



เลขที่นั่งสอบ
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
สอบด้วยวิธีสอบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
การสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

ข้อสอบวิชา MTH 483 Survival Model

นักศึกษาภาควิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4

สอบวันอังคารที่ 4 ธันวาคม 2555

เวลา 9.00-12.00 น.

- คำเตือน 1. ข้อสอบฉบับนี้มีจำนวน 4 หน้า จำนวนคำถาม 12 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน
2. ทำข้อสอบทุกข้อ และแสดงวิธีทำโดยละเอียด
 3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ
 4. อนุญาตให้นำกระดาษจดสูตรคำนวณขนาดไม่เกิน A3 เข้าห้องสอบได้ จำนวน 1 แผ่น
 5. คืนข้อสอบพร้อมสมุดคำตอบ และกระดาษจดสูตรคำนวณ

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกรกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ _____ รหัส _____ ภาควิชา _____

อาจารย์ศุภกิจ สัตยารัฐ

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาคณิตศาสตร์

(ดร.ไชย สุวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

ข้อสอบวิชา MTH 483 Survival Model

นักศึกษาภาควิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4

สอบวันอังคารที่ 4 ธันวาคม 2555

เวลา 9.00-12.00 น.

อาจารย์ผู้ออกข้อสอบ : อ.ศุภกิจ สัตยารัฐ

คำสั่ง : 1. ข้อสอบฉบับนี้มีจำนวน 4 หน้า จำนวนคำถาม 12 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน

2. ทำข้อสอบทุกข้อ และแสดงวิธีทำโดยละเอียด

3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ

4. อนุญาตให้นำกระดาษจดสูตรคำนวณขนาดไม่เกิน A3 เข้าห้องสอบได้ จำนวน 1 แผ่น

5. คืนข้อสอบพร้อมสมุดคำตอบ และกระดาษจดสูตรคำนวณ

1. ถ้า $I_x = 10 \cdot (100 - x)^2$ จงหาค่า $\text{VAR}(T(x))$. (10 คะแนน)

2. กำหนดให้ข้อมูลจากตารางมรณะซึ่งเป็น 2-year select-and-ultimate ดังนี้

[x]	I_x	I_{x+1}	I_{x+2}	x+2
92	6,300	94
93	5,040	95
94	3,024	96

และความสัมพันธ์สำหรับทุกอายุ x เป็นดังนี้

$$(1) \quad 2 \cdot q_{[x]+1} = 3 \cdot q_{[x+1]}$$

$$(2) \quad 3 \cdot q_{x+2} = 4 \cdot q_{[x+1]+1}$$

จงหาค่า I_{94} . (10 คะแนน)

3. กำหนดให้ $d_x = 10$, $q_x = 0.04$, และ $\sum s_i = 400$. จงหาค่า $\sum r_i$ โดยวิธีการประมาณแบบโมเมนต์(moment estimation). (10 คะแนน)

4. ภายใต้ช่วงประมาณการ $(x, x+1]$, $m_x = 0.025$. พบว่ามีผู้เสียชีวิตสองรายโดยมีอายุขณะเสียชีวิต คือ $x+0.2$ และ $x+0.8$ ตามลำดับ และทั้งสองรายมีค่า $s_i = 1$. จงหาค่า q_x โดยวิธีการประมาณแบบโมเมนต์(moment estimation). (10 คะแนน)

5. จากการศึกษากลุ่มตัวอย่างหนึ่งซึ่งเป็นกรณีพิเศษ C, $n_x = 1,000$ และ $c_x = 100$ (ทุกิคนจะถูกกำหนดให้ออกจากการศึกษาที่อายุ $x+0.25$) และ $d_x = 20$ $d'_x = 2$ จงหาค่า α ที่ทำให้ $q_x = 4/185$ (10 คะแนน)

6. ศึกษาของผู้เอาประกันภัยจำนวน 96 รายในระยะเวลาหนึ่งปีพบว่ามีการเสียชีวิตจำนวน 6 ราย และมีการถอนตัว(withdrawal)จำนวน 4 ราย. ทั้งการเสียชีวิตและการถอนตัวเกิดขึ้นตอนกลางปี. จงหาค่า annual central rate ของการถอนตัว($m^{(w)}$) และค่าความน่าจะเป็นของการถอนตัว($q^{(w)}$) โดยวิธี actuarial approach. (5 คะแนน)

7. กำหนดให้กลุ่มตัวอย่าง 100 คน เข้าสู่วการศึกษาที่อายุ x และอีก 30 คนเข้าสู่วการศึกษาที่อายุ $x+0.5$ มีการเสียชีวิต 2 รายในช่วงอายุ $(x, x+1]$. จงประมาณค่า q_x ภายใต้ข้อสมมติดังนี้
7.1) ข้อสมมติไฮเปอร์โบลิก (Hyperbolic) (5 คะแนน)
7.2) ข้อสมมติเชิงเส้นตรง (Linear) (5 คะแนน)

8. การศึกษาซึ่งมีช่วงระยะเวลาตั้งแต่ 1 มกราคม 2543 ถึง 31 ธันวาคม 2544 มีผลการศึกษาดังนี้

ชื่อผู้ถูก ศึกษา	เวลาที่เข้า (Date of entry)	เวลาที่เสียชีวิต (Date of death)	เวลาที่ถอนตัว (Date of withdrawal)
นิโคล	1 มกราคม 2543	----	30 กันยายน 2544
นาตาลี	1 มกราคม 2544	30 มิถุนายน 2544	----
นูกู	1 มกราคม 2543	----	31 มีนาคม 2543
แนนซี	1 มกราคม 2543	----	----
นิน่า	ไม่ทราบ	----	31 ธันวาคม 2543

ช่วงเวลาประมาณการ(estimation interval)เท่ากับหนึ่งปี. ค่า $m_0 = 1/3$. จงหาค่า q_0 โดยวิธีการ traditional actuarial estimator. (5 คะแนน)

9. กำหนดให้ $d_x = 10$, $\sum t_i = 500$, และ $\sum r_i = 300$ ภายใต้ข้อสมมติการกระจายแบบ Exponential ซึ่งมีข้อมูลครบถ้วน(Full Data) และเป็นกรณีทั่วไป(General Case). จงหาค่า q_x โดยวิธี MLE(Maximum Likelihood Estimation). (5 คะแนน)

10. กำหนดให้ $n_x = 14,200$ และ $c_x = 4,400$ ซึ่งถูกกำหนดให้ออกจากการศึกษาที่อายุ $x+0.25$ $d'_x = 360$ (ทุกรายเสียชีวิตก่อนจะถึงอายุ $x+0.25$) ขณะที่ $d''_x = 3,439$ (ทุกรายเสียชีวิตก่อนจะถึงอายุ $x+1$) หากสมมติว่าพลังมรณะ(force of mortality)มีค่าคงที่ในช่วงอายุ $(x, x+1]$ จงหาค่า q_x โดยวิธี MLE(Maximum Likelihood Estimation). (10 คะแนน)

11. จากการศึกษาหนูแรกเกิดจำนวน 5 ตัว พบว่ามีหนูตาย ณ เวลา 3, 4, 7, 10, 14.

จงประมาณค่า $\hat{S}(11)$ และ $\hat{\Lambda}(11)$ โดยวิธี

11.1) วิธี product-limit (3 คะแนน)

11.2) วิธี Nelson-Aalen (2 คะแนน)

12. จากการศึกษาทางคลินิกพบว่ามีหนูตะเภา n ตัวที่เวลา $t = 0$ โดยไม่มีหนูตะเภาตัวใหม่เข้ามาในระหว่างการศึกษานี้. พบว่ามีหนูตายหนึ่งตัวที่เวลา t_7 หนูตายสองตัวที่เวลา t_8 และตายอีกหนึ่งตัวที่เวลา t_9 . โดยใช้วิธี product-limit ในการประมาณค่า $\hat{S}(t)$ พบว่า $\hat{S}(t_7) = 0.75$ $\hat{S}(t_8) = 0.60$ และ $\hat{S}(t_9) = 0.50$ จงหาจำนวนหนูตะเภาที่ต้องออกจากการศึกษาระหว่างเวลา t_8 และ t_9 (10 คะแนน)