

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบปลายภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2557

วิชา INC 212 Signals & Systems

วศ.ระบบควบคุมและเครื่องมือวัด ปีที่ 2 ปกติ

วศ.ระบบควบคุมและเครื่องมือวัด ปีที่ 2 สหกิจศึกษา

สอบวันจันทร์ที่ 11 พฤษภาคม 2558

เวลา 13.00 น. – 16.00 น.

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 3 ข้อ เต็ม 90 คะแนนให้ทำทุกข้อลงในข้อสอบ
2. ข้อสอบมี 14 หน้า รวมใบปะหน้านี้และเอกสารประกอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามระเบียบของมหาวิทยาลัย
4. อ่านคำถามให้ละเอียดก่อนลงมือทำ
5. ข้อสอบไม่มีการแก้ไขใดๆ ถ้าพบที่ผิดหรือข้อมูลไม่ครบให้นักศึกษาเขียนอธิบายเหตุผลตามสมควร

เอกสารประกอบ

1. ตาราง DTFT
2. ตาราง z-transform
3. สูตรการคำนวณที่สำคัญ

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

(ศราวิณ วงษา).
ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการประเมินจากภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมและเครื่องมือวัดแล้ว

(ผศ. ดร. เตียวกุล พิทักษ์)

หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมและเครื่องมือวัด

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

Problem 1: (30 คะแนน)

1.1 คำนวณ DTFT ของสัญญาณ $x[n]$ ซึ่งมีค่า

$x[0] = -1, x[1] = 1, x[2] = 0, x[3] = 1, x[4] = -1$ และมีค่าเป็นศูนย์สำหรับ n ค่าอื่นที่เหลือ
และให้คำนวณหาค่าของ DTFT ที่ความถี่ $\Omega = 0.4\pi$ rad/sample (9 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

1.2 ถ้า $X[k]$ คือ DFT ของสัญญาณ $x[n]$ ในข้อที่ 1.1 จงหาค่า k ที่ตรงหรือใกล้เคียงมากที่สุดกับความถี่ $\Omega = 0.4\pi$ rad/sample และ $f = 150$ Hz ในกรณีที่ sampling frequency = 256 Hz (6 คะแนน)

1.3 สัญญาณ $x(t)$ ถูกแซมเปิ้ลเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x[n]$ และเก็บข้อมูลมา 300 ข้อมูล (N) ด้วย sampling rate (f_s) = 1600 Hz กำหนดให้ $x_z[n]$ คือ สัญญาณไม่ต่อเนื่องที่ได้จากการทำ zero-padding $x[n]$ ด้วยตัวเลขศูนย์จำนวน $M-N$ ตัว กำหนดให้ $X_z[k]$ เป็น FFT ของ $x_z[k]$ ที่คำนวณจากวิธี radix-two FFT จงหาค่าต่ำสุดของ M หากต้องการ frequency spacing ที่มีความละเอียดอย่างน้อย 2 Hz (6 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

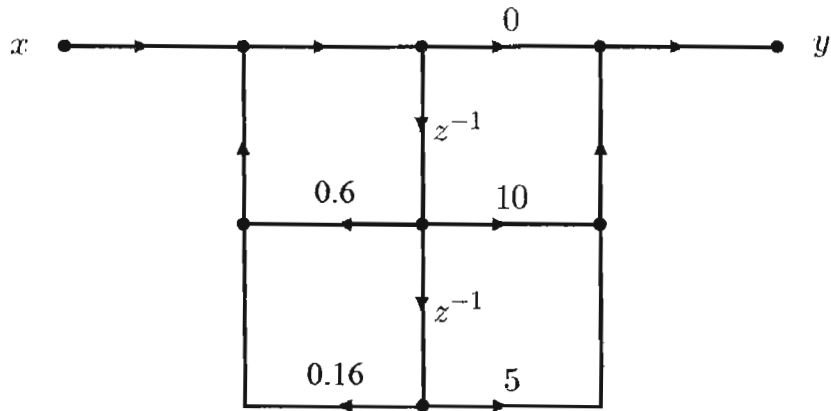
1.4 Spectral leakage คืออะไร มีสาเหตุเกิดจากอะไร ส่งผลอย่างไรต่อการวิเคราะห์ spectrum ของ สัญญาณด้วยวิธี DFT และเราจะสามารถลดผลกระทบดังกล่าวได้อย่างไร (9 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

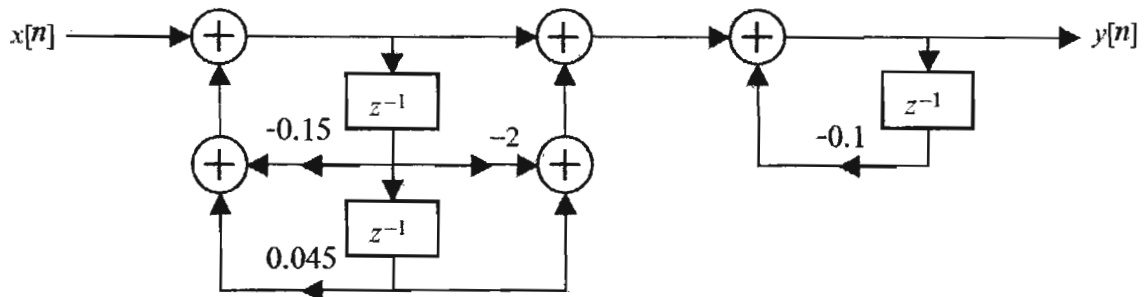
Problem 2: (24 คะแนน)

2.1 พิจารณาระบบที่ 1 และระบบที่ 2 ด้านล่าง

ระบบที่ 1: (12 คะแนน)



ระบบที่ 2: (12 คะแนน)



- จงหา transfer function ของแต่ละระบบ
- คำนวณหา impulse response $h[n]$ ของระบบ
- จงวิเคราะห์ว่าระบบแต่ละระบบ causal และ BIBO stable หรือไม่
- หากรบบดังกล่าวเสถียร จงคำนวณค่าของเอาต์พุต y ที่ steady-state เมื่ออินพุตเป็น unit step

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

ระบบที่ 1:

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

ระบบที่ 2:

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

Problem 3 (36 คะแนน)

3.1 กำหนดให้ฟิลเตอร์มีทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน $H(z) = \frac{0.2(z+1)}{(z-0.6)}$

จงพล็อต pole-zero ของ $H(z)$, $H_1(z) = 1 - H(z)$, $H_2(z) = H(-z)$ และวิเคราะห์ว่าฟิลเตอร์แต่ละตัวเป็นฟิลเตอร์ชนิดใด (low-pass, high-pass, band-pass, band-stop filters) (15 คะแนน)

3.2 พิจารณาฟิลเตอร์ที่อธิบายด้วย difference equation ต่อไปนี้

$$y[n] - \alpha y[n-1] = x[n] - \beta x[n-1]$$

ก) จงหาเงื่อนไขของค่า α และ β ที่ทำให้ฟิลเตอร์นี้เสถียร (3 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

- ข) จงหาค่าของ α และ β ที่ทำให้ฟิลเตอร์นี้เป็น linear phase และจงพิสูจน์โดยคำนวณค่า group delay ของค่าที่ตรงกับเงื่อนไขดังกล่าว (9 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสประจำตัว.....

- ค) พิสูจน์ว่าหาก $\beta = 1/\alpha$ จะทำให้ฟิลเตอร์นี้เป็น allpass filter นั่นคือ เป็นฟิลเตอร์ที่มีอัตราขยายคงที่สำหรับทุกช่วงความถี่ของสัญญาณ และคำนวณค่า α ที่ทำให้ฟิลเตอร์มีอัตราขยายมีค่าเท่ากับ 10 ทุกช่วงความถี่ (9 คะแนน)

TABLE Common DTFT Pairs

$$1, \text{ all } n \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\Omega - 2\pi k)$$

$$\text{sgn}[n] \leftrightarrow \frac{2}{1 - e^{-j\Omega}}, \text{ where } \text{sgn}[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \dots \\ -1, & n = -1, -2, \dots \end{cases}$$

$$u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\delta(\Omega - 2\pi k)$$

$$\delta[n] \leftrightarrow 1$$

$$\delta[n - q] \leftrightarrow e^{-jq\Omega}, q = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$a^n u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - ae^{-j\Omega}}, |a| < 1$$

$$e^{j\Omega_0 n} \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)$$

$$p[n] \leftrightarrow \frac{\sin[(q + \frac{1}{2})\Omega]}{\sin(\Omega/2)}$$

$$\frac{B}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{B}{\pi}n\right) \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_{2B}(\Omega + 2\pi k)$$

$$\cos \Omega_0 n \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi[\delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)]$$

$$\sin \Omega_0 n \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} j\pi[\delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k) - \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)]$$

$$\cos(\Omega_0 n + \theta) \leftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi[e^{-j\theta}\delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k) + e^{j\theta}\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)]$$

NB:

$$1. \quad p[n] = \begin{cases} 1, & |n| < q \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$2. \quad p_{2B}(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$3. \quad \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

COMMON Z-TRANSFORM PAIRS

$x[n]$	$X(z)$	ROC
$\delta[n]$	1	All z
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}, \frac{z}{z-1}$	$ z > 1$
$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}, \frac{z}{z-1}$	$ z < 1$
$\delta[n-m]$	z^{-m}	All z except 0 if $(m > 0)$ or ∞ if $(m < 0)$
$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}, \frac{z}{z-a}$	$ z > a $
$-a^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}, \frac{z}{z-a}$	$ z < a $
$na^n u[n]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}, \frac{az}{(z-a)^2}$	$ z > a $
$-na^n u[-n-1]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}, \frac{az}{(z-a)^2}$	$ z < a $
$(n+1)a^n u[n]$	$\frac{1}{(1-az^{-1})^2}, \left[\frac{z}{z-a} \right]^2$	$ z > a $
$(\cos \Omega_0 n) u[n]$	$\frac{z^2 - (\cos \Omega_0) z}{z^2 - (2 \cos \Omega_0) z + 1}$	$ z > 1$
$(\sin \Omega_0 n) u[n]$	$\frac{(\sin \Omega_0) z}{z^2 - (2 \cos \Omega_0) z + 1}$	$ z > 1$
$(r^n \cos \Omega_0 n) u[n]$	$\frac{z^2 - (r \cos \Omega_0) z}{z^2 - (2r \cos \Omega_0) z + r^2}$	$ z > r$
$(r^n \sin \Omega_0 n) u[n]$	$\frac{(r \sin \Omega_0) z}{z^2 - (2r \cos \Omega_0) z + r^2}$	$ z > r$
$\begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	$\frac{1 - a^N z^{-N}}{1 - az^{-1}}$	$ z > 0$

SOME USEFUL FORMULA

DTFT	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$
Inverse DTFT	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\Omega)e^{j\Omega n} d\Omega$
DFT	$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$
Inverse DFT	$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$
Z transform	$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$
Frequency response function	$H(\Omega) = H(e^{j\Omega}) = H(z) \big _{z=e^{j\Omega}} = H(\Omega) e^{j\theta(\Omega)}$
Group delay	$\tau(\Omega) = -\frac{d\theta(\Omega)}{d\Omega}$