

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่ง.....

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
the
ข้อสอบปลายภาควิชา CMM 131 Discrete Mathematics

ปลาย ภาคเรียนที่ ๒/๒๕๖๑ 2560

สอบวันอังคารที่ ๒๒ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๑

เวลา ๙.๐๐ – ๑๒.๐๐ น.

รวมเวลา ๓ ชั่วโมง

Key 30 พค. ๖1

คำชี้แจง

๑. ข้อสอบนี้สำหรับนักศึกษาสาขาวิชาคอมพิวเตอร์ประยุกต์-มัลติมีเดีย ชั้นปีที่ ๑
๒. ข้อสอบชุดนี้มีทั้งหมด ๙ หน้า (รวมหน้านี้) จำนวน ๖ ข้อ
๓. ให้นักศึกษาทำทุกข้อ ตอบคำถามให้ชัดเจน ทำลงในข้อสอบนี้
๔. เขียนชื่อและเลขประจำตัวให้ชัดเจนในข้อสอบ
๕. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารหรือเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
๖. ขอให้ทุกคนโชคดีในการสอบ

ผศ. สุริยงค์ เลิศกุลวานิชย์
ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบชุดนี้ได้ผ่านการรับรองจากคณะกรรมการประจำหลักสูตรฯ แล้ว

(อ.วรงค์ ถาวรระ)

ประธานหลักสูตรสาขาวิชาคอมพิวเตอร์ประยุกต์-มัลติมีเดีย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6

ชื่อ..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

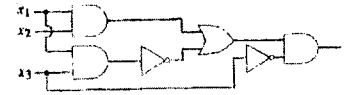
๑. จากภาพวงจรรวมดังกล่าว (๑๕ คะแนน)

๑.๑. จงเขียนนิพจน์บูลีน (1 คะแนน)

.....

.....

.....



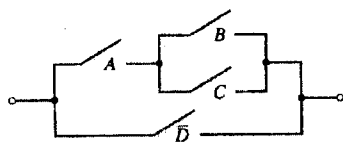
๑.๒. เขียนตารางค่าความจริง (3 คะแนน)

๑.๓. ให้ $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$ จงหาค่าคำตอบที่ได้เมื่อนิพจน์บูลีนเป็น (2 คะแนน)

๑.๓.๑. $x_1 \vee (\bar{x}_2 \wedge x_3)$

๑.๓.๒. $(x_1 \wedge (x_2 \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2))) \vee ((x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee \overline{(x_1 \wedge \bar{x}_3)})$

๑.๔. จากวงจรสวิตช์ต่อไปนี้จงเขียนสมการบูลีนของมัน (1 คะแนน)



๑.๕. จากนิพจน์บูลีน $(A \wedge ((B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{B} \wedge C))) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$ จงเขียนวงจรสวิตช์ที่สมมูลกับนิพจน์บูลีน (1 คะแนน)

ชื่อ..... เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

๑.๖. จากตารางค่าความจริงต่อไปนี้จงเขียนสมการบูลีนในรูปแบบ disjunctive normal form ของมัน (2 คะแนน)

w	x	y	z	$f(w, x, y, z)$
1	1	1	1	1
1	1	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	0
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	0	0	0
0	0	1	1	1
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

๑.๗. ให้นิยามของเกต NOR ที่รับข้อมูลเข้าเป็น x_1 และ x_2 และมันให้อาต์พุตที่นิยามได้เป็น

$$x_1 \downarrow x_2 = \begin{cases} 0 & \text{if } x_1 = 1 \text{ or } x_2 = 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

และตารางของ half adder เป็นดังนี้

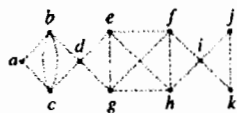
x	y	c	s
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0

จงออกแบบวงจร half adder โดยใช้เพียงเกต NOR เท่านั้น (5 คะแนน)

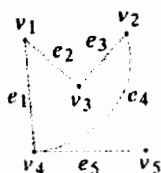
ชื่อ..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

๒. Graph Theory (๑๐ คะแนน)

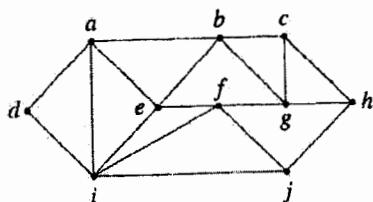
๒.๑. จงหาว่ากราฟต่อไปนี้เป็นวงรอบอูลเลอร์หรือไม่ ถ้าเป็นให้แสดงให้เห็น



๒๒. จงภาพกราฟต่อไปนี้เป็นกราฟแบบแบ่งสอง (Bipartite graph) หรือไม่ ถ้าเป็นกราฟแบบแบ่งสองให้ระบุจุดยอดทั้งสองชุดดังกล่าว



๒.๓. จงหาวงรอบแฮมิลโทเนียนของกราฟต่อไปนี้



๒.๔. จงเขียนกราฟที่ได้จากเมตริกซ์ต่อไปนี้

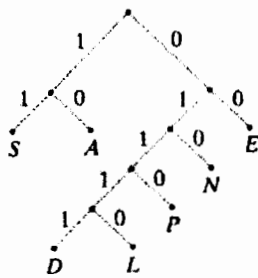
$$\begin{array}{ccccc} & a & b & c & d & e \\ a & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ c & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ d & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

๒.๕. กราฟรูปหนึ่งเป็นลักษณะ Planar Graph มีจุดยอดทั้งหมด 9 จุดยอดที่มีดีกรีเป็น 2,2,2,3,3,3,4,4, และ 5 จะมีจำนวน edge ได้เท่ากับเท่าใด และมีจำนวน face เท่ากับเท่าใด

ชื่อ..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

๓. แผนภูมิต้นไม้ (๑๐ คะแนน)

๓.๑. จากแผนภาพของ Huffman Codes ต่อไปนี้



กำหนดข้อความของบิตสตริง (bit string) ของเลขไบนารีเป็น 01111001001110 จงแสดง

วิธีการถอดรหัสบิตสตรีมดังกล่าวออกมาเป็นข้อความ (๒ คะแนน)

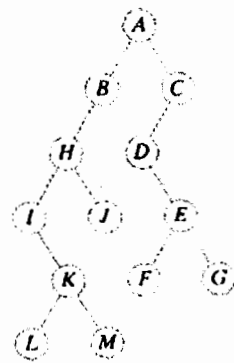
๓.๒. จงสร้างรหัสฮัฟฟ์แมน (Huffman code) สำหรับชุดของตัวอักษรที่แสดงในตารางต่อไปนี้ (๒ คะแนน)

ตัวอักษร	ความถี่	ตัวอักษร	ความถี่
I	7.5	C	5.0
U	20.0	H	10.0
B	2.5	M	2.5
S	27.5	P	25.0

๓.๓. จากตารางดังกล่าวต้องการเก็บค่ารหัสของคำว่า PUSS จงแสดงบิตสตริงสำหรับคำดังกล่าว (๒ คะแนน)

๓.๕. จงจัดวางข้อความ “FOUR SCORE AND SEVEN YEARS AGO OUR FOREFATHER BROUGHT FORTH” เป็นลำดับในรูปแบบของ binary search tree

๓.๕. จากแผนภูมิต้นไบนารีต่อไปนี้ จงแสดงการท่องไปยังภายในของแผนภูมิต้นไม้ในลักษณะของ preorder traversal



๔. เมตริกซ์และเวกเตอร์ (๑๐ คะแนน)

๔.๑. ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $(A^T)^{-1}$

๔.๒. ให้ $u = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ และ $v^T = [7 \ 8 \ 9]$; $\{a, b, c\} \in \mathbb{R}$ จงหาค่าของ $u \times v$, $u \cdot v$, $|u|$ และ $|v|$

๔.๓. จงใช้เมตริกซ์ในการหาค่า x, y และ z ของสมการเชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 2x - 6z &= -2 \\ 6x + 2y - 4z &= 5 \\ 4x + 4y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

๔.๔. ให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $2B - A^T$ มีค่าเท่าใด

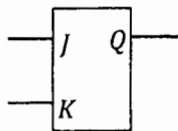
๔.๕. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} k & -2 \\ 1 & k \end{bmatrix}; k \in \mathbb{R}$ และ k สอดคล้องกับสมการ
 $\det(A^2) - \det(A^T) - \det(2I) = k^4 + 19$
 เมื่อ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์จงหาค่าของ k

๕. Finite State Machine (๕ คะแนน)

๕.๑. ให้ $I = \{a, b, c\}$, $O = \{0, 1, 2\}$, $S = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ จงเขียนไดอะแกรม FSM จากตาราง $(I, O, S, f, g, \sigma_0)$

	f			g		
	a	b	c	a	b	c
σ_0	σ_1	σ_0	σ_2	1	1	2
σ_1	σ_0	σ_2	σ_1	2	0	0
σ_2	σ_3	σ_3	σ_0	1	0	1
σ_3	σ_1	σ_1	σ_0	2	0	2

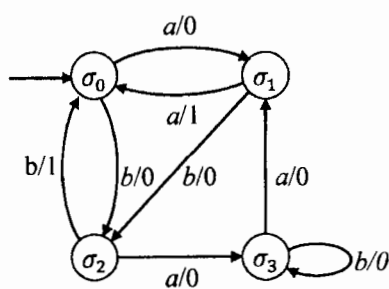
๕.๒. จากตารางค่าความจริงของ JK-Flip flop



	J	K	Q_{n+1}
SET	1	0	1
RESET	0	1	0
NO CHANGE	0	0	Q_n
TOGGLE	1	1	\bar{Q}_n

เมื่อ Q_{n+1} , Q_n คือเอาต์พุตของสถานะปัจจุบันและสถานะก่อนหน้าของอุปกรณ์ จงเขียนสถานะ Finite State Machine สำหรับอุปกรณ์ดังกล่าว

๕.๓. จากกราฟ FSM ต่อไปนี้



จงหาเซตของ I, O, S , สถานะเริ่มต้น (initial state) และตารางที่นิยามถึงสถานะถัดไปและฟังก์ชันเอาต์พุต (O) ของ FSM ดังกล่าว

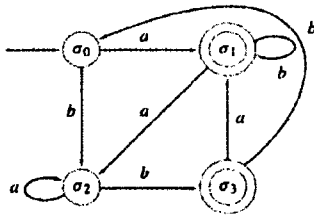
๕.๔. จาก FSM ในข้อ ๕.๓ ให้สตริงข้อมูลเข้า (input string) เป็น "bbababbabaaa" จงหาสตริงข้อมูลออก (output bit string) และสตริงที่แสดงลำดับการเปลี่ยนสถานะของระบบ (state string)

๕.๕. จงออกแบบ FSM ที่ให้เอาต์พุตเป็น 1 เมื่อพบสตริงข้อมูลเข้าเป็น 101 และหลังจากนั้น นอกนั้นให้เอาต์พุตเป็น 0

ชื่อ..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

๖. กลจักรสถานะอัตโนมัติ ภาษา และไวยากรณ์ (๑๐ คะแนน)

๖.๑. จงแปลง FSA ต่อไปนี้ให้เป็น FSM (๓ คะแนน)



๖.๒. จาก FSA ในข้อที่ ๖.๑ และสตริงข้อมูลเข้าเป็น “aaababbab” จงแสดงให้เห็นว่าสตริงดังกล่าวทำให้ FSA เข้าสู่สถานะรับ (Acceptance state) หรือไม่ (๒ คะแนน)

๖.๓. จาก Grammar G นิยามโดย $T = \{a, b, c\}$, $N = \{\sigma, A, B\}$ ด้วย production ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow BAB, & \sigma &\rightarrow ABA, & A &\rightarrow AB, \\ B &\rightarrow BA, & A &\rightarrow aA, & A &\rightarrow ab, \\ B &\rightarrow b, \end{aligned}$$

และ starting symbol เป็น σ

จงพิจารณาว่า grammar ดังกล่าวเป็นชนิดใด (๓ คะแนน)

๖.๔. จาก Grammar ในข้อ ๖.๓ ให้สตริง α ใน $L(G)$ เป็น “abbbaabab” จงหาสตริงเอาต์พุตที่ได้ (๒ คะแนน)