เลขที่นั่งสอบ.........

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557

วิชา STA 111 Statistics **ภาควิชา คณิตศาสตร์**

สอบวันที่ 4 ธันวาคม 2557 **เวลา13.00-16.00 น.**

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ จำนวน 10 หน้า รวม 45 คะแนน ให้ทำในข้อสอบ
2. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯเข้าห้องสอบได้
3. ห้ามนำตำราและเอกสารทุกชนิดเข้าห้องสอบ
4. มีตารางสถิติ ใช้เสร็จให้ส่งคืนพร้อมข้อสอบ
5. มีสูตรแนบท้ายข้อสอบ

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จแล้ว ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาฯแล้ว

(ผศ.ดร. ธีระเดช เจียรสุขสกุล)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

อ.วิวัฒน์ สกลสนธิเศรษฐ์

ผู้ออกข้อสอบ

ชื่อ-นามสกุล..รหัส................................ภาควิชา.........................

1.สุ่มตัวอย่าง 11 หน่วย จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 108 และความแปรปรวนเท่ากับ 20 จงหา

ก) $P(\bar{X} < 110)$

(5 คะแนน)

ข) $P(\sum_{i=1}^{11}(X_i - \overline{X})^2 < 64.94)$

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส...............................ภาควิชา........................

2.จากตารางแสดงความต้านทาน (โอห์ม) ของลวดที่ใช้ทดสอบ ชนิด A จำนวน 4 เส้น ชนิด B จำนวน 5 เส้น ได้ข้อมูลดังนี้

ชนิด A	ชนิด B
0.143	0.140
0.142	0.142
0.143	0.136
0.137	0.138
	0.140

ถ้า μ_A และ μ_B เป็นความต้านทานที่แท้จริง ของเส้นลวด ชนิด A และ B ตามลำดับ โดยที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 แต่ทราบว่ามีความแปรปรวนเท่ากัน สมมุติว่าความต้านทาน ทั้ง 2 สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_A - \mu_B$

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.................................... ....รหัส.............. ....ภาควิชา.........................

3. สุ่มเลือกตัวอย่างผู้ใหญ่ 400 คน และวัยรุ่น 600 คน ซึ่งชมรายการโทรทัศน์รายการหนึ่ง ปรากฏว่า ผู้ใหญ่ 100 คน และวัยรุ่น 300 คน ชอบรายการนั้น จงหาช่วงความเชื่อมั่น **95%** ของความแตกต่างของอัตราส่วนที่ผู้ใหญ่ทั้งหมด และวัยรุ่นทั้งหมดที่ชมรายการนั้นแล้วชอบ

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส...............................ภาควิชา.........................

4.สุ่มตัวอย่างคน 4 คน บันทึกน้ำหนัก(หน่วยเป็นป็อนด์)ก่อนงดสูบบุหรี่ แล้วให้งดสูบบุหรี่เป็นเวลา 5 สัปดาห์ จากนั้นบันทึกน้ำหนักอีกครั้ง ปรากฎผลดังนี้

คนที่	ก่อนงดสูบบุหรี่	หลังงดสูบบุหรี่
1	148	154
2	176	176
3	153	151
4	116	121

สมมุติให้ผลต่างของน้ำหนักมีการแจกแจงปกติโดยประมาณ จงทดสอบสมมุติฐานว่า น้ำหนักจะเพิ่มขึ้นถ้าเลิกสูบบุหรี่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส......................... .....ภาควิชา.........................

5. จากข้อมูลต่อไปนี้เป็นเวลานาทีที่ใช้ในการฉายภาพยนตร์แต่ละเรื่องซึ่งจัดโดย 2 บริษัท สมมุติว่าเวลาที่ใช้ในการฉายภาพยนตร์มีการแจกแจงปกติ

บริษัท 1	บริษัท 2
102	81
86	165
98	97
109	134
92	92
	87
	114

จงทดสอบสมมุติฐาน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แย้งกับสมมุติฐาน $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

(10 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส................................ภาควิชา.........................

6.ผู้ตรวจสอบคนหนึ่งได้ทำการตรวจปริมาณที่ลดลงของผลิตภัณฑ์เคมี เมื่อผ่านเครื่องกลั่นและกรอง แล้วได้บันทึกผลของส่วนที่ลดลงเป็นเปอร์เซ็นต์ของสารประกอบ 4 ชนิด ชนิดละ 3 ตัวอย่าง ดังต่อไปนี้

สารประกอบ			
1	2	3	4
25.6	25.2	20.8	31.6
24.3	28.6	26.7	29.8
27.9	24.7	22.2	34.3

จงวิเคราะห์ความแปรปรวน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(10 คะแนน)

Formula

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n(n-1)}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n \geq 30$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}, \upsilon = n-1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n < 30$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \qquad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ known}$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}, \upsilon = n-1$$

$$F = \frac{S_1^2 \cdot \sigma_2^2}{S_2^2 \cdot \sigma_1^2}, \upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n \geq 30$$

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}, \upsilon = n-1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n < 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ known}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } n_1, n_2 \geq 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}},$$

$$\upsilon = n_1 + n_2 - 2, \; s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \; n_1, n_2 < 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}},$$

$$\upsilon = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}} \qquad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2, \; n_1, n_2 < 30$$

$$\bar{d} - t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}, \upsilon = n-1$$

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}, \upsilon = n-1$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2}(\upsilon_1,\upsilon_2)} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\alpha/2}(\upsilon_2,\upsilon_1),\ \upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$$

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{e}\right)^2,\ n = \frac{z^2_{\alpha/2}\hat{p}\hat{q}}{e^2},\ n = \frac{z^2_{\alpha/2}}{4e^2}$$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
1.1. $\mu = \mu_0$	σ^2 known $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.2. $\mu = \mu_0$	σ^2 unknown, $n \geq 30$ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.3. $\mu = \mu_0$	σ^2 unknown, $n < 30$ $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}, \upsilon = n-1$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.1. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 known $Z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.2. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.3. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $n_1, n_2 < 30$ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p\sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}}$ $\upsilon = n_1 + n_2 - 2$ $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
2.4. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, $n_1, n_2 < 30$ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}}$ $\upsilon = \dfrac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\dfrac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.5. $\mu_D = d_0$	Pair Observation, $n < 30$ $T = \dfrac{\bar{D} - d_0}{S_D / \sqrt{n}}, \upsilon = n - 1$	$\mu_D > d_0$ $\mu_D < d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
3.1. $p = p_0$	$n \geq 30$ $Z = \dfrac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}}$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
3.2. $p = p_0$	$n < 30$ $X \sim b(x; n, p_0)$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$X \geq x$ $X \leq x$ $X \leq x$ if $x < np_0$ or $X \geq x$ if $x > np_0$
4.1. $p_1 - p_2 = 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$ $\hat{P}_1 = \dfrac{X_1}{n_1}, \hat{P}_2 = \dfrac{X_2}{n_2}$ $\hat{P} = \dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$	$p_1 - p_2 > 0$ $p_1 - p_2 < 0$ $p_1 - p_2 \neq 0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
4.2. $p_1 - p_2 = d_0$ and $d_0 \neq 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - d_0}{\sqrt{(\hat{P}_1\hat{Q}_1/n_1) + (\hat{P}_2\hat{Q}_2/n_2)}}$	$p_1 - p_2 > d_0$ $p_1 - p_2 < d_0$ $p_1 - p_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
5. $\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ $\upsilon = n - 1$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 > \chi_\alpha^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ and $\chi^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$
6. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $\upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$f > f_\alpha$ $f < f_{1-\alpha}$ $f < f_{1-\frac{\alpha}{2}}$ and $f > f_{\frac{\alpha}{2}}$

$$SST = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{nk}, \quad SSTR = \frac{\sum_{j=1}^{K} T_{.j}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk}, \quad SSE = SST - SSTR$$

$$MSTR = \frac{SSTR}{K-1}, \quad MSE = \frac{SSE}{K(n-1)}$$