มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

ข้อสอบวิชา PHY 204 Vibrations and Waves **นักศึกษาภาควิชาฟิสิกส์**

สอบวันที่ 15 **พฤษภาคม** 2558 **เวลา** 9.00 –12.00 **น.**

คำชี้แจง:

1. ข้อสอบวิชานี้มีทั้งหมด 10 หน้า (รวมหน้าปก) 12 ข้อ รวม 70 คะแนน ทำในข้อสอบ
2. เขียน ชื่อ-สกุลและรหัสประจำตัวนักศึกษาให้ครบถ้วน
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามประกาศของมหาวิทยาลัยฯได้
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ และไม้บรรทัดสูตร เข้าห้องสอบ
5. ข้อสอบไม่มีการแก้ไข หากสงสัยให้พิจารณาตัดสินใจ และชี้แจงลงในข้อสอบ
6. ส่งข้อสอบพร้อมกับสมุดคำตอบ (ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบ)
7. **<u>ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุด ให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา</u>**

ชื่อ-สกุล..รหัส..............................ภาควิชา.......................

คะแนน	

ผู้ออกข้อสอบ

ดร.ปณิตา จิตยุทธการ

โทร.8872

ข้อสอบนี้ได้ผ่านคณะกรรมการกลั่นกรองข้อสอบภาควิชาฟิสิกส์

....

....

สมการ และค่าคงที่ ที่เกี่ยวข้อง

Longitudinal waves

$$B = -\frac{dP}{dV/V} = -V\frac{dP}{dV}$$

$$\frac{B_a}{\rho_0} = \frac{\gamma P}{\rho_0}$$

$$\eta = \eta_m e^{i(\omega t - kx)} \qquad \dot{\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} = i\omega\eta$$

$$\overline{\Delta E_K} = \frac{1}{4}\rho_0\dot{\eta}_m^2 = \frac{1}{4}\rho_0\omega^2\eta_m^2$$

$$\overline{\Delta E_P} = \frac{1}{4}\rho_0\dot{\eta}_m^2$$

$$I = \frac{1}{2}\rho_0 c\dot{\eta}_m^2 = \frac{1}{2}\rho_0 c\omega^2\eta_m^2 = \rho_0 c\dot{\eta}_m^2 = \frac{p_{rms}^2}{\rho_0 c} = p_{rms}\dot{\eta}_{rms}$$

$$I_0 = 10^{-2}\,\mathrm{W/m^2}$$

acoustic impedance = $\dfrac{\text{excess pressure}}{\text{particle velocity}} = \dfrac{p}{\dot{\eta}}$

$$\frac{p}{\dot{\eta}} = \frac{B_a k}{\omega} = \frac{B_a}{c} = \rho_0 c$$

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}, \quad \lambda = \frac{\sigma Y}{(1+\sigma)(1-2\sigma)},$$

$$Y = (\lambda + 2\mu - 2\lambda\sigma)$$

$$c_L = \left(\frac{B + (4/3)\mu}{\rho}\right)^{1/2}, \quad c_T = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{1/2}$$

$$Y = \frac{s\varepsilon}{\varepsilon a} \quad \Rightarrow \quad s = Ya$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{m}} \approx \frac{1}{2\pi a}\sqrt{\frac{Y}{\rho}} \approx \frac{c_0}{2\pi a}$$

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{Z_1(\dot{\eta}_r^2)_{rms}}{Z_1(\dot{\eta}_i^2)_{rms}} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$

Electromagnetic waves

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \nabla\cdot\vec{D} = \varepsilon\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) = \rho$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = \nabla\cdot\vec{B} = \varepsilon\left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z}\right) = 0$$

total energy is the sum $\frac{1}{2}\varepsilon E_x^2 + \frac{1}{2}\mu H_y^2$

$$I = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}c\mu_0 H_0^2$$

$$\frac{\bar{J}}{\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}} = \frac{\sigma E_x}{\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon E_x)} = \frac{\sigma E_x}{\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon E_0 e^{i\omega t})} = \frac{\sigma E_x}{i\omega\varepsilon E_x} = \frac{\sigma}{i\omega\varepsilon}$$

$$\gamma = (1+i)\left(\frac{\sigma\omega\mu}{2}\right)^{1/2}$$

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma}\right)^{1/2}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{(\omega\mu\sigma/2)^{1/2}} = \omega\delta = \left(\frac{2\omega}{\mu\sigma}\right)^{1/2} = \nu\lambda_c$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 376.7\Omega$$

$$Z_c = \frac{E_0}{H_0} = \left(\frac{\omega\mu}{\sigma}\right)^{1/2}, \quad |Z_c| = 376.6\Omega\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}}$$

Normal incidence

$$R = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad T = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

Oblique incidence

$$R_{//} = \frac{\tan(\phi-\theta)}{\tan(\phi+\theta)}, \quad T_{//} = \frac{4\sin\phi\cos\theta}{\sin 2\phi + \sin 2\theta}$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin(\phi-\theta)}{\sin(\phi+\theta)}, \quad T_{\perp} = \frac{2\sin\phi\cos\theta}{\sin(\phi+\theta)}$$

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Wave Mechanics

$$\lambda = h/p \qquad L = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2\varphi_{(x,t)}}{\partial x^2} + (E - V)\varphi_{(x,t)} = 0$$

$\varepsilon_0 = 8.8542\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\,m^2}$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{Ns^2C^2}$

$h = 6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$

$m_e = 9.1\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$

$e = 1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$

คำสั่ง จงอธิบาย และ/หรือแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. จงอธิบาย และ/หรือแสดงวิธีทำโดยละเอียด (10 คะแนน)

   1.1 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานรวมในคลื่นเสียง (total energy in sound wave) กับระยะทาง **พร้อมทั้ง** อธิบายลักษณะกราฟและความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองมาให้ชัดเจน

   1.2 จงอธิบายการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวในของแข็ง (Longitudinal waves in solid) **ทั้ง**กรณี thin bar และ bulk โดยเขียนสมการคลื่นทั้ง 2 กรณี

   1.3 จงอธิบายพฤติกรรมของคลื่นตามยาวที่ส่งผลต่อเนื้อวัสดุที่มีรูปร่าง thin bar และ bulk ต่างกันหรือเหมือนกันอย่างไร รวมทั้งความเร็วคลื่นในวัสดุนี้ต่างกันหรือเหมือนกันอย่างไร

คลื่นเสียงซึ่งมี particle displacement เป็น $\eta = (A\cos kx + B\sin kx)\sin\omega t$ ผ่านเข้าไปในท่อ (A) และ (B) ซึ่งยาว L เท่ากัน โดยท่อ (A) เป็นท่อปลายเปิดทั้ง 2 ด้าน และท่อ (B) เป็นท่อปลายปิด 1 ด้าน เกิดคลื่นนิ่งในท่อทั้งสองมีเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) ดังแสดงในรูป

(10 คะแนน)

(a) (b)

1.4 จงพิสูจน์ว่า คลื่นนิ่งที่เกิดในท่อ (A) มี particle displacement เป็น $\eta = A\cos kx \sin\omega t$; $\lambda = \frac{2L}{n}$ และ คลื่นนิ่งที่เกิดในท่อ (B) มี particle displacement เป็น $\eta = A\cos kx \sin\omega t$; $\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}$

1.5 จงเขียนภาพแสดง 3 ฮาร์โมนิกแรกของคลื่นนิ่งในท่อทั้งสอง

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (อธิบาย และ/หรือแสดงวิธีทำหรือเหตุผลประกอบโดยละเอียด) (10 คะแนน)

2.1 จงเขียน Maxwell's equations ในกรณีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ในตัวกลางไดอิเลคทริก (dielectric medium) และในตัวกลางที่เป็นตัวนำ (conducting medium)

2.2 Poynting vector คืออะไร ให้ข้อมูลอะไร

2.3 เพราะเหตุใดโลหะตัวนำจึงสามารถกั้น (shield) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงได้ (แสดงสมการที่เกี่ยวข้องประกอบคำตอบ)

2.4 เพราะเหตุใดโลหะตัวนำจึงสะท้อนความร้อนได้ดี (แสดงสมการที่เกี่ยวข้องประกอบคำตอบ)

2.5 Brewster angle คืออะไร สามารถหาได้อย่างไร และนำไปประยุกต์ใช้ในงานใดได้บ้าง

3. กำหนดให้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กใน free space เป็นดังสมการ $\bar{E} = E_0\, cos(\omega t - \beta z)\hat{i}$,

$\vec{H} = \frac{E_0}{\eta} cos(\omega t - \beta z)\hat{j}$ จงแสดงว่า $\beta = \frac{\omega\mu_0}{\eta} = \omega\varepsilon_0\eta$ และค่า η ไม่ขึ้นกับความถี่ (5 คะแนน)

4. กำหนดค่าเฉลี่ยของ Poynting vector เป็นดังสมการ $\mathrm{S_{av}} = \frac{1}{2}\mathrm{H_0^2} \times (\text{real part of } \mathrm{Z_c})$ W/m^2 ถ้าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่ 1000 MHz , $\mathrm{E_0} = 1$ V/m เคลื่อนที่ในอากาศและตกกระทบในแนวตั้งฉากกับแผ่นโลหะทองแดง จงแสดงว่าค่าจริง (real part) ของ $\mathrm{Z_c}$ เท่ากับ $8.2 \times 10^{-3}\,\Omega$ และกำลังเฉลี่ยที่แผ่นทองแดงดูดกลืนคือ 1.6×10^{-7} W/m^2 (5 คะแนน)

5. เมื่อแสงเคลื่อนที่ใน free space และตกกระทบตั้งฉากกับพื้นผิวของสาร dielectric ที่มีค่าดัชนีหักเห (refractive index) n จงแสดงว่า ความเข้มของคลื่นสะท้อน (reflected intensity) เป็น $I_r = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2$ และ ความเข้มของคลื่นส่งผ่าน (transmitted intensity) เป็น $I_t = \frac{4n}{(1+n)^2}$ เมื่อ $I_r + I_t = 1$ (6 คะแนน)

6. ถ้ามุมวิกฤต (critical angle) สำหรับการสะท้อนกลับหมดภายในแผ่นควอทซ์ ที่อยู่ในอากาศ คือ 34.4° จงหามุมโพลาไรซ์สำหรับแผ่นควอทซ์นี้ (5 คะแนน)

7. จาก Fresnel’s equation น.ศ.มีวิธีการทำอย่างไรให้แสงไม่โพลาไรซ์ (non-polarized light) เมื่อตกกระทบวัสดุไดอิเลกทริกแล้วได้แสงโพลาไรซ์ อธิบายให้ชัดเจน (4 คะแนน)

8. พิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีเวคเตอร์สนามไฟฟ้าในแนวแกน y ดังสมการ $E = E_0 \cos(kx - \omega t)$ และ $B = B_0 \cos(kx - \omega t)$ จงใช้ความสัมพันธ์ $\dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t}$ แสดงว่า $E_0 = cB_0$ (5 คะแนน)

9. การประยุกต์ใช้ Schrodinger equation ในระบบที่มีอนุภาคถูกขังในบ่อศักย์ 1 มิติ โดย $V_{(x)} = 0$ เมื่อ $0 < x < a$ และ โดย $V_{(x)} = \infty$ เมื่อ $x < 0,\ x > a$ จงแสดงว่า (10 คะแนน)

   9.1 ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคเขียนได้เป็น $\varphi_{n(x)} = Asin\left(\frac{n\pi x}{a}\right); n = 1,2,3, \ldots$ และ $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$

   9.2 จงแสดงว่าอนุภาคจะมีพลังงานต่ำสุดไม่เท่ากับศูนย์ และพลังงานมีค่าไม่ต่อเนื่อง พร้อมทั้งเขียนสมการอธิบายให้ชัดเจน

   9.3 จงสเก๊ตรูปร่างของฟังก์ชันคลื่นในบ่อศักย์นี้ ที่ระดับพลังงาน $n = 1,2,3$

10. (พิเศษ) จงอธิบายสมมติฐานของ Bohr และที่มาของสมการ $L = \frac{nh}{2\pi}$ (5 คะแนน)

11. (พิเศษ) H-atom กำหนดให้พลังงานของอิเล็กตรอนที่โคจรรอบนิวเคลียสด้วยรัศมี r เป็นดังสมการ $E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ จงใช้ Uncertainty principle เพื่อแสดงว่าพลังงานต่ำสุดของอะตอมไฮโดรเจน คือ $E_0 = \frac{-me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$ (5 คะแนน)