MATHIEU Thomas
GARCIA Jérémy

Couplage maximum

TP Math – Optimisation
Couplage maximum

I. Contexte du projet

De manière générale, l'objectif de ce problème est de trouver un nouveau graphe ou l'on ne regarde que les arrêtes non adjacentes deux à deux.

On peut donc utiliser un graphe A, ou l'on va noté l'adjacence entre les nœuds grâce aux arc entrant et sortant.

II. Contraintes et application

A- Variable :

X est un vecteur de taille N, défini préalablement en constante du problème. Chaque valeur du vecteur est :

0 si l'arc n'est pas prit,
1 si l'arc est prit.

B- Constante

On note A, la matrice représentant le graphe Matrice d'adjacence d'arcs.
Ex : Tableau A, i,j

	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	0	0
3	0	0	0	1
4	0	1	1	0

A(i,j) est une constante du problème, où i et j sont le numéro de leurs nœuds :

- 0 si deux nœud n'ont pas d'arc entre eux,
- 1 si deux nœud on un arc entre eux.

On note donc X(i,j) la variables des nouveaux arcs, qui vont représenter l'ensemble des arcs.

C- Fonction objective

La fonction objective est donc de maximiser la somme de 1 contenu dans la matrice diviser par deux pour éviter d'avoir des doublons :

$$Z = \max \Sigma(i = 0 : N) \ * \Sigma(j = 0 : N) * X(i,j) / 2$$
$$\Sigma(i = 0 : N)\ X(i,j) \leq 1 \qquad j = 1, \ldots , N$$
$$\Sigma(j = 0 : N)\ X(i,j) \leq 1 \qquad j = 1, \ldots , N$$

D- Contraintes

1er contrainte :

Il faut que le nouveau graphe X, ait les même adjacences que le graphe initial A.

2eme contrainte :

Les arrêtes du graphe X ne doivent pas être adjacentes (on le vérifiera grâce à A).

3eme contrainte :

Les arrêtes du nouveau graphes doivent être inférieur ou égales aux graphe initial.

Ex :

X(i,j)	**A(i,j)**	**Acceptable**
1	0	X
1	1	O
0	0	O
0	1	O

$$X(i,j) \leq A(i,j)$$