Kurzbericht Mathematisches Pendel

Jean und Aurèle

23. März 2022

Einleitung

Unsere Intuition würde uns sagen, dass je schneller sich ein Objekt bewegt, desto schwerer es ist, aber das ist eben nicht der Fall. Die direkteste und offensichtlichste Analogie zum Phänomen des Pendels ist das Fallenlassen von Gewichten mit unterschiedlicher Masse aus gleicher Höhe; beide kommen zur gleichen Zeit auf dem Boden an (ohne den Widerstand durch die Luftreibung zu berücksichtigen). Nehmen wir das Beispiel des Pendels. Nehmen wir an, wir halten das Seil, das die Masse hält, auf Armeslänge. Da sich kein Parameter außer einer allmählichen Zunahme der Masse ändert, wird die Kraft, die unser Arm ausübt, um das Gewicht zu halten, immer größer. Was wir intuitiv als höhere Geschwindigkeit wahrnehmen, ist in Wirklichkeit eine höhere Kraft, der wir entgegenwirken müssen. Es war Galileo Galilei, der berühmte Astronom, der im Jahr 1590 das folgende Gesetz definierte: Die Anziehungskraft, die die Erde auf eine schwere Masse ausübt, ist stärker als die auf eine leichte Masse. Um eine schwere Masse in Bewegung zu setzen, ist jedoch mehr Energie erforderlich: Trägheit. Bei einem Fall gleichen sich Anziehung und Trägheit jedoch perfekt aus, sodass die Geschwindigkeit immer gleich bleibt. In der klassischen Gleichung für die Periode eines Pendels kommt die Masse übrigens nicht vor. Das Prinzip des Pendels hat viele Entdeckungen ermöglicht. So hat Foucault auf diese Weise die Drehbewegung der Erde nachgewiesen. Das Pendel wurde auch verwendet, um die Geschwindigkeit von Geschossen in der Ballistik zu berechnen.

Bestimmung des Fehlers der Zeitmessung

Die Zeit für fünf Schwingungen eines Fadenpendels mit einer Amplitude von 10° wurde 20-mal berechnet. Dabei ergaben sich die folgenden Werte:

Messung	Abweichung
$5.86 \mathrm{\ s}$	0.018 s
5.88 s	0.038 s
$5.88 \mathrm{\ s}$	0.038 s
5.81 s	0.032 s
$5.83 \mathrm{\ s}$	0.012 s
$5.82 \mathrm{\ s}$	0.022 s
$5.83 \mathrm{\ s}$	0.012 s
$5.78 \mathrm{\ s}$	0.062 s
$5.86 \mathrm{\ s}$	0.018 s
$5.78 \mathrm{\ s}$	0.062 s
$5.92 \mathrm{\ s}$	$0.078 \; \mathrm{s}$
5.78 s	$0.062 \; { m s}$
$5.81 \mathrm{\ s}$	0.032 s
$5.83 \mathrm{\ s}$	0.012 s
$5.91 \mathrm{\ s}$	$0.068 \; \mathrm{s}$
$5.81 \mathrm{\ s}$	$0.032 \; \mathrm{s}$
5.89 s	0.048 s
5.87 s	0.028 s
5.84 s	0.002 s
$5.85 \mathrm{\ s}$	0.008 s

Die mittlere Zeit für eine Schwingung entspricht also 5,842 Sekunden. Das Fehler der Zeitmessung beträgt 0.078 Sekunden. Dies bedeutet, dass jede Messung mindestens 8 Sekunden dauern muss, damit der Fehler 1% beträgt.

Messungen

Messung A

Diese Messung besteht darin, die Schwingungsdauer bei einer konstanten Amplitude und einer konstanten Pendelmasse für zehn verschiedenen Pendellängen zu bestimmen. Die Anzahl Schwingungen ist so gewählt, dass der Fehler weniger als 1% beträgt.

Pendellänge	Anzahl Schwingungen	1. Messung	2. Messung	Schwingungsdauer
10 cm	13	8.35 s	8.22 s	0.6370 s
20 cm	10	9.13 s	8.90 s	0.9015 s
30 cm	9	10.12 s	10.00 s	1.1180 s
40 cm	8	10.32 s	10.21 s	1.2830 s
50 cm	9	12.89 s	12.98 s	1.4338 s
60 cm	6	9.75 s	9.46 s	1.6008 s
70 cm	6	10.31 s	10.31 s	1.7187 s
80 cm	5	9.13 s	9.14 s	1.8270 s
90 cm	5	9.71 s	9.62 s	1.9330 s
$100 \ cm$	5	10.11 s	10.03 s	2.0140 s

Messung B

Hier wurde mit gleicher Pendellänge und Amplitude die Schwingungsdauer von Pendeln mit drei unterschiedlichen Massen. Es wird immer noch genug lang gemessen, um ein Fehler von weniger als 1% zu haben. Die Länge des Pendels l=50~cm und die Amplitude $\alpha=20^\circ$ sind fix.

Pendelmasse	Anzahl Schwingungen	1. Messung	2. Messung	Schwingungsdauer
101,5 g	9	12,85 s	12,98 s	1,435 s
358 g	8	11,20 s	11,20 s	1,40 s
$33,5 \ g$	8	11,32 s	11,46 s	1,42 s

Messung C

Das Ziel dieser Messung ist es, ein Beschloss über den Einfluss der Amplitude zu ziehen. Es wurden 2 verschiedene Amplituden gewählt. Für je eine wurden zwei Messungen durchgeführt. Die Länge des Pendels $l=50\ cm$ und die Masse $m=358\ g$ sind festgelegt.

Amplitude	Anzahl Schwingungen	1. Messung	2. Messung	Schwingungsdauer
20 °	8	11,20 s	11,20 s	1,40 s
40 °	8	11,94 s	11,96 s	$1,49375 \ s$

Man stellt fest, dass wenn die Amplitude sich um 20° ändert, es fast $\frac{1}{10}$ Sekunden Unterschied gibt.

Aufgaben

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Schlussfolgerungen