เลขที่นั่งสอบ..........

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคเรียน 1 / 2550

วิชา MEE 462 Vibrations นักศึกษาวิศวกรรมเครื่องกลปีที่ 4

สอบวันที่ 10 ตุลาคม พ.ศ. 2550 เวลา 09.00 น.- 12.00น.

....

คำเตือน

1. ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ 13 หน้า ทำลงในข้อสอบ
2. ห้ามนำเอกสารทุกชนิดเข้าห้องสอบ
3. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ

ผศ.ดร.สาทิสส์ ทรงชน

ผศ.ดร. อนันทวิทย์ ดู๊จินดา

มนัสพงษ์ ชมอุดม์

ผู้ออกข้อสอบ

ชื่อ ....**รหัส** ....

สมการที่ให้ในการสอบ

	Harmonic excitation	Rotating Unbalance	Base excitation
Model:	$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F\sin\omega t$	$M\ddot{x}+c\dot{x}+kx=mR\omega_R^2\sin\omega_R t$	$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=c\dot{y}+ky$
Displacement transmissibility:	$\frac{X}{F}=\frac{1}{k}\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$	$\frac{X}{mR/M}=\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$	$\frac{X_t}{Y}=\sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$
Force transmissibility:	$\frac{F_t}{F}=\sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$	$\frac{F_t}{mR\omega_R^2}=\sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$	$\frac{F_t}{kY}=r^2\sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$

Fourier series: $f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos(\frac{2n\pi t}{P})+b_n\sin(\frac{2n\pi t}{P})\right)$

$$a_n=\frac{2}{P}\int_1^{1+P}f(t)\cos\frac{2n\pi t}{P}dt,\quad b_n=\frac{2}{P}\int_1^{1+P}f(t)\sin\frac{2n\pi t}{P}dt,$$

Fourier transforms: $X(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-i\omega t}dt$

$$X(\omega)=\mathcal{F}[x(t)]=\frac{1}{2\pi}\mathcal{L}[x(t)]|_{s=i\omega}$$

Autocorrelation function, $R_{xx}(\tau)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)x(t+\tau)dt$

Cross-correlation function, $R_{xy}(\tau)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)y(t+\tau)dt$

Spectral density, $S_{xx}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_{xx}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau$

1.) A vibratory system consists of three pendulums (each of length L) coupled by three spring elements, as shown in Figure 1. The three masses are all identical and are denoted by m. However, the three spring elements are not identical and are denoted by k_1, $k_2$and k_3. It should be assumed that the connecting rods are rigid and their masses are negligible.

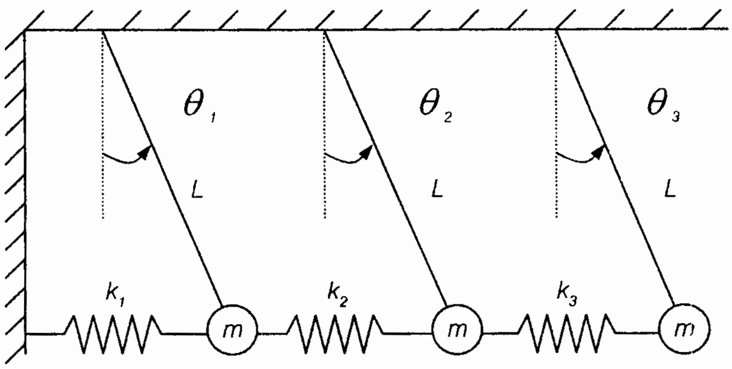


Figure 1: Three pendulums coupled by three spring elements.

1.1 Write the potential energy (V) and the kinetic energy (T) in terms of m, k_1, k_2, k_3, L, θ_1, θ_2, and θ_3, and their derivatives. (3 marks)

1.2 Use Lagrange's equations to derive and show that the equations of motion of the above system (assuming small amplitude vibration) can be written as

$$\begin{bmatrix} mL^2 & 0 & 0 \\ 0 & mL^2 & 0 \\ 0 & 0 & mL^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + L^2 \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$ (6 marks)

1.3 If $m = 1$ kg, $k_1 = 20000$ N/m, $k_2 = 20000$ N/m, $k_3 = 40000$ N/m and $L = 1$ m, find the natural frequencies of the system and the corresponding mode shapes. (8 marks)

1.4 Sketch the mode shapes. (3 marks)

2.) The transportation of a car inside a container can be modelled as illustrated in Figure 2. The displacements x_1 and x_2 are measured with respect to the left-hand wall. The masses of the container and the car are denoted by m_1 and m_2, respectively. The springs used to constrain the car to the container and the container to the walls are all identical and are denoted by k.

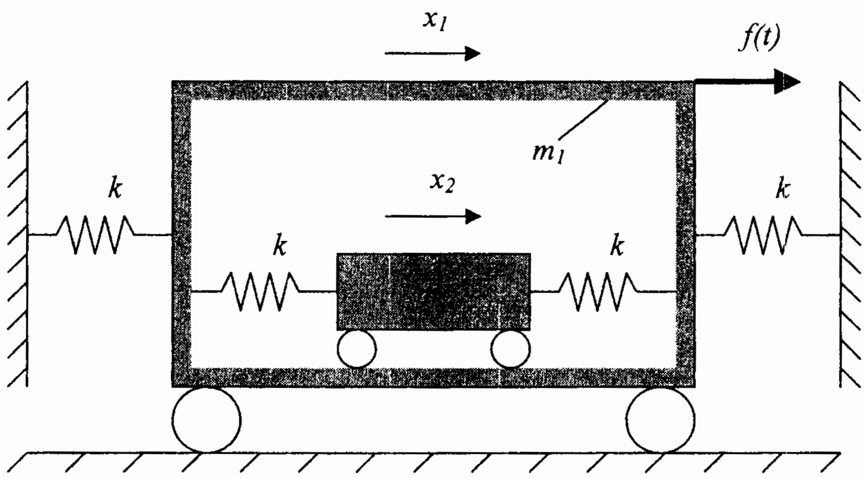


Figure 2: The vibration model of a car inside a container.

2.1 Derive the equations of motion of the above system in terms of m_1, m_2, k, x_1 and x_2, and their derivatives. Furthermore, arrange them in the matrix form. (4 marks)

2.2 If $m_1 = 2000$ kg, $m_2 = 1000$ kg, $k = 10000$ N/m, find the natural frequencies of the system and the corresponding mode shapes. (3 marks)

2.3 Find the mass-normalised mode shapes. (4 marks)

2.4 If $f(t) = 1000 \sin 10t$, by using orthogonality properties, find the steady-state response of x_2 as a function of time. (9 marks)

3.) ก) เครื่องจักรมีมวล 25 kg มีแรง $F_0 \sin\omega t$ กระทำ เมื่อ F_0 = 50 N และความถี่เท่ากับ 1500 rpm 1) จงออกแบบ isolator ที่ทำให้การส่งผ่านแรงลงพื้นโรงงาน 10% และ $\zeta = 0.1$ 2) จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง duration time ของ shock input และลดผล shock input ได้อย่างไร

(10คะแนน)

ข) เครื่องจักรหมุนที่รอบ 1500 rpm มี unbalanced mass เกิดแรงหนีศูนย์กลาง 250 N ติดตั้งบนส่วนปลายของ cantilever beam เกิดความถี่ธรรมชาติ 24 Hz 1) จงออกแบบ vibration dynamic absorber โดยมีช่องว่างให้มวลสั่นที่แอมพลิจูด 2 mm 2) จงอธิบายว่าจะเกิดผลอย่างไรถ้าไม่ติด vibration dynamic absorber (10คะแนน)

4.) ก) ข้อมูลที่ได้จากการทดลองของระบบการสั่นที่มีมวล 50 kg ชนิด rotating unbalance mass ตามตาราง จงหา governing equation หรือ equation of motion และ ค่า stiffness, k damping, c

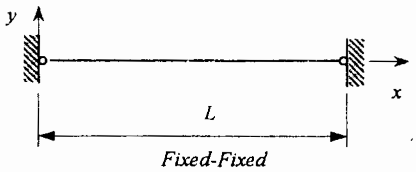
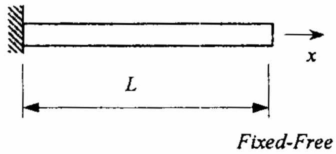
f (Hz)	|x| (mm)	f (Hz)	|x| (mm)	f (Hz)	|x| (mm)
0.2	2	3.4	36	7	12
1	4	3.6	30	8	12
2	8	3.8	26	9	12
2.6	24	4	22	10	10
2.8	36	5	16		
3	50	6	14		

(10คะแนน)

ข) สัญญาน, $x(t) = 2\sin 10t$ จงหา 1) Fourier transform, X(ω), autocorrelation, $R_{xx}(\tau)$ และ Spectral density, $S_{xx}(\omega)$ 2) สเก็ทช์ กราฟสเปคดรัมที่ได้จาก Fourier transform และ Spectral density (10คะแนน)

5.) จาก wave equation จงเติมสมการลงในตารางให้ถูกต้อง (20คะแนน)

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad u(x,t) = F(x)G(t) \ and \ c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

	Transverse Vibration of Steel cable	Axial vibration of Steel Rod
Model		
Equation of motion		
Initial condition		
Boundary condition		
Spatial equation		
Temporal equation		
F(x)		
G(t)		
Arbitrary constant		
Spatial frequencies		
Temporal frequencies	$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$	$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi c}{L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$
Mode shapes	$\sin \frac{n\pi}{L} x$	$\sin \frac{(2n-1)\pi}{2L} x$
ผลเฉลย, u(x,t)		
Sketch Mode shapes	n=1 n=2 n=3	ไม่ต้องแสดง