



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
การสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555

ข้อสอบวิชา PHY 204 Vibrations and Waves

นักศึกษาภาควิชาฟิสิกส์ ชั้นปีที่ 2

สอบวันที่ 6 มีนาคม 2556

เวลา 9.00 –12.00 น.

คำชี้แจง:

1. ข้อสอบวิชานี้มีทั้งหมด 9 ข้อ รวม 11 หน้า คะแนนเต็ม 70 คะแนน
2. เขียน ชื่อ-สกุลและรหัสประจำตัวนักศึกษาให้ครบถ้วน
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามประกาศของมหาวิทยาลัยได้
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ หรือไม้บรรทัดสูตรเข้าห้องสอบ
5. ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุด ให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ-สกุล.....รหัส.....ภาควิชา.....

| | |
|-------|--|
| คะแนน | |
|-------|--|

ผู้ออกข้อสอบ

ดร.ปณิดา ชินเวชกิจวานิชย์

8872

ข้อสอบนี้ได้ผ่านคณะกรรมการกลั่นกรองข้อสอบภาควิชาฟิสิกส์

.....

.....

Chapter 1: SHM

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$x = a \sin(\omega t + \phi)$$

$$PE = \frac{1}{2} s x^2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$KE = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$E = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 = \frac{1}{2} s a^2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}$$

Chapter 2: Damped Oscillator

$$m\ddot{x} = -sx - r\dot{x}$$

$$x = C_1 \exp\left(\frac{-rt}{2m} + \left(\frac{r^2}{4m^2} - \frac{s}{m}\right)^{1/2} t\right)$$

$$+ C_2 \exp\left(\frac{-rt}{2m} - \left(\frac{r^2}{4m^2} - \frac{s}{m}\right)^{1/2} t\right)$$

$$x = (A + Bt)e^{-rt/2m}$$

$$x = Ae^{-\pi t/2m} \sin(\omega' t + \phi)$$

$$\omega'^2 = \frac{s}{m} - \frac{r^2}{4m^2}$$

$$\delta = \frac{r}{2m} \tau' = \ln\left(\frac{A_0}{A_1}\right)$$

$$A_t = A_0 e^{-\pi t/2m} = A_0 e^{-1}; t = \frac{2m}{r}$$

$$E = E_0 e^{-\pi t/m}, Q = \frac{\omega' m}{r}$$

$$\frac{\text{energy stored in system}}{\text{energy lost per cycle}} = \text{constant} = \frac{Q}{2\pi}$$

Chapter 3: Forced Oscillator

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0$$

$$q = q_0 \exp\left[\frac{-Rt}{2L} \pm t \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right]$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = F_0 \cos \omega t$$

$$x = \frac{F_0 \sin \omega t}{\omega Z_m} \quad v = \frac{F_0}{Z_m} \cos(\omega t - \phi)$$

$$Z_m = (r^2 + (\omega m - s/\omega)^2)^{1/2}$$

$$x_{\max} = \frac{F_0}{\omega_r Z_m}, x_{\max} = \frac{F_0}{\omega' r}; \omega_r = \left(\frac{s}{m} - \frac{r^2}{2m^2}\right)^{1/2}$$

$$P = (F_0 \cos \omega t) \left(\frac{F_0}{Z_m}\right) \cos(\omega t - \phi)$$

$$= \frac{F_0^2}{Z_m} \cos \omega t \cos(\omega t - \phi)$$

$$P_{\text{av}}(\text{maximum}) = \frac{F_0^2}{2r} \quad Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

Chapter 4: Transverse wave motion

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$y = a \sin(\omega t - \phi) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (ct - x);$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

$$Z = \frac{\text{transverse force}}{\text{transverse velocity}} = \frac{F}{v} \quad Z = \frac{T}{c} = \rho c$$

$$\bar{y} = \bar{A} e^{i(\omega t - kx)}$$

$$F_0 e^{i\omega t} = -T \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} \quad \bar{y} = \frac{F_0}{i\omega} \left(\frac{c}{T}\right) e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\text{Reflection coefficient} = \frac{B_1}{A_1} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\text{Transmission coefficient} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$\frac{\text{reflected energy}}{\text{incident energy}} = \frac{Z_1 B_1^2}{Z_1 A_1^2} = \left(\frac{B_1}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$

$$\frac{\text{transmitted energy}}{\text{incident energy}} = \frac{Z_2 A_2^2}{Z_1 A_1^2} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

$$\text{rate of energy transfer (Power)} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 c$$

1. กล้องมวล 2 กิโลกรัมผูกติดกับสปริงที่มีค่าคงตัวของสปริง 150 นิวตัน/เมตร ที่เวลา $t = 1$ วินาที กล้องอยู่ที่ตำแหน่ง $x = 0.35$ เมตร และกล้องกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศทาง $-x$ ด้วยความเร็ว 2.5 เมตร/วินาที จงหา (6 คะแนน)

1.1 แอมพลิจูดการแกว่งของมวล

1.2 มุมเฟส (ϕ)

1.3 สมการแสดงการกระจัดในรูปฟังก์ชันของเวลา

2. ในการศึกษาเรื่องพลังงานในระบบ SHM (6 คะแนน)

2.1 จงเขียนรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัด กับพลังงานศักย์ พลังงานจลน์ และพลังงานรวมของระบบ

2.2 จงหาระยะกระจัดที่พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบมีค่าเท่ากัน

3. ระบบ damped oscillator ระบบหนึ่งมีสมการการเคลื่อนที่เป็น $4\ddot{x} + r\dot{x} + 32x = 0$ จงหาค่า damping constant (r) ที่จะทำให้การเคลื่อนที่เป็น (6 คะแนน)

3.1 damped SHM

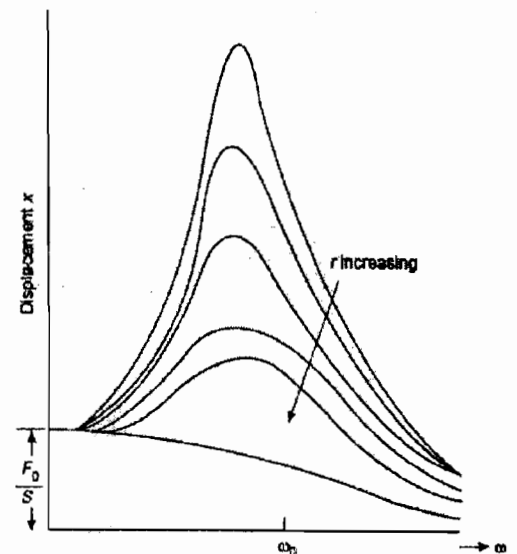
3.2 heavy damping

3.3 critical damping

4. จงแสดงว่า $x = (A - Bt)e^{-rt/2m}$ เป็นคำตอบของสมการ $m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = 0$ เมื่อ $\frac{r^2}{4m^2} = \frac{s}{m}$ (6 คะแนน)

5. ในการศึกษาเรื่อง Forced oscillator ของระบบหนึ่งที่ทดลองปรับเปลี่ยนค่า r 5 ค่า เมื่อนำมาวาดกราฟระหว่าง displacement กับ ความถี่ของ driving force แสดงดังรูป และพบว่าแอมพลิจูดการกระจัดจะมีค่าสูงสุดตามสมการ $x_{\max} = \frac{F_0}{\omega_r Z_m}$ โดย ω_r คือ frequency of displacement resonance (12 คะแนน)

5.1 จงอธิบายกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับความถี่

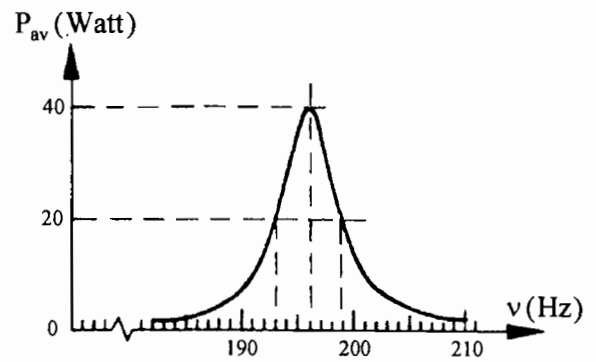


5.2 จงแสดงว่า displacement resonance จะเกิดที่ $\omega_r = \left(\frac{s}{m} - \frac{r^2}{2m^2} \right)^{1/2}$

5.3 จงแสดงว่าเมื่อความถี่ของ driving force มีค่าน้อยมากๆ ($\omega \rightarrow 0$) แอมพลิจูดของการกระจัดจะมีค่าเข้าใกล้ F_0/s

5.4 จากกราฟทั้ง 5 เส้น นักศึกษาคิดว่าค่า quality factor (Q) ของกราฟเส้นใดมีค่าสูงสุด เพราะเหตุใด

6. จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังเฉลี่ย (P_{av}) ซึ่งมีหน่วยเป็นวัตต์ และความถี่ของ driving force มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์ จงตอบคำถามต่อไปนี้ (10 คะแนน)



6.1 resonance frequency (ω_0) มีค่าเท่าใด

6.2 bandwidth มีค่าเท่าใด

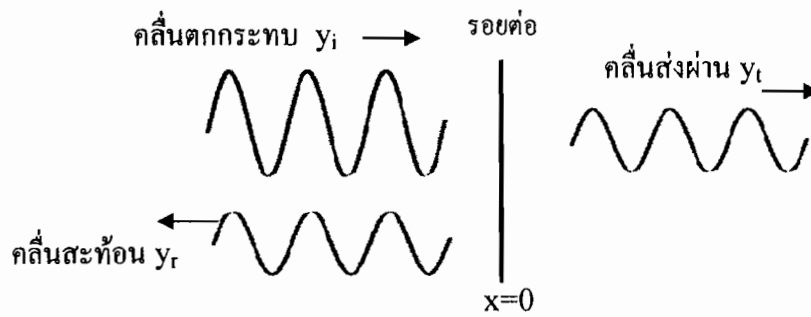
6.3 Q-factor มีค่าเท่าใด

6.4 ถ้าปลด driving force ออก จงหาจำนวนรอบของการสั่นที่ทำให้พลังงานของระบบลดลงเหลือ e^{-1} ของค่าเดิม

6.5 ถ้ามวล m มีค่า 0.05 กิโลกรัม จงคำนวณหาแอมพลิจูดของ driving force (F_0)

7. จากรูป คลื่นตกกระทบ $y_i = A_i \sin(\omega t - k_i x)$ เดินทางไปในทิศ $+x$ เมื่อถึงรอยต่อจะมีคลื่นบางส่วนผ่านรอยต่อไปได้

(14 คะแนน)



- 7.1 จงเขียนสมการแสดงการกระจัดของคลื่น y_i , y_r , y_t

- 7.2 จงเขียนเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) ที่ตำแหน่ง $x = 0$

7.3 จงหาแอมพลิจูดคลื่นสะท้อน (reflected wave) และคลื่นที่ส่งผ่าน (transmitted wave) ในเทอมของแอมพลิจูดคลื่นตกกระทบ

7.4 แอมพลิจูดคลื่นสะท้อนจะเป็นลบเมื่อใด อธิบายให้ชัดเจน

7.5 จงหาอัตราส่วนของ Power คลื่นสะท้อนต่อคลื่นตกกระทบ

8. จากการศึกษาเรื่องคลื่นในเส้นเชือก

(10 คะแนน)

8.1 เชือกเส้นหนึ่งมีค่า linear mass density $\mu = 5 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$ มีแรงตึงเชือก 80N จงหาว่าต้องให้ Power กับ เชือกเท่าใดที่จะทำให้เกิดคลื่นในเชือกความถี่ 60Hz และมีแอมพลิจูด 6 cm

8.2 ถ้าเพิ่ม Power เป็น 2.5 เท่า แอมพลิจูดจะเพิ่มขึ้นเท่าใด

9. (พิเศษ) จงแสดงว่าในวงจร RLC แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าสูงสุดที่ความถี่ $\omega = \omega_0(1 - \frac{1}{4Q_0^2})^{1/2}$ เมื่อ $\omega_0^2 = (LC)^{-1}$ และ $Q_0 = \omega_0 L/R$ (แนะ $q = q_0 \exp\left[\frac{-Rt}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right]$) (10 คะแนน)