

Particule chargée dans un champ électromagnétique

Coppex Aurélie Hélène, Ventura Vincent

aurelie.coppex@epfl.ch, vincent.ventura@epfl.ch

October 21, 2020

Contents

1	Introduction	1
2	Calculs analytiques	1
2.1	Équations du mouvement	1
2.2	Énergie mécanique et sa conservation	2
2.3	Solution analytique	2
3	Simulations et Analyses	2
3.1	Études de convergence de la position et de la vitesse sans friction	2
3.2	Étude de convergence de l'erreur $ x(v=0) - x_{eq} $	2
3.3	Études de convergence avec friction et comparaison de la puissance et de la dérivée temporelle de l'énergie mécanique	2
3.4	Cas du positron	2
4	Conclusions	2

1 Introduction

2 Calculs analytiques

Dans cette partie, tous les calculs sont faits avec les valeurs suivantes : la masse de la particule : $m = 1.6726 \cdot 10^{-27}$ kg, la charge de la particule : $q = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C , sa position initiale : $\vec{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$. La particule est plongée dans un champ électrique uniforme $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0 \hat{y}$.

2.1 Équations du mouvement

On cherche tout d'abord à établir les équations différentielles du mouvement sous la forme $\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{y})$ avec $\mathbf{y} = (x, z, v_x, v_z)$. Pour cela, on applique la 2^{ème} loi de Newton ($\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$) et on la projette sur les axes x, y et z.

Il en résulte :

$$\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_L = m\mathbf{a} \quad (1)$$

La force de pesanteur est négligeable pour une particule élémentaire. Il ne reste donc que la force de Lorentz qui est donnée par : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

Les projections sur les axes donnent:

$$(\mathbf{Ox}) : -qB_0\dot{z} = m\ddot{x} \iff \ddot{x} = -\frac{qB_0}{m}\dot{z} \quad (2)$$

$$(\mathbf{Oy}) : 0 = m\ddot{y} \iff \ddot{y} = 0 \quad (3)$$

$$(\mathbf{Oz}) : q(E_0 + B_0\dot{x}) = m\ddot{z} \iff \ddot{z} = \frac{q}{m}(E_0 + B_0\dot{x}) \quad (4)$$

L'équation du mouvement s'écrit donc :

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ -\frac{qB_0}{m}\dot{z} \\ \frac{q}{m}(E_0 + B_0\dot{x}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

2.2 Énergie mécanique et sa conservation

2.3 Solution analytique

3 Simulations et Analyses

3.1 Études de convergence de la position et de la vitesse sans friction

3.2 Étude de convergence de l'erreur $|x(v=0) - x_{eq}|$

3.3 Études de convergence avec friction et comparaison de la puissance et de la dérivée temporelle de l'énergie mécanique

3.4 Cas du positron

4 Conclusions

References

- [1] L. Villard avec la contribution de A. Läuchli *Notes de cours Physique numérique I-II, version 20.1* (2020)
- [2] L. Villard, Dr C. Sommariva *Énoncé de l'exercice 2* (2020) https://moodle.epfl.ch/pluginfile.php/2839539/mod_resource/content/1/Exercice2_2020.pdf