



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
การสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557

วิชา ENE 301 Introduction to Probability and Random Processes for Engineers

ภาควิชา วศ.อิเล็กทรอนิกส์ ปีที่ 3

สอบ วันพุธ ที่ 26 พฤศจิกายน 2557

เวลา 9:00-12:00 น.

คำเตือน

1. นักเรียนสามารถนำกระดาษจก A-4 หน้าหลังสองแผ่นเข้าห้องสอบได้เท่านั้น
2. ข้อสอบมี 10 หน้า รวมไปถึงปะหน้า
3. นักเรียนสามารถนำเครื่องคิดเลขใดๆเข้าห้องสอบได้
4. ข้อสอบมี 7 ข้อ ทั้งหมด 155 คะแนน
5. ข้อสอบมีเวลาทำ 3 ชั่วโมง
6. ห้ามทุจริตโดยเด็ดขาด ถ้าทุจริตจะได้ F

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกรกรรมการคุมสอบ  
เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ  
ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....

อาจารย์วุฒิพงษ์ คำวิลัยศักดิ์

ผู้ออกข้อสอบ

โทร. 0-2470-9067

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการประเมินจากคณะกรรมการประจำภาควิชาแล้ว

(ผศ.ดร.สุวัฒน์ ภัทรมาลย์)

รักษาการหัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ห้องสอบ .....

1. (Function of one random variable) ถ้าให้  $Y = e^X$  จงหา pdf ของ  $Y$  เมื่อ  $X$  เป็น ตัวแปรสุ่มแบบ Gaussian ที่มีค่าเฉลี่ย  $\mu$  และ ค่าความแปรปรวนเป็น  $\sigma^2$  (20 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ที่นั่งสอบ .....

2. (Vector mapping) ถ้าเราให้

$$Z = X + Y$$

$$W = \frac{Y}{X}$$

โดยให้  $f_{xy}(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)}, 0 < x < y < \infty \\ 0, otherwise \end{cases}$  จงหา joint pdf ของ  $Z$  และ  $W$  และจงแสดงว่า  $Z$  และ

$W$  เป็นอิสระต่อกัน (30 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ห้องสอบ .....

3. (Joint pdf) Joint pdf ของตัวแปรสุ่ม  $x$  และ  $y$  ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$f_{xy}(x, y) = \begin{cases} x + y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- a) ตัวแปรสุ่ม  $x$  และ  $y$  เป็นอิสระต่อกันหรือไม่ จงแสดงวิธีทำ (10 คะแนน)

- b) จงหา  $P(y \geq \frac{1}{2}, x \leq \frac{1}{2})$  (10 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ .....

4. (Moment generation function) ถ้าให้  $x$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มี

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

- a) จงหา moment generating function ของ  $x$  (10 คะแนน)

- b) ใช้ moment theorem ในการหา mean และ variance ของ  $x$  (10 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ .....

5. (Conditional Probability Density Function) ถ้าให้  $f_{xy}(x, y) = \begin{cases} 2, 0 < y \leq x < 1 \\ 0, otherwise \end{cases}$

$$f_x(x) = 2x \quad 0 < x < 1$$

$$f_y(y) = 2(1 - y) \quad 0 < y < 1$$

จงหา  $f_{y|x}(y | x)$  และ  $f_{x|y}(x | y)$  (20 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ .....

6. (Mean&Variance) ในโรงงานทำตัวต้านทานขนาด 100 โอห์ม เนื่องจากว่าการผลิตที่ไม่สมบูรณ์ ตัวต้านทานที่ได้มีค่าที่ไม่ได้ 100 โอห์มอย่างถูกต้อง ถ้าเราให้ค่าของความต้านทานเป็น  $x$  และมองเป็นตัวแปรสุ่ม ถ้า pdf ของ  $x$  เป็นแบบ Gaussian ที่มีค่าเฉลี่ย เป็น 100 และ ค่าความแปรปรวนเป็น 4
- a. จงหาความน่าจะเป็นที่  $x$  จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 105 โอห์ม (10 คะแนน)

- b. ถ้าโรงงานที่สองก็เป็นโรงงานที่ผลิตตัวต้านทานขนาด โอห์ม เนื่องจากว่าการผลิตที่ไม่สมบูรณ์ ตัวต้านทานที่ได้มีค่าที่ไม่ได้ 100 โอห์มอย่างถูกต้อง ถ้าเราให้ค่าของความต้านทานเป็น  $y$  และมองเป็นตัวแปรสุ่ม ถ้า pdf ของ  $y$  เป็นแบบ uniform ระหว่าง 97 ถึง 103 โอห์ม ถ้าเรามีตัวต้านทานอย่างละหนึ่งจากแต่ละโรงงาน ให้  $Z$  เป็นค่าเฉลี่ยของตัวต้านทานของตัวนี้ จงหาค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ  $Z$  (20 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ .....

7. จงตอบคำถามข้อย่อยต่อไปนี้ (15 คะแนน)

(a) ถ้าเราทราบว่าตัวแปรสุ่ม  $x(u)$  มีค่า moment ดังนี้  $E\{x(u)\} = m_1$ ,  $E\{x^2(u)\} = m_2$ , และ  $E\{x^3(u)\} = m_3$  แล้วจงเขียน  $E\{[x(u) - m_1]^3\}$  ให้อยู่ในรูป  $m_1, m_2, m_3$  (5 คะแนน)

(b) ถ้าตัวแปรสุ่ม  $x(u)$  เป็น Gaussian ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น  $m$  และ variance เป็น  $\sigma^2$  จงหาค่าเฉลี่ยของ  $e^{x(u)}$  (5 คะแนน)

(c) ถ้า  $y(u) = |x(u)|$  จงเขียน  $F_{y(u)}(y | x(u) > 0)$  และ  $f_{y(u)}(y | x(u) > 0)$  ให้อยู่ในรูป  $F_{x(u)}(x)$  และ  $f_{x(u)}(x)$  (5 คะแนน)



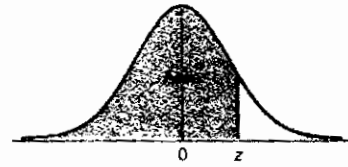


Table A.3 Areas under the Normal Curve

<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

**Table A.3** (continued) Areas under the Normal Curve

<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7853
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8829
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9440
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9858
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9915
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998