parejas ordenadas de , de manera más precisa:

**PESTAÑA** 2

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) Reciproca en el plano

Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

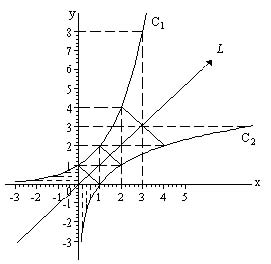
**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda | X |  |  |

Imagen 1

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Colocar colores diferentes a , a y y que sea punteada.

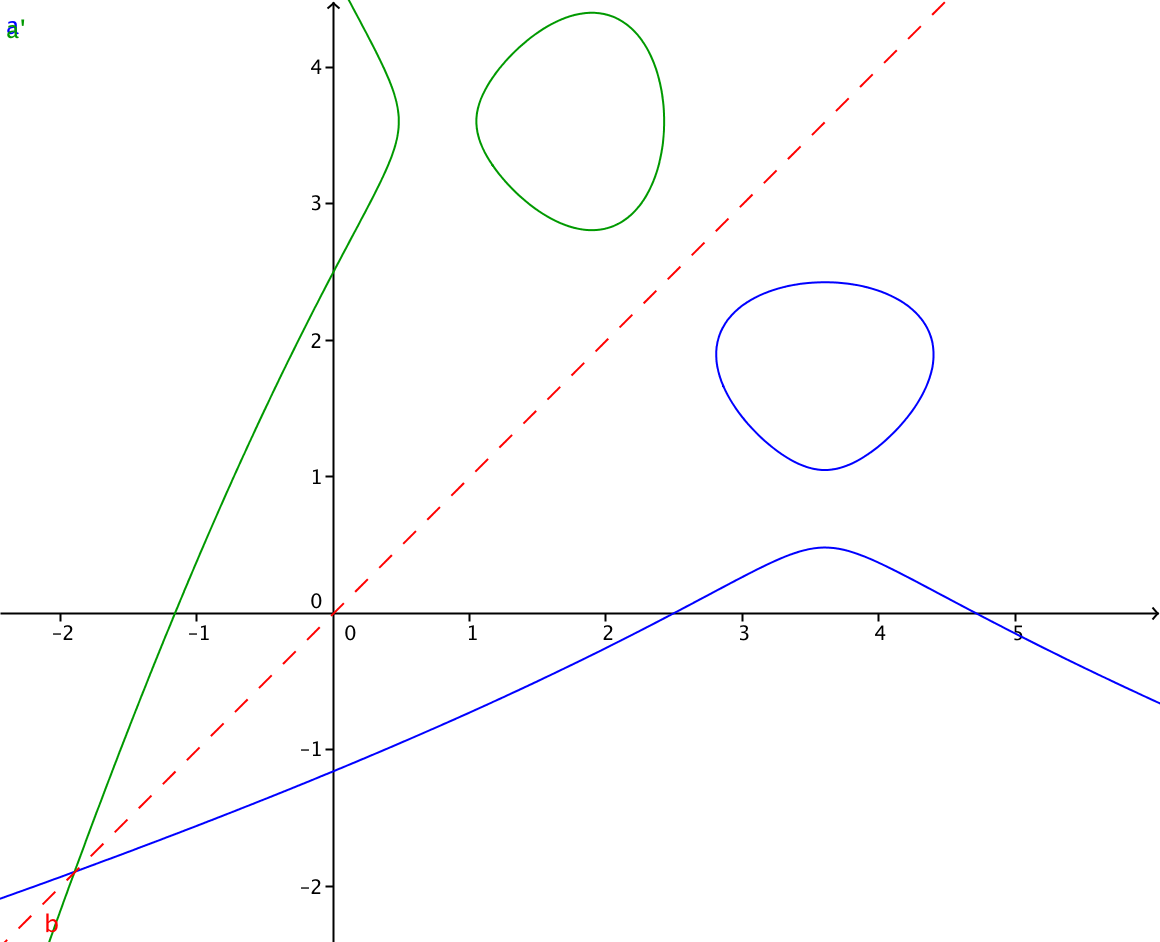


**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Relación

Imagen 2

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Relación reciproca

**\*** Texto

En el plano cartesiano dada la grafica de una relación para obtener la grafica de la relación reciproca se pueden realizar dos procedimientos:

* El primero y más usado es reflejar la grafica de la relación por la recta
* El segundo consiste en reflejar la grafica por el eje y luego rotarla hacia la derecha.

En las graficas se muestra el primer procedimiento, pero puedes practicar con el segundo y observar que se obtiene la misma grafica.

**PESTAÑA** 3

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) Algunas observaciones.

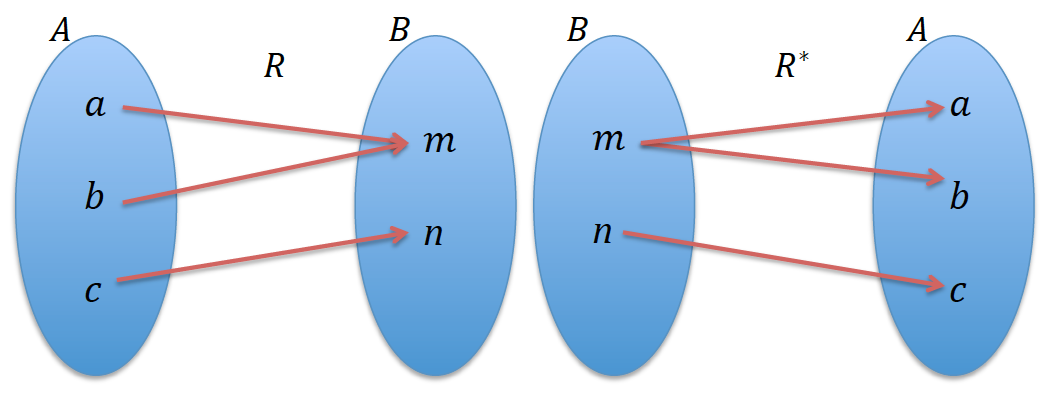
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha | X | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen 1

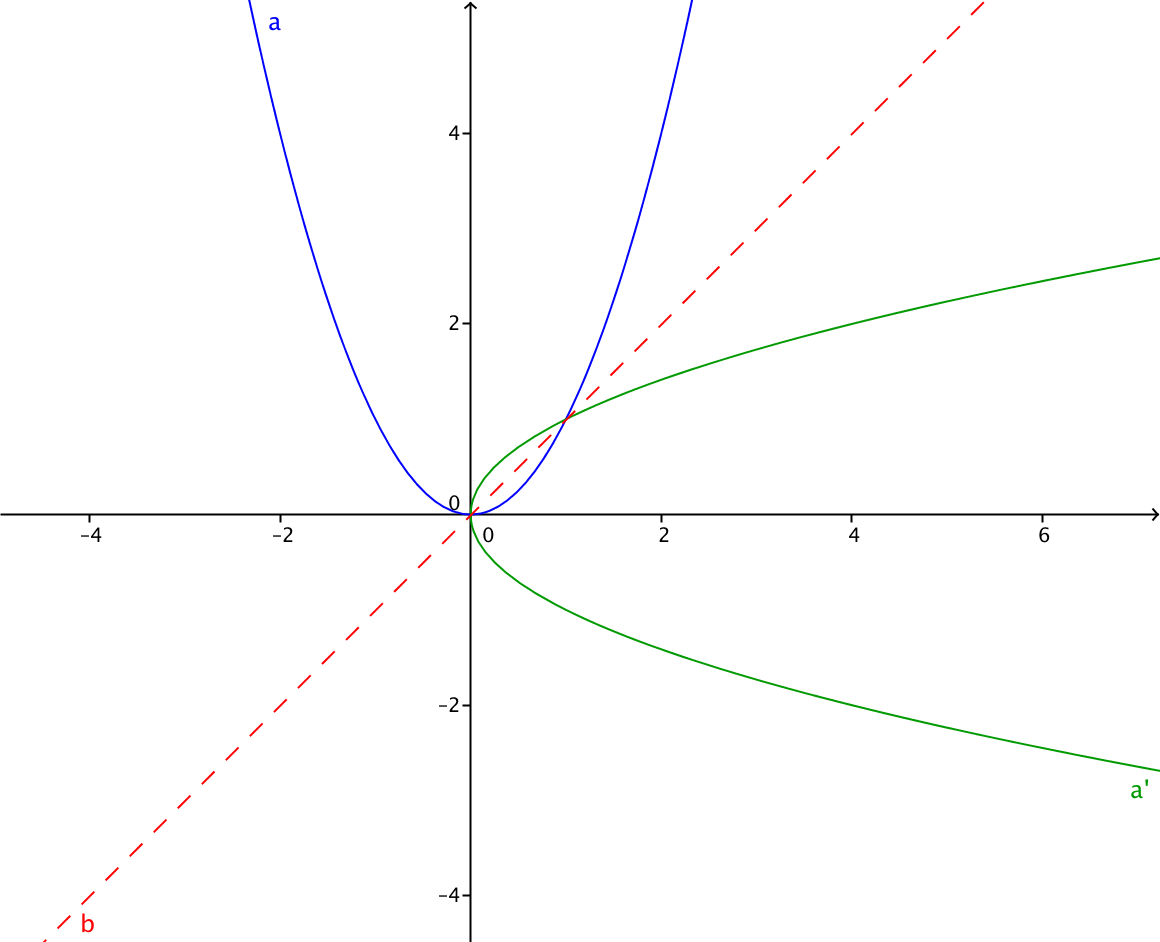
* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Imagen 2

* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Texto

* El domino de la relación reciproca es el rango de la relación.
* El rango de la relación reciproca es el dominio de la relación.
* Como las funciones son relaciones, toda función tiene una relación reciproca y el procedimiento para determinarlas es exactamente el mismo, como se muestra en las figuras.

**PESTAÑA** 4

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) Reciproca de inyectivas.

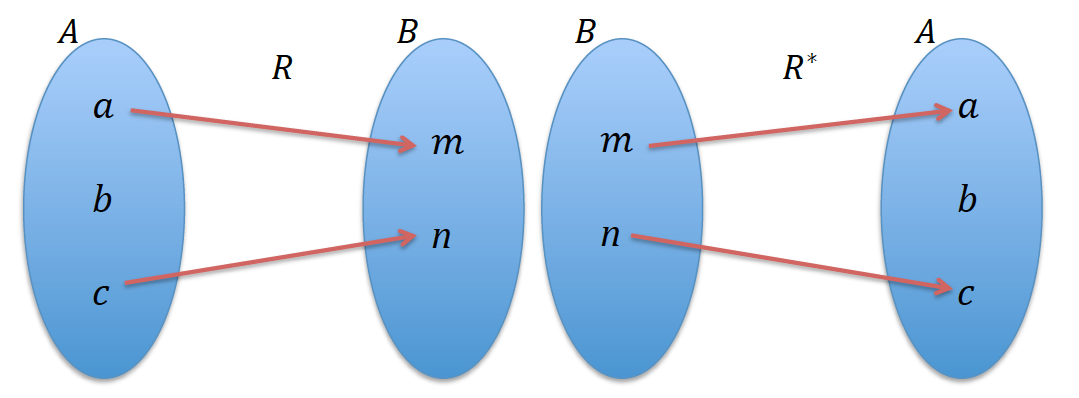
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda | X |  |  |

Imagen 1

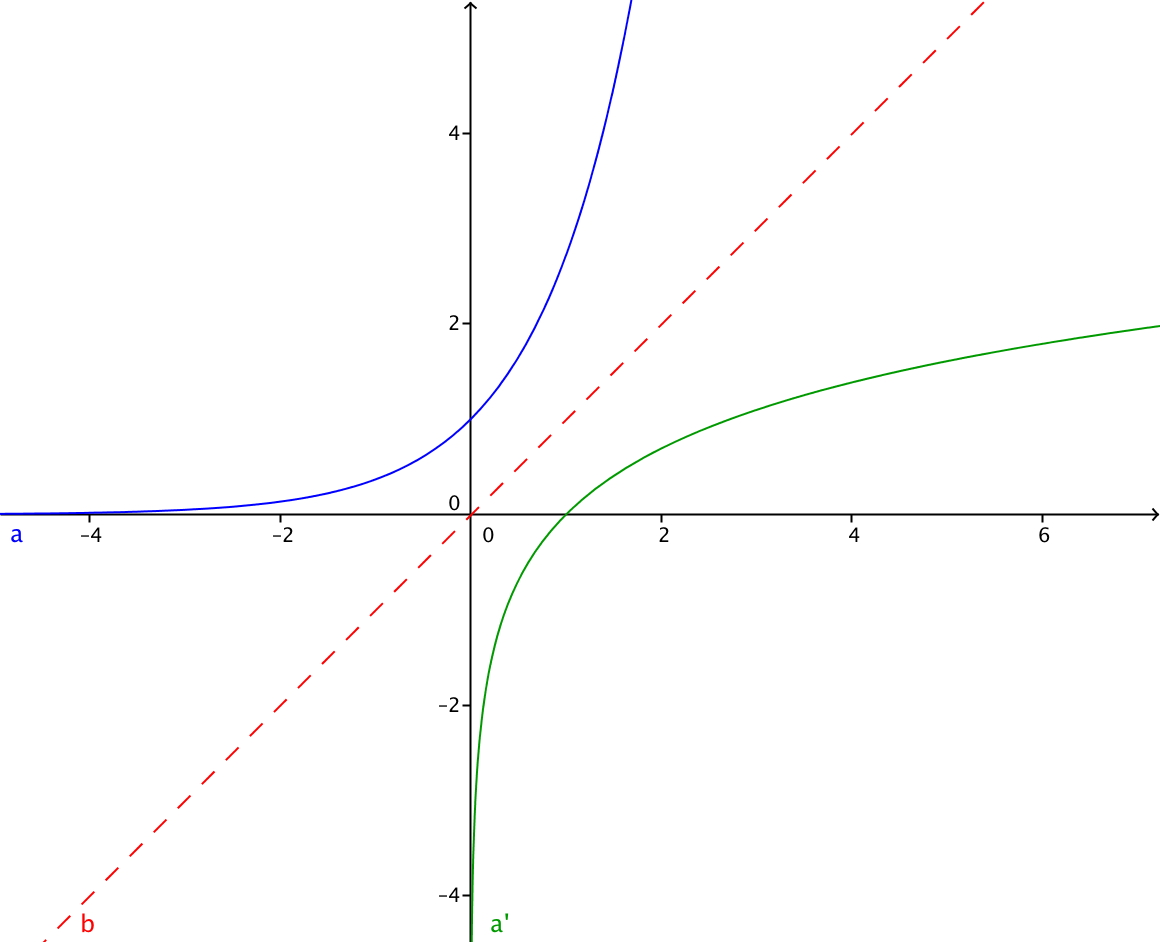
* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Imagen 2

* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Texto

Dada una función entonces para todo elemento de su dominio se tienen que por lo que de inmediato se tiene que , la pregunta que surge es: ¿la relación reciproca de una función es también una función?,.

En general la respuesta es que no es cierto, ya que es posible que dos elementos del domino tengan la misma imagen es decir que existan y en el dominio de la función talque , por lo que al considerar la relación reciproca estaría relacionado con dos elementos del conjunto de llegada y por lo tanto no es función; sin embargo, en el caso de las funciones inyectivas las preimagenes son únicas es decir que ningún par de elementos diferentes pueden tener la misma imagen lo que hace que su **función reciproca si sea función,**  como se muestra en las figuras, en estos caso denotaremos a como y la llamaremos su función inversa.

**PESTAÑA** 5

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) Reciproca de biyectivas

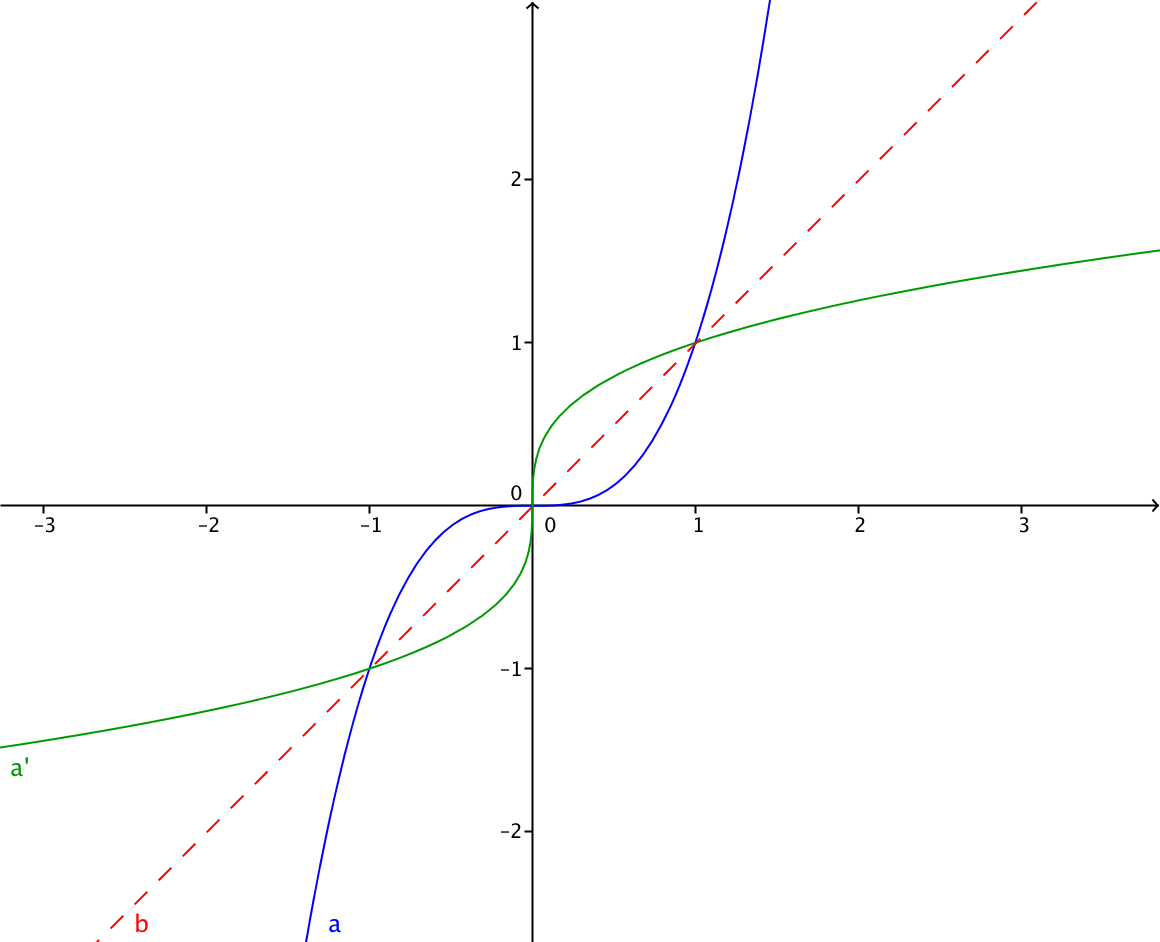
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha | X | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) un conjunto numérico para medir

**\*** Texto

Dada una función que tiene un conjunto de salida y un conjunto de llegada se puede representar de la siguiente manera:

En muchas ocasiones es de interés que el dominio de la función se precisamente todo el conjunto de salida de la relación, es decir que para cualquier elemento del conjunto de salida se garantice que exista una imagen, en estos casos decimos que es una función de en y se tiene que:

lo que representa que todo elemento de esta relacionado con un único elemento de , además si  **es inyectiva,** tenemos entonces que su relación reciproca es función luego:

se sabe que el , pero si  **es sobreyectiva** entonces se tiene que:

En otras palabra si tenemos una función de en  **biyectiva** existe su función inversa que va de en , en la grafica se muestra en azul la función que es una función biyectiva de reales en reales y por lo tanto tiene una función inversa que es que esta en verde, que también resulta ser una función biyectiva de reales en reales.

Esto es de gran importancia en los proesos algebraicos, cuando tenemos una funciónbiyectiva podemos garantizar no solo que podemos devolvernos por medio de su función inversa si no que no se pierden propiedades, por ejemplo:

Si sabemos que entonces podemos elevar a ambos lados al cubo y tenemos que , pero además de esto ambas ecuaciones tienen como conjunto solución , de manera similar si tenemos que entonces podemos sacar raíz cubica a ambos lados y tenemos que . Esto sucede gracias a que la función es biyectiva.

Si sabemos que entonces podemos elevar a ambos lados al cuadrado y tenemos que , pero a diferencia del caso anterior las ecuaciones no tienen el mismo conjunto solución en la primera su conjunto es y en la segunda es por eso cuando resolvemos ecuaciones y elevamos al cuadrado es necesario verificar que lo que obtenemos sea solución ya que es posible que hayan aparecido valores que no solución de la primera ecuación. Ahora si tenemos que entonces podemos sacar raíz cuadrada a ambos lados , pero no tenemos que , esto sería un error lo que obtenemos es que . Esto sucede ya que la función no es biyectiva.

**PESTAÑA 6**

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo) Equipotencia.

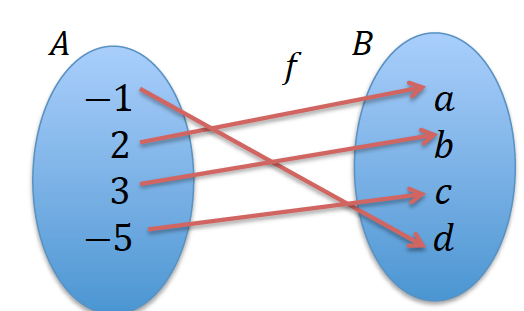
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda | X |  |  |

Imagen 1

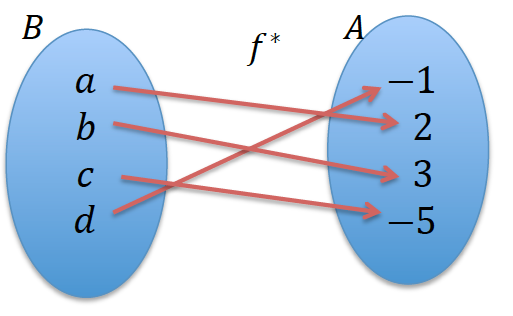
* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Imagen 2

* Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Texto

Dados dos conjuntos finitos y si existe una **función inyectiva** de en entonces es necesario que el conjunto tenga igual o más elementos que el conjunto y si existe una **función sobreyectiva** entre y es necesario que tenga menos o igual cantidad de elementos que , por tanto si existes una función biyectiva entre los conjuntos y entonces los conjuntos deben tener igual número de elementos.

George Cantor ([[VER](http://labellateoria.blogspot.com/2009/01/cantor-el-infinito-y-ms-all.html)]), observo esto y lo utilizo para trabajar con el infinito. Dados dos conjuntos con finitos elementos y si existes una **función inyectiva** de en diremos que tiene igual o más elementos que y si existe una **función sobreyectiva** de en diremos que tiene igual o menos elementos que y si existe una **funcón biyectiva** de en diremos que ambos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos y en estos casos los llamaremos **equipotentes.**

Cantor también demostró que los números naturales, eneros, y racionales son equipotentes, es decir que no hay más números racionales que naturales son la misma cantidad contrario o lo que podríamos pensar o intuir; Cantor también demostró que no existía una sola clase de infinito, ya que el conjunto de los números reales es más grande que el de los naturales ya que no es posible construir una biyectiva de los naturales en los reales, pero si una inyectiva. [[VER](http://labellateoria.blogspot.com/2009/01/cantor-el-infinito-y-ms-all.html)].

¡¡Sorprendente!!