



เลขที่นั่งสอบ

--

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
การสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554

ข้อสอบวิชา PHY 204 Vibrations and Waves

นักศึกษาภาควิชาฟิสิกส์

สอบวันที่ 15 พฤษภาคม 2555

เวลา 9.00 -12.00 น.

คำชี้แจง:

1. ข้อสอบวิชานี้มีทั้งหมด 12 หน้า (รวมหน้าปก) 12 ข้อ รวม 72 คะแนน ทำในข้อสอบ
2. เขียน ชื่อ-สกุลและรหัสประจำตัวนักศึกษาให้ครบถ้วน
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามประกาศของมหาวิทยาลัยฯได้
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ และไม่บรรทัดสูตร เข้าห้องสอบ
5. ข้อสอบไม่มีการแก้ไข หากสงสัยให้พิจารณาตัดสินใจ และชี้แจงลงในข้อสอบ
6. ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุด ให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ-สกุล.....รหัส.....ภาควิชา.....

คะแนน	
-------	--

ผู้ออกข้อสอบ

ดร.ปณิตา ชินเวชกิจวานิชย์

โทร.8872

ข้อสอบนี้ได้ผ่านคณะกรรมการกลั่นกรองข้อสอบภาควิชาฟิสิกส์

.....  
.....

สมการ และค่าคงที่ ที่เกี่ยวข้อง

### Transverse wave motion

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$Z = \frac{\text{transverse force}}{\text{transverse velocity}} = \frac{F}{v}$$

$$F_0 e^{i\omega t} = -T \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0}$$

$$Z = \frac{T}{c} = \rho c$$

$$\text{Reflection coefficient of amplitude is } R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\text{Transmission coefficient of amplitude is } T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$$

$$v_n = \frac{nc}{2l} = \frac{c}{\lambda_n}$$

$$\frac{n\pi x}{l} = r\pi \quad (r = 0, 1, \dots, n)$$

$$y_n = 2a(-i)(\cos \omega_n t + i \sin \omega_n t) \sin \frac{\omega_n x}{c}$$

### Longitudinal waves

$$B = -\frac{dP}{dV/V} = -V \frac{dP}{dV}$$

$$\frac{B_a}{\rho_0} = \frac{\gamma P}{\rho_0}$$

$$\eta = \eta_m e^{i(\omega t - kx)} \quad \dot{\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} = i\omega \eta$$

$$\overline{\Delta E_K} = \frac{1}{4} \rho_0 \dot{\eta}_m^2 = \frac{1}{4} \rho_0 \omega^2 \eta_m^2$$

$$\overline{\Delta E_P} = \frac{1}{4} \rho_0 \dot{\eta}_m^2$$

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c \dot{\eta}_m^2 = \frac{1}{2} \rho_0 c \omega^2 \eta_m^2 = \rho_0 c \dot{\eta}_m^2 = \frac{P_{rms}^2}{\rho_0 c} = P_{rms} \dot{\eta}_{rms}$$

$$I_0 = 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

$$\text{acoustic impedance} = \frac{\text{excess pressure}}{\text{particle velocity}} = \frac{p}{\dot{\eta}}$$

$$\frac{p}{\dot{\eta}} = \frac{B_a k}{\omega} = \frac{B_a}{c} = \rho_0 c$$

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad \lambda = \frac{\sigma Y}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)},$$

$$Y = (\lambda + 2\mu - 2\lambda\sigma)$$

$$c_T = \left( \frac{B + (4/3)\mu}{\rho} \right)^{1/2}, \quad c_L = \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$Y = \frac{sE}{\epsilon a} \Rightarrow s = Ya$$

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{m}} \approx \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \approx \frac{c_0}{2\pi a}$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{Z_1 (\dot{\eta}_r^2)_{rms}}{Z_1 (\dot{\eta}_i^2)_{rms}} = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

### Electromagnetic waves

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \epsilon \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = \rho$$

$$\text{div } \vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = \epsilon \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{total energy is the sum } \frac{1}{2} \epsilon E_x^2 + \frac{1}{2} \mu H_y^2$$

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} c \mu_0 H_0^2$$

$$\frac{\vec{J}}{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} = \frac{\sigma E_x}{\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon E_x)} = \frac{\sigma E_x}{\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon E_0 e^{i\omega t})} = \frac{\sigma E_x}{i\omega \epsilon E_x} = \frac{\sigma}{i\omega \epsilon}$$

$$\gamma = (1 + i) \left( \frac{\sigma \omega \mu}{2} \right)^{1/2}$$

$$\delta = \left( \frac{2}{\omega \mu \sigma} \right)^{1/2}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{(\omega \mu \sigma / 2)^{1/2}} = \omega \delta = \left( \frac{2\omega}{\mu \sigma} \right)^{1/2} = v \lambda_c$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.7 \Omega$$

$$Z_c = \frac{E_0}{H_0} = \left( \frac{\omega \mu}{\sigma} \right)^{1/2}, \quad |Z_c| = 376.6 \Omega \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{\omega \epsilon}{\sigma}}$$

Normal incidence

$$R = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad T = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

Oblique incidence

$$R_{\parallel} = \frac{\tan(\phi - \theta)}{\tan(\phi + \theta)}, \quad T_{\parallel} = \frac{4 \sin \phi \cos \theta}{\sin 2\phi + \sin 2\theta}$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin(\phi - \theta)}{\sin(\phi + \theta)}, \quad T_{\perp} = \frac{2 \sin \phi \cos \theta}{\sin(\phi + \theta)}$$

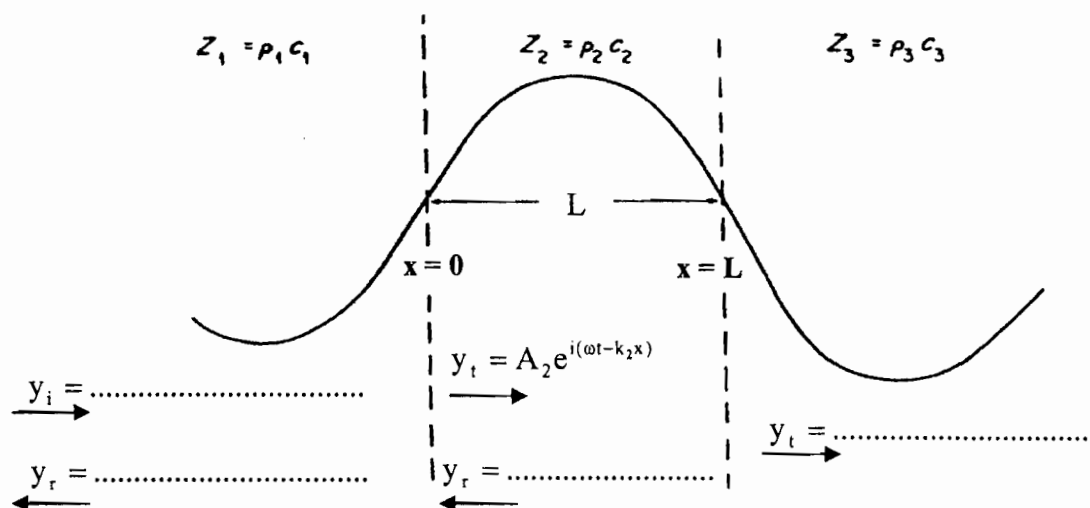
$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$$

คำสั่ง จงอธิบาย และ/หรือแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. เชือก 2 เส้น มีค่า impedance  $Z_1$  และ  $Z_3$  เมื่อทำ matching impedance โดยเติมเชือกยาว  $L$  ที่มีค่า impedance  $Z_2$  ระหว่างเชือกเดิมทั้งสองเส้น (6 คะแนน)

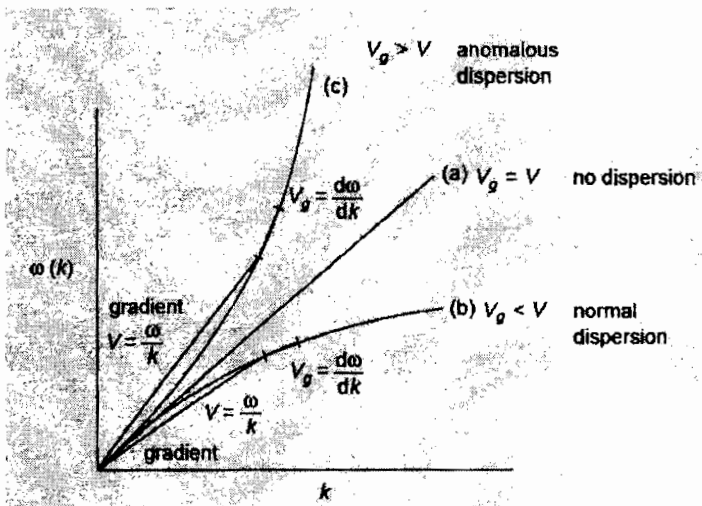
1.1 จงเขียนสมการแสดงการกระจัดของคลื่น  $y_i$ ,  $y_r$ ,  $y_t$  ลงในรูป



1.2 จงเขียนเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) พร้อมสมการให้ครบถ้วน (โดยไม่ต้องแก้สมการ)

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (10 คะแนน)

2.1 จากรูป จงอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการดุดกลืนพลังงานของตัวกลางกับค่า ความเร็วกลุ่ม (group velocity) และ ความเร็วเฟส (phase velocity)



2.2 จงแสดงว่า  $v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$

- 2.3 ถ้าแสงสีเหลืองจากหลอดไอโซเดียมมีความยาวคลื่น 589 nm และ 589.6 nm ถูกฉายผ่านแก้วที่มีค่าดัชนีหักเห ( $n$ ) สำหรับทั้งสองความยาวคลื่นเป็น 1.6352 และ 1.6350 ตามลำดับ จงหาความเร็วกลุ่มของแสงที่ผ่านแก้วนี้

3. จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานรวมในคลื่นเสียง (total energy in sound wave) กับระยะทาง (distance) พร้อมทั้งอธิบายลักษณะกราฟและความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองมาให้ชัดเจน (4 คะแนน)

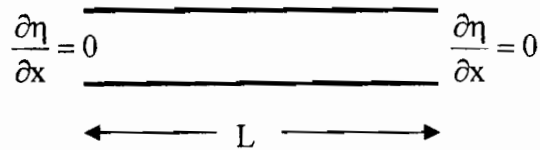
4. คลื่นเสียง 2 ขบวน มีแอมพลิจูดความดันและความถี่เท่ากัน ขณะเดินทางผ่านของเหลวสองชนิด พบว่าความเร็วคลื่นเป็นอัตราส่วน 5:2 ในขณะที่ความหนาแน่นของเหลวทั้งสองชนิดมีอัตราส่วน 3:4 (6 คะแนน)

4.1 จงเปรียบเทียบแอมพลิจูดการกระจัดของคลื่นทั้งสอง

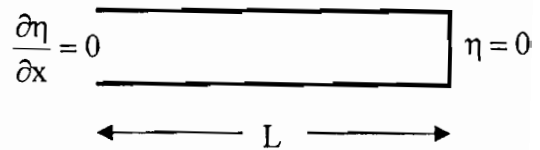
4.2 จงเปรียบเทียบความหนาแน่นพลังงานของคลื่นทั้งสอง

4.3 จงเปรียบเทียบความเข้มของคลื่นทั้งสอง

5. คลื่นเสียงซึ่งมี particle displacement เป็น  $\eta = (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t$  ผ่านเข้าไปในท่อ (A) และ (B) ซึ่งยาว  $L$  เท่ากัน โดยท่อ (A) เป็นท่อปลายเปิดทั้ง 2 ด้าน และท่อ (B) เป็นท่อปลายปิด 1 ด้าน เกิดคลื่นนิ่งในท่อทั้งสอง มีเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) ดังแสดงในรูป (12 คะแนน)



(a)



(b)

- 5.1 จงพิสูจน์ว่า คลื่นนิ่งที่เกิดในท่อ (A) มี particle displacement เป็น  $\eta = A \cos kx \sin \omega t$  ;  $\lambda = \frac{2L}{n}$  และ คลื่นนิ่งที่เกิดในท่อ (B) มี particle displacement เป็น  $\eta = A \cos kx \sin \omega t$  ;  $\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}$

- 5.2 จงเขียนภาพแสดง 3 ฮาร์โมนิกแรกของคลื่นนิ่งในท่อทั้งสอง

6. กำหนดให้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กใน free space เป็นดังสมการ  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \beta z)\hat{i}$ ,

$$\vec{H} = \frac{E_0}{\eta} \cos(\omega t - \beta z)\hat{j} \quad \text{จงแสดงว่า } \beta = \frac{\omega\mu_0}{\eta} = \omega\epsilon_0\eta \text{ และค่า } \eta \text{ ไม่ขึ้นกับความถี่} \quad (5 \text{ คะแนน})$$

7. ถ้าวัสดุชนิดหนึ่งมีค่า  $\sigma = 10^{-2} \text{ S/m}$  และ  $\epsilon = 3\epsilon_0$  จงหาว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่เท่าใด (เฮิรตซ์) ที่ทำให้ conduction current เท่ากับ displacement current (5 คะแนน)



8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

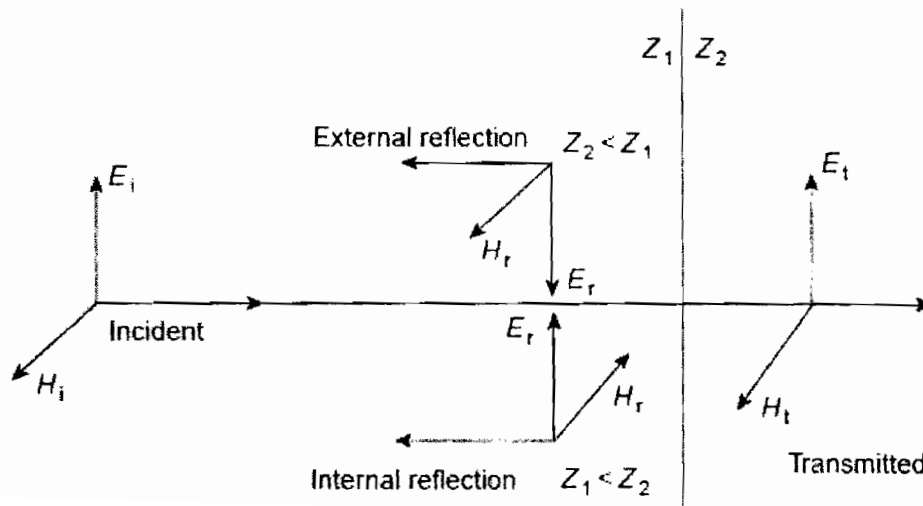
(8 คะแนน)

8.1 จงอธิบายความหมายของ skin depth ( $\delta$ ) และพิสูจน์ว่า  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ 

8.2 เพราะเหตุใดโลหะตัวนำจึงสามารถกัน (shield) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงได้ (แสดงสมการที่เกี่ยวข้องประกอบคำตอบ)

8.3 เพราะเหตุใดโลหะตัวนำจึงสะท้อนแสงได้ดี (แสดงสมการที่เกี่ยวข้องประกอบคำตอบ)

9. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีการสั่นของสนามไฟฟ้าตกกระทบ (incident electric field) ดังสมการ  $\vec{E}_i = 100 \cos(\omega t - 6\pi x)\hat{k}$  เดินทางจากตัวกลาง 1 ที่มีค่า  $\epsilon_r = 4, \mu_r = 1, \sigma = 0$  ตกกระทบยังพื้นผิวตัวกลางที่ 2 ที่มีค่า  $\epsilon_r = 9, \mu_r = 4, \sigma = 0$  จงเขียนสมการของสนามไฟฟ้าที่สะท้อน และส่งผ่าน ( $\vec{E}_r, \vec{E}_t$ ) รวมทั้งสมการแสดงสนามแม่เหล็กตกกระทบ สะท้อน และส่งผ่าน ( $\vec{H}_i, \vec{H}_r, \vec{H}_t$ ) (10 คะแนน)



10. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีการสั่นของสนามไฟฟ้าตามแนวแกน  $z$  ดังสมการ  $E_z = 50 \sin\left(4\pi \times 10^{14}\left(t - \frac{x}{3 \times 10^8}\right)\right)$  โดยที่  $E_x = E_y = 0$ . จงหาพลังงานที่ตกกระทบพื้นที่หนึ่งหน่วยในหนึ่งหน่วยเวลา (intensity) (6 คะแนน)

11. (พิเศษ) Brewster angle คืออะไร และถ้าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่จากอากาศ ( $n = 1.0$ ) เข้าสู่แก้ว ( $n = 1.65$ ) Brewster angle มีค่าเท่าใด (5 คะแนน)

12. (พิเศษ) ถ้า phase velocity ( $v_p$ ) ของคลื่นน้ำลึกเป็น  $v_p^2 = \left( \frac{g}{k} + \frac{Sk}{\rho} \right)$  จงแสดงว่า phase velocity จะมีค่าต่ำสุดที่

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\rho g}}$$

(10 คะแนน)