

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
การสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

วิชา ENE 301 Introduction to Probability and Random Processes for Engineers

ภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม ปีที่ 3 (ปกติ)

สอบ วันพฤหัสบดีที่ 1 ธันวาคม พ.ศ. 2559

เวลา 09:00 -12:00น.

คำสั่ง:-

1. ข้อสอบวิชานี้มี 7 ข้อ 8 หน้า (รวมใบปะหน้า) คะแนนรวม 160 คะแนน
2. ไม่อนุญาตให้นำหนังสือประกอบการเรียนเข้าห้องสอบได้
3. อนุญาตให้นำเอกสารขนาด A4 สองแผ่นหน้าหลัง เข้าห้องสอบได้
4. แสดงวิธีทำลงในข้อสอบเท่านั้น
5. อนุญาตนำเครื่องคำนวณเข้าห้องสอบได้ตามระเบียบของมหาวิทยาลัย
6. ไม่อนุญาตให้นำพจนานุกรมเข้าห้องสอบ
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ
8. ขอให้นักศึกษาทุกคนโชคดีในการสอบ

คำเตือน/คำแนะนำ:-

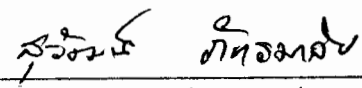
- เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกรวมการคุมสอบ เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ
- นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา
- นักศึกษาควรดูข้อสอบทั้งหมดก่อนเริ่มลงมือทำและควรอ่านคำถามให้รอบคอบก่อนเริ่มทำการคำนวณเพื่อไม่ให้เสียเวลากับการคำนวณที่ไม่มีประโยชน์

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....

รศ.ดร.วุฒิพงษ์ คำวิลัยศักดิ์ (โทร: 9067)

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการประเมินจากคณะกรรมการประจำภาควิชาแล้ว


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒน์ กัทธมาลัย)

รักษาการหัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ห้องสอบ

1. (Function of random variables) nonlinear zero-memory device สามารถที่โมเดลโดย Transmission function $g(x) = x^n$ ถ้าเราให้ $y = x^n$ pdf ของ y จะขึ้นกับว่า n เป็นเลขคู่หรือคี่ ถ้าเราพิจารณาเฉพาะ n เป็นเลขคี่ จงเขียน pdf ของ y โดยติดอยู่ในรูปของ pdf ของ x (20 คะแนน)

Solution:

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ

2. (Vector mapping) ถ้าเราให้

$$V = 3X + 5Y$$

$$W = X + 2Y$$

โดยให้ $f_{xy}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp[-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)]$ จงหา joint pdf ของ V และ W (30 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่หนังสือ.....

3. Joint pdf ของตัวแปรสุ่ม x และ y ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$f_{xy}(x, y) = \begin{cases} 6 \times (1 - x - y), & 0 \leq x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

a) จงหา marginal density function ของ x , $f_x(x)$ (10 คะแนน)

Solution

b) จงหา conditional density function ของ y given x , $f_{y|x}(y|x)$ นักศึกษาต้องบอก range ของทั้ง x และ y มาด้วย (10 คะแนน)

Solution

c) จงหา $E(Y | X = x)$ (10 คะแนน)

Solution

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ

4. (Moment generation function)) ถ้าให้ x เป็นตัวแปรสุ่มที่มี

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

- a) จงหา moment generating function ของ x (10 คะแนน)

Sol:

- b) ใช้ moment theorem ในการหา mean และ variance ของ x (10 คะแนน)

Sol:

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ห้องสอบ

5. (Markov Bound) ถ้าโรงงานแห่งหนึ่งผลิตตัวต้านทานซึ่งมีค่าเฉลี่ยขนาด 1000 โอห์ม จงหาค่าขอบเขตความน่าจะเป็นที่ค่าตัวต้านทานจะมีความมากกว่า 1500 โอห์ม (20 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว..... เลขที่ห้องสอบ

6. (Mean&Variance) พิจารณาตัวแปรสุ่ม X ซึ่งมี probability density function เป็น

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (10 \text{ คะแนน})$$

(a) จงหาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X (5 คะแนน)

(b) จงหาค่า standard deviation ของตัวแปรสุ่ม X (5 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ

7. (General Concepts) จงเติมในช่องว่างต่อไปนี้

(a) Correlation R_{12} สำหรับตัวแปรสุ่ม X_1 และ X_2 สามารถนิยามโดย (5 คะแนน)

$$R_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(b) Covariance C_{12} สำหรับตัวแปรสุ่ม X_1 และ X_2 สามารถนิยามโดย (5 คะแนน)

$$C_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(c) Correlation coefficient ρ_{12} สำหรับตัวแปรสุ่ม X_1 และ X_2 สามารถนิยามโดย (5 คะแนน)

$$\rho_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(d) ถ้า X และ Y มี joint pdf เป็น $f_{XY}(x, y)$ และมี marginal pdf ของ X และ Y เป็น $f_X(x)$ และ $f_Y(y)$ จงหา conditional probability density function ของ X เมื่อเราทราบ condition ว่า $Y=y$ (5 คะแนน)

$$f_X(x | Y = y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(e) ถ้าตัวแปรสุ่มสองตัว Uncorrelated จะจริงหรือเท็จที่ตัวแปรสุ่มจะ independent (5 คะแนน)

(f) ถ้า Covariance ของตัวแปรสุ่ม X และ Y มีค่าเท่ากับ Correlation ของตัวแปรสุ่ม X และ Y จริงหรือเท็จที่ค่า mean ของทั้งสองตัวแปรจะต้องเป็นศูนย์ (5 คะแนน)
