

微分方程数值解法

第三周作业

桑明达 15300180062

2018 年 4 月 5 日

1 P53 1 多种求积公式计算 x^n

如表 1.1、表 1.2 所示，红色加粗数字为可以精确计算的积分值。

另外，在压缩包代码文件夹内有复化求积公式和自适应 Simpson 公式，这些公式积分值随划分区间个数的增加可以逼近精确值，在此就不再展示结果。

表 1.1 Newton 求积公式

	精确值	中点公式	梯形公式	Simpson 公式	3/8 规则	Cotes 公式					
x^1	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000
x^2	0.333333	0.250000	0.250000	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333
x^3	0.250000	0.125000	0.125000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000
x^4	0.200000	0.062500	0.062500	0.208333	0.203704	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000
x^5	0.166667	0.031250	0.031250	0.187500	0.175926	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667
x^6	0.142857	0.015625	0.015625	0.177083	0.158436	0.143229	0.143067	0.142857	0.142857	0.142857	0.142857
x^7	0.125000	0.007813	0.007813	0.171875	0.147119	0.126302	0.125733	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000
x^8	0.111111	0.003906	0.003906	0.169271	0.139689	0.113900	0.112693	0.111137	0.111127	0.111111	0.111111
x^9	0.100000	0.001953	0.001953	0.167969	0.134774	0.104736	0.102720	0.100116	0.100071	0.100000	0.100000
x^{10}	0.090909	0.000977	0.000977	0.167318	0.131509	0.097931	0.095002	0.091214	0.091097	0.090911	0.090910

表 1.2 Gauss 求积公式

x^n	精确值	1 点	2 点	3 点	4 点	5 点	6 点	7 点	8 点	9 点	10 点
x^1	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000
x^2	0.333333	0.250000	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333	0.333333
x^3	0.250000	0.125000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000
x^4	0.200000	0.062500	0.194444	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000
x^5	0.166667	0.031250	0.152778	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667	0.166667
x^6	0.142857	0.015625	0.120370	0.142500	0.142857	0.142857	0.142857	0.142857	0.142857	0.142857	0.142857
x^7	0.125000	0.007813	0.094907	0.123750	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000
x^8	0.111111	0.003906	0.074846	0.108458	0.111088	0.111111	0.111111	0.111111	0.111111	0.111111	0.111111
x^9	0.100000	0.001953	0.059028	0.095563	0.099898	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
x^{10}	0.090909	0.000977	0.046553	0.084456	0.090641	0.090908	0.090909	0.090909	0.090909	0.090909	0.090909
x^{11}	0.083333	0.000488	0.036716	0.074770	0.082796	0.083325	0.083333	0.083333	0.083333	0.083333	0.083333
x^{12}	0.076923	0.000244	0.028957	0.066259	0.076009	0.076898	0.076923	0.076923	0.076923	0.076923	0.076923
x^{13}	0.071429	0.000122	0.022837	0.058750	0.070036	0.071371	0.071428	0.071429	0.071429	0.071429	0.071429
x^{14}	0.066667	0.000061	0.018011	0.052107	0.064708	0.066554	0.066665	0.066667	0.066667	0.066667	0.066667
x^{15}	0.062500	0.000031	0.014205	0.046224	0.059903	0.062307	0.062494	0.062500	0.062500	0.062500	0.062500
x^{16}	0.058824	0.000015	0.011203	0.041009	0.055535	0.058521	0.058811	0.058823	0.058824	0.058824	0.058824
x^{17}	0.055556	0.000008	0.008836	0.036385	0.051539	0.055112	0.055532	0.055555	0.055556	0.055556	0.055556
x^{18}	0.052632	0.000004	0.006968	0.032283	0.047866	0.052017	0.052590	0.052630	0.052632	0.052632	0.052632
x^{19}	0.050000	0.000002	0.005496	0.028644	0.044480	0.049185	0.049934	0.049997	0.050000	0.050000	0.050000
x^{20}	0.047619	0.000001	0.004334	0.025415	0.041350	0.046577	0.047519	0.047614	0.047619	0.047619	0.047619