

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Übungsblatt 1 (für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. Till Mossakowski
im Wintersemester 2020/2021

1.1. Welche der folgenden Behauptungen über die leere Menge sind wahr, welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) $\emptyset \subseteq \emptyset$
- b) $\emptyset \in \emptyset$
- c) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- d) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- e) $\emptyset \subseteq 2^\emptyset$
- f) $\emptyset \in 2^\emptyset$

1.2. Welche der folgenden Behauptungen über Mengen sind wahr, welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{a, b\}\}$
- b) $\{a, b\} \in \{a, b, \{a, b\}\}$
- c) $\{a, b\} \subseteq 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$
- d) $\{\{a, b\}\} \subseteq 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$
- e) $\{\{a, b\}\} \in 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$
- f) $\{a, \{a, b\}\} \subseteq 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$

1.3. Welche der folgenden Behauptungen über Mengen sind wahr, welche falsch? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- a) $\forall M_1, M_2 : (M_1 \cup M_2) = (M_2 \cup M_1)$
- b) $\forall M_1, M_2 : (M_1 - M_2) = (M_2 - M_1)$
- c) $\forall M_1, M_2, M_3 : (M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3)$
- d) $\forall M_1, M_2, M_3 : (M_1 - M_2) - M_3 = M_1 - (M_2 - M_3)$

1.4. Listen Sie jeweils alle Elemente der folgenden Mengen auf.

- a) $M_1 = \{5x \mid x \in \mathbb{N}_0, x \leq 4\}$
- b) $M_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x^3 \leq 100\}$
- c) $M_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N} : x = 6y \wedge 1 \leq x \leq 50\}$
- d) $M_4 = \{x \in \mathbb{N} \mid \forall y \in \mathbb{N} : x = 6y \wedge 1 \leq x \leq 50\}$

1.5. Geben Sie für die folgenden Mengen einen mathematischen Ausdruck an, der keine natürlichsprachlichen Wörter enthält.

- a) Die Menge aller geraden natürlichen Zahlen.
- b) Die Menge aller Mengen über $\{a, b, c, d\}$, die ein a enthalten.

1.6. Es folgt eine Aufgabe, bei der die Art der Aufgabenstellung „invers“ zu der in obiger Aufgabe 5 ist.

Beschreiben Sie in natürlicher Sprache, welche Elemente in den folgenden Mengen bezüglich des Universums $U = \{a, b, c, d\}$ enthalten sind.

- a) $M_1 = \{X \subseteq U \mid \exists Y \subseteq U : X \cup Y = \{a, b\}\}$
- b) $M_2 = \{X \subseteq U \mid \exists Y \subseteq U : X \cap Y = \{a, b\}\}$