Aufgabe 3.1

Gegeben sei die folgende Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskrete Zufallsgröße X:

i	1	2	3	4	5
x_i	-2	0	1	4	10
p_i	$\frac{1}{16}$	p_2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $p_2 = P(X = x_2)$.

(b) Geben Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ *der diskreten Zufallsgröße* X *an.*

(c) Berechnen Sie $P(-5 \leq X \leq 1), P(X > 15)$ *und* $P(1 < X \leq 8)$.

a)p2= 1-1/16-4/16-4/16-1/16= 1-10/16 = 6/16 = 3/8

b)F(x)={

0 falls x< -2
1/16 falls -2<= x<0
7/16 falls 0<= x<1
11/16 falls 1<=x<4
15/16 falls 4<=x<10
1 falls x>10

}

c)
P(-5<=X<=1) = 11/16
P(x>15) = 0
P(1<X<=8) = 1/4

Aufgabe 3.2 *Bei einer Wiederholungsklausur zu einer Mathematikwiederholungsprüfung erreichten 16 Studierende die folgenden Noten (ganzzahlig):*

3, 4, 2, 1, 2, 4, 5, 5, 2, 1, 4, 5, 3, 3, 2, 4.

(a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_W(X)$ der Zufallsgrösse W Wiederholungsklausurnoten.

(b) Berechnen Sie den Median und den Erwartungswert von W.

(c) Berechnen Sie die Varianz von W.

a)

1	2	3	4	5
2	4	3	4	3
2/16	4/16	3/16	4/16	3/16

f(x) = {

0 für x<1

2/16	für	1<=x<2
6/16	für	2<=x<3
9/16	für	3<=x<4
13/16	für	4<=x<5
1	für	5<=x

}

b)

1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5}

Median: $0{,}5(x_{n/2}+x_{n/2+1})$ = ½(3+3) = 3

erwartungswert:

E(x) = 1*(2/16)+2*(4/16)+3*(3/16)+4*(4/16)+5*(3/16)= 3,125

c)

Varianz:

= 1²*2/16 + 2²*4/16 +3²*3/16 +4²*4/16 +5²*3/16 – 3,125²

= (184/16)-3,125²

= 11,5-9,765625= 1,734375

Aufgabe 3.3 *Sei $f : \mathbb{R} \to [0,1]$ gegeben mit*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1/x^2, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

gegeben:

(a) *Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ Dichtefunktion einer Zufallsgröße X ist.*

(b) *Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.*

(c) *Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X < \frac{1}{2})$ und $P(X > \frac{3}{2})$.*

a)

b)

c)

Aufgabe 3.4 *Die Funktionsdauer (in Zeiteinheiten) einer Baugruppe eines Computers kann als stetige Zufallsgröße T aufgefasst werden, die folgende Dichtefunktion mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$ besitzt:*

$$f_T(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ a(x+1)e^{-x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) *Bestimmen Sie den Parameter $a \in \mathbb{R}$, so dass f_T Dichtefunktion von T ist.*

(b) *Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_T(t)$ der Zufallsgröße T.*

(c) *Bestimmen Sie $P(T \geq \ln 2)$.*

a)

Aufgabe 3.5 *Ein Computernetz besteht aus 10 unabhängig voneinander arbeitenden Computern. Jeder dieser 10 Computer fällt in der Zeit T mit der Wahrscheinlichkeit 0,05 aus. Mit Hilfe der Ungleichung von Tschebyschew soll die Wahrscheinlichkeit dafür abgeschätzt werden, dass der absolute Betrag der Differenz zwischen der Zahl der ausgefallenen Computer und dem Erwartungswert dieser Zufallsvariablen größer als 2 ist.*