

微分方程数值解法

第七周作业

桑明达 15300180062

2018 年 5 月 3 日

1 P118 1 $\frac{dx}{dt} = \lambda(-u + \cos(t))$

证明. (1) $u(t)$ 的精确表达式是

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{e^{\lambda t}} \left(\int e^{\lambda t} \lambda \cos(t) dt + C \right) \\ &= \frac{\lambda}{1 + \lambda^2} (\sin(t) + \lambda \cos(t)) + C e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

$$u(0) = 0 \text{ 时, } C = -\frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2}$$

$$u(0) = 1 \text{ 时, } C = -\frac{1}{1 + \lambda^2}$$

(2) 图 1 到图 4, 是 $u(0) = 0$ 情形, 图 5 到图 8, 是 $u(0) = 1$ 情形。

(3) 图 9、图 10, 是 $u(0) = 0$ 情形, 图 10、图 11, 是 $u(0) = 1$ 情形。

从图 9、图 11 中可以看出, Gear 格式在 $\lambda = 1000$ 时, 保持了数值稳定。

而从图 10、图 12 中可以看出, Adams 格式在 $\lambda = 1000$ 时, 误差很大, 呈指数增长。

□

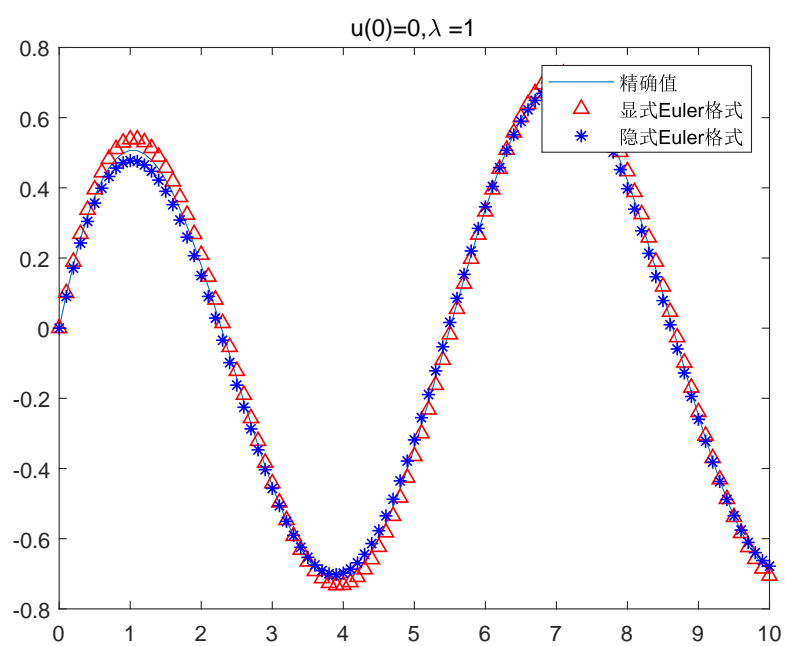


图 1

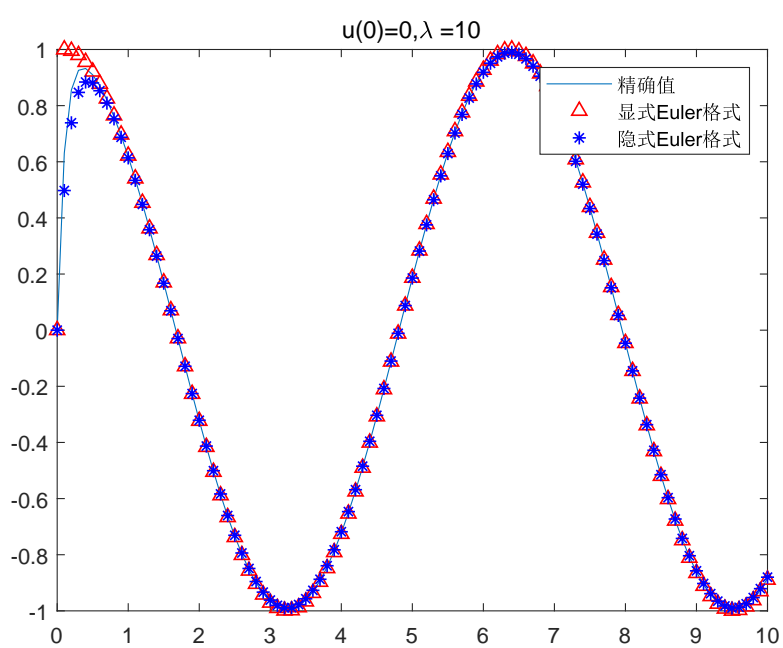


图 2

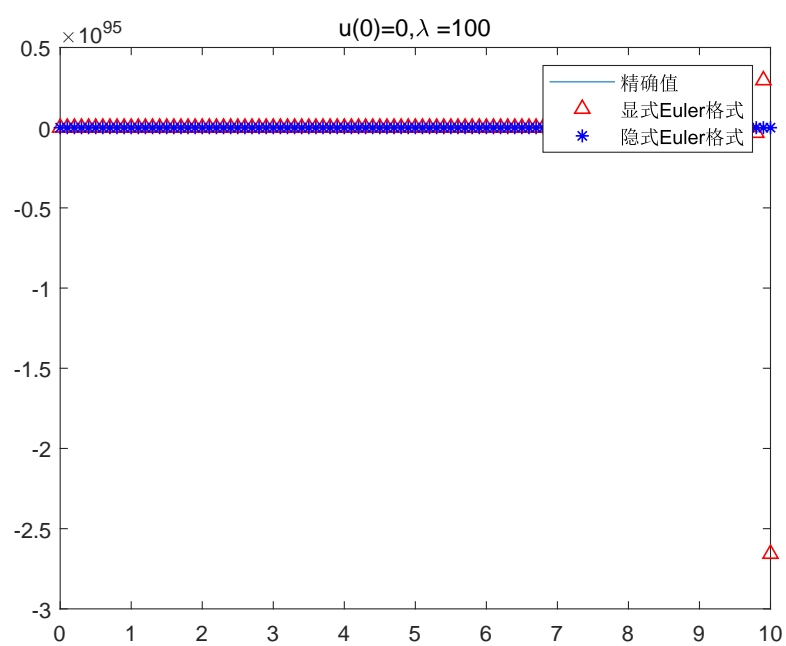


图 3

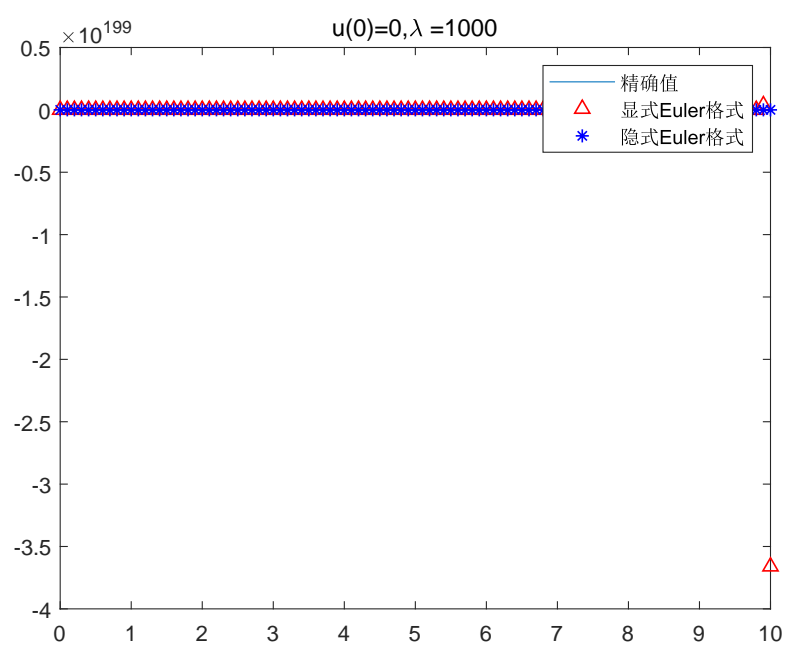


图 4

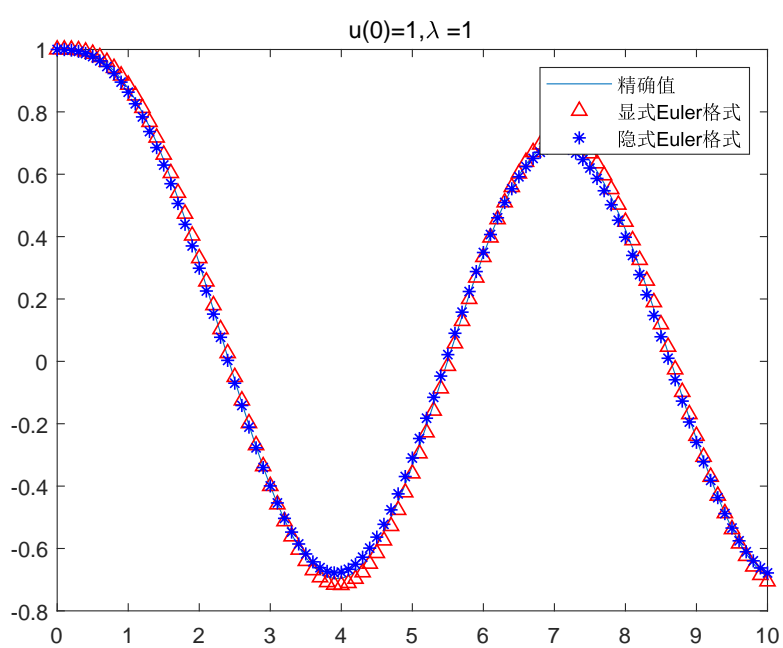


图 5

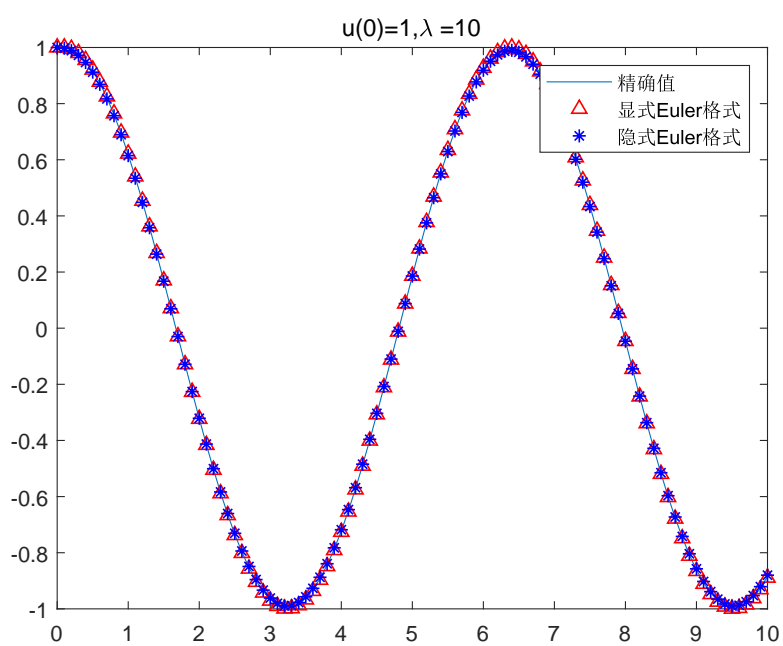


图 6

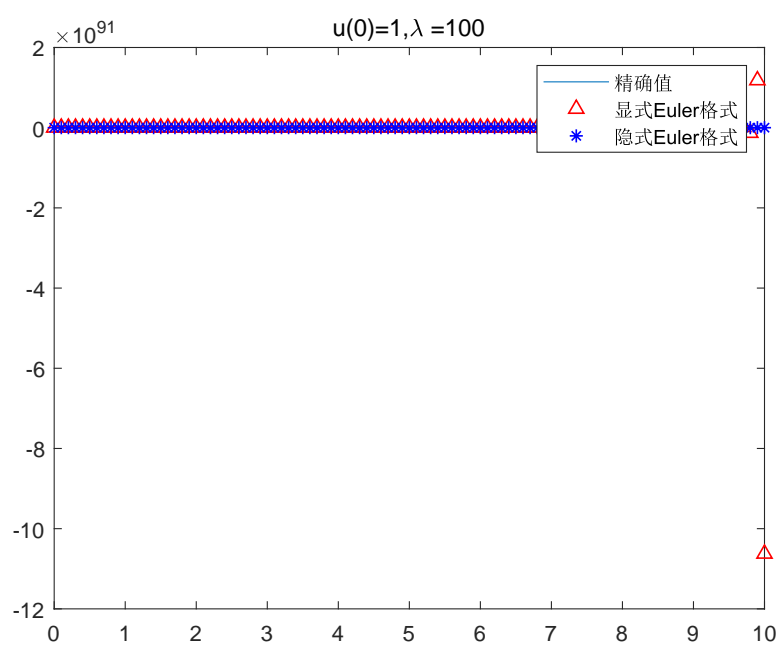


图 7

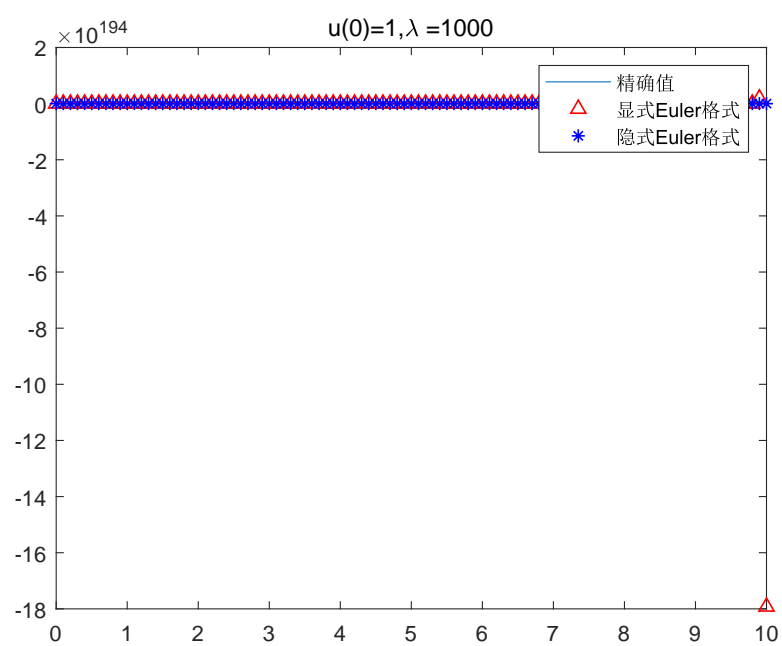


图 8

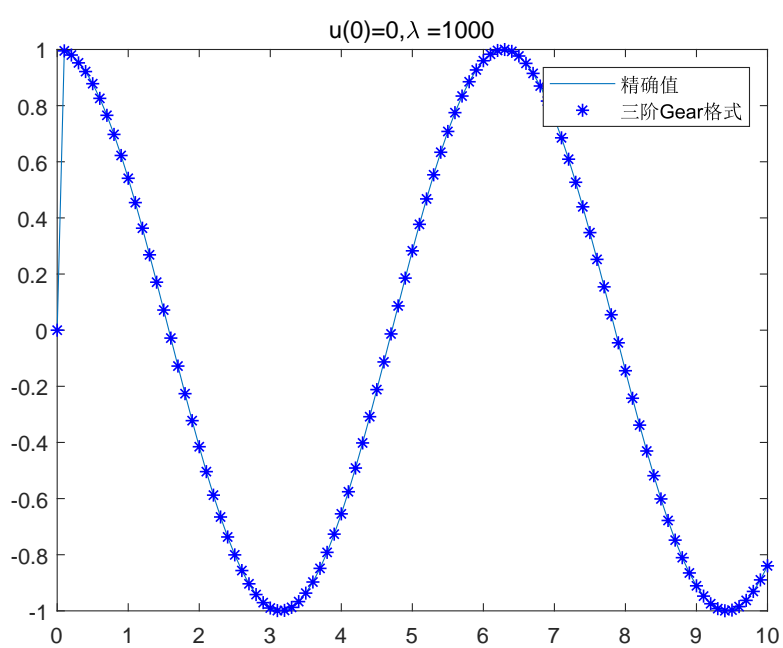


图 9

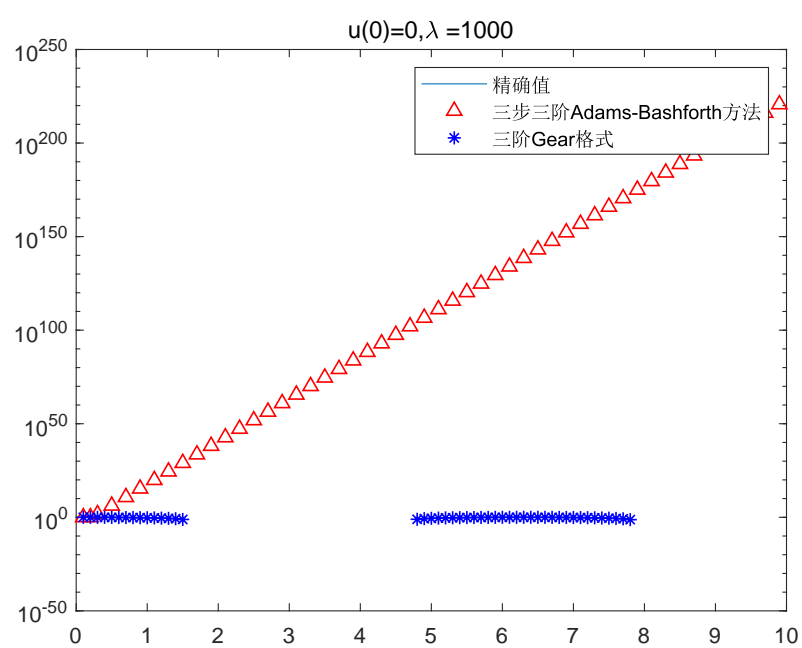


图 10

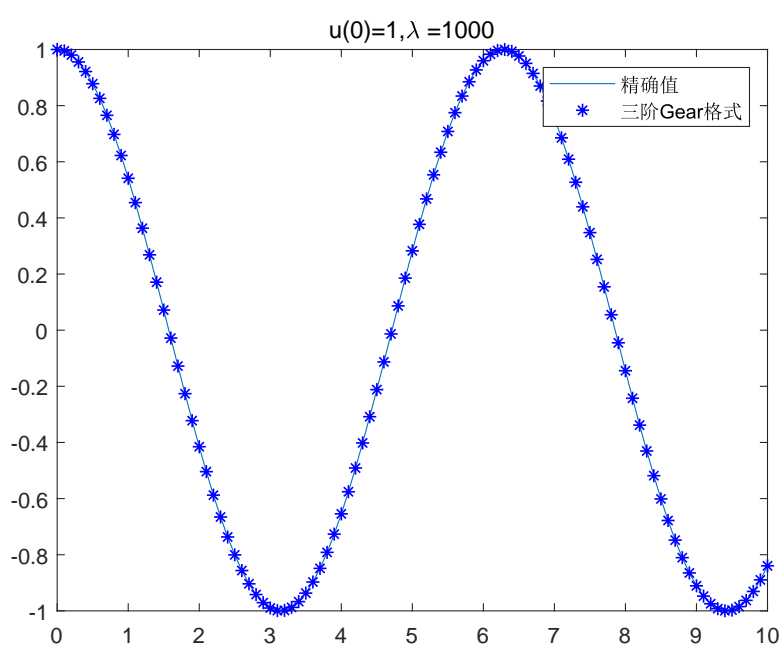


图 11

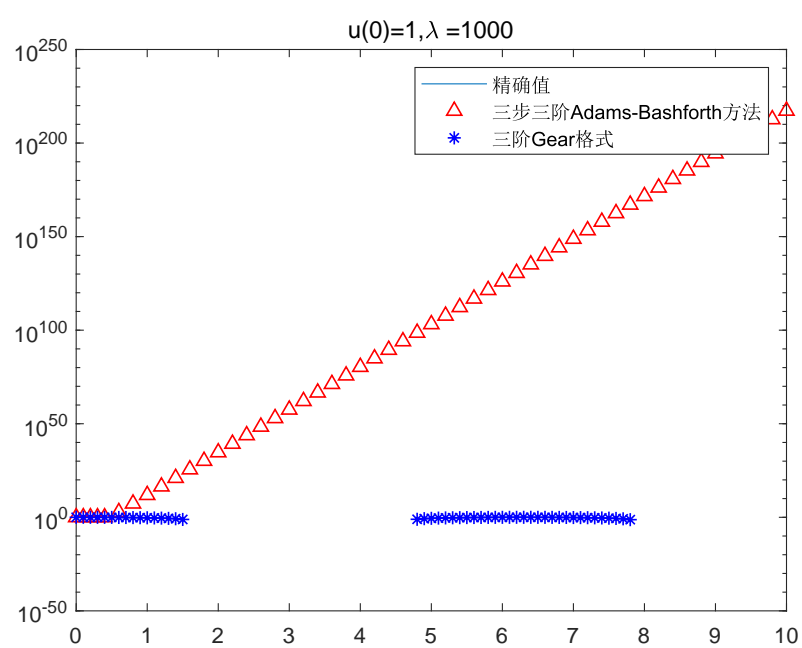


图 12