



ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

1.1 อธิบายความสำคัญของคณิตศาสตร์กับงานวิศวกรรม (9 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

1.2 ให้ยกตัวอย่างปัญหาในงานวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคมมา 2 ปัญหา และอธิบายว่าจะต้องใช้คณิตศาสตร์อะไรบ้างกับการแก้ปัญหาดังกล่าว (6 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

2.1 [Number Systems] ให้เขียนผังต้นไม้แสดงระบบเลขจนถึงเลขเชิงซ้อน (3 คะแนน)

2.2 [Number Systems] อธิบายการขยายจากระบบเลขจำนวนจริงเป็นระบบเลขเชิงซ้อน (7 คะแนน)

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

3. [Complex Number Representations] ให้เขียนเลขเชิงซ้อนต่อไปนี้เป็นรูปของ rectangular form,

$z = x + iy$  และ polar form,  $z = re^{i\theta}$  (10 คะแนน)

i)  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{(1 - i)(1 + i)}$

ii)  $\frac{2 - 2i}{3e^{-i\pi/2}}$

iii)  $\pi e^{-\pi} (1 + 3\sqrt{3}i)$

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

4. [Algebra of Complex Number] ให้แก้สมการในระบบเลขเชิงซ้อนต่อไปนี้ (10 คะแนน)

(i)  $z^2 + 3z - 4 = 0$

(ii)

$$2z_1 + 3z_2 = 1$$

$$z_1 - 5z_2 = 2$$

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

5. [Analytic Functions] ให้แสดงว่าฟังก์ชันต่อไปนี้เป็น analytic functions หรือไม่ ถ้าเป็น analytic functions

ให้บอกโดเมน (15 คะแนน)

(i)  $\left(x + \frac{x}{x^2 + y^2}\right) + i\left(y - \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$

(ii)  $3x^2 + 2x - 3y^2 - 1 + i(6xy + 2y)$

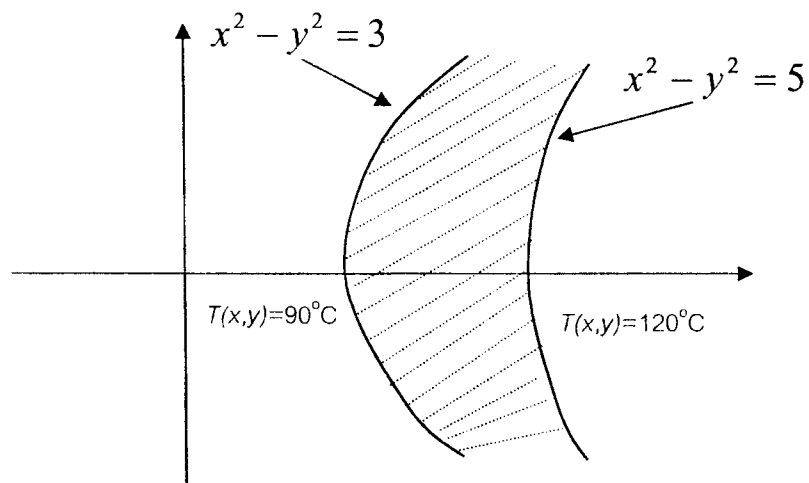
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

6. [Elementary Functions] ให้หาโดเมนที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(z) = \text{Log}(6z - 2i)$  มีคุณสมบัติเป็น analytic function และหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(z)$  ภายในโดเมนดังกล่าว (10 คะแนน)



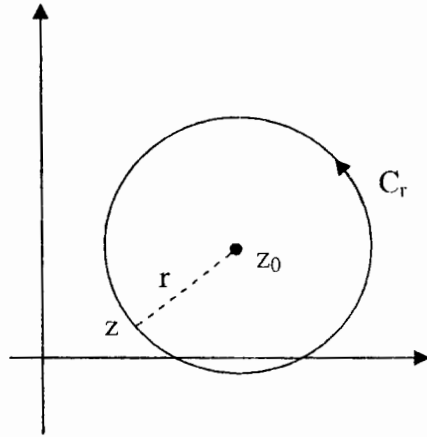
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

7. [Harmonic Function] สมมติว่าอุณหภูมิ  $T(x,y)$  บนแผ่นตัวนำความร้อนมีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันฮาร์มอนิก ภายในพื้นที่ระหว่างเส้น level curves  $x^2 - y^2 = 3$  กับเส้น curves  $x^2 - y^2 = 5$  ดังแสดงในรูป โดยสามารถวัดได้ว่าอุณหภูมิที่เส้น curves ทั้งสองนี้คือ  $90^\circ\text{C}$  และ  $120^\circ\text{C}$  ตามลำดับ จงหาฟังก์ชัน  $T(x,y)$  (15 คะแนน)



ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....

8. [Complex integration] หาค่าอินทิเกรต  $\int_{C_r} (z - z_0)^n dz$  โดย  $C_r$  คือวงกลม  $|z - z_0| = r$  เดินทาง 1 รอบในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (ทิศทางบวก) ตามที่แสดงในรูปข้างล่าง (15 คะแนน)



ทฤษฎีที่ใช้ในการแก้ปัญหาข้อ 6

**Theorem 4.** A necessary condition for a function  $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$  to be differentiable at a point  $z_0$  is that the Cauchy-Riemann equations hold at  $z_0$

Consequently, if  $f$  is analytic in an open set  $G$ , then the Cauchy-Riemann equations must hold at every point of  $G$

**Theorem 5.** Let  $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$  be defined in some open set  $G$  containing the point  $z_0$ . If the first partial derivatives of  $u$  and  $v$  exist in  $G$ , are continuous at  $z_0$ , and satisfy the Cauchy-Riemann equations at  $z_0$ .

Consequently, if the first derivatives are continuous and satisfy the Cauchy-Riemann equations at all points of  $G$ , then  $f$  is analytic in  $G$ .

### Cauchy-Riemann equations

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \text{ and } \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$