



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
การสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

3 ค.ย. 2560

ข้อสอบวิชา CMM 131 Discrete Mathematics

สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ

สอบวันจันทร์ที่ 15 พฤษภาคม 2560

เวลา 09.00-12.00 น.

คำชี้แจง 1. ข้อสอบนี้สำหรับนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3

2. ข้อสอบชุดนี้มีทั้งหมด 5 หน้า (รวมหน้านี้) จำนวน 2 ข้อ ทุกข้อย่อยคะแนน

เท่ากัน

3. ให้นักศึกษาทำทุกข้อ ตอบคำถามให้ชัดเจน ทำลงในสมุดคำตอบ

4. เขียนชื่อ และเลขประจำตัวให้ชัดเจนในข้อสอบและสมุดคำตอบ

5. ขอให้ทุกคนโชคดีในการสอบ

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบเพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ-นามสกุล \_\_\_\_\_ รหัสนักศึกษา \_\_\_\_\_

ผศ.สุริยงค์ เลิศกุลวานิชย์

ผู้ออกข้อสอบ

โทร. 8500

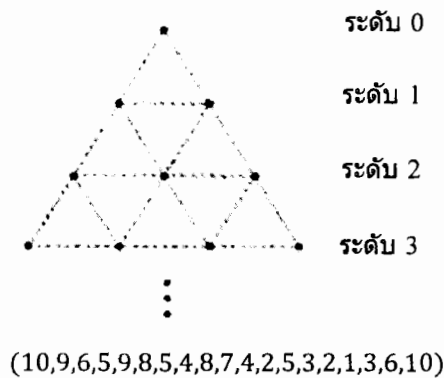
ข้อสอบนี้ได้ผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการ สาขาวิชาคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศแล้ว

(อาจารย์วรรงค์ ถาวร)

ประธานหลักสูตร ฯ



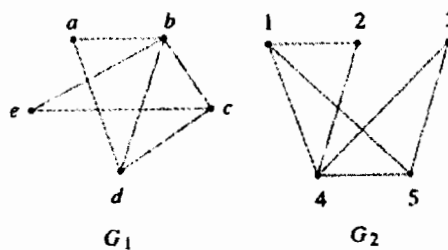
- ๒.๒. กราฟดังกล่าวเป็นกราฟที่ต่อเนื่องไปเรื่อยๆ ตามที่ต้องการโดยมีความลึก (ระดับชั้นของจุดยอดของสามเหลี่ยม) มีค่าแบบจำกัดค่าหนึ่งตามที่ผู้ใช้กำหนด กราฟดังกล่าวเป็นรูปแบบของ Euler Circle หรือไม่ ถ้ามีจงแสดงให้เห็น ณ. ที่จำนวนจุดยอดที่ระดับใดระดับหนึ่ง (มากกว่าระดับ 2 ขึ้นไป)



- ๒.๓. จงเขียนกราฟที่ได้จากเมตริกซ์ต่อไปนี้

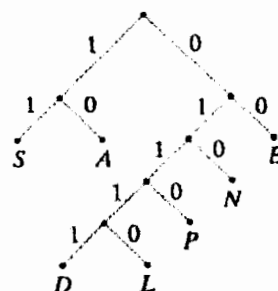
	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	1	0	0	0	0
c	0	0	0	1	1
d	0	0	1	0	1
e	0	0	1	1	2

- ๒.๔. กราฟรูปหนึ่งเป็นลักษณะ Planar Graph มีจุดยอดทั้งหมด 9 จุดยอดที่มีดีกรีเป็น 2,2,2,3,3,3,4,4, และ 5 จะมีจำนวน edge ได้เท่ากับเท่าใด และมีจำนวน face เท่ากับเท่าใด
- ๒.๕. จงพิจารณากราฟ G1 และ G2 จงพิจารณาให้เหตุผลและแสดงให้เห็นว่ากราฟทั้งสองมีคุณสมบัติ Isomorphism หรือไม่ ถ้ามีจงแสดงฟังก์ชัน  $f$  (ฟังก์ชันของจุดยอดของ G1 ที่ขึ้นกับจุดยอดของ G2) และ  $g$  (ฟังก์ชันของจุดยอด G2 ที่ขึ้นกับจุดยอดของ G1) ของกราฟทั้งสอง



๓. แผนภูมิต้นไม้

- ๓.๑. จากแผนภาพของ Huffman Codes ต่อไปนี้



กำหนดข้อความของบิตสตริง (bit string) ของเลขไบนารีเป็น 1110011101001111 จงแสดงวิธีการถอดรหัสบิตสตริงดังกล่าวออกมาเป็นข้อความ

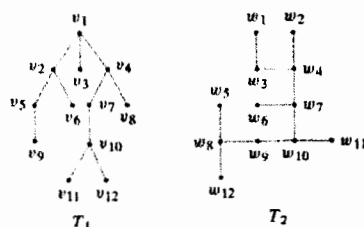
๓.๒. จงสร้างรหัสฮัฟแมน (Huffman code) สำหรับชุดของตัวอักษรที่แสดงในตารางต่อไปนี้

ตัวอักษร	ความถี่	ตัวอักษร	ความถี่
I	7.5	C	5.0
U	20.0	H	10.0
B	2.5	M	2.5
S	27.5	P	25.0

๓.๓. จากตารางดังกล่าวต้องการเก็บค่ารหัสของคำว่า MUSIC จงแสดงบิตสตริงสำหรับคำดังกล่าว

๓.๔. จงจัดวางข้อความ “FOUR SCORE AND SEVEN YEARS AGO OUR FOREFATHER BROUGHT FORTH” เป็นลำดับในรูปแบบของ binary search tree

๓.๕. แผนภูมิต้นไม้  $T_1$  และ  $T_2$  แสดงดังภาพ



จงพิจารณาว่า  $T_1$  และ  $T_2$  มีคุณสมบัติ Isomorphic หรือไม่ ถ้าเป็น Isomorphic ให้แสดงฟังก์ชันความสัมพันธ์ระหว่างแผนภูมิทั้งสอง ถ้าไม่ให้บอกด้วยว่าแผนภูมิทั้งสองขัดแย้งกันตรงไหน

๔. เมตริกซ์และเวกเตอร์ (๕ คะแนน)

๔.๑. ให้  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  จงหา  $(A^T)^{-1}$

๔.๒. ให้  $u = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$  และ  $v^T = [1 \ 2 \ 3]$ ;  $\{a, b, c, d\} \in \mathbb{R}$  จงหาค่าของ  $u \times v$ ,  $u \cdot v$ ,  $|u|$  และ  $|v|$

๔.๓. จงใช้เมตริกซ์ในการหาค่า  $x, y$  และ  $z$  ของสมการเชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x - 3z &= -2 \\ 3x + y - 2z &= 5 \\ 2x + 2y + z &= 4 \end{aligned}$$

๔.๔. ให้  $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  และ  $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  แล้ว  $2A - B^T$  มีค่าเท่าใด

๔.๕. กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} k & -2 \\ 1 & k \end{bmatrix}$ ;  $k \in \mathbb{R}$  และ  $k$  สอดคล้องกับสมการ

$$\det(A^2) - \det(A^T) - \det(2I) = k^4 + 19$$

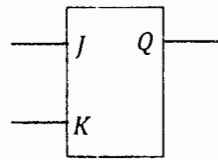
เมื่อ  $I$  เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์จงหาค่าของ  $k$

๕. Finite State Machine (๕ คะแนน)

๕.๑. ให้  $I = \{a, b, c\}$ ,  $O = \{0, 1, 2\}$ ,  $S = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$  จงเขียนไดอะแกรม FSM จากตาราง  $(I, O, S, f, g, \sigma_0)$

	$f$			$g$		
	$a$	$b$	$c$	$a$	$b$	$c$
$\sigma_0$	$\sigma_1$	$\sigma_0$	$\sigma_2$	1	1	2
$\sigma_1$	$\sigma_0$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	2	0	0
$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\sigma_0$	1	0	1
$\sigma_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_0$	2	0	2

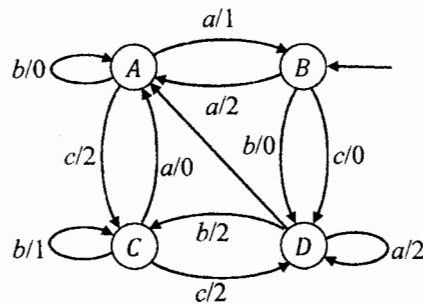
๕.๒. จากตารางค่าความจริงของ JK-Flip flop



	J	K	$Q_{n+1}$
SET	1	0	1
RESET	0	1	0
NO CHANGE	0	0	$Q_n$
TOGGLE	1	1	$\bar{Q}_n$

เมื่อ  $Q_{n+1}$ ,  $Q_n$  คือเอาต์พุตของสถานะปัจจุบันและสถานะก่อนหน้าของอุปกรณ์ จงเขียนสถานะ Finite State Machine สำหรับอุปกรณ์ดังกล่าว และแสดงการต่ออุปกรณ์ เกต (AND, OR, NOT,...) ของการทำงานของสถานะดังกล่าวการทำงานของอุปกรณ์ Flip-flop ด้วย

๕.๓. จากกราฟ FSM ต่อไปนี้



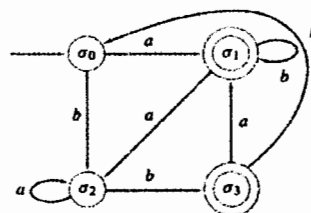
จงหาเซตของ  $I, O, S$ , สถานะเริ่มต้น (initial state) และตารางที่นิยามถึงสถานะถัดไปและฟังก์ชันเอาต์พุต ( $O$ ) ของ FSM ดังกล่าว

๕.๔. จาก FSM ในข้อ ๕.๓ ให้สตริงข้อมูลเข้า (input string) เป็น "cacbccbaabac" จงหาสตริงข้อมูลออก (output bit string) และสตริงที่แสดงลำดับการเปลี่ยนสถานะของระบบ (state string)

๕.๕. จงออกแบบ FSM ที่ให้เอาต์พุตเป็น 1 เมื่อพบสตริงข้อมูลเข้าเป็น 101 นอกนั้นจะให้เอาต์พุตเป็น 0

๖. กลจักรสถานะอัตโนมัติ ภาษา และไวยากรณ์

๖.๑. จงแปลง FSA ต่อไปนี้ให้เป็น FSM



๖.๒. จาก FSA ในข้อที่ ๖.๑ และสตริงข้อมูลเข้าเป็น "aaababbab" จงแสดงให้เห็นว่าสตริงดังกล่าวทำให้ FSA เข้าสู่สถานะรับ (Acceptance state) หรือไม่

๖.๓. จาก Grammar  $G$  นิยามโดย  $T = \{a, b, c\}$ ,  $N = \{\sigma, A, B\}$  ด้วย production ต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 \sigma &\rightarrow BAB, & \sigma &\rightarrow ABA, & A &\rightarrow AB, \\
 B &\rightarrow BA, & A &\rightarrow aA, & A &\rightarrow ab, \\
 B &\rightarrow b,
 \end{aligned}$$

และ starting symbol เป็น  $\sigma$

จงพิจารณาว่า grammar ดังกล่าวเป็นชนิดใด

๖.๔. จาก Grammar ในข้อ ๖.๓ ให้สตริง  $\alpha$  ใน  $L(G)$  เป็น "abbbaabab" จงหาสตริงเอาต์พุตที่ได้