

Algorithmes et complexité (2022-2023)

Florian Bridoux, François Doré, Dorian Mazauric

Exercices inspirés de Monsieur Bond, Johny Bond

Travaux Dirigés 2

Exercice 1 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire qui contient exactement un 0 et qui n'est ni en première ni en dernière position.

Exemples de mots du langage : *11011111 ; 101111111 ; 11111101 ; 101*

Exercice 2 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire répété deux fois.

Exemples de mots du langage : *011011 ; 1111 ; 101011101011 ; 000111000111*

Même question avec une machine de Turing déterministe à un seul ruban.

Exercice 3 :

Nous considérons le problème du calcul de la longueur en binaire d'un mot sur l'alphabet $\{a,b\}$ donné en entrée.

- Décrire une machine de Turing à deux rubans qui effectue le calcul et évalue sa complexité.
- Même question avec un seul ruban.
- Comment améliorer la complexité de votre machine précédente (à un seul ruban) afin d'obtenir une complexité de $O(n \log n)$?
- En déduire une machine à deux rubans de complexité linéaire ?

Exercice 4 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots $\{0^k 1^k : k > 0\}$. Quelle est la complexité de votre machine ?

Premiers mots du langage : *01 ; 0011 ; 000111*

Exercice 5 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots (à une lettre *a*) dont la longueur est un carré parfait.

Premiers mots du langage : *a ; aaaa ; aaaaaaaaaa ; aaaaaaaaaaaaaaaaaa*

Exercice 6 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe qui fait l'addition de deux nombres binaires. Le nombre de rubans est trois. Vous pourrez également écrire une machine de Turing avec deux rubans et ensuite un ruban.

Exercice 7 :

Décrire de manière détaillée une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui trie les lettres d'un mot écrit sur l'alphabet $\{x,y\}$.

Exemple : si le mot est $xyxy$ alors le résultat sera $xyxy$

Même question avec l'alphabet $\{x,y,z\}$.