

✓ 15 มี.ค. ๖๖

ชื่อ..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม
สาขาวิชาคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ

ข้อสอบกลางภาควิชา CMM131 Discrete Mathematics

ภาคเรียนที่ ๒/๒๕๕๙

สอบวันอังคารที่ ๒๘ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐

เวลา ๙.๐๐- ๑๒.๐๐ น.

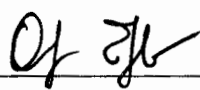
รวมเวลา ๓ ชั่วโมง

คำชี้แจง

1. ข้อสอบนี้สำหรับนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ประยุกต์-มัลติมีเดีย ชั้นปีที่ ๑
2. ข้อสอบชุดนี้มีทั้งหมด 3 หน้า (รวมหน้านี) จำนวน 4 ข้อ ทุกข้อย่อยคะแนนเท่ากัน
3. ให้นักศึกษาทำทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำให้ชัดเจน ทำลงในสมุดคำตอบ
4. เขียนชื่อและเลขประจำตัวให้ชัดเจนในข้อสอบและสมุดคำตอบ
5. ไม่อนุญาต
5.1. เอกสารเข้าห้องสอบ
5.2. เครื่องคิดเลข
6. ขอให้ทุกคนโชคดีในการสอบ

ผศ. สุริยงค์ เลิศกุลวานิชย์
ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบนี้ได้ผ่านการพิจารณาคณะกรรมการวิชาการประจำหลักสูตรแล้ว


(๑๗.๗.๑๖) พรตพร
ประธานกรรมการฯ

ชื่อ..... เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

1. การพิสูจน์ Proof (ข้อละ 1 คะแนน รวม 5 คะแนน)

1.1. ให้ประพจน์ p : There is a hurricane และ q : It is raining จงหาการดำเนินการของประพจน์ทั้งสองเมื่อมีค่ากล่าวที่ว่า
Either there is no hurricane or it is raining, but there is no hurricane.

1.2. ให้ประพจน์ p, q และ r เป็นประพจน์ที่มีความหมายต่อไปนี้

p : You heard the "Flying Pigs" rock concert.

q : You heard the "Y2K" rock concert. และ

r : You have sore eardrums.

จงเขียนการดำเนินการของประพจน์เหล่านี้จากค่ากล่าว

"You heard either the "Flying Pigs" rock concert or the "Y2K" rock concert, but you do not have sore eardrums."

1.3. จงพิสูจน์ด้วยการพิจารณาเชิงอุปนัย (induction) ว่า

$$a + ar^1 + ar^2 + \dots + ar^n = \frac{a(r^n + 1)}{r - 1} \quad \forall n \geq 0 \text{ and } n \in \mathbb{I}$$

1.4. ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ดังนี้

p : I study hard. q : I get A's. r : I get rich.

จงพิจารณาว่าการใช้เหตุผลเชิงอุปมาณ (rule of inference) ต่อไปนี้มีค่าเป็น valid หรือไม่และใช้หลักเหตุผลเชิงอุปมาณแบบใด

If I study hard, then I get A's

If I don't get rich, then I don't get A's

\therefore I get rich.

1.5. สมมุติว่าให้ $n \geq 3$ เป็นจุดที่อยู่บนระนาบที่มีคุณสมบัติว่าจะมีสามจุดใดๆอยู่บนวงกลมรัศมี 1 หน่วยนั้น จงพิสูจน์ว่ามีวงกลมรัศมี 1 หน่วยที่มันจะบรรจุจุดเหล่านั้น

2. เซ็ต ฟังก์ชันและความสัมพันธ์ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

2.1. ให้ $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$, $A = \{1,4,7,10\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$, $C = \{2,4,6,8\}$ จงหา $(A \cup B) - (C - B)$

2.2. จากข้อ 2.1 จงหา $\overline{A \cap B} \cup C$

2.3. การทำโพล (poll) ของสถานีโทรทัศน์แห่งหนึ่งจากจำนวนผู้ถูกสำรวจ 151 คน พบว่า 68 คนดูรายการ "Law and Disorder" 61 คนดูรายการ "The East Wing" 52 คนดูรายการ "The Tenors" 16 คนดูทั้ง "Law and Disorder" และ "The East Wing" 25 คนดูทั้งรายการ "Law and Disorder" และ "The Tenors" 19 คนดูรายการทั้ง "The East Wing" และ "The Tenors" และ 26 คนดูรายการนอกเหนือจากที่กล่าว จงหาว่ามีจำนวนคนดูกี่คนที่ดูรายการทั้งสาม

2.4. ให้ $f(n) = 2n + 1$, $g(n) = 3n - 1$; $n \in \mathbb{R}^+$ จงหาฟังก์ชันในลักษณะ composition function $g \circ f$

2.5. จงหาฟังก์ชันผกผัน (inverse function) เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 3 \log_2 x$, $x \in \mathbb{R}$ และ Y คือ range ของฟังก์ชันซึ่งฟังก์ชันมีลักษณะในรูปแบบ bijection แบบ X to Y

2.6. ให้ $R_1 = \{(x, y) | x + y \leq 6\}$; R_1 เป็นความสัมพันธ์จาก X ไปยัง Y $R_2 = \{(y, z) | y = z + 1\}$ R_2 เป็นความสัมพันธ์จาก Y ไปยัง Z ลำดับของ X, Y และ Z คือ 1,2,3,4,5 จงหา

ชื่อ..... เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

- 2.6.1. เมตริกซ์ A_1 ของความสัมพันธ์ R_1 (สัมพันธ์ในลักษณะของลำดับที่ให้)
 - 2.6.2. เมตริกซ์ A_2 ของความสัมพันธ์ R_2 (สัมพันธ์ในลักษณะของลำดับที่ให้)
 - 2.6.3. หาผลคูณของ $A_1 A_2$
 - 2.6.4. ใช้ข้อมูลที่ได้จาก 2.6.3 ในการหาเมตริกซ์ของความสัมพันธ์ $R_1 \circ R_2$
 - 2.6.5. ใช้ผลที่ได้จาก 2.6.4 ในการหาความสัมพันธ์ $R_1 \circ R_2$ (ในรูปของคู่ลำดับ)
3. Number theory (ข้อละ 1 คะแนน รวม 5 คะแนน)
- 3.1. ให้ $a = 3^2 \cdot 7^3 \cdot 11$, $b = 3^2 \cdot 7^3 \cdot 11$ จงหา $\gcd(a,b)$
 - 3.2. ให้ m, n และ d เป็นเลขจำนวนเต็ม จงแสดงให้เห็นว่าถ้า $d|m$ และ $d|n$ แล้ว $d|(m - n)$
 - 3.3. จงแปลงเลขฐานสิบหก $BF4$ ให้เป็นเลขฐานแปด
 - 3.4. จากชุดเลขฐานสองต่อไปนี้ เป็นเลขฐานสองในรูปแบบของ 2's complement 101001 และ 11001 จงหาผลลัพธ์ของ $101001 - 11001$
 - 3.5. จงแปลงเลขฐานสิบ 2559 ให้เป็นตัวเลขในฐาน 7
4. วิธีการนับ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน)
- 4.1. มีคณะกรรมการที่จะจัดขึ้นมีจำนวน 6 คน ซึ่งประกอบด้วย Alice, Ben, Connie, Dolph, Egbert และ Francisco จะมีสิทธิ์ถูกเลือกให้เป็น ประธาน เลขานุการและหัวหน้าฝ่ายการคลัง จะมีจำนวนกี่วิธีที่การเลือกที่จะให้ Ben เป็นประธานหรือหัวหน้าฝ่ายการคลังอย่างใดอย่างหนึ่ง
 - 4.2. ในโรงงานผลิตไมโครโพรเซสเซอร์แห่งหนึ่งได้ผลิตไมโครโพรเซสเซอร์ออกมาในล็อตหนึ่งมีจำนวน 1000 ตัวโดยที่มีของเสียจำนวน 21 ตัว จงหาความน่าจะเป็นในการเลือกไมโครโพรเซสเซอร์จำนวน 6 ตัวที่จะได้ไมโครโพรเซสเซอร์ที่เสียอย่างน้อยหนึ่งตัว
 - 4.3. จากผลการทดสอบการตรวจจับแอนติบอดีในเลือดที่จะแสดงถึงภาวะขอไวรัส HIV ด้วยวิธีการ Enzyme-Linked Immunosorbent assay (ELISA) พบว่าประมาณ 15% ของผู้ป่วยในคลินิกหนึ่งมีไวรัส HIV ยิ่งไปกว่านั้นระหว่างผู้ที่มีไวรัส HIV นี้พบว่ามีค่าประมาณ 95% ที่ให้ผลทดสอบเป็นบวก (positive) กับการทดสอบด้วย ELISA และระหว่างผู้ที่ไม่ได้มีไวรัส HIV มีประมาณ 2% ที่มีผลทดสอบเป็นบวกด้วย ELISA จงหาความน่าจะเป็นของคนไข้คนหนึ่งที่จะพบไวรัส HIV ถ้าทดสอบด้วยวิธีการ ELISA แล้วให้ผลเป็นบวก
 - 4.4. จากข้อความจริง "SALESPERSONS" จะมีกี่สตริงที่สร้างขึ้นได้จากข้อความนี้โดยที่อักขระ S ทั้งสี่ตัวอยู่ติดกัน
 - 4.5. มีกองลูกบอลอยู่สามกองได้แก่กองลูกบอลสีแดง เขียว และน้ำเงิน แต่ละกองมีลูกบอลอยู่ 10 ลูก จะมีกี่วิธีที่ลูกบอล 10 ลูกที่ถูกเลือกถ้าต้องเลือกลูกบอลสีแดงเป็นสองเท่าของลูกบอลสีเขียว