概率论与数理统计*
作业 LaTeX

* 指导老师: 陶敏. TA: 刘栎鑫

1st 张逸凯 171840708

Department of Computer Science and Technology

Nanjing University

zykhelloha@gmail.com

概率论 1.20

1. 4. 9. 10. 11.

1. 解：(1) 只有第一次命中 $= A_1\bar{A}_2\bar{A}_3$

(2) 目标被命中：$\overline{\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3} = A_1 \cup A_2 \cup A_3$

(3) 至多命中一次：$\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1A_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3$

(4) 至多命中两次：$\overline{A_1A_2A_3}$

(5) 至少命中两次：$A_1A_2A_3 \cup A_1A_2\bar{A}_3 \cup A_1\bar{A}_2A_3 \cup \bar{A}_1A_2A_3$

4. 解：样本空间：$\Omega = \{(m,n) \mid \forall m,n, \in [1,6] \wedge m,n \in \mathbb{Z}\}$

其中在圆 $x^2+y^2=19$ 的样本点个数为 ~~20~~ 11，Ω 大小为 36.

~~(0,0); (0,1); ...; (0,4)~~

(1,1); (1,2); ...; (1,4)

(2,2); (2,3)

(3,3); 交换 x,y 又可得一组

∴ ~~$P(\text{落在圆内}) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$~~ 这里改成P(落圆内) = 11/36，抱歉之前算错了.

9. 解：$P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = P(\bar{C} \mid \bar{A}\bar{B})\, P(\bar{A}\bar{B})$

∵ $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$；$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$

⇒ $P(A)\cdot P(C) = P(AC)$；$P(B)\cdot P(C) = P(BC)$

∴ A, C 独立；B, C 独立

∴ $\bar{A}$, $\bar{C}$ 独立；$\bar{B}$, $\bar{C}$ 独立 (定理 1.3)

∀ 样本点 $\in \bar{A}\bar{B}$，则其 $\in \bar{A}$ 或 $\bar{B}$ ⇒ $\bar{A}\bar{B}$ 与 $\bar{C}$ 独立

⇒ $P(\bar{C} \mid \bar{A}\bar{B}) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = \frac{3}{4}$

$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left(P(B) + P(A-B)\right) = \frac{1}{2}$

∴ $P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

10解：记第一天下雨为 A_1，第二天为 A_2

$P(A_1)=0.6 \quad P(A_2)=0.3 \quad P(A_1A_2)=0.1$

(1) P(至少一天下雨) $=1-P$(无雨)

$=1-P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=1-(1-P(A_1\cup A_2))$

$=P(A_1\cup A_2)$

$=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2)$

$=0.8$

(2) P(两天都不下雨)

$=P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=1-P(A_1\cup A_2)$

$=0.2$

(3) P(至少有天不下雨)

$=1-P(A_1A_2)$

$=0.9$

(4) $P(A_1\bar{A}_2)$

$=P(A_1-A_2)$

$=P(A_1)-P(A_1A_2)$

$=0.6-0.1$

$=0.5$

(5) P(恰有天下雨)

$=P(A_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1A_2)$

$=1-P(A_1A_2)-P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=1-0.2-0.1$

$=0.7$

11. 解，记 A_1：能被6整除

A_2：能被8整除

$P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=1-P(A_1\cup A_2)$

$=1-(P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2))$

能被6整除的有 $\lfloor\frac{2000}{6}\rfloor=333$（个）

同理能被8整除的有 $\lfloor\frac{2000}{8}\rfloor=250$（个）

能同时被6和8整除的有 $\lfloor\frac{2000}{6\times8}\rfloor=$ ~~41~~（个）

24　83

$\therefore P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$　83

$=1-(\frac{333}{2000}+\frac{250}{2000}-\frac{41}{2000})$

$=$ ~~0.729~~ 3/4