

微分方程数值解法

第六周作业

桑明达 15300180062

2018 年 4 月 30 日

1 P93 1 Adams 格式的 Newton 表示

证明. 关于 $f(t, u)$ 的 Lagrange 插值多项式 $q(t)$ 可以表示为

$$q(t) = q(t_n + s\Delta t) = \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j \binom{-s+1}{j} \nabla^j f_{n+1}$$
$$\therefore u_{n+1} - u_n = \sum_{j=0}^k c_j \nabla^j f_{n+1}$$

其中 $c_j = (-1)^n \int_{t_n}^{t_{n+1}} \binom{-s+1}{j} ds$ □

2 P93 2 不同的初始选取对精度的影响

证明. 对于标准测试问题, 选取 $a = -2$ 、 $t_0 = 0$ 、 $dt = 0.1$ 、 $T = 1$ 、 $u_0 = 1$, 使用 '精确的初始值', 'EulerExplicit', 'Runge-Kutta2', 'Kutta3', 'Runge-Kutta4' 计算前四个初始值, 分别用四阶 Adams 格式和 Geer 格式进行精度测试, 结果分别如图 1、图 2。

□

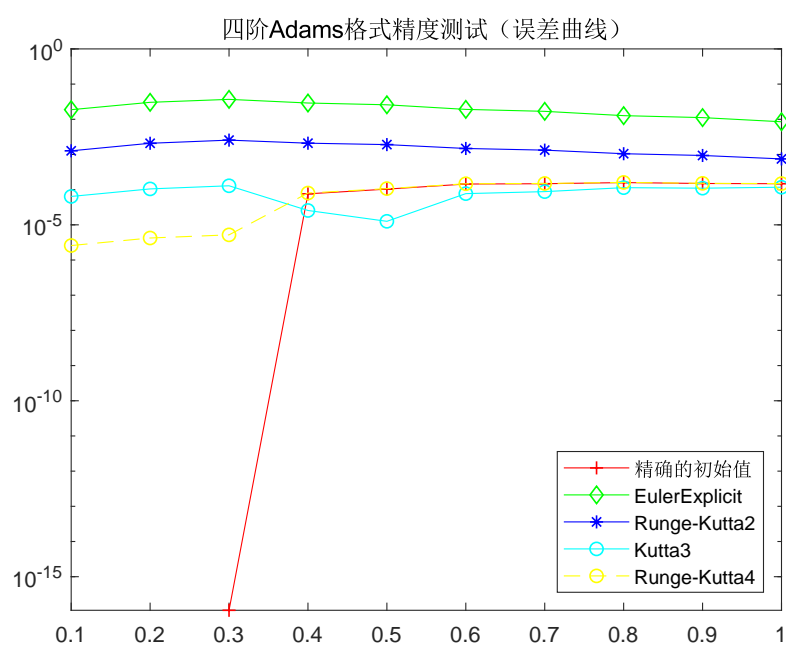


图 1: 四阶 Adams 格式

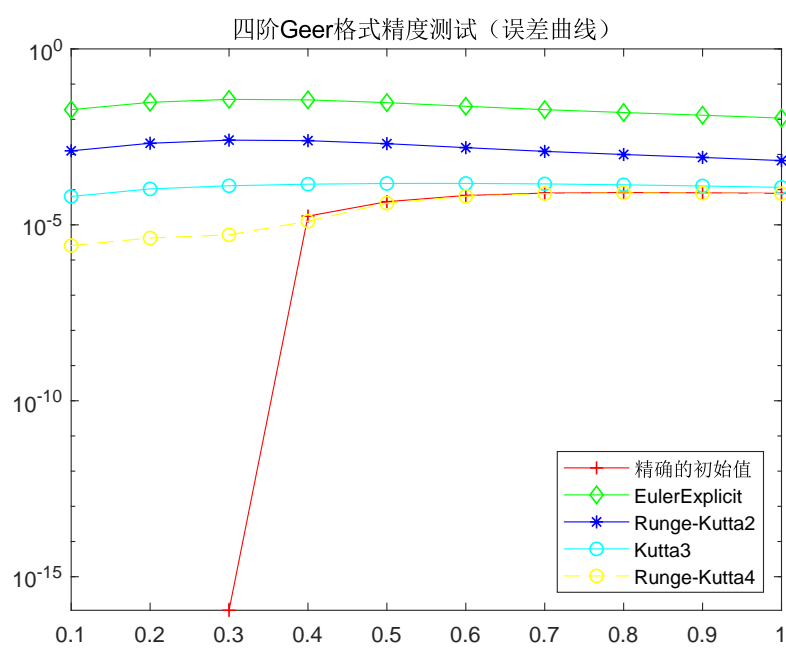


图 2: 四阶 Geer 格式