เลขที่นั่งสอบ.........

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

วิชา STA 212 Statistics for Scientists คณะวิทยาศาสตร์

สอบวันที่ 7ธันวาคม 2555 เวลา 13.00-16.00 น.

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 7 ข้อ รวม 45 คะแนน
2. ให้ทำในข้อสอบ
3. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯเข้าห้องสอบได้
4. ห้ามนำตำราและเอกสารทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. มีตารางสถิติ ใช้เสร็จให้ส่งคืนพร้อมข้อสอบ
6. มีสูตรสถิติแนบท้ายข้อสอบ

ชื่อ-นามสกุล................................. ....รหัส..............................ภาควิชา.......................

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จแล้ว ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

อ.วิวัฒน์ สกลสนธิเศรษฐ์

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการประเมินจากภาควิชาฯแล้ว

(ดร. ดุษฎี ศุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ชื่อ-นามสกุล..รหัส................................ภาควิชา..........................

2. สุ่มตัวอย่าง $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_{11}$ จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ108 และความแปรปรวน เท่ากับ 2.0 จงหา

ก) $P(\bar{X} < 110)$

(2 คะแนน)

ข) $P\left(\sum_{i=1}^{11}(Xi - \bar{X})^2 < 64.94\right)$

(5คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส...................................ภาควิชา...........................

2. จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ 2 ชุด ซึ่งมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน สุ่มตัวอย่างจากประชากรชุดที่หนึ่งมีขนาดเท่ากับ 25 ความแปรปรวนคือ S_1^2 และสุ่มตัวอย่างจากประชากรชุดที่สองมีขนาดเท่ากับ 20 ความแปรปรวนคือ S_2^2 ถ้า $P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > b\right) = 0.01$ จงหาค่า b

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส...............................ภาควิชา....................................

3. จากผลการผลิต (หน่วยเป็นถังต่อไร่) ของข้าว 2 พันธุ์ ทดลองปลูกพันธุ์ที่ *1* ใน *9* แปลง พันธุ์ที่*2* ใน *11* แปลง ได้ผลดังต่อไปนี้

พันธุ์ที่ *1*	*36*	*32*	*34*	*40*	*36*	*33*	*37*	*32*	*34*		
พันธุ์ที่*2*	*34*	*38*	*39*	*38*	*37*	*35*	*42*	*43*	*39*	*38*	*35*

สมมุติว่าข้อมูลมีการแจกแจงปกติ จงหา

ก) ช่วงความเชื่อมั่น *90%* ของสัดส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริงของผลผลิตข้าว *2* พันธุ์

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส..............................ภาควิชา.........................

ข)ช่วงความเชื่อมั่น *95%* ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของผลผลิตข้าว *2* พันธุ์ สมมุติให้ความแปรปรวนของ *2* ประชากรเท่ากัน

(3 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส..................................ภาควิชา.......

4.สุ่มเลือกตัวอย่างผู้ใหญ่ *400* คน และวัยรุ่น *600* คน ซึ่งชมรายการโทรทัศน์รายการหนึ่ง ปรากฏว่า ผู้ใหญ่ *100* คน และวัยรุ่น *300* คนชอบรายการนั้น จงหาช่วงความเชื่อมั่น *95%* ของความแตกต่างของอัตราส่วนที่ผู้ใหญ่ทั้งหมดและวัยรุ่นทั้งหมดที่ชมรายการนั้นแล้วชอบ

(4คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส..

5.โรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งต้องการทดสอบว่า คนงานจะทำงานได้ผลต่างกันหรือไม่ ถ้าเพิ่มการหยุดพักเวลา *10.00* น. และ *15.00* น. นอกเหนือจากการหยุดพักเวลาอาหารกลางวัน เขาจึงสุ่มเลือกคนงานมา *6* คน วัดผลงานที่ทำได้ในวันที่ไม่เพิ่มการหยุดพัก และต่อมาวัดผลงานของคนงาน *6* คนนี้ในวันที่มีการหยุดพักเพิ่ม ปรากฏผลดังนี้

คนงาน	ผลงานที่ทำได้	
	ไม่มีการหยุดพัก	ได้หยุดพัก
1	*23*	*28*
2	*35*	*38*
3	*29*	*29*
4	*33*	*37*
5	*43*	*42*
6	*32*	*30*

สมมุติว่าข้อมูลมีการแจกแจงปกติ จงสรุปผลการทดสอบนี้ที่ระดับนัยสำคัญ *0.05*

(5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล..รหัส..

6. เพื่อต้องการทราบความรู้สึกของประชากรว่าพอใจในการบริหารของ กทม. ชุดนี้หรือไม่ จึงหยั่งเสียงจากผู้มีรายได้น้อย *100* คน มี *40* คนที่พอใจ เมื่อหยั่งเสียงจากผู้มีรายได้มาก *100* คน มี *60*คนพอใจ ท่านเห็นด้วยหรือไม่ว่าอัตราส่วนของผู้มีรายได้มากพอใจมากกว่าผู้มีรายได้น้อย ที่ระดับนัยสำคัญ *0.05*

(4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล...รหัส..................................ภาควิชา.........................

7. เพื่อศึกษาถึงผลกระทบของอุณหภูมิที่มีต่อค่าความร้อนจำเพาะของสารชนิดหนึ่ง ได้ทำการทดลองที่อุณหภูมิต่างๆกัน *5* ระดับ วัดค่าความร้อนจำเพาะได้ดังต่อไปนี้

อุณหภูมิ (°C)	ความร้อนจำเพาะ(Y)
0	*0.51*
10	*0.55*
20	*0.57*
30	*0.59*
40	*0.63*

ก) จงประมาณเส้นถดถอยของความร้อนจำเพาะบนอุณหภูมิ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

(10คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.. .....รหัส...................................ภาควิชา...........................

ข) จงประมาณค่าของความร้อนจำเพาะ เมื่ออุณหภูมิเป็น $25°\mathrm{C}$

(2คะแนน)

Formula

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n(n-1)}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n \geq 30$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}, \upsilon = n - 1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n < 30$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \qquad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ known}$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}, \upsilon = n - 1$$

$$F = \frac{S_1^2 \cdot \sigma_2^2}{S_2^2 \cdot \sigma_1^2}, \upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ known}$$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n \geq 30$$

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}, \upsilon = n - 1 \qquad \text{when } \sigma^2 \text{ unknown, } n < 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ known}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } n_1, n_2 \geq 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \cdot s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}},$$

$$\upsilon = n_1 + n_2 - 2, \; s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \; n_1, n_2 < 30$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}},$$

$$\upsilon = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}} \qquad \text{when } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ unknown, } \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2, \; n_1, n_2 < 30$$

$$\bar{d} - t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}, \upsilon = n - 1$$

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}, \upsilon = n-1$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2}(\upsilon_1,\upsilon_2)} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\alpha/2}(\upsilon_2,\upsilon_1), \; \upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$$

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{e}\right)^2, \; n = \frac{z^2_{\alpha/2}\hat{p}\hat{q}}{e^2}, \; n = \frac{z^2_{\alpha/2}}{4e^2}$$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
1.1. $\mu = \mu_0$	σ^2 known $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.2. $\mu = \mu_0$	σ^2 unknown, $n \geq 30$ $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
1.3. $\mu = \mu_0$	σ^2 unknown, $n < 30$ $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}, \upsilon = n-1$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.1. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 known $Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.2. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
2.3. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $n_1, n_2 < 30$ $T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p\sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}}$ $\upsilon = n_1 + n_2 - 2$ $S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$

H_0	Test Statistic	H_1	Critical region
2.4. $\mu_1 - \mu_2 = d_0$	σ_1^2, σ_2^2 unknown. $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $n_1, n_2 < 30$ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{(S_1^2 / n_1) + (S_2^2 / n_2)}}$ $\upsilon = \dfrac{\left(S_1^2 / n_1 + S_2^2 / n_2\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2 / n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{\left(S_2^2 / n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
2.5. $\mu_D = d_0$	Pair Observation. $n < 30$ $T = \dfrac{\bar{D} - d_0}{S_D / \sqrt{n}}, \upsilon = n - 1$	$\mu_D > d_0$ $\mu_D < d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$t > t_\alpha$ $t < -t_\alpha$ $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ and $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$
3.1. $p = p_0$	$n \geq 30$ $Z = \dfrac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}}$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
3.2. $p = p_0$	$n < 30$ $X \sim b(x; n, p_0)$	$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	$X \geq x$ $X \leq x$ $X \leq x$ if $x < np_0$ or $X \geq x$ if $x > np_0$
4.1. $p_1 - p_2 = 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$ $\hat{P}_1 = \dfrac{X_1}{n_1}, \hat{P}_2 = \dfrac{X_2}{n_2}$ $\hat{P} = \dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$	$p_1 - p_2 > 0$ $p_1 - p_2 < 0$ $p_1 - p_2 \neq 0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
4.2. $p_1 - p_2 = d_0$ and $d_0 \neq 0$	$n_1, n_2 \geq 30$ $Z = \dfrac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - d_0}{\sqrt{(\hat{P}_1\hat{Q}_1 / n_1) + (\hat{P}_2\hat{Q}_2 / n_2)}}$	$p_1 - p_2 > d_0$ $p_1 - p_2 < d_0$ $p_1 - p_2 \neq d_0$	$z > z_\alpha$ $z < -z_\alpha$ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ and $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$
5. $\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ $\upsilon = n - 1$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 > \chi_\alpha^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2$ $\chi^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ and $\chi^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$
6. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $\upsilon_1 = n_1 - 1, \upsilon_2 = n_2 - 1$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$f > f_\alpha$ $f < f_{1-\alpha}$ $f < f_{1-\frac{\alpha}{2}}$ and $f > f_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$