เลขที่นั่งสอบ.........

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554

วิชา STA 212 Statistics for Scientists คณะวิทยาศาสตร์

สอบวันที่ 4 ตุลาคม 2554 เวลา 13.00-16.00 น.

<u>คำชี้แจง</u>

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 8 ข้อ รวม 45 คะแนน
2. ให้ทำในข้อสอบ
3. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯเข้าห้องสอบได้
4. ห้ามนำตำราและเอกสารทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. มีตารางสถิติ ใช้เสร็จให้ส่งคืนพร้อมข้อสอบ
6. มีสูตรแนบท้ายข้อสอบ

ชื่อ-นามสกุล..รหัส...................................ภาควิชา..........................

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จแล้ว ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

อ.วิวัฒน์ สกลสนธิเศรษฐ์

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาฯแล้ว

(ดร. ดุษฎี ศุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ชื่อ-นามสกุล...รหัส..............................ภาควิชา..........

1.สุ่มตัวอย่าง $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_{11}$ จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 108 และความแปรปรวนเท่ากับ 20 จงหา

ก) $P(\bar{X} < 110)$ (3 คะแนน)

ข) $P(\sum_{i=1}^{11}(X_i - \bar{X})^2 < 64.94)$ (4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส...

2. จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ 2 ชุด ซึ่งมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน สุ่มตัวอย่างจากประชากรชุดที่หนึ่งมีขนาดเท่ากับ 25 ความแปรปรวนคือ S_1^2 และสุ่มตัวอย่างจากประชากรชุดที่สองมีขนาดเท่ากับ 20 ความแปรปรวนคือ S_2^2 ถ้า $P(\frac{S_1^2}{S_2^2} > b) = 0.01$ จงหาค่า b (4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส........................ภาควิชา..........................

3. จากผลการผลิต(หน่วยเป็นถังต่อไร่) ของข้าว 2 สายพันธุ์ ทดลองปลูกพันธุ์ที่ 1 ใน 9 แปลง พันธุ์ที่ 2 ใน 11 แปลง ได้ผลดังต่อไปนี้

พันธุ์ที่ 1	36	32	34	40	36	33	37	32	34		
พันธุ์ที่ 2	34	38	39	38	37	35	42	43	39	38	35

สมมุติว่าข้อมูลมีการแจกแจงปกติ จงหา

ก) ช่วงความเชื่อมั่น 90% ของสัดส่วนของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริง (4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส...............................ภาควิชา.........................

ข) ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของผลผลิตของข้าว 2 สายพันธุ์ โดยใช้ผลลัพธ์จาก ข้อ ก) (5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส.................................ภาควิชา.........................

4. สุ่มตัวอย่างลูกค้า 100 คน มี 16 คนชอบเครื่องดื่มชนิดหนึ่ง ภายหลังการโฆษณาปรากฏว่าได้สุ่มตัวอย่างลูกค้า 200 คน มี 80 คนชอบเครื่องดื่มชนิดนี้ อยากทราบว่าการโฆษณามีผลหรือไม่ โดยพิจารณาจากช่วงความเชื่อมั่น 95% ของความแตกต่างระหว่างอัตราส่วนของผู้ที่ชอบเครื่องดื่มชนิดนี้ก่อนและหลังการโฆษณา

(4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส...............................ภาควิชา........................

5. สุ่มตัวอย่างคน 4 คน บันทึกน้ำหนักก่อนงดสูบบุหรี่และหลังงดสูบบุหรี่ 5 สัปดาห์ ได้ผลดังนี้

	1	2	3	4
ก่อนงดสูบบุหรี่	148	176	153	116
หลังงดสูบบุหรี่	154	176	151	121

สมมุติว่าประชากรมีการแจกแจงปกติ จงทดสอบสมมุติฐานว่า น้ำหนักจะเพิ่มขึ้นถ้าเลิกสูบบุหรี่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส...............................ภาควิชา..............................

6. สุ่มตัวอย่างน้ำมันเครื่อง 10 กระป๋อง ได้น้ำหนักของน้ำมันที่บรรจุดังนี้ 10.2 , 9.7 , 10.1 ,10.1 , 10.1 ,9.8 , 9.9 ,10.4 , 10.3 และ 9.8 ออนซ์ สมมุติว่าน้ำหนักเหล่านี้มีการแจกแจงปกติ จงทดสอบสมมุติฐานว่า $\sigma^2 > 0.03$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส..................................ภาควิชา..........................

7. เพื่อต้องการทราบความรู้สึกของประชาชนว่าพอใจในการบริหารของ กทม. ชุดนี้หรือไม่ จึงหยั่งเสียงจากผู้มีรายได้น้อย 100 คน มี 40 คนที่พอใจ เมื่อหยั่งเสียงจากผู้มีรายได้มาก 100 คน มี 60 คนพอใจ ท่านเห็นด้วยหรือไม่ว่าอัตราส่วนของผู้มีรายได้มากพอใจมากกว่าผู้มีรายได้น้อย ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(3 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส................................ภาควิชา..........................

8. ในการตรวจสอบตัวอย่างแร่ชนิดหนึ่ง แรงดันในทิศตั้งฉากของแร่มีความสัมพันธ์กับความต้านทานต่อแรงเฉือน บันทึกผลการทดลองไว้ ดังนี้

แรงดันในทิศตั้งฉาก(X)	ความต้านทานต่อแรงเฉือน(Y)
26.8	26.5
25.4	27.3
28.9	24.2
23.6	27.1
27.7	23.6
23.9	25.9
24.7	26.3
28.1	22.5
26.9	21.7
27.4	21.4
22.6	25.8
25.6	24.9

ก) จงประมาณเส้นสมการถดถอย (6 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส..............................ภาควิชา.........................

ข) เมื่อแรงดันในทิศตั้งฉากเท่ากับ 24.5 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว จงประมาณความต้านทานต่อแรงเฉือน

(2 คะแนน)

Formula

$$S^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\bar{X})^2}{n-1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\bar{X}^2}{n-1}=\frac{n\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2}{n(n-1)}$$

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n\ge 30$$

$$T=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}},\ \upsilon=n-1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n<30$$

$$Z=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1)+(\sigma_2^2/n_2)}} \qquad \text{when } \sigma_1^2,\sigma_2^2 \text{ known}$$

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2},\ \upsilon=n-1$$

$$F=\frac{S_1^2\cdot\sigma_2^2}{S_2^2\cdot\sigma_1^2},\ \upsilon_1=n_1-1,\ \upsilon_2=n_2-1$$

$$\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n\ge 30$$

$$\bar{x}-t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}},\ \upsilon=n-1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n<30$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2,\sigma_2^2 \text{ known}$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2,\sigma_2^2 \text{ unknown, } n_1,n_2\ge 30$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{\alpha/2}\cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{\alpha/2}\cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}},$$

$$\upsilon=n_1+n_2-2,\ s_p=\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \quad \text{when } \sigma_1^2,\sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2=\sigma_2^2,\ n_1,n_2<30$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}},$$

$$\upsilon=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1}+\frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} \quad \text{when } \sigma_1^2,\sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2\ne\sigma_2^2,\ n_1,n_2<30$$

$$\bar{d}-t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}<\mu_D<\bar{d}+t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}},\ \upsilon=n-1$$

$$\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}<p<\hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$(\hat{p}_1-\hat{p}_2)-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}<p_1-p_2<(\hat{p}_1-\hat{p}_2)+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}}<\sigma^2<\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}},\ \upsilon=n-1$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2}(\upsilon_1,\upsilon_2)}<\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<\frac{s_1^2}{s_2^2}f_{\alpha/2}(\upsilon_2,\upsilon_1),\ \upsilon_1=n_1-1,\upsilon_2=n_2-1$$

$$n=\left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{e}\right)^2,\ n=\frac{z^2_{\alpha/2}\hat{p}\hat{q}}{e^2},\ n=\frac{z^2_{\alpha/2}}{4e^2}$$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
1.1. $\mu=\mu_0$	σ^2 known $Z=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\mu>\mu_0$ $\mu<\mu_0$ $\mu\neq\mu_0$	$z>z_\alpha$ $z<-z_\alpha$ $z<-z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z>z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.2. $\mu=\mu_0$	σ^2 unknown, $n\geq 30$ $Z=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$\mu>\mu_0$ $\mu<\mu_0$ $\mu\neq\mu_0$	$z>z_\alpha$ $z<-z_\alpha$ $z<-z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z>z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.3. $\mu=\mu_0$	σ^2 unknown, $n<30$ $T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$, $\upsilon=n-1$	$\mu>\mu_0$ $\mu<\mu_0$ $\mu\neq\mu_0$	$t>t_\alpha$ $t<-t_\alpha$ $t<-t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t>t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.1. $\mu_1-\mu_2=d_0$	σ_1^2,σ_2^2 known $Z=\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1)+(\sigma_2^2/n_2)}}$	$\mu_1-\mu_2>d_0$ $\mu_1-\mu_2<d_0$ $\mu_1-\mu_2\neq d_0$	$z>z_\alpha$ $z<-z_\alpha$ $z<-z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z>z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.2. $\mu_1-\mu_2=d_0$	σ_1^2,σ_2^2 unknown, $n_1,n_2\geq 30$ $Z=\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-d_0}{\sqrt{(S_1^2/n_1)+(S_2^2/n_2)}}$	$\mu_1-\mu_2>d_0$ $\mu_1-\mu_2<d_0$ $\mu_1-\mu_2\neq d_0$	$z>z_\alpha$ $z<-z_\alpha$ $z<-z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z>z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.3. $\mu_1-\mu_2=d_0$	σ_1^2,σ_2^2 unknown, $\sigma_1^2=\sigma_2^2$, $n_1,n_2<30$ $T=\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-d_0}{S_p\sqrt{(1/n_1)+(1/n_2)}}$ $\upsilon=n_1+n_2-2$ $S_p=\sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$	$\mu_1-\mu_2>d_0$ $\mu_1-\mu_2<d_0$ $\mu_1-\mu_2\neq d_0$	$t>t_\alpha$ $t<-t_\alpha$ $t<-t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t>t_{\frac{\alpha}{2}}$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
2.4. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, $n_1, n_2 < 30$ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(S_1^2 / n_1) + (S_2^2 / n_2)}}$ $\upsilon = \dfrac{\left(S_1^2 / n_1 + S_2^2 / n_2\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2 / n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{\left(S_2^2 / n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.5. $\mu_D = d_0$	Pair Observation, $n < 30$ $T = \dfrac{\bar{D} - d_0}{S_D / \sqrt{n}}, \upsilon = n - 1$	$\mu_D > d_0$ $\mu_D < d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
3.1. $p = p_0$	$n \geq 30$ $Z = \dfrac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}}$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
3.2. $p = p_0$	$n < 30$ $X \sim b(x; n, p_0)$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$X \geq x$ $X \leq x$ $X \leq x$ if $x < np_0$ or $X \geq x$ if $x > np_0$
4.1. $p_1 - p_2 = 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$ $\hat{P}_1 = \dfrac{X_1}{n_1}, \hat{P}_2 = \dfrac{X_2}{n_2}$ $\hat{P} = \dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$	$p_1 - p_2 > 0$ $p_1 - p_2 < 0$ $p_1 - p_2 \neq 0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
4.2. $p_1 - p_2 = d_0$ and $d_0 \neq 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - d_0}{\sqrt{(\hat{P}_1\hat{Q}_1 / n_1) + (\hat{P}_2\hat{Q}_2 / n_2)}}$	$p_1 - p_2 > d_0$ $p_1 - p_2 < d_0$ $p_1 - p_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
5. $\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ $\upsilon = n - 1$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 > \chi_\alpha^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ and $\chi^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$
6. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $\upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$f > f_\alpha$ $f < f_{1-\alpha}$ $f < f_{1-\frac{\alpha}{2}}$ and $f > f_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$