**Interactivo F10: Trabajar un texto**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.)

Puntos de acumulación

**\*** Descripción del recurso

Interactivo en que se estudia el concepto de punto de acumulación y su relación con los limites.

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",")

punto de acumulación, limite, proximidad

**\*** Tiempo estimado (minutos)

10 min

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | X | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | X |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

2-Medio

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo

Con este interactivo, se busca mostrar a los estudiantes el concepto de punto de acumulación y su relación con los límites.

Antes de la presentación:

Se sugiere que el profesor haya trabajado con anterioridad los conceptos de proximidad y la noción intuitiva de límite, y que cuestione a sus estudiantes acerca de la relación entre el límite de una función y su dominio.

Después de la presentación:

Primero se debe retomar la discusión realizada antes de la presentación , sobre cuales son los puntos en que se puede calcular el límite contrastando las ideas recogidas de lo expuesto por los estudiantes con las ideas que se encuentran en el interactivo, luego se puede cuestionar a los estudiantes sobre ¿Cómo hallar rápidamente los puntos de acumulación?

La actividad debe cerrarse con ejercitación en el cálculo de los puntos de acumulación del dominio de una función.

**FICHA DEL ALUMNO**

Como hemos mencionado anteriormente, la noción de límite se relaciona con el comportamiento de la función alrededor de un punto específico, sin embargo en algunas funciones, en todos los puntos no es posible determinar el límite.

En este interactivo se presentan las propiedades de los puntos en los cuales el límite de una función se puede determinar.

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**PESTAÑA 1** (“MENÚ”)

**\*** Título (**48** caracteres máx.)

Puntos de Acumulación

**\*** Texto (**500** caracteres aprox.)

**Puntos en que se calculan límites**

Existen algunos puntos en los que es posible calcular el límite de una función y puntos en los que no. Por ejemplo

Considere la función:

Como se observa, *Dom f = {1,9} ∪ [2, ∞)* y *f(1,9) = 2*, para calcular

es necesario determinar hacia donde tienden las imágenes de los valores cercanos a *x =1,9* tanto por izquierda como por derecha. No obstante, el valor más cercano del dominio a 1,9 es 2 que está a una distancia de 0,1, 2 es un valor que no es lo suficientemente cercano a 1,9 como se precisa para poder calcular el límite, puesto que existen valores más cercanos a 1,9 que no están en el dominio de la función *f*. De esta manera, se necesita que la distancia a 1,9 sea infinitamente pequeña. Por esta razón

no tiene sentido, y además no existe.

haciendo énfasis en la cercanía entre 1,9 y 2

**PESTAÑA 2**

**\*** Título botón (**20** caracteres máx.) ESTE DATO APARECE EN PESTAÑA DEL MENÚ. EN AUTOMÁTICO SE ASIGNA “COMPRENSIÓN” AL MENOS QUE SE ESPECIFICA OTRO TEXTO.

Punto de acumulación

**\*** Título de pestaña (**48** caracteres máx.)

Punto de acumulación de un conjunto

**\*** Texto 1 de pestaña (**500** caracteres aprox.)

Para todo *x ⋲ ℝ*, *x* es un ***punto de acumulación*** del conjunto *A* si para cualquier número real *h > 0*, por pequeño que este sea se cumple que

Si se cumple que para todo *h ⋲ ℝ+*,

,

entonces *x* es un **punto de acumulación por derecha** de y si se tiene que

,

entonces es un **punto de acumulación por izquierda** de *A*.

En la figura el conjunto A se representa de color amarillo

es punto de acumulación del conjunto *A*

es punto de acumulación por derecha de *A*

**no** es punto de acumulación de *A*

**PESTAÑA 3**

**\*** Título botón (**20** caracteres máx.) ESTE DATO APARECE EN PESTAÑA DEL MENÚ. EN AUTOMÁTICO SE ASIGNA “LÉXICO” AL MENOS QUE SE ESPECIFICA OTRO TEXTO.

Ejemplos

**\*** Título de pestaña (**48** caracteres máx.)

Ejemplos de puntos de acumulación

**\*** TERMINO 1:

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*x = 1* y *A = ℝ - {0}*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

Si *A = ℝ - {0}* se tiene que 1 es punto de acumulación, ya que

Si *h = 1,1*

Si

Si

y en general si

TERMINO 2: BORRAR SI NO SE OCUPA

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*x =0* y *A = ℝ - {0}*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

Si , es punto de acumulación ya que

Si

Si

Si

y en general, si *h > 0*

Todos los reales resultan ser puntos de acumulación *ℝ - {0}*

TERMINO 3: BORRAR SI NO SE OCUPA

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*x = 1,9* y *A = {1,9} ∪ [2, ∞)*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

Si *A = {1,9} ∪ [2, ∞)* se tiene que 1,9 **no** es punto de acumulación ya que

Si *h = 0,001*

TERMINO 4: BORRAR SI NO SE OCUPA

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*x = 2* y *A = {1,9} ∪ [2, ∞)*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

Si *A = {1,9} ∪ [2, ∞)* se tiene que 2 es punto de acumulación por derecha de *A*, ya que

Si *h = 0,0001*

Si *h = 0,000001*

Si *h = 0,0000002*

y en general si *h > 0*

Asimismo se cumple que todo número del intervalo (2, ∞) es punto de acumulación del conjunto *{1,9} ∪ [2, ∞)* ytodo número del intervalo (-∞, 2) no es punto de acumulación.

TERMINO 5: BORRAR SI NO SE OCUPA

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*A= (-∞, 1) ∪ (2, 6]*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

*A = (-∞, 1) ∪ (2, 6]*

* 1 y 6 son punto de acumulación por izquierda.
* 2 es un punto de acumulación por derecha.
* Todo punto en el intervalo (1, 2) **no** es punto de acumulación.
* Todo punto de es punto de acumulación, a excepción de 6

TERMINO 6: BORRAR SI NO SE OCUPA

**\*** Término (**17** caracteres máx.)

*A= (-∞, -2) ∪ (2, 6] ∪ (6,001, ∞)*

**\*** Texto de término (**250** caracteres aprox.)

*Si A= (-∞, -2) ∪ (2, 6] ∪ (6,001, ∞)*

* -2 y 6 son puntos de acumulación por izquierda.
* 2 y 6,001 son puntos de acumulación por derecha.
* Todo punto de **no** es punto de acumulación.
* Todo punto de *A* es punto de acumulación de A a excepción de 6.

**PESTAÑA 4**

**\*** Título botón (**20** caracteres máx.) ESTE DATO APARECE EN PESTAÑA DEL MENÚ. EN AUTOMÁTICO SE ASIGNA “COMPRENSIÓN” AL MENOS QUE SE ESPECIFICA OTRO TEXTO.

Acumulación y limites

**\*** Título de pestaña (**48** caracteres máx.)

Puntos de Acumulación y límites

**\*** Texto 1 de pestaña (**500** caracteres aprox.)

De acuerdo con su definición intuitiva, el límite de una función en un punto es el valor al que tienden las imágenes de la función al aproximarse al punto, pero se debe poder aproximarse tanto como se quiera, de esta manera:

***Se puede calcular el límite de una función en el punto a únicamente cuando a es un punto de acumulación del dominio de la función.***

Si es un punto de acumulación derecho del dominio o es un punto de acumulación izquierdo se puede calcular en ese punto sus límites laterales según corresponda.