เลขที่นั่งสอบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554

ข้อสอบวิชา MTH 483 Survival Model **นักศึกษาภาควิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4**

สอบวันพฤหัสบดีที่ 22 มีนาคม 2555 **เวลา 9.00-12.00 น.**

<u>คำเตือน</u> 1. ข้อสอบฉบับนี้มีจำนวน 4 หน้า จำนวนคำถาม 12 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน

2. ทำข้อสอบทุกข้อ และแสดงวิธีทำโดยละเอียด

3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ

4. อนุญาตให้นำกระดาษจดสูตรคำนวณขนาดไม่เกิน A3 เข้าห้องสอบได้ จำนวน 1 แผ่น

5. คืนข้อสอบพร้อมสมุดคำตอบ และกระดาษจดสูตรคำนวณ

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ__________________________**รหัส**__________________ **ภาควิชา**_______________

อาจารย์ศุภกิจ สัตยารัฐ

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาคณิตศาสตร์

(ดร.ดุษฎี ศุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554

ข้อสอบวิชา MTH 483 Survival Model **นักศึกษาภาควิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4**

สอบวันพฤหัสบดีที่ 22 มีนาคม 2555 **เวลา 9.00-12.00 น.**

อาจารย์ผู้ออกข้อสอบ : อ.ศุภกิจ สัตยารัฐ

คำสั่ง : 1. ข้อสอบฉบับนี้มีจำนวน 4 หน้า จำนวนคำถาม 12 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน

2. ทำข้อสอบทุกข้อ และแสดงวิธีทำโดยละเอียด

3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ

4. อนุญาตให้นำกระดาษจดสูตรคำนวณขนาดไม่เกิน A3 เข้าห้องสอบได้ จำนวน 1 แผ่น

5. คืนข้อสอบพร้อมสมุดคำตอบ และกระดาษจดสูตรคำนวณ

1. ถ้า $l_x = 10*(100 - x)^2$ จงหาค่า VAR(T(x)). (10 คะแนน)

2. กำหนดให้ข้อมูลจากตารางมรณะซึ่งเป็น 2-year select-and-ultimate ดังนี้

[x]	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	l_{x+2}	x+2
92	...	...	6,300	94
93	...	...	5,040	95
94	...	...	3,024	96

และความสัมพันธ์สำหรับทุกอายุ x เป็นดังนี้

(1) $2 * q_{[x]+1} = 3 * q_{[x+1]}$ (2) $3 * q_{x+2} = 4 * q_{[x+1]+1}$

จงหาค่า $l_{[94]}$. (10 คะแนน)

3. กำหนดให้ $d_x = 10$, $q_x = 0.04$, และ $\sum s_i = 400$. จงหาค่า $\sum r_i$ โดยวิธีการประมาณแบบโมเมนต์(moment estimation). (10 คะแนน)

4. ภายใต้ช่วงประมาณการ(x , x+1] , $m_x = 0.025$. พบว่ามีผู้เสียชีวิตสองรายโดยมีอายุขณะเสียชีวิต คือ x+0.2 และ x+0.8 ตามลำดับ และทั้งสองรายมีค่า $s_i = 1$. จงหาค่า q_x โดยวิธีการประมาณแบบโมเมนต์(moment estimation). (10 คะแนน)

5. จากการศึกษากลุ่มตัวอย่างหนึ่งซึ่งเป็นกรณีพิเศษ C, n_x = 1,000 และc_x = 100(ทุกคนจะถูกกำหนดให้ออกจากการศึกษาที่อายุ x+0.25) และ d_x = 20 d'_x = 2 จงหาค่า α ที่ทำให้ q_x = 4/185 (10 คะแนน)

6. ศึกษากลุ่มของผู้เอาประกันภัยจำนวน 96 รายในระยะเวลาหนึ่งปีพบว่ามีการเสียชีวิตจำนวน 6 ราย และมีการถอนตัว(withdrawal)จำนวน 4 ราย. ทั้งการเสียชีวิตและการถอนตัวเกิดขึ้นตอนกลางปี. จงหาค่า annual central rate ของการถอนตัว($m^{(w)}$) และค่าความน่าจะเป็นของการถอนตัว($q^{(w)}$) โดยวิธี actuarial approach. (5 คะแนน)

7. กำหนดให้กลุ่มตัวอย่าง 100 คน เข้าสู่การศึกษาที่อายุ x และอีก 30 คนเข้าสู่การศึกษาที่อายุ x+0.5 มีการเสียชีวิต 2 รายในช่วงอายุ (x , x+1]. จงประมาณค่า q_x ภายใต้ข้อสมมติดังนี้
   7.1) ข้อสมมติไฮเปอร์โบลิค (Hyperbolic) (5 คะแนน)
   7.2) ข้อสมมติเชิงเส้นตรง (Linear) (5 คะแนน)

8. การศึกษาซึ่งมีช่วงระยะเวลาตั้งแต่ 1 มกราคม 2543 ถึง 31 ธันวาคม 2544 มีผลการศึกษาดังนี้

ชื่อผู้ถูกศึกษา	**เวลาที่เข้า (Date of entry)**	**เวลาที่เสียชีวิต (Date of death)**	**เวลาที่ถอนตัว (Date of withdrawal)**
นิโคล	1 มกราคม 2543	---	30 กันยายน 2544
นาตาลี	1 มกราคม 2544	30 มิถุนายน 2544	---
นุ๊ก	1 มกราคม 2543	---	31 มีนาคม 2543
แนนซี่	1 มกราคม 2543	---	---
นิน่า	ไม่ทราบ	---	31 ธันวาคม 2543

ช่วงเวลาประมาณการ(estimation interval)เท่ากับหนึ่งปี. ค่า m_0 = 1/3. จงหาค่า q_0 โดยวิธีการ traditional actuarial estimator. (5 คะแนน)

9. กำหนดให้ d_x = 10 , $\sum t_i$ = 500 , และ $\sum r_i$ = 300 ภายใต้ข้อสมมติการกระจายแบบ Exponential ซึ่งมีข้อมูลครบถ้วน(Full Data) และเป็นกรณีทั่วไป(General Case). จงหาค่า q_x โดยวิธี MLE(Maximum Likelihood Estimation). (5 คะแนน)

10. กำหนดให้ n_x = 14,200 และ c_x = 4,400 ซึ่งถูกกำหนดให้ออกจากการศึกษาที่อายุ x+0.25 d'_x = 360 (ทุกรายเสียชีวิตก่อนจะถึงอายุ x+0.25) ขณะที่ d''_x = 3,439 (ทุกรายเสียชีวิตก่อนจะถึงอายุ x+1) หากสมมติว่าพลังมรณะ(force of mortality)มีค่าคงที่ในช่วงอายุ (x , x+1] จงหาค่า q_x โดยวิธี MLE(Maximum Likelihood Estimation). (10 คะแนน)

11. จากการศึกษาหนูแรกเกิดจำนวน 5 ตัว พบว่ามีหนูตาย ณ เวลา 3, 4, 7, 10, 14.
จงประมาณค่า $\widehat{S}(11)$ และ $\widehat{\Lambda}(11)$ โดยวิธี
    11.1) วิธี product-limit (3 คะแนน)
    11.2) วิธี Nelson-Aalen (2 คะแนน)

12. จากการศึกษาทางคลินิกพบว่ามีหนูตะเภา n ตัวที่เวลา t = 0 โดยไม่มีหนูตะเภาตัวใหม่เข้ามาในระหว่างการศึกษาอีก. พบว่ามีหนูตายหนึ่งตัวที่เวลา t_7 หนูตายสองตัวที่เวลา t_8 และตายอีกหนึ่งตัวที่เวลา t_9. โดยใช้วิธี product-limit ในการประมาณค่า$\widehat{S}(t)$ พบว่า $\widehat{S}(t_7)$ = 0.75 $\widehat{S}(t_8)$ = 0.60 และ $\widehat{S}(t_9)$ = 0.50 จงหาจำนวนหนูตะเภาที่ต้องออกจากการศึกษาระหว่างเวลา t_8 และ t_9 (10 คะแนน)