Автор: Шенк Евгений Станиславович

Урок 3.1 Введение в аналитическую геометрию

1. Задание

Даны два вектора в трехмерном пространстве: (10,10,10) и (0,0,-10)
Найдите их сумму. (на листочке)

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 = (10, 10, 10) + (0, 0, -10) = (10, 10, 0)$$

2. Задание

Почему прямые не кажутся перпендикулярными? (из ролика)
Ответ: так как различается масштаб осей x и y (x от -15 до 15, а y от -5 до 5 и при это шире x)
(в части задания выполненной на python данный дефект исправлен)

4. Задание

1) Пусть задана плоскость:
A*x + B*y + C*z + D = 0
Напишите уравнение плоскости, параллельной данной и проходящей через начало координат.
Ответ: A*x + B*y + C*z = 0

2) Пусть задана плоскость: $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
и прямая:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Как узнать, принадлежит прямая плоскости или нет?
Ответ:
Требуется подставить значения x1, y1, z1 и x2, y2, z2 в уравнение плоскости и если условия:
A * x1 + B * y1 + C * z1 + D = 0
A * x2 + B * y2 + C * z2 + D = 0
выполняются, то прямая принадлежит плоскости

Урок 3.2 Графики на плоскости

2. Задание

Докажите, что при ортогональном преобразовании сохраняется расстояние между точками.
Расстояние между точками:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

При ортогональном преобразовании подставляем вместо координат x и y :

$$X = (x - a)\cos\alpha + (y - b)\sin\alpha$$
$$Y = -(x - a)\sin\alpha + (y - b)\cos\alpha$$

Разбиваем на две части и убираем корень для удобства записи:

$$(X_B - X_A)^2 =$$
$$((x_B - a)\cos\alpha + (y_B - b)\sin\alpha - (x_A - a)\cos\alpha - (y_A - b)\sin\alpha)^2 = ((x_B - x_A)\cos\alpha + (y_B - y_A)\sin\alpha)^2$$
$$= (x_B - x_A)^2\cos^2\alpha + (y_B - y_A)^2\sin^2\alpha + 2\cdot(x_B - x_A)\cos\alpha\cdot(y_B - y_A)\sin\alpha)$$

$$(Y_B - Y_A)^2 =$$
$$(-(x_B - a)\sin\alpha + (y_B - b)\cos\alpha + (x_A - a)\sin\alpha - (y_A - b)\cos\alpha)^2$$
$$= (-(x_B - x_A)\sin\alpha + (y_B - y_A)\cos\alpha)^2$$
$$= (x_B - x_A)^2\sin^2\alpha + (y_B - y_A)^2\cos^2\alpha - 2\cdot(x_B - x_A)\sin\alpha\cdot(y_B - y_A)\cos\alpha)$$

Подставляем в $(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 =$

$$(x_B - x_A)^2\cos^2\alpha + (y_B - y_A)^2\sin^2\alpha + \cancel{2\cdot(x_B - x_A)\cos\alpha\cdot(y_B - y_A)\sin\alpha}$$

$$+ (x_B - x_A)^2\sin^2\alpha + (y_B - y_A)^2\cos^2\alpha - \cancel{2\cdot(x_B - x_A)\sin\alpha\cdot(y_B - y_A)\cos\alpha} =$$

$$= (x_B - x_A)^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + (y_B - y_A)^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

Следовательно:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$