JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES.

Source gallica.bnf.fr / École nationale des ponts et chaussées

JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES,

OU

RECUEIL MENSUEL

DE MÉMOIRES SUR LES DIVERSES PARTIES DES MATHÉMATIQUES;

Publié

PAR JOSEPH LIOUVILLE,

Ancien Elève de l'École Polytechnique, répétiteur d'Analyse à cette École.

TOME PREMIER.

ANNÉE 1836.

PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, ETC.,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1836

KRAUS REPRINT

Nendeln / Liechtenstein

1979

Reprinted by permission of the original publishers

KRAUS REPRINT
A Division of
KRAUS-THOMSON ORGANIZATION LIMITED
Nendeln / Liechtenstein
1979

Printed in Germany

TABLE DES MATIÈRES.

JOURNAL

DE MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES.

AVERTISSEMENT.

Toutes les personnes qui ont une teinture même légère des Mathématiques connaissent le succès mérité qu'ont obtenu les Annales fondées en 1810 par M. Gergonne, et continuées par lui pendant vingt ans avec un zèle qu'on ne peut trop louer, et un talent qui a triomphé des plus grands obstacles. Mais depuis 1831 ce recueil a cessé de paraître: les fonctions de recteur d'Académie ont malheureusement absorbé tout le temps de son illustre rédacteur, et ont enlevé aux sciences un homme qui leur a rendu et qui pouvait leur rendre encore d'éminents services.

M. Gergonne ayant bien voulu nous dire lui-même qu'il verrait avec plaisir un nouveau journal succéder au sien, nous croyons avoir le droit de nous annoncer aujourd'hui comme ses continuateurs.

Notre Journal sera mensuel comme celui de M. Gergonne. Le premier cahier paraîtra en janvier 1836, et les suivants de mois en mois, avec toute l'exactitude désirable. Ces cahiers seront de grandeur inégale, et varieront de 32 à 40 pages in-4°, suivant la nature des mémoires qu'ils renfermeront. Leur ensemble formera chaque année un fort volume contenant toutes les planches nécessaires pour l'intelligence du texte.

Les articles que nous admettrons dans notre recueil embrasseront l'ensemble des Mathématiques pures et appliquées. On y traitera indifféremment et les questions les plus nouvelles soulevées par les géomètres, et les plus minutieux détails de l'enseignement mathématique des colléges. Toutefois, quand il s'agira d'articles élémentaires, nous tâcherons d'éviter les répétitions fastidieuses d'objets trop connus; car s'il est bon de revenir de temps à autre sur les élémens des sciences, il faut que ce soit pour les perfectionner, et non pour y changer çà et là quelques mots et quelques phrases; ce qui par malheur est arrivé trop souvent.

Il existe un grand nombre de lettres inédites écrites par Huygens et Leibnitz sur diverses questions scientifiques. Nous avons accepté avec empressement l'offre bienveillante que M. Libri nous a faite de nous les communiquer, et nous les insérerons dans notre Journal; ce sera le placer, pour ainsi dire, sous le haut patronage de ces génies du 17e siècle, qui ont si puissamment contribué aux progrès des Mathématiques, et dans les œuvres desquels aujourd'hui même on trouve encore le germe de plus d'une théorie neuve et profonde.

Nous nous bornerons, en général, à publier les mémoires qui nous seront adressés, et nous rendrons rarement compte de ceux qui pourront être insérés dans d'autres recueils. Néanmoins, si l'analyse d'un ouvrage nouveau nous paraît pouvoir donner lieu à des observations utiles, nous la publierons sans scrupule, mettant alors dans nos critiques non-seulement de l'impartialité, mais encore de la bienveillance, et cherchant à faire ressortir le bien plutôt qu'à censurer le mal.

Depuis quelques années un singulier esprit de dénigrement s'est emparé de quelques critiques, et nous avons vu tour à tour accabler d'injures les hommes qui dans les divers genres de sciences ont le plus dignement soutenu l'honneur de la France. Ici notre profession de foi sera nette et positive : ce style tranchant et absolu, si fort à la mode à présent, ne sera jamais le nôtre, car il déshonore à la fois le caractère et le talent de ceux qui l'adoptent.

« Toutes ces critiques, dit un auteur célèbre, sont le par-
» tage de quatre ou cinq petits auteurs infortunés qui n'ont
» jamais pu par eux-mêmes exciter la curiosité du public.
» Ils attendent toujours l'occasion de quelque ouvrage qui
» réussisse pour l'attaquer, non point par jalousie; car sur
» quel fondement seraient-ils jaloux? mais dans l'espérance
» qu'on se donnera la peine de leur répondre, et qu'on
» les tirera de l'oubli où leurs propres ouvrages les auraient
» laissés toute leur vie. »

L'éditeur mettra tous ses soins à rendre son Journal digne de l'attention des savants. On conçoit néanmoins qu'il ne pourra, dans certains cas, ni refuser tel article qui lui semblera mauvais à lui-même, ni surtout corriger dans un bon mémoire telle ou telle phrase qu'il désapprouvera. Les esprits justes sentiront que l'éditeur doit être jugé sur l'ensemble et non sur les détails du recueil qu'il dirige, et que la responsabilité des mauvais articles qui pourront s'y glisser reste tout entière à leurs auteurs. Et si par hasard une polémique vient à s'engager entre deux géomètres, on comprend aussi qu'il ne lui appartiendra pas de s'interposer dans la querelle; il devra se borner alors à jouer le rôle de spectateur et à transmettre fidèlement au public les pièces du procès.

On voit assez qu'il est ici question d'une entreprise vraiment scientifique, et non d'une spéculation mercantile. C'est maintenant aux géomètres, et surtout aux géomètres français, qu'il appartient de faire prospérer cette entreprise. Les plus distingués d'entre eux nous ont déjà promis des articles, et, sans aucun doute, ils tiendront leur promesse. Nous osons dire que leur réputation y est intéressée : la chute d'un Journal utile qu'ils auraient refusé de soutenir ne serait honorable ni pour eux ni pour la France.

NOTE

Sur un moyen de tracer des courbes données par des équations différentielles ;

PAR G. CORIOLIS.

Si l'on conçoit qu'un fil tendu s'enroule sur un cylindre, et que le frottement y soit assez fort pour empêcher ce fil de glisser le long de la surface contre laquelle il s'est enroulé, la courbe formée par le fil sur la surface du cylindre, développée ensuite sur un plan, jouira de la propriété que la direction de sa tangente sera toujours celle de la partie du fil tendue en ligne droite avant qu'elle s'enroule.

Si donc on peut donner au fil, dans cette partie, une direction qui résulte de l'équation différentielle d'une courbe, celle-ci se trouvera tracée sur le cylindre en prenant pour abscisses les arcs comptés sur la base du cylindre.

Cette considération conduit à un tracé assez simple de plusieurs courbes.

On voit de suite que l'exponentielle dont l'équation est

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{a}, \quad \text{ou } y\,\frac{dx}{dy} = a,$$

peut se décrire en enroulant sur un cylindre un fil tendu qui passe toujours par un point fixe. Ce point doit être à la distance a de la génératrice du cylindre qui se trouve dans le plan tangent mené par ce point.

J'ai fait construire, d'après cette remarque, une machine au moyen de laquelle un fil tendu par un léger poids s'enroule ou se déroule autour d'un cylindre en passant par un petit trou percé dans une plaque mobile qu'on approche ou qu'on écarte à volonté du cylindre. Une aiguille et un cadran indiquent les tours et fractions de tours dont on a tourné le cylindre. Ce sont ces quantités qui représentent les exposants. Une échelle placée contre la génératrice du cylindre, sur laquelle se trouve toujours le point où le fil s'en sépare, indique, à partir du zéro de l'échelle, les exponentielles qui répondent aux exposants indiqués sur le cadran. On conçoit comment cette machine opère facilement tous les calculs d'intérêts composés. La marche de l'aiguille répond aux durées des placemens, et les nombres qu'on lit sur l'échelle, au point où le fil se sépare du cylindre, indiquent ce que sont devenues les sommes placées, ou ce qu'elles doivent être pour l'escompte (1).

La chaînette, dont l'équation différentielle est

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y^2}{a^2} - 1},$$

ou bien

$$\frac{y}{\sqrt{1+y'^2}} = a,$$

se décrira d'une manière analogue à la logarithmique. Il suffira de placer dans un plan tangent au cylindre une poulie dont le centre soit sur la génératrice de contact et dont a soit le rayon. En faisant dérouler sur cette poulie le fil qui s'enroule sur le cylindre, il s'y pliera suivant une chaînette.

Si l'on avait l'équation différentielle

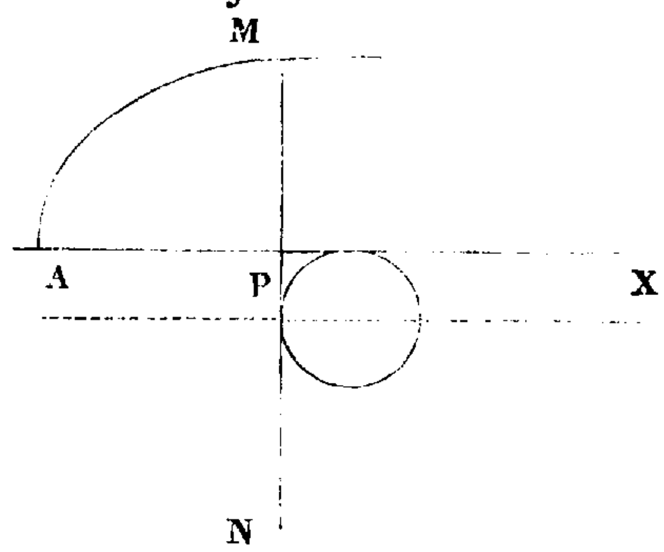
$$\frac{dy}{dx} = yf(x),$$

ou bien, en posant $\frac{1}{f(x)} = \varphi(x)$,

$$y\frac{dx}{dy} = \varphi(x),$$

(1) Le modèle de cette machine fait partie de la collection de l'École Polytechnique.

on décrirait encore assez facilement la courbe qui répond à cette équation au moyen du relief de la courbe dont l'ordonnée est $\varphi(x)$.



Pour cela, il suffirait d'avoir d'abord une règle AMX dont un côté AX serait droit et l'autre AM formerait la courbe dont $\varphi(x) - r$ serait l'ordonnée, r étant le rayon du cylindre. Ensuite, on ferait tourner le cylindre en appliquant contre sa base la règle AX. Si le fil qui s'enroule reste dans le plan vertical PM, ce qui est facile à obtenir en l'appliquant contre un plan fixe, et qu'il passe ainsi sur la courbe AM en M, il est clair qu'il formera sur le cylindre une courbe telle qu'en se déroulant sur un plan elle satisferait à l'équation différentielle ci-dessus, puisque la sous-tangente PM serait égale à $\varphi(x)$, x étant l'abscisse mesurée sur la base circulaire du cylindre.

Il ne serait pas impossible non plus de décrire les courbes données en général par l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

Pour cela, on concevrait d'abord une surface exécutée en relief ayant pour ordonnée

$$\frac{y}{f(x,y)}.$$

Ce relief tiendrait à une règle AX, comme tout à l'heure la courbe AM; mais il n'y serait fixé que dans le sens des x; dans celui de l'axe des y, que je suppose ici vertical, c'est-à-dire parallèle à l'axe du cylindre, il serait parfaitement libre de monter et de descendre. Le mécanisme, pour cela, peut se disposer de plusieurs manières très faciles à exécuter.

Pendant qu'on tournerait le cylindre, en faisant avancer la règle qui tient au relief dans le sens de l'axe des x, et en la pressant contre la base du cylindre, on aurait soin de tenir le relief à la main à une hauteur telle que l'axe des x fût toujours à la hauteur du point où le fil quitte le cylindre, c'est-à-dire du point décrivant la courbe en question. Alors, si le fil tendu, en quittant le cylindre, va passer par le point où la surface du relief est rencontrée par une perpendiculaire fixe PM; la courbe suivant laquelle il se pliera sur le cylindre, en la rapportant aux arcs de cercle pour abscisses, aura effectivement pour équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y);$$

car la sous-tangente sera toujours

$$y \cdot \frac{dx}{dy} = \frac{y}{f(x,y)}.$$

On devra placer le solide du relief au dehors de l'espace APM, et faire passer le fil à l'extrémité d'une tige PM, qui, par l'action d'un poids ou d'un petit ressort de pression, sera forcé d'appuyer en M contre le relief.

On peut s'arranger facilement pour que le petit poids p qui tiendra le fil tendu serve en même temps à appliquer la tige PM contre la surface. Il suffira de conduire d'abord le fil à travers un très petit trou percé à l'extrémité M de la tige, puis de le renvoyer horizontalement à l'autre extrémité N, où il passera sur une poulie tenant à cette même tige, pour revenir passer sur une autre poulie fixe en-dessous de P et tout auprès, et pour soutenir le poids p; celui-ci tirera la tige de N en M avec la force $2p$, et de M en N avec la force plus petite

$$p(1 + \cos\alpha),$$

α étant ici l'angle dont la tangente $= \frac{dy}{dx}$. La tige sera donc toujours pressée contre le relief.

Pour que ce moyen de description de courbe soit praticable, il faut que le fil une fois appliqué sur le cylindre, ne s'y dérange pas par l'effet de la flexion qu'il y prend. Il y a pour cela une relation nécessaire entre le rayon r du cylindre et la nature de la courbe représentée par l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y).$$

Soient M un point quelconque, MM′ un élément, et ρ le rayon de courbure en M de la courbe AMB formée par le fil enroulé sur le cylindre. Deux tensions contraires sollicitent l'élément MM' à ses deux bouts : ces deux tensions donnent lieu à une résultante dont la direction coïnciderait avec le rayon ρ, si le frottement dans le sens du fil était nul : quelle que soit l'intensité du frottement, la direction de cette résultante sera située dans le plan osculateur de la courbe AMB et fera avec le plan tangent en M au cylindre un certain angle ε. Cela posé, pour que le fil ne glisse pas sur la surface du cylindre, il faudra évidemment que l'on ait

$$\operatorname{tang} \varepsilon > \mu,$$

μ étant le rapport du frottement à la pression. On devra donc choisir le rayon r de manière que l'inégalité $\operatorname{tang} \varepsilon > \mu$ soit toujours satisfaite.