

# Algorithmes et complexité (2022-2023)

*Florian Bridoux, François Doré, Dorian Mazauric*

## Travaux Dirigés 4

### Exercice 1 :

Nom : **Chemin le plus long**

Instance : Un arbre arête-pondéré  $T = (V, E)$  représenté sous forme de listes d'adjacence avec  $p(uv)$  le poids (entier non-négatif) de chaque arête  $uv$  de  $E$ , une somme racine  $r$  de  $V$ , un entier non-négatif  $L$ .

Question : Le graphe admet-il un chemin simple de  $r$  à une feuille de  $T$  telle que la somme des poids des arêtes le composant est au moins  $L$  ?

Notons que la version du problème dans le cas général des graphes est NP-complet (chaîne hamiltonienne).

Prouver un algorithme de programmation dynamique polynomial dans le cas des arbres.

Quelle est sa complexité ?

### Exercice 2 :

Nom : **Ensemble Indépendant**

Instance : Un graphe fini  $G = (V, E)$  représenté sous forme de listes d'adjacence, un nombre entier non-négatif  $k$

Question : Le graphe admet-il un ensemble indépendant de taille  $k$  ?

Prouver un algorithme de programmation dynamique polynomial dans le cas des arbres.

Quelle est sa complexité ?

### Exercice 3 :

Nom : **Sac à dos**

Instance : Une liste d'objets  $X$ , une valeur  $v(x)$  pour tout  $x$  de  $X$ , un poids  $p(x)$  pour tout  $x$  de  $X$ , deux entiers non-négatifs  $V$  et  $P$ .

Question : existe-t-il un sous-ensemble  $X'$  de  $X$  tel que la somme des valeurs des éléments de  $X'$  est au moins  $V$  et la somme des poids des éléments de  $X'$  est au plus  $P$  ?

Prouver un algorithme de programmation dynamique.

Quelle est sa complexité ?