|  |  |
| --- | --- |
| Título del guion | **Los Números reales propiedades y operaciones** |
| Código del guion | MA\_08\_01\_CO |
| Descripción | Los números reales son todos aquellos que usamos en nuestra vida cotidiana y están a nuestro alrededor. Sirven para medir distancias, para medir el tiempo para calcular el crecimiento de la población y muchas cosas más. |

[SECCIÓN 1] **1 Números Racionales**

La idea de número racional surge de dividir un todo en partes iguales, por ejemplo un cuarto de hora, media naranja, tres cuartos de mantequilla.

El conjunto de los **números racionales** se simboliza con la letra y se define como el cociente entre dos números enteros, es decir:

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Cuando un número racional se expresa como una fracción, el dividendo se llama numerador y el divisor se llama denominador. Los números racionales contienen a los números enteros, debido a que cada entero se puede escribir como una fracción.  **Numerador**  **Denominado**r |

Todo número racional se puede expresar como una fracción, o como un decimal y esto depende de la utilidad y de la necesidad en cada caso. Por ejemplo para decir que una chocolatina se ha partido en partes iguales y se han tomado algunas de ellas, conviene escribir el número como una fracción, pero si se quiere medir el tiempo en que un atleta tarda en recorrer 100 metros, conviene más escribir el tiempo como un decimal.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG01 |
| **Descripción** | Manzana partida en 4 partes, las 4 partes sumadas son iguales a una manzana. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://www.shutterstock.com/es/pic-141122494/stock-photo-school-card-and-apple-with-math-problems.html?src=&ws=1>  Número de la imagen: 141122494 |
| **Pie de imagen** | Una manzana partida en 4 partes se puede representar como |

[SECCIÓN 2] **1.1 Los números racionales como una fracción**

Cuando escribimos un número racional en forma de fracción lo dejamos como el cociente de dos números enteros, teniendo en cuenta que el denominador sea diferente de cero, podemos encontrar dos tipos de fracciones:

|  |  |
| --- | --- |
| **Fracciones propias**  Son aquellas en las que el numerador es menor que el denominador. | **Fracciones impropias**  Son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, también se pueden escribir como un número mixto. |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | Para convertir una fracción impropia en número mixto, se desarrolla el algoritmo de la división, donde el cociente es la parte entera, el divisor el denominador y el residuo el numerador.    **Denominador**    **Parte entera**      **Numerador**  Para convertir un número mixto a una fracción impropia, se suma la parte entera con la fracción. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC10 |
| **Título** | **Refuerza tu aprendizaje Tipos de fracciones** |
| **Descripción** | Actividad para diferenciar entre fracciones propias impropias y mixtas |

[SECCIÓN 3] **1.1.1 ¿Cómo se convierte una fracción en un decimal?**

Como todo número racional escrito en forma de fraccion es una division indicada, para escribirlo como decimal lo unico que se debe hacer es desarrollar la división indicada.

Ejemplos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG02 |
| **Descripción** | Pie de rey digital que se está utilizando para medir el tamaño de un objeto. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Número de la imagen: 251995600 |
| **Pie de imagen** | Para determinar la medida de los objetos se utiliza por lo general números decimales. |

[SECCIÓN 3] **1.1.2 Los números racionales como un decimal**

Cuando escribimos un número racional como un decimal tenemos en cuenta que se forma de dos partes que se separan con una coma, una entera y otra decimal. Existen dos clases de decimales:

|  |  |
| --- | --- |
| **Decimales finitos**  Son aquellos en los que su parte decimal tiene un número finito de cifras, estos se pueden escribir como fracción. | **Decimales infinitos**  Son aquellos en los que su parte decimal tiene un número infinito de cifras, pueden ser periódicos puros o periódicos mixtos. |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC20 | |
| **Ubicación en Aula Planeta** | | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/Recurso100/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | |  |
| **Título** | | Identifica la forma decimal de un número racional |
| **Descripción** | | La actividad está diseñada para reconocer los diferentes tipos de números decimales y clasificarlos. |

[SECCIÓN 3] **1.2.3 ¿Cómo se convierte un decimal en una fracción?**

Para pasar de la **forma decimal** de un número racional a la **fracción** equivalente se debe tener en cuenta si se trata de una forma decimal finita o infinita periódica.

* Si es un **decimal finito** se usaran las potencias de diez ya que nuestro sistema de numeracion es en base 10.

Se debe multiplicar y dividir el numero por la potencia de diez según la cantidad de decimales que posea el decimal.

* Si es un **decimal periódico**, en el numerador ponemos el número sin coma, menos la parte que está fuera del período, y en el denominador, tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal que no forma parte del período.

http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9834/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_01_formula8_resized.gif

http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package9834/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_01_formula9_resized.gif

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC30 | |
| **Ubicación en Aula Planeta** | | <http://profesores.aulaplaneta.com//DesktopModules/PPP_UploadScorms/RecursoPopUp.aspx?RecursoID=506360> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | |  |
| **Título** | | Los números racionales |
| **Descripción** | | Interactivo para reconocer las expresiones de los números racionales |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC40 | |
| **Ubicación en Aula Planeta** | | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/Recurso110/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | |  |
| **Título** | | Expresión decimal y fraccionaria de los números Racionales |
| **Descripción** | | Actividad para reforzar y practicar la representación de los números racionales como decimal y como fracción. |

[SECCIÓN 2] **1.2 La representación de los números racionales sobre la recta numérica**

Todo número racional puede ser representado por un punto en la recta numérica y para ubicarlos en la recta numérica se debe tener en cuenta su representación.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG03 |
| **Descripción** | Se muestra un pequeño mapa conceptual de los conjuntos numéricos. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Para representar los números racionales en la recta numérica debemos recordar los números que componen al conjunto de los números racionales. |

[SECCIÓN 3] **1.2.1 Fracciones en la recta numérica**

* Si la fracción que representa al número racional es propia, dividimos la unidad (es decir entre cero y uno) en tantas partes iguales como lo indique el denominador y tomamos tantas partes como lo diga el numerador y allí ubicamos el punto.

Por ejemplo si ubicamos el racional en la recta numérica dividimos en cuatro partes iguales la unidad comprendida entre 0 y -1. Y a partir del cero tomamos tres partes para indicar el punto que le corresponde a .

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG04 |
| **Descripción** | Ubicación de un fraccionario en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\Documents\planeta\Autor\Racionales 1.png |
| **Pie de imagen** | Ubicación de en la recta numérica. |

* Si la fracción que representa al número racional es impropia, conviene convertir el número en mixto y ubicar primero la parte entera, luego la parte fraccionaria se ubica a partir de ese punto como en el primer caso.

Por ejemplo si ubicamos el número , lo convertimos en un número mixto y quedara de la forma: posteriormente ubicamos la parte entera que es 2, es decir que entre 2 y 3 graficamos la fracción .

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG05 |
| **Descripción** | Ubicación de un fraccionario en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | **C:\Users\FAMILIA\AppData\Local\Temp\geogebra.png** |
| **Pie de imagen** | Ubicación de en la recta numérica. |

[SECCIÓN 3] **1.2.2 Decimales en la recta numérica**

Si el número está representado como una fracción, se toma la parte entera y a partir de allí se divide la unidad en diez partes iguales y se toman tantas partes como indique el primer decimal; para este caso es conveniente aproximar el número a uno o dos decimales si sus cifras decimales son muchas o es periódico.

Por ejemplo al ubicar el racional en la recta, se toma la unidad entre 0 y -1, se divide en 10 partes iguales y comenzando en el cero se toman siete de ellas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG06 |
| **Descripción** | Ubicación de un decimal en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\AppData\Local\Temp\geogebra.png |
| **Pie de imagen** | Ubicación de -0,7 en la recta numérica. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC50 |
| **Título** | **Números racionales en la recta numérica** |
| **Descripción** | Actividad en la que debes identificar un número racional en la recta numérica. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC60 | |
| **Ubicación en Aula Planeta** | | <http://profesores.aulaplaneta.com/LoIdRedirect.aspx?LoId=MT_09_01_Recurso090&IdRecurso=RES-1F4DA1A623DF491C8812B0DAA8D79579> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | |  |
| **Título** | | La representación de los números racionales en la recta numérica |
| **Descripción** | | Actividad para identificar un número en la recta numérica. |

[SECCIÓN 2] **1.3 El orden en los números racionales**

Para cualquier par de números racionales y se puede presentar uno y solo uno de los siguientes casos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG07 |
| **Descripción** | Ubicación de dos puntos en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\Documents\planeta\Autor\imagenes\orden1.png |
| **Pie de imagen** | si representados en la recta numérica se encuentra a la izquierda de . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG08 |
| **Descripción** | Ubicación de dos puntos en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\Documents\planeta\Autor\imagenes\orden2.png |
| **Pie de imagen** | si representados en la recta numérica se encuentra a la derecha de . |

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG09 |
| **Descripción** | Ubicación de dos puntos en la Recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\Documents\planeta\Autor\imagenes\orden3.png |
| **Pie de imagen** | si representados en la recta numérica se ubican en el mismo punto . |

En este último caso se dice que los racionales son equivalentes. Además dos o más racionales forman una familia de fracciones equivalentes si para cualquier par de racionales se cumple que:

Por ejemplo porque como los resultados son iguales se cumple que los racionales son equivalentes.

[SECCIÓN 3] **1.3.1 ¿Cómo ordenar números en la recta numérica?**

Para ordenar dos o varios números de mayor a menor o de menor a mayor conviene convertir todos los racionales a fracciones con igual denominador para comparar únicamente los numeradores y así determinar su orden.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | * Las fracciones que tienen igual denominador se les llama fracciones homogéneas.   Tienen igual denominador por tanto son fracciones homogéneas.   * Las fracciones que tienen diferente denominador se llaman fracciones heterogéneas.   Tienen diferente denominador por tanto son fracciones heterogéneas.   * Para convertir dos fracciones heterogéneas en homogéneas se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores y se amplifica cada fracción para que tengan al mínimo común múltiplo como igual denominador, por ejemplo:   Primero hallar el  Segundo complificar cada racional, así:  Así se tiene que: |

Por ejemplo para comparar los racionales , y decidir cuál es mayor. Primero se convierten a fracciones homogéneas.

Ahora se compara los numeradores, y como se tiene que .

Por ejemplo para comparar los racionales,y organizarlos de menor a mayor primero se convierten a fracciones homogéneas.

Ahora se compara los numeradores, como se tiene que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC70 |
| **Título** | **Orden en el conjunto de los números racionales** |
| **Descripción** | Actividad en la que se debe organizar una lista de números de forma ascendente o descendente. |

[SECCIÓN 2] **1.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_G08\_01\_REC80 |
| **Título** | Refuerza lo aprendido de los números racionales |
| **Descripción** | Actividad sobre la representación de los números racionales |

[SECCIÓN 1] **2 Operaciones en el conjunto de los números racionales**

En el conjunto de los números racionales se realizan operaciones como suma, producto, potenciación y radicación

[SECCIÓN 2] **2.1** **Suma de números racionales**

Si los números racionales están escritos como una fracción se debe considerar dos casos:

* **Racionales con igual denominador**

Para sumar racionales con igual denominador, se deja el mismo denominador y se suman los numeradores.

* **Racionales con diferente denominador**

Se debe hallar el m.c.m (mínimo común múltiplo) de los denominadores y amplificar cada fracción al m.c.m para que tengan el mismo denominador, luego sumar como en el caso de igual denominador. Por ejemplo:

Si los números están escritos como un decimal, se escriben uno debajo del otro ubicando la coma en la misma posición y se procede a sumar como en los naturales, al resultado se le ubica la coma en la misma posición que se encuentra en los sumandos.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 | , | 2 |  |
|  |  | 2 | , | 1 | 5 |
|  | 4 | 5 | , | 6 |  |
| + |  | 0 | , | 1 | 7 |
|  | 5 | 1 | , | 1 | 2 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES** |
| **Contenido** | Restar dos números racionales es lo mismo que sumar un número y su opuesto aditivo. Por ejemplo  Si a le queremos restar , no debemos confundir el signo de la operación con el signo del número. Por tanto lo escribimos así.  Y la resta se ha transformado en una suma ya que debemos simplificar los signos |

[SECCIÓN 3] **2.1.1** **Propiedades de la suma en los números racionales**

Como la suma es una operación binaria definida en los números racionales, esta cumple las siguientes propiedades que nos permiten operar de una forma más fácil dos o más números racionales.

* **Propiedad asociativa**

Significa que no importa el orden en que se agrupen los sumandos, el resultado siempre es el mismo. Por ejemplo:

* **Propiedad Conmutativa**

Significa que no importa el orden en que se organicen los sumandos, el resultado siempre es el mismo.

* **Existencia del elemento neutro**

Significa que cualquier número racional sumado con cero, su resultado siempre es el mismo número. Por ejemplo:

* **Existencia del inverso aditivo**

Significa que para todo número racional existe un número que al sumarlos su resultado siempre es cero. Por ejemplo

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC90 |
| **Título** | **Suma con números racionales** |
| **Descripción** | Actividad en la que se aplica la suma con sus propiedades definida en los números racionales. |

[SECCIÓN 3] **2.2 Multiplicación de números racionales**

Si los racionales están escritos como fracción, se multiplican los numeradores entre si y los denominadores entre sí teniendo en cuenta la ley de los signos definida para los números enteros.

Si los racionales están escritos como un decimal se procede del siguiente modo. Primero se multiplican como si fueran números enteros; después, el resultado se separa con una coma de acuerdo a tantas cifras como tengan los factores de la multiplicación. Por ejemplo al multiplicar 3,24 por 2,8 tendremos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 2 | 4 |
| X |  | 2 | 8 |
| 2 | 5 | 9 | 2 |
| 6 | 4 | 8 |  |
| 9, | 0 | 7 | 2 |

La coma se ubicó detrás del nueve porque en los factores en total hay tres cifras decimales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La ley de los signos definida en los números enteros también se aplica a los números racionales. Y solo se usa en la multiplicación, la división y para suprimir signos cuando se desarrollan polinomios aritméticos. Nunca se debe usar para la suma. |

[SECCIÓN 3] **2.2.1** **Propiedades de la multiplicación de los números racionales**

* **Propiedad asociativa**

Significa que no importa el orden en que se agrupen los factores, el resultado siempre es el mismo. Por ejemplo:

* **Propiedad Conmutativa**

Significa que no importa el orden en que se organicen los factores, el resultado siempre es el mismo. Por ejemplo:

* **Propiedad distributiva del producto respecto a la suma**
* **Existencia del elemento neutro**

Significa que cualquier número racional multiplicado con 1, su resultado siempre es el mismo número. Por ejemplo:

* **Existencia del inverso multiplicativo**

Significa que para todo número racional existe otro número tal que al multiplicarse su resultado siempre es uno.

[SECCIÓN 3] **2.2.2 División de números racionales**

Para dividir números racionales se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor, es decir:

Por ejemplo

Observa que el inverso multiplicativo de es

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG10 |
| **Descripción** | La división de un racional con otro racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Otra forma de encontrar una división de racionales es una fracción sobre otra fracción, en este caso se aplica la ley de la oreja.  En este caso se hace el producto de extremos sobre el producto de medios |

Es importante tener en cuenta que la división no es conmutativa

Por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC100 |
| **Título** | **Multiplicación y división con números racionales** |
| **Descripción** | Actividad para reforzar los conceptos de multiplicación y división de los números racionales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC110 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com//DesktopModules/PPP_UploadScorms/RecursoPopUp.aspx?RecursoID=506366> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | * En la diapositiva 1 cambiar “sabeis” por “sabes” * En la diapositiva dos cambiar “recordad” por “recuerda que” y cambiar “continuriais” por “continuar” * En la tercer diapositiva cambiar “recordad” por “recuerda que” y cambiar “no lo olvideis” por “recuerda que” |
| **Título** | Las operaciones con los números racionales |
| **Descripción** | Interactivo que te permite observar cómo se desarrollan operaciones combinadas de números racionales |

[SECCIÓN 2] **2.3 Potenciación**

La potenciación es la operación que permite escribir de forma simplificada el producto entre varios factores iguales.

n-veces

Por ejemplo:

Para calcular una potencia, se multiplican los numeradores entre si y de igual forma se hace con los denominadores.

Por ejemplo si calculamos las potencias de tenemos:

[SECCIÓN 2] **2.4 Radicación**

Recordemos que la radicación es la operación inversa a la potenciación y esta permite determinar la base de una potencia.

Para hallar la raíz de un racional en forma de fracción se debe calcular la raíz del numerador y del denominador así:

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC120 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10708/Recurso110/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar el nombre de la actividad de: “Practica las potencias de base racional y exponente entero” a “Potenciación con números racionales” |
| **Título** | Potenciación con números racionales |
| **Descripción** | Actividad para reforzar y practicar la potenciación con los números racionales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC130 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com//DesktopModules/PPP_UploadScorms/RecursoPopUp.aspx?RecursoID=506615> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | En los recuadros de pregunta cambiar la expresión “creis” por “crees”  Cambiar el título de la actividad a Radicación con números racionales. |
| **Título** | Radicación con números racionales |
| **Descripción** | Actividad para reforzar el concepto de radicación en los números racionales. |

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC140 |
| **Título** | Refuerza lo aprendido de las operaciones con números racionales |
| **Descripción** | Actividad para aplicar las operaciones con los números racionales  Números racionales. |

[SECCIÓN 1] **3 El conjunto de los números Irracionales**

El conjunto de los números irracionales está compuesto por todos aquellos decimales infinitos que no son periódicos y por tanto no se pueden representar como un cociente entre dos enteros. Se representan con la letra **I**

La definición como conjunto de los números irracionales significa que son todos aquellos números reales que no son racionales.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG11 | | |
| **Descripción** | Los números irracionales | | |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Hacer un collage con las tres imágenes para formar una sola  [1110647](http://www.shutterstock.com/pic-1110647/stock-photo-n-mero-de-oro-escrito-en-un-espiral-logar-tmico.html?src=rfrumqF6y9PiJARnw6Pg2Q-1-6)  [189851069](http://www.shutterstock.com/pic-189851069/stock-vector-pi-spiral-circumference-mathematics.html?src=rfrumqF6y9PiJARnw6Pg2Q-1-7)  [2567351](http://www.shutterstock.com/pic-2567351/stock-photo-concepto-del-n-mero-abstracto-n-mero-abstracto-delinfinito-del-e-del-n-mero-de-la-matem-ticas.html?src=Fj9SssBeGTuoHpZqKLZC3w-1-0) | | |
| **Pie de imagen** | Algunos números irracionales de gran importancia en la ingeniería el cálculo las artes y la economía | | |
| **Destacado** | | |
| **Título** | | **Números irracionales** |
| **Contenido** | | Los números irracionales se pueden componer de una parte enterea y una parte racional.  Por ejemplo  En este caso el cinco es la parte entera y la raíz cubica de siete la parte irracional.  Se lee cinco raíz cubica de siete y significa que la raíz cubica de siete se repite cinco veces |

**¿Cómo surgieron?**

El origen de los números irracionales o inconmensurables (que no se pueden medir) se da en la antigua Grecia en la escuela Pitagórica y su aparición fue todo un suceso debido a que los pitagóricos consideraban que todo en la naturaleza estaba regido por números ya sean como unidad o partes exactas de la unidad, es decir, todo podía ser representado y medido con un número.

Estos números aparecieron al querer medir la diagonal de un cuadrado de lado la unidad, y para ello aplicaron su famosísimo teorema de Pitágoras y lo que descubrieron era que la longitud de dicho cuadrado no era una medida conmensurable o que no se podía comparar con la unidad o con partes de ella, como este hecho ponía en serio peligro la filosofía pitagórica y dado que escapaba a su razón, decidieron darle el nombre de Irracional, además de ocultar este descubrimiento a la comunidad filosófico-científica de la época. Sin embargo, parece ser que Hipaso no cumplió el voto de silencio que pesaba sobre la irracionalidad de **√2**, por lo que la hermandad pitagórica lo habría expulsado de la escuela y habrían erigido una tumba con su nombre, mostrando así que para ellos, él estaba muerto.

[SECCIÓN 2] **3.1 Algunos números irracionales importantes**

El número irracional más conocido es  su aproximación decimal se define como la relación entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro, sus aplicaciones se ven en el diseño industrial, en la ingeniería la probabilidad y muchas cosas más.

El numero (Euler) fue reconocido y utilizado por primera vez por el matemático escocés John Napier, quien introdujo el concepto de *logaritmo* en el cálculo matemático y tiene aplicaciones muy importantes en la economía, en el crecimiento de la población en la ingeniería, el movimiento del sistema de amortiguación de un automóvil y muchas más.

El numero Mas conocido como “razón Aurea” está íntimamente ligado al campo del arte y la arquitectura pues su valor es sinónimo de belleza y expresa lo que se considera puramente bello y fue usado por los griegos en sus construcciones y por grandes artistas como Leonardo Da Vinci

[SECCIÓN 2] **3.2 Clasificación de los números irracionales**

Los números irracionales se clasifican en dos grupos:

* Algebraicos: Son aquellos que se obtienen al solucionar una ecuacion algebraica por eejemplo

En esta ecuacion se pide buscar un número que elevado a la segunda potencia de como resultado 2. Te daras cuenta que no hay ningun número ni entero ni racional que cumpla esta condición. Por tanto su solucion es que es un número irracional

* Trascendentes: Son aquellos que no se obtienen al resolver una ecuacion algebraica por ejemplo

El número que muestra la relación entre el perimetro de una circunferencia y su diametro no se puede obtener de ninguna ecuacion algebraica.

[SECCIÓN 2] **3.3 Aproximación de los números irracionales**

Debido a que los números irracionales tienen infinitas cifras decimales no periódicas, se hace imposible trabajar con ellos en toda su expansión decimal, por tanto se debe usar su representación o aproximar la cifra decimal a una cantidad cercana.

Por ejemplo sabiendo que es un número irracional y que  es equivalente a , una forma de encontrar una aproximación dees la siguiente:

Comoes un número tal que su cuadrado es 2, y 

Entonces:



Para calcular una aproximación decon un decimal se procede a calcular los cuadrados de todos los números entre 1 y 2 con un decimal, hasta encontrar una valor menor y valor mayor que .



Estos cálculos nos indican queestá entre 1, 4 y 1, 5. Así, podemos afirmar que:



En esta caso, tenemos que, **1,4** es una **aproximación por defecto** dey que **1,5** es una **aproximación por exceso** de. El error cometido al aproximarpor 1,4 o por 1,5 es menor que una décima.

Este mismo procedimiento se puede hacer con la ayuda de una calculadora y tomando un decimal de dos o más cifras entre 1 y 2 para obtener una aproximación decon la cantidad de decimales que queramos.

Para el número una aproximación se puede hacer por **truncamiento**, es decir cortar el número a cierta cantidad de decimales. Así por ejemplo:

Truncar a cuatro cifras decimales seria

Truncar a dos cifras decimales seria

[SECCIÓN 2] **3.4 Números irracionales en la recta numérica**

Como los números irracionales son decimales infinitos no periódicos, su ubicación en la recta no es fácil de determinar, sin embargo para raíces cuadradas no exactas existe un método muy sencillo basado en el teorema de Pitágoras.

¿Cuál es la ubicación en la recta de ? Para determinar su ubicación vamos a trazar una recta perpendicular a la recta numérica que pase por el punto 1 y con las dos rectas construimos un triángulo rectángulo de catetos 1 y por el teorema de Pitágoras se tiene que:

Como la hipotenusa del triángulo mide con un compás haciendo centro en cero trasladamos mediante un arco de circunferencia la longitud de *h* a la recta numérica. El punto de corte entre la recta y el arco es .

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG12 |
| **Descripción** | Representación de un irracional en la recta numérica. |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | C:\Users\FAMILIA\Documents\planeta\Autor\imagenes\irracional.png |
| **Pie de imagen** | Observa cómo se representa la raíz de 2 sobre la recta numérica. |

Con este procedimiento podemos ubicar cualquier raíz cuadrada.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Operaciones en los números irracionales** |
| **Contenido** | Al igual que los números racionales, en los números irracionales se pueden hacer operaciones como suma y multiplicación manteniendo las mismas propiedades.  Para la **suma** se agrupan los términos que sean semejantes y se suman entre sí las partes enteras (es decir que tengan la misma representación numérica)    En este caso la suma se deja expresada ya que no se puede simplificar más debido a que los sumandos no son semejantes.  Para la **multiplicación** si los términos son semejantes se aplican las propiedades de la potenciación y la radicación y se multiplican las partes enteras  Si los factores no son semejantes, se multiplican las partes enteras y las partes irracionales se dejan expresadas |

|  |  |
| --- | --- |
| **Profundiza: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC150 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com//DesktopModules/PPP_UploadScorms/RecursoPopUp.aspx?RecursoID=506369> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Cambiar la narración de forma que el acento o tono de la voz sea más neutral o similar al acento colombiano. |
| **Título** | Conoce más sobre los números irracionales |
| **Descripción** | Interactivo que te permite saber más acerca de la importancia de los números irracionales como phi |

[SECCIÓN 2] **3.5 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC160 |
| **Título** | Números irracionales |
| **Descripción** | Actividad para practicar como aproximar y representar números irracionales |

[SECCIÓN 1] **4 Los números reales**

El conjunto de los números reales es constituido por los números naturales, los enteros los racionales y los irracionales, se caracteriza porque:

* Se representa con la letra
* Es un conjunto infinito
* Es totalmente ordenado
* Es un conjunto denso

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG13 |
| **Descripción** | Subconjuntos de los números reales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://2.bp.blogspot.com/-UXYpA2xs1rc/UPmW-1bXItI/AAAAAAAAABI/uKgOOFvBWPE/s400/graficanumreales.gif> |
| **Pie de imagen** | Los números reales se construyen a partir de los otros conjuntos numéricos. |

[SECCIÓN 2] **4.1 Representación de los números reales en la recta numéric**a

Como los números reales se construyen a partir de los racionales y los irracionales, es preciso decir que a cada punto de la recta le corresponde un número real, aunque usualmente solo se marcan los enteros sobre la recta numérica, se debe sobreentender que los espacios que hay entre cada número entero están ocupados por los demás números reales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_IMG14 |
| **Descripción** | Recta numérica |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/93/Number-line.svg/750px-Number-line.svg.png> |
| **Pie de imagen** | Los espacios entres los números enteros están ocupados por los demás números reales. |

[SECCIÓN 2] **4.2 Orden en los números reales**

Para cualquier par de números se cumple una y sola una de las siguientes condiciones:

[SECCIÓN 3] **4.2.1 Propiedades del orden en los números reales**

Si se le suma o resta un mismo número a una desigualdad, el sentido de la desigualdad se mantiene.

* entonces
* entonces
* entonces
* entonces

Si se multiplica un mismo número positivo a una desigualdad, el sentido de la desigualdad se mantiene.

* entonces

Por ejemplo

Si y se suma 4 a cada lado de la desigualad se tiene

En este caso la desigualdad se sigue manteniendo

Si y se multiplica a cada lado de la desigualad se tiene

En este caso la desigualdad se sigue manteniendo

Si una desigualdad es multiplicada por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia.

* entonces

Por ejemplo

Si y se multiplica por a cada lado de la desigualdad se tiene:

En este caso se cambió el sentido de la desigualdad porque como sabemos 12 está a la izquierda de 39 en la recta numérica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC170 |
| **Título** | Orden en los números reales |
| **Descripción** | Actividad para identificar el orden en los números reales |

[SECCIÓN 2] **4.3 Operaciones con números reales**

Como los números reales se han definido a partir de los números racionales y los irracionales, se definen las mismas operaciones con las mismas propiedades.

[SECCIÓN 3] **4.3.1 Suma de números reales**

¿Cuánto es la suma de ? En este caso si no se pide una aproximación decimal, el resultado se deja expresado como la suma de dos racionales, debido a que estos dos números a partir de sus representaciones no se pueden operar entre sí, salvo que se reescriban y se aproximen como dos números decimales.

Por ejemplo:

[SECCIÓN 3] **4.3.2 Multiplicación de números reales**

Para multiplicar número reales se tienen en cuenta la ley de los signos, las propiedades de la radicación y la multiplicación de números racionales.

Por ejemplo:

[SECCIÓN 3] **4.3.3 potenciación y propiedades de la potenciación de números reales**

Para hallar la **potencia de un número real** se multiplica tantas veces la base como lo diga el exponente

http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_01_formula30_resized.gif

#### Las propiedades de la potenciación

* La **potencia de exponente 0**: cualquier número elevado a 0 da como resultado 1.
* La **potencia de exponente 1**: cualquier número elevado a 1 da como resultado el mismo número.
* El **producto de potencias con la misma base**: se mantiene la misma base y se suman los exponentes.
* La **división de potencias con la misma base:** se mantiene la misma base y se restan los exponentes.
* La **potencia de una potencia**: se pone la misma base y se multiplican los exponentes.
* El **producto de potencias con el mismo exponente**: se multiplican las bases y se mantiene el mismo exponente.
* El **cociente de potencias con el mismo exponente:** se dividen las bases y se mantiene el mismo exponente.
* El **exponente negativo**: se invierte la base y se eleva al mismo exponente con signo positivo.

[SECCIÓN 3] **4.3.4 Radicación y propiedades de la radicación de números reales**

La raíz n-sima de un número real debe cumplir que:

#### Las propiedades de la radicación

* La **multiplicación de raíces**: el producto es la raíz de la multiplicación de los radicandos.
* La **división de raíces:** es la raíz de la división de los radicandos.
* La **potencia de raíces**: se mantiene el índice de la raíz y se eleva el radicando al exponente de la potencia.

http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/InfoGuion/cuadernoestudio/images_xml/MT_09_01_formula43_resized.gif

Por ejemplo

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC180 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/Recurso290/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Operaciones combinadas con números reales |
| **Descripción** | Actividad para reforzar y practicar las operaciones definidas en el conjunto de los números reales |

[SECCIÓN 2] **4.4 Consolidación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC190 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/Recurso280/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Práctica lo aprendido de los números reales |
| **Descripción** | Actividad para afianzar el concepto de número real |

[SECCIÓN 1] **5 Ejercitación y competencias**

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC200 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10720/Recurso150/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** |  |
| **Título** | Caracterización de los números reales |
|  | Actividad para reconocer los subconjuntos de los números reales |

[SECCIÓN 1]**Fin de tema**

|  |  |
| --- | --- |
| **Mapa conceptual** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC210 |
| **Título** | Mapa conceptual |
| **Descripción** | Se describe brevemente como se forma el conjunto de los números reales. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Evaluación: recurso aprovechado** | |
| **Código** | MA\_08\_01\_REC220 |
| **Ubicación en Aula Planeta** | <http://profesores.aulaplaneta.com/DNNPlayerPackages/Package10695/Recurso180/Principal.html?transparent=on&solucion=si> |
| **Cambio (descripción o capturas de pantallas)** | Eliminar la pregunta que hace alusión a la notación científica |
| **Título** | Los números reales |
| **Descripción** | Actividad para reforzar y practicar todo lo aprendido de los números reales |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Webs de referencia** | | |
| **Código** | MA\_08\_01\_CO\_REC230 | |
| **Web 01** | Video de la historia de las matemáticas que muestra la construcción de los conjuntos numéricos | https://www.youtube.com/watch?v=EHv3fJ6k6Xwwww.elespanol.org.com |
| **Web 02** | *Web que hace una instrucción a los números racionales con sus operaciones* | *http://numerosracionales.com/* |
| **Web 03** | *Breve introducción al concepto número irracional con apuntes históricos* | *http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/numeros-irracionales.html* |