



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
การสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

วิชา ENE 325 Electromagnetic fields and waves

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ปีที่ 3 ภาคปกติ

สอบ วันจันทร์ที่ 15 ตุลาคม พ.ศ. 2555

เวลา 13.00-16.00 น.

คำเตือน

1. ข้อสอบวิชานี้มี 5 ข้อ 12 หน้า (รวมใบปะหน้า)
2. ให้ทำทุกข้อลงในข้อสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารประกอบการเรียนเข้าห้องสอบ
4. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณได้
5. ให้เขียนชื่อ-นามสกุล และเลขประจำตัวลงในข้อสอบทุกหน้า

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....

อาจารย์ราชดิ ศิลาพันธ์ และอาจารย์เอกพล ศิวพรเสถียร

ผู้ออกข้อสอบ

โทร 0-2470-9062

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการประเมินจากคณะกรรมการประจำภาควิชาแล้ว

ผศ.ดร.วุฒิชัย อัสวินชัยโชติ

หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม

สูตรคำนวณ

1. ตารางการแปลงพิกัดระหว่างพิกัดคาร์ทีเซียนและพิกัดทรงกลม

1.1 ตารางการแปลงขนาด

การแปลงจาก $P(x,y,z)$ to $P(r,\theta,\phi)$	การแปลงจาก $P(r,\theta,\phi)$ to $P(x,y,z)$
$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$x = r \sin \theta \cos \phi$
$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{z}{r} \right)$	$y = r \sin \theta \sin \phi$
$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$	$z = r \cos \theta$

1.2 ตารางการแปลงเวกเตอร์ทิศทาง

	\hat{a}_r	\hat{a}_θ	\hat{a}_ϕ
\hat{a}_x	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
\hat{a}_y	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
\hat{a}_z	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0

2. ตารางการแปลงพิกัดระหว่างพิกัดคาร์ทีเซียนและพิกัดทรงกระบอก

2.1 ตารางการแปลงขนาด

การแปลงจาก $P(x,y,z)$ to $P(r,\theta,z)$	การแปลงจาก $P(r,\theta,z)$ to $P(x,y,z)$
$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$	$x = \rho \cos \phi$
$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$	$y = \rho \sin \phi$
$z = z$	$z = z$

2.2 ตารางการแปลงเวกเตอร์ทิศทาง

	\hat{a}_ρ	\hat{a}_ϕ	\hat{a}_z
\hat{a}_x	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0
\hat{a}_y	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0
\hat{a}_z	0	0	1

3. กฎของเกาส์ (Gauss's law): $Q_{en} = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S}$ Coulomb

4. ขนาดประจุรวมในโครงสร้าง 3 มิติ: $Q = \int \rho_v dv$ Coulomb

โดยที่ ρ_v = ความหนาแน่นของประจุต่อปริมาตร (C/m^3)

5. Volume differential element ของพิกัดทรงกระบอก: $dv = \rho d\rho d\phi dz$

6. Surface differential element ของพิกัดทรงกระบอก: $d\vec{S} = \rho d\phi dz \hat{a}_\rho$
7. Surface differential element ของพิกัดทรงกลม: $d\vec{S} = r^2 \sin\theta d\theta d\phi \hat{a}_r$
8. ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้า: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \text{ C/m}^2$
9. งานทางไฟฟ้าและความต่างศักย์

9.1 งานในการลากประจุ Q จากจุด a ไปยังจุด b ตามเส้นทาง L

$$W_{ext} = -Q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L} \text{ Joule}$$

$$9.2 \text{ ความต่างศักย์ } V_{ba} = \frac{W}{Q} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L} \text{ Volt}$$

10. กระแสไฟฟ้าที่เกิดจากการนำ

$$10.1 \text{ ความเร็ว (Drift velocity) ของประจุลบ } \vec{v}_e = -\mu_e \vec{E}$$

$$10.2 \text{ ความเร็วของประจุบวก } \vec{v}_h = +\mu_h \vec{E}$$

โดยที่ μ_e และ μ_h คือ ความสามารถในการเคลื่อนที่ของประจุลบและบวกตามลำดับ ($\text{m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$)

- 11.1 เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$11.1 \text{ สนามไฟฟ้าในแนวขนานกับรอยต่อ } E_{t1} = E_{t2}$$

$$11.2 \text{ ความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับรอยต่อ } \hat{a}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s$$

โดยที่ \hat{a}_{12} คือเวกเตอร์ 1 หน่วยที่ตั้งฉากกับรอยต่อและมีทิศจากตัวกลางที่ 1 ไปยังตัวกลางที่ 2

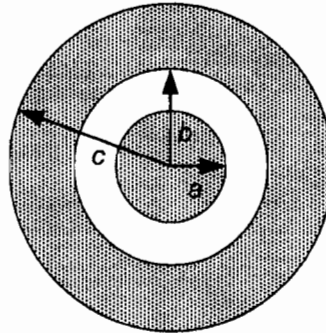
$$12. \text{ ค่าคงที่ } \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

1. Coordinate systems: จากเวกเตอร์ $\vec{B} = 3\hat{a}_r + 2\hat{a}_\theta + 1\hat{a}_\phi$ ซึ่งอยู่ในพิกัดทรงกลม (20 คะแนน)

(a) จงแปลงให้อยู่ในพิกัดคาร์ทีเซียนที่จุด P (5, 2, -1) (10 คะแนน)

(b) จงแปลงพิกัดคาร์ทีเซียนที่ได้จากข้อ (a) ให้อยู่ในพิกัดทรงกระบอกจุด P (5, 2, -1) (10 คะแนน)

2. Gauss's law: จากรูปหน้าตัดของสายโคแอ็กเซียลมีประจุ $+Q \text{ C/m}^3$ กระจายอย่างสม่ำเสมอในตัวนำด้านใน ในช่วง $0 \leq \rho \leq a$ และประจุ $-Q \text{ C/m}^3$ กระจายอย่างสม่ำเสมอในตัวนำด้านนอก ในช่วง $b \leq \rho \leq c$ จงคำนวณ (20 คะแนน)



- (a) คำนวณประจุรวมในโครงสร้าง โดยกำหนดให้สายโคแอ็กเซียลยาว h เมตร (5 คะแนน)

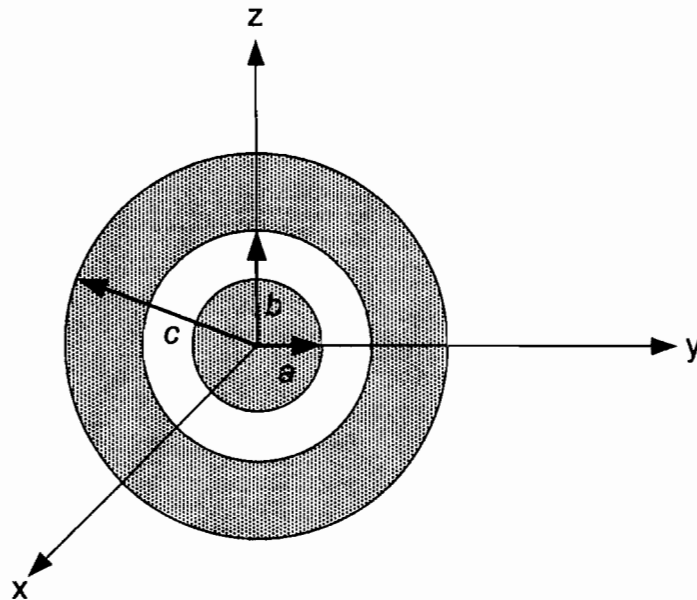
(b) ใช้กฎของเกาส์ในการคำนวณสนามไฟฟ้า \vec{E} ที่ทุกระยะรัศมี ρ (9 คะแนน)

แนะนำ: ตอบทั้งหมด 3 คำตอบ ประกอบด้วยสนามไฟฟ้าในตัวนำด้านใน ฉนวนตรงกลาง และตัวนำด้านนอก

ชื่อ _____ รหัสนักศึกษา _____ เลขที่นั่งสอบ _____

- (c) วาดกราฟแสดงค่าความหนาแน่นของเส้นแรงไฟฟ้า D ในเทอมของระยะรัศมี กำหนดให้ $Q = 10^{-3} \text{ C}$ $a = 5 \text{ mm}$ $b = 8 \text{ mm}$ $c = 10 \text{ mm}$ และ $h = 1 \text{ m}$ (6 คะแนน)

3. Electric potential: จากรูปทรงกลมซ้อนกันสองชั้นโดยทรงกลมเล็กมีรัศมี $r = a$ m และทรงกลมใหญ่มีรัศมี $r = c$ m กำหนดให้มีประจุรวม $+Q$ C ในทรงกลมเล็ก $0 \leq r \leq a$ และมีประจุรวม $-0.5Q$ C ที่เปลือกของทรงกลมใหญ่ในช่วง $b \leq r \leq c$ จงคำนวณ (20 คะแนน)



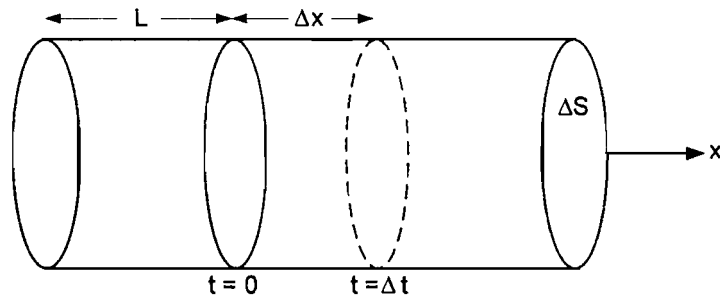
(a) งานในการลากประจุขนาด Q_1 C จากจุด $(2c, \pi/2, \pi/4)$ มายังจุด $(1c, \pi/4, \pi/2)$ หากกำหนดให้ a มีค่าต่ำกว่า 10 มิลลิเมตร ใครจะเป็นผู้ทำงานดังกล่าว สนามไฟฟ้าหรืองานจากภายนอก (10 คะแนน)

แนะนำ: line differential element ในพิกัดทรงกลม $d\vec{l} = dr\hat{a}_r + r d\theta\hat{a}_\theta + r \sin\theta d\phi\hat{a}_\phi$

(b) จงคำนวณค่าความต่างศักย์ V ในฟังก์ชันของพิกัด (ไม่ต้องแทนค่าพิกัดเริ่มต้นและพิกัดสุดท้าย) และใช้ความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าและความต่างศักย์ในรูปแบบเกรเดียนท์ $\vec{E} = -\nabla V$ เพื่อคำนวณค่าสนามไฟฟ้า เปรียบเทียบกับสนามไฟฟ้าที่ได้จากข้อ (a) (10 คะแนน)

$$\text{แนะนำ: } \nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{a}_\phi$$

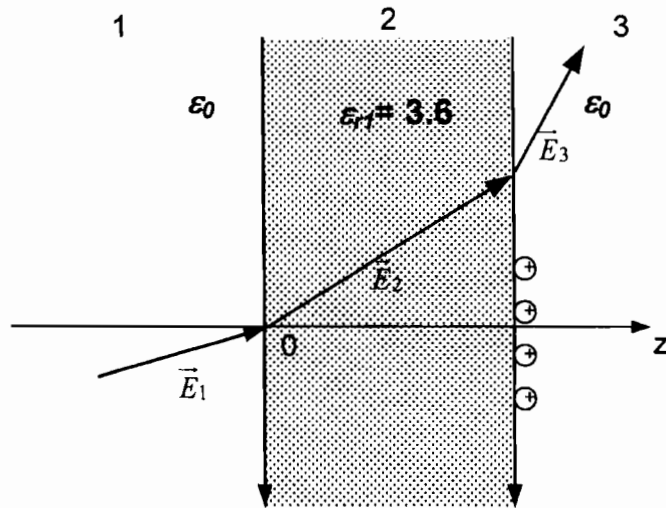
4. Electric current: จากรูปกำหนดให้ประจุความหนาแน่น ρ_v C/m³ เดินทางไปในทิศทาง x โดยที่เวลา $t = 0$ กลุ่มประจุอยู่ครอบคลุมระยะทาง Δx m (20 คะแนน)



(a) จงอธิบายที่มาของกระแสการพา (convection current) (8 คะแนน)

(b) ใช้ความสัมพันธ์ของความเร็วประจุและกระแส รวมถึงความสามารถในการเคลื่อนที่ของประจุ เพื่ออธิบายค่าความนำ (conductivity หรือ σ) และกฎของโอห์มในรูปแบบ $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (12 คะแนน)

5. Boundary conditions: กำหนดให้สนามไฟฟ้า $\vec{E}_1 = \hat{a}_x - 5\hat{a}_y - 4\hat{a}_z$ V/m เดินทางจากตัวกลางที่ 1 ซึ่งเป็นอากาศตกกระทบฟิล์มไดอิเล็กตริกที่มีค่า $\epsilon_r = 3.6$ ดังรูป กำหนดให้ความหนาแน่นประจุที่รอยต่อระหว่างฟิล์มไดอิเล็กตริกและตัวกลางที่ 3 ซึ่งเป็นอากาศมีค่า $\rho_s = 100$ pC/m² (20 คะแนน)



(a) จงคำนวณสนามไฟฟ้า \vec{E}_2 ที่รอยต่อในฟิล์มไดอิเล็กตริก (หรือตัวกลางที่ 2) (10 คะแนน)

ชื่อ _____ รหัสนักศึกษา _____ เลขที่นั่งสอบ _____

(b) สมมติให้ฟิล์มไดอิเล็กตริกไม่มีการสูญเสียเชิงกำลัง จงคำนวณสนามไฟฟ้า \bar{E}_3 ที่ผ่านเข้าไปยัง
ตัวกลางอากาศ (หรือตัวกลางที่ 3) (10 คะแนน)