

# Algorithmes et complexité (2022-2023)

*Florian Bridoux, François Doré, Dorian Mazauric*

## Travaux Dirigés 5

### Exercice 1 :

Nom : **Ordonnancement de tâches**

Instance : Soient  $k$  tâches de durées respectives  $t_1, \dots, t_k$  (durées entières),  $T$  le temps total d'exécution autorisé et  $n$  le nombre de processeurs.

Question : Est-il possible d'exécuter les  $k$  tâches sur une machine à  $n$  processeurs en moins de  $T$  unités de temps ?

Prouver un algorithme polynomial qui est une 2-approximation de la version minimisation du problème Ordonnancement de tâches.

La version minimisation consiste à minimiser la durée totale d'exécution ( $T$  n'est donc plus dans l'entrée du problème).

### Exercice 2 :

Soit  $p$  une constante dans  $[0,100]$ .

Nom : **Plus long chemin**

Instance : Un graphe fini arête-pondéré  $G = (V, E)$  représenté sous forme de listes d'adjacence, un nombre entier non-négatif  $L$ , deux sommets  $u$  et  $v$  (les poids sont des réels positifs)

Question : Le graphe admet-il un chemin simple qui passe par au  $p$  % de sommets et de poids total au moins  $L$  entre  $u$  et  $v$  ?

Montrer que Plus long chemin est NP-difficile ?

Considérons la version maximisation du problème Plus long chemin, c'est-à-dire qui maximise le poids total du chemin.

Pour tout entier  $k$ , prouver qu'il n'existe pas d'algorithme polynomial qui trouve une solution approchée, à un facteur d'approximation  $k$ , à moins que  $P=NP$ .

Exercice 3 :

Nom : **Plus court chemin**

Instance : Un graphe fini  $G = (V, E)$  représenté sous forme de listes d'adjacence, un nombre entier non-négatif  $L$ , deux sommets  $u$  et  $v$

Question : Le graphe admet-il un chemin simple entre  $u$  et  $v$  de longueur au plus  $L$  ?

Écrire et prouver un algorithme polynomial pour le problème Plus court chemin.

Quelle est sa complexité ?

Exercice 4 :

Même question que 3 avec un graphe arête-pondéré.

Exercice 5 :

Utiliser l'algorithme de l'exercice 3 afin de prouver un algorithme polynomial pour sortir de tout labyrinthe.