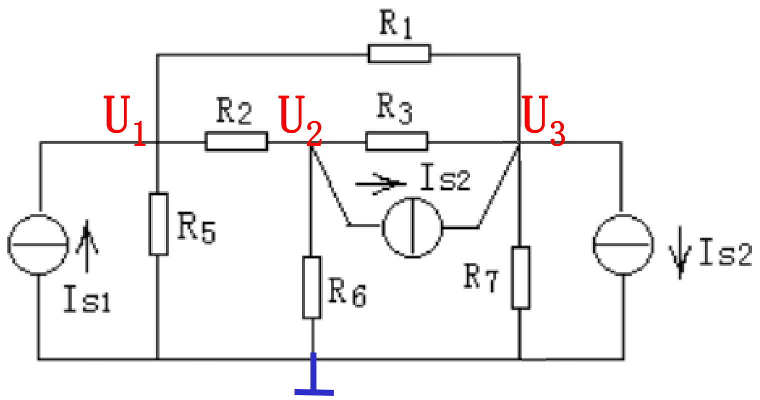
写出下图的结点电压法方程。



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}\right)U_1-\left(\frac{1}{R_2}\right)U_2-\left(\frac{1}{R_1}\right)U_3=I_{S1}$$

$$-\left(\frac{1}{R_2}\right)U_1+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}\right)U_2-\left(\frac{1}{R_3}\right)U_3=-I_{S2}$$

$$-\left(\frac{1}{R_1}\right)U_1-\left(\frac{1}{R_3}\right)U_2+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_7}\right)U_3=I_{S2}-I_{S3}$$

第3章 电路的暂态分析

3.1 电阻元件、电感元件、电容元件

3.2 换路定则与电压和电流初始值的确定

3.3 *RC*电路的响应

3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

3.5 *RL*电路的响应

电路暂态分析的内容

(1) 暂态过程中电压、电流随时间变化的规律。

(2) 影响暂态过程快慢的电路的时间常数。

研究暂态过程的实际意义

1. 利用电路暂态过程产生特定波形的电信号

如锯齿波、三角波、尖脉冲等，应用于电子电路。

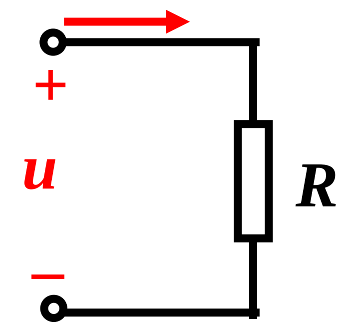
2. 控制、预防可能产生的危害

暂态过程开始的瞬间可能产生过电压、过电流使电气设备或元件损坏。

直流电路、交流电路都存在暂态过程, 我们讲课的重点是直流电路的暂态过程。

3.1 电阻元件、电感元件与电容元件

一、 电阻元件



描述消耗电能的性质

线性电阻

根据欧姆定律: $u = iR$

即电阻元件上的电压与通过的电流成线性关系

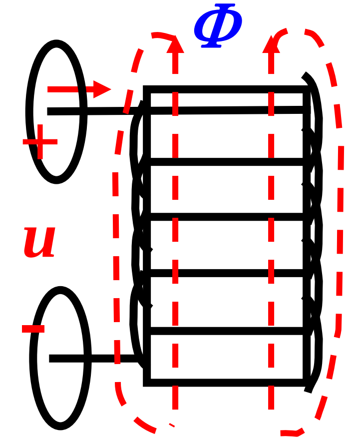
金属导体的电阻与导体的尺寸及导体材料的导电性能有关，表达式为: $R = \rho \dfrac{l}{S}$

电阻的能量 $W = \int_0^t ui\mathrm{d}t = \int_0^t Ri^2\mathrm{d}t \geq 0$

表明电能全部消耗在电阻上，转换为热能散发。

二、 电感元件

描述线圈通有电流时产生磁场、储存磁场能量的性质。



1. 物理意义

电流通过一匝线圈产生 → (磁通)

电流通过N匝线圈产生 → $\psi = N\Phi$(磁链)

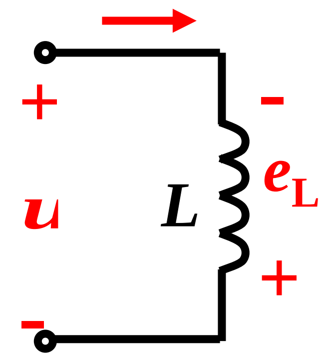
电感: $L = \dfrac{\psi}{i} = \dfrac{N\Phi}{i}$ (H、mH)

线性电感: L为常数; 非线性电感: L不为常数

线圈的电感与线圈的尺寸、匝数以及附近的介质的导磁性能等有关。

$$L = \frac{\mu S N^2}{l}$$

$$L=\frac{\mu S N^2}{l}\,(\mathrm{H})$$



S — 线圈横截面积（m^2）

l —线圈长度（m）

N —线圈匝数

μ—介质的磁导率（H/m）

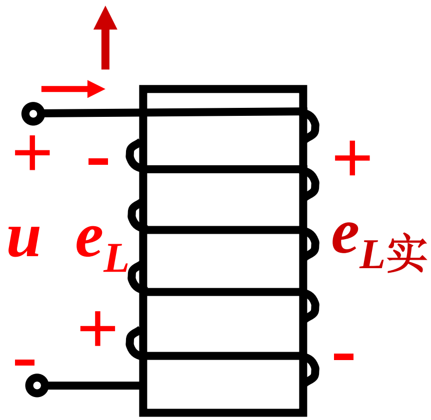
自感电动势：$e_L=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

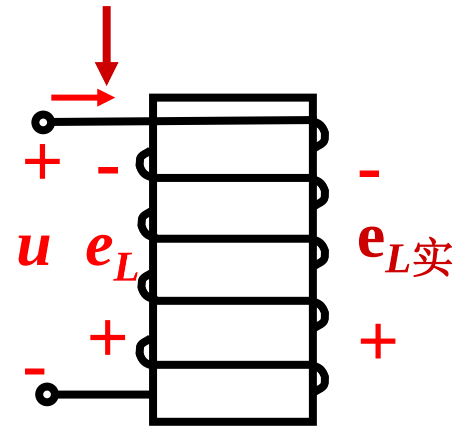
2. 自感电动势方向的判定

(1) 自感电动势的参考方向

规定:自感电动势的参考方向与电流参考方向相同,
或与磁通的参考方向符合右手螺旋定则。

(2) 自感电动势瞬时极性的判别





$$i\uparrow \longrightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} > 0$$

$$e_L = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} < 0$$

e_L与参考方向相反

$$i\downarrow \longrightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} < 0$$

$$e_L = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} > 0$$

e_L与参考方向相同

e_L具有阻碍电流变化的性质

根据基尔霍夫定律可得：$u = -e_{\mathrm{L}} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ ★

3. 电感元件的储能

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$ ★

将上式两边同乘上 i ，并积分，则得：

$$\int_0^t ui\,\mathrm{d}t = \int_0^i Li\,\mathrm{d}i = \frac{1}{2}Li^2$$

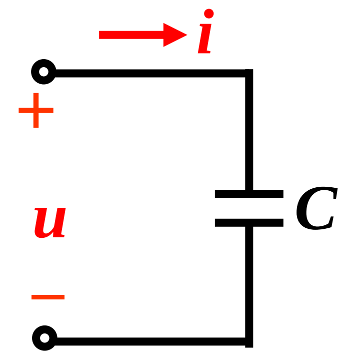
磁场能

$$W = \frac{1}{2}Li^2$$

即电感将电能转换为磁场能储存在线圈中，当电流增大时，磁场能增大，电感元件从电源取用电能；当电流减小时，磁场能减小，电感元件向电源放还能量。

三、电容元件

描述电容两端加电源后，其两个极板上分别聚集起等量异号的电荷，在介质中建立起电场，并储存电场能量的性质。



电容元件

1. 物理意义

电容：$C = \dfrac{q}{u}$ (F)

电容器的电容与极板尺寸及其间介质的介电常数等有关。

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}\ \text{(F)}$$

S — 极板面积（m^2）
d —板间距离（m）
ε—介电常数（F/m）

当电压u变化时，在电路中产生电流：$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ ★

2. 电容元件的储能

根据：$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ ★

将上式两边同乘上 u，并积分，则得：

$$\int_0^t ui\,\mathrm{d}t = \int_0^u Cu\mathrm{d}u = \frac{1}{2}Cu^2$$

电场能

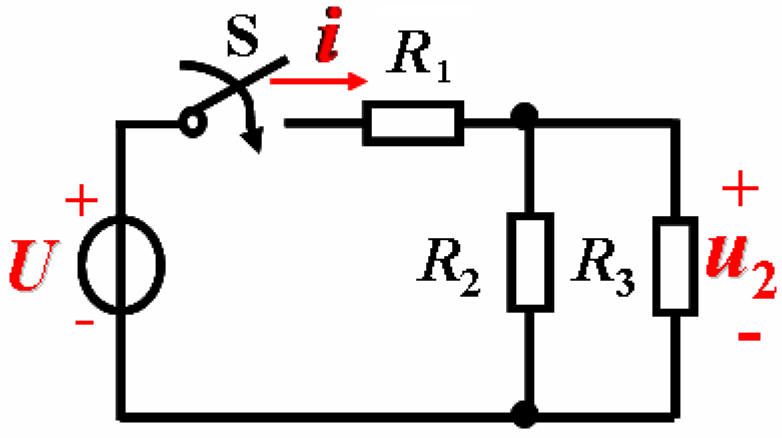
$$W = \frac{1}{2}Cu^2$$

即电容将电能转换为电场能储存在电容中，当电压增大时，电场能增大，电容元件从电源取用电能；当电压减小时，电场能减小，电容元件向电源放还能量。

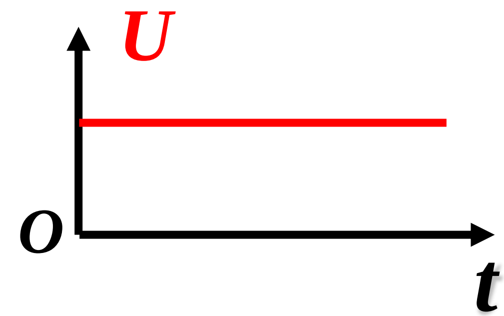
★ 3.2 换路定则与电压和电流初始值的确定

一、 电路中产生暂态过程的原因

例：



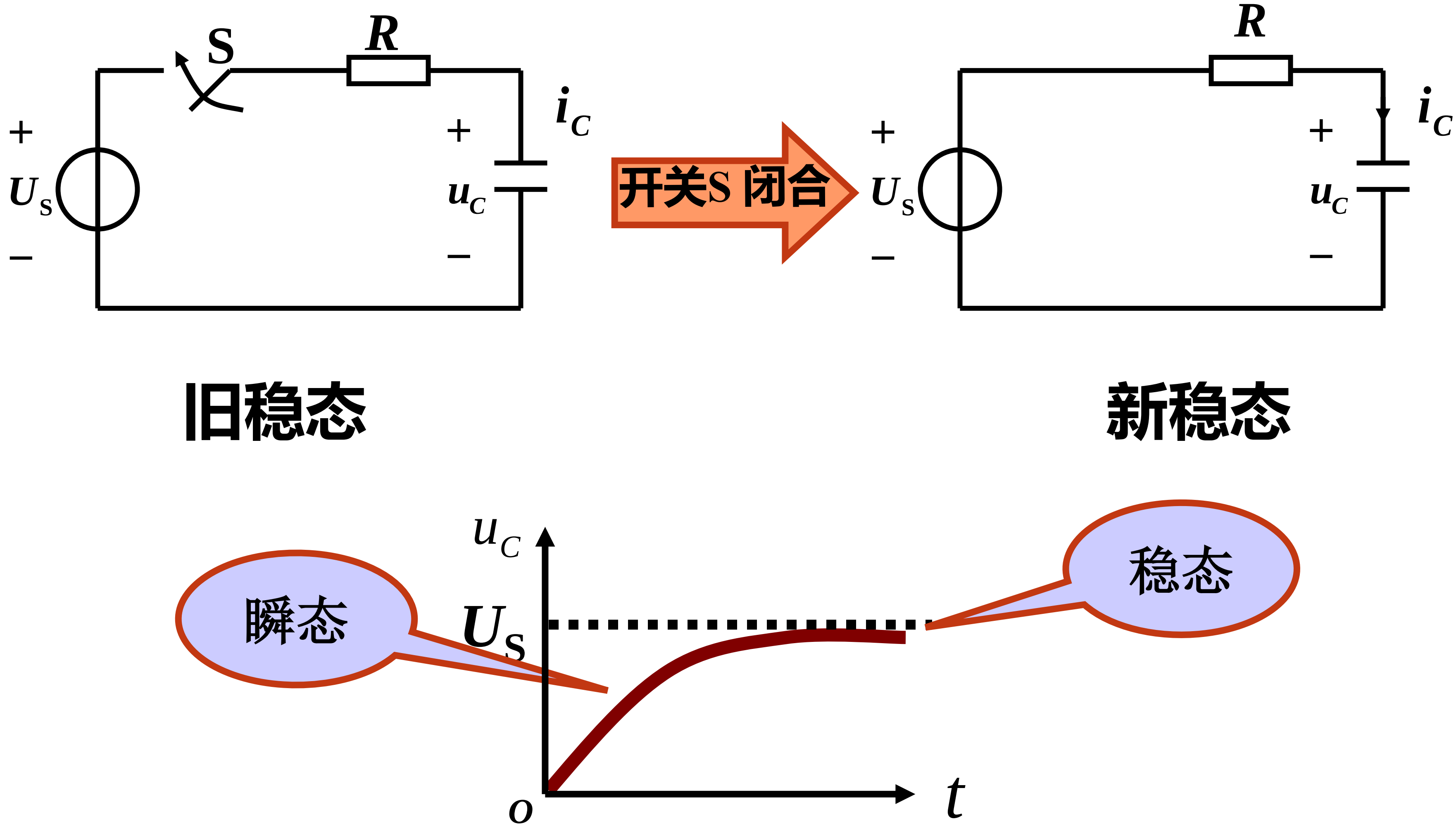
(a)



S闭合前： $i=0 \quad u_{R1}=u_{R2}=u_{R3}=0$

S闭合后： 电流 i 随电压 u 比例变化。

所以电阻电路不存在暂态过程 (R是耗能元件)。


S
R
i_C
+
U_S
−
+
u_C
−
开关S 闭合
R
i_C
+
U_S
−
+
u_C
−
旧稳态
新稳态
u_C
U_S
瞬态
稳态
o
t

产生暂态过程的必要条件：

1. 电路中含有储能元件 (内因)

2. 电路发生换路 (外因)

换路： 电路状态的改变。如：电路接通、切断、 短路、电压改变或参数改变

产生暂态过程的原因：

由于物体所具有的能量不能跃变而造成

在换路瞬间储能元件的能量也不能跃变

$\because$ **C** 储能： $W_C = \dfrac{1}{2}Cu_C^2$ $\therefore$ u_C 不能突变

$\because$ **L**储能： $W_L = \dfrac{1}{2}Li_L^2$ $\therefore$ i_L 不能突变

若 u_C 发生突变，

则 $i_C = C\dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow \infty$

一般电路不可能！

二、换路定则 ★★

设：t=0 — 表示换路瞬间 (定为计时起点)

$t=0_-$ — 表示换路前的终了瞬间

$t=0_+$ — 表示换路后的初始瞬间（初始值）

电感电路：$i_L(0+)=i_L(0-)$

电容电路：$u_C(0+)=u_C(0-)$

注：换路定则仅用于换路瞬间来确定暂态过程中 u_C、i_L的初始值。

$$i_L(0+) = i_L(0-) \qquad u_C(0+) = u_C(0-)$$

三、 初始值的确定

初始值：电路中各 u、i 在 $t=0_+$ 时的数值。

求解要点：

1. $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$ 的求法：

1) 先由 $t=0\_$ 的电路求出 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$；

2) 根据换路定则求出 $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$。

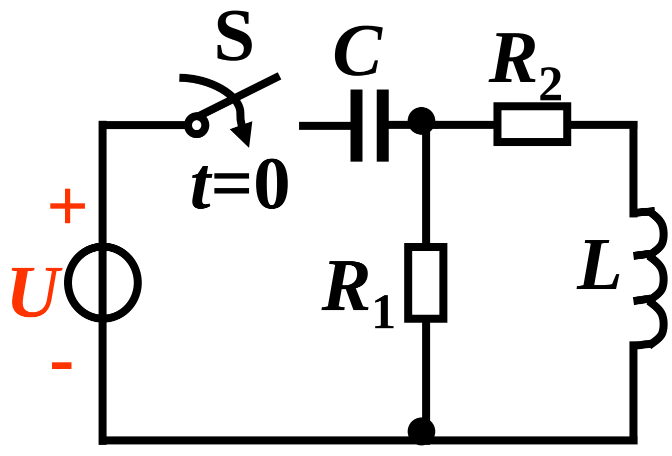
2. 其它电量初始值的求法：

1) 由 $t=0_+$ 的电路求其它电量的初始值；

2) 在 $t=0_+$ 时的电压方程中 $u_C=u_C(0_+)$、

$t=0_+$ 时的电流方程中 $i_L=i_L(0_+)$。

例1：暂态过程初始值的确定



(a)

已知：换路前电路处稳态，C、L 均未储能。试求：电路中各电压和电流的初始值。

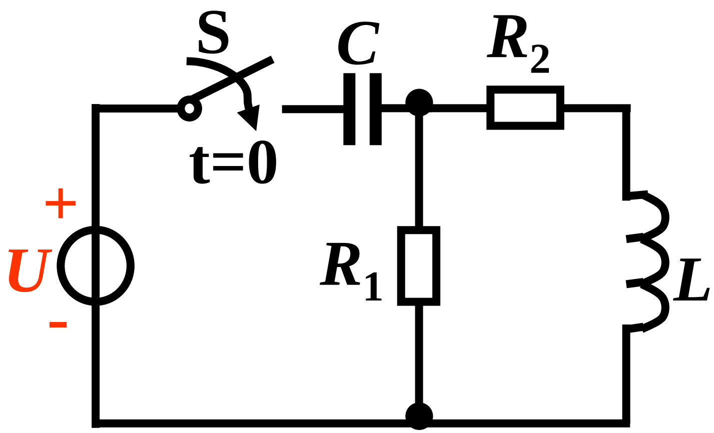
解：(1)由换路前电路求 $u_C(0_-)$, $i_L(0_-)$

由已知条件知 $u_C(0-)=0$ $i_L(0-)=0$

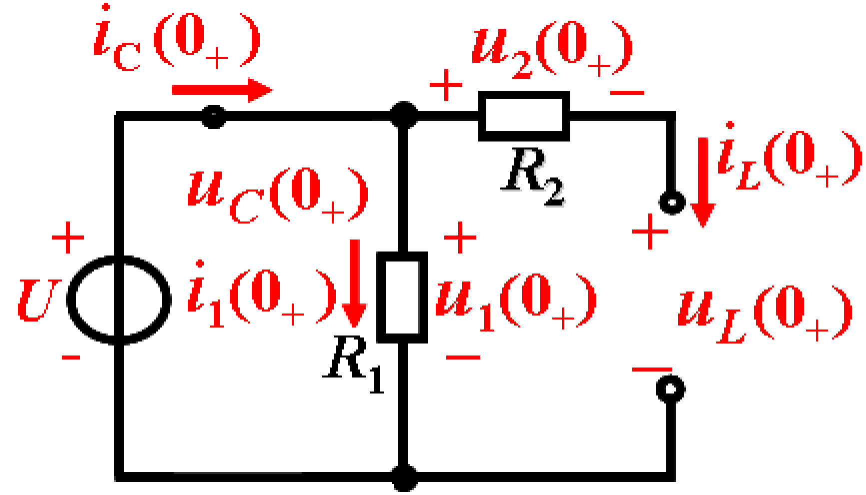
根据换路定则得：

$u_C(0+)=u_C(0-)=0$ $i_L(0+)=i_L(0-)=0$

(2) 由t=0_+电路，求其余各电流、电压的初始值



(a) 电路



(b) t = 0+等效电路

$u_C(0-)=0$ ，换路瞬间，电容元件可视为短路。

$i_L(0-)=0$ ，换路瞬间，电感元件可视为开路。

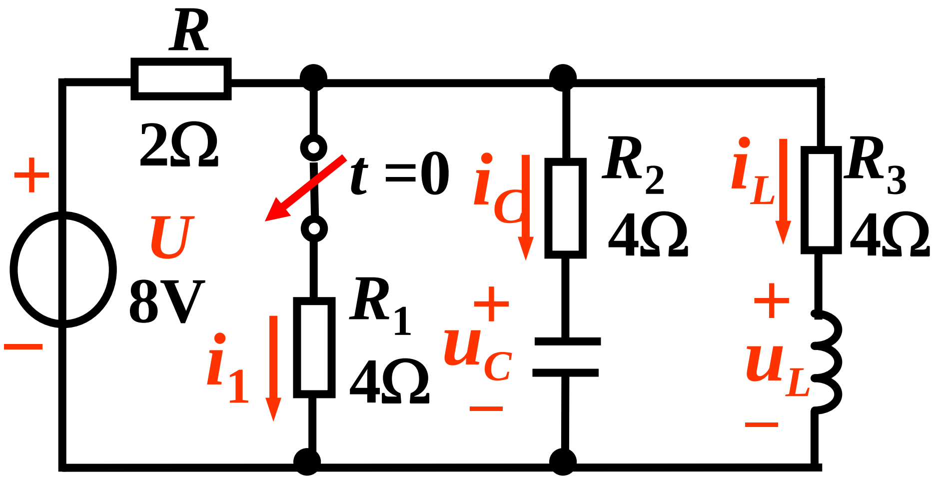
$$i_C(0_+) = i_1(0_+) = \frac{U}{R_1} \qquad (i_C(0_-) = 0)$$

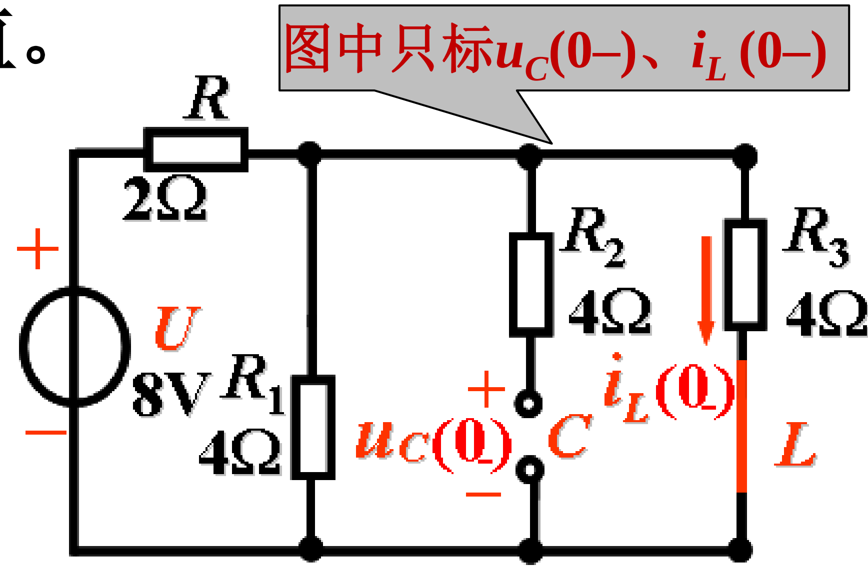
$$u_L(0_+) = u_1(0_+) = U \qquad (u_L(0_-) = 0)$$

$$u_2(0_+) = 0$$

i_C 、u_L 产生突变

例2： 换路前电路处于稳态。试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





$t = 0_$等效电路

解：(1) 由$t = 0_$电路求 $u_C(0\_)$、$i_L(0\_)$

换路前电路已处于稳态：电容元件视为开路；电感元件视为短路。

由$t = 0_$电路求得：

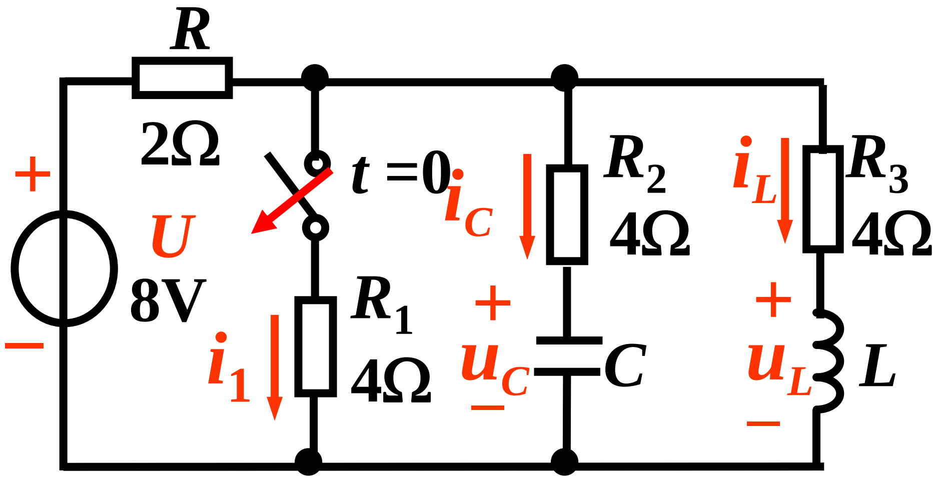
$$i_L(0\_) = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \times \frac{U}{R + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = 1\,\text{A}$$

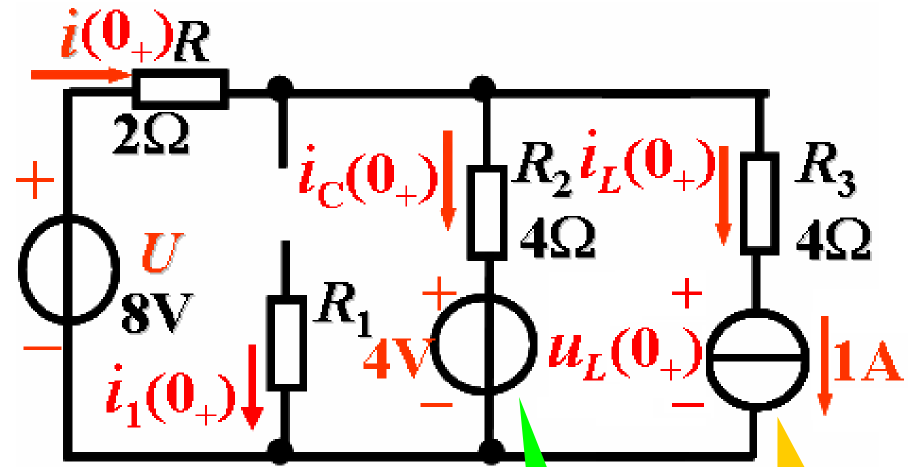
$$u_C(0\_) = R_3 i_L(0\_) = 4 \times 1 = 4\ \text{V}$$

由换路定则：

$$i_L(0_+) = i_L(0\_) = 1\ \text{A}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0\_) = 4\ \text{V}$$





$t=0+$时等效电路

解：(2) 由$t=0_+$电路求 $i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$等

由图可列出 $U = Ri(0_+) + R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+)$　　$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+)$

带入数据 $8 = 2i(0_+) + 4i_C(0_+) + 4$　　$i(0_+) = i_C(0_+) + 1$

解得 $i_C(0_+) = \frac{1}{3}\mathrm{A}$　　$u_L(0_+) = R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+) - R_3 i_L(0_+) = 1\frac{1}{3}(V)$

电量	u_C	i_L	i_C	u_L
$t=0_+$	4	1	1/3	4/3
$t=0_-$	4	1	0	0

换路瞬间，u_C和i_L不能跃变，但i_C和u_L可以跃变。

结论

1. 换路瞬间，u_C、i_L 不能跃变, 但其它电量均可以跃变。
2. 换路前, 若储能元件没有储能, 换路瞬间(t=0$_+$的等效电路中)，可视电容元件短路，电感元件开路。
3. 换路前，若u_C(0-)≠0，换路瞬间 (t=0$_+$等效电路中), 电容元件可用一理想电压源替代, 其电压为$u_c(0_+)$;
   换路前，若i_L(0-)≠0，在t=0$_+$等效电路中，电感元件可用一理想电流源替代，其电流为$i_L(0_+)$。

3.3 RC电路的响应

一阶电路暂态过程的求解方法

一阶电路

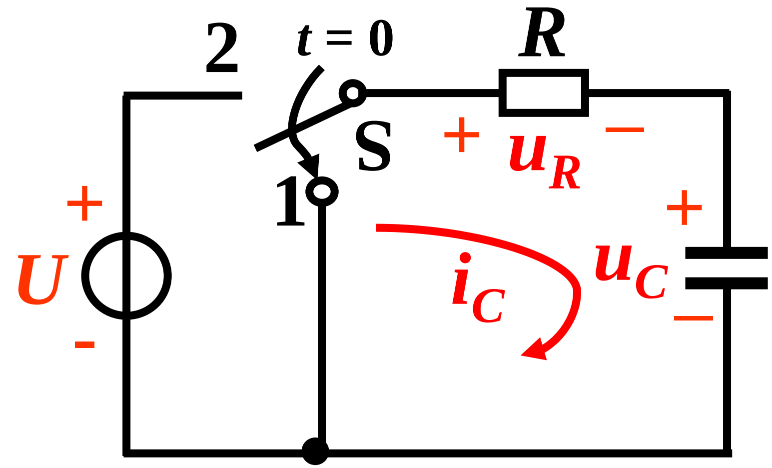
仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶微分方程描述，称为一阶线性电路。

求解方法

1. **经典法:** 根据激励(电源电压或电流)，通过求解电路的微分方程得出电路的响应(电压和电流)。

2. 三要素法　求 { 初始值、稳态值、时间常数 }　（三要素）

一、 *RC*电路的零输入响应



零输入响应：无电源激励，输入信号为零，仅由电容元件的初始储能所产生的电路的响应。

实质：*RC*电路的放电过程

换路前电路已处于稳态 $u_C(0_-)=U$

t =0时开关S→1，电容C经电阻R放电

1. 电容电压 u_C的变化规律($t \geq 0$)

(1) 列 KVL方程 $u_R+u_C=0$ $\qquad u_R=i_cR \qquad i_C=C\dfrac{du_C}{dt}$

代入KVL方程，得 $RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=0$

一阶线性常系数齐次微分方程

通解 $u_C=Ae^{pt}$

特征方程 $RCP+1=0 \qquad \therefore P=-\dfrac{1}{RC}$

齐次微分方程的通解：$u_C = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

由初始值确定积分常数 *A*

根据换路定则，$t=(0_+)$时，$u_C(0_+)=U$ ，可得 ***A=U***

(3) 电容电压 u_C 的变化规律

$$u_C = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} = u_C(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geq 0$$

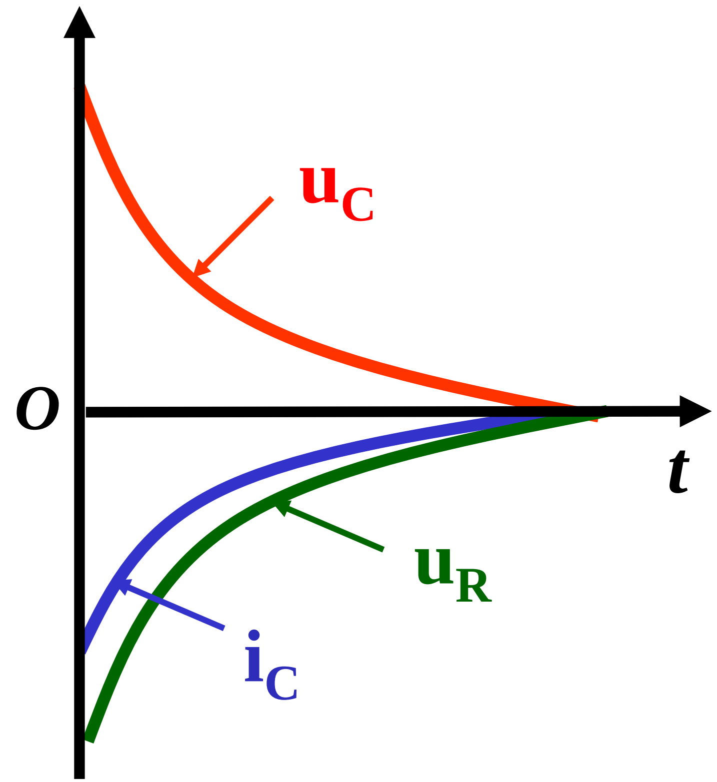
电容电压 u_C 从初始值按指数规律衰减，
衰减的快慢由*RC* 决定。

2. 电流及电阻电压的变化规律

电容电压 $u_C = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$

放电电流 $i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$

电阻电压 $u_R = i_C R = -U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$



3. u_C、i_C、u_R 变化曲线

4. 时间常数 $\tau = RC$ 单位: s

(1) 量纲 $\Omega\dfrac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{V}} = \mathrm{s}$ 时间常数 τ 决定电路暂态过程的快慢

(2) 物理意义 当 $t=\tau$ 时 $u_C(\tau) = U\mathrm{e}^{-1} = 36.8\%U$

时间常数 τ 等于电压 u_C 衰减到初始值 U 的 36.8%

所需的时间。

(3) 暂态时间

理论上认为$t\rightarrow\infty$ 、$u_C\rightarrow 0$ 电路达稳态。

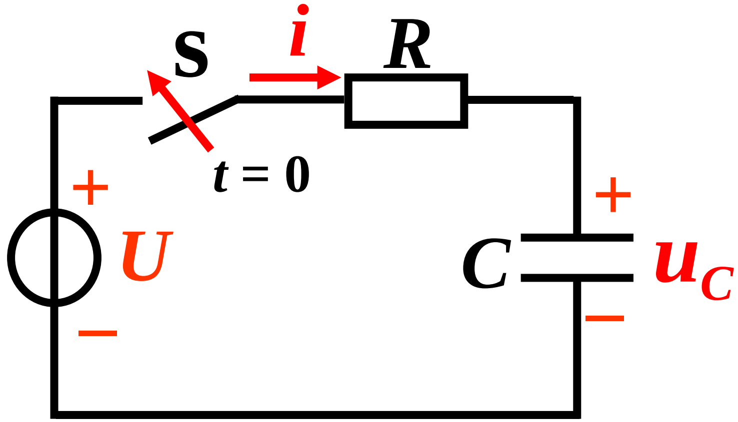
工程上认为$t=(3\sim5)\tau$ 、$u_C\rightarrow 0$ 电容放电基本结束。

$e^{-\frac{t}{\tau}}$ 随时间而衰减

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
$e^{-t/\tau}$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}
u_C	$0.368U$	$0.135U$	$0.050U$	$0.018U$	$0.007U$	$0.002U$

当 $t=5\tau$时，过渡过程基本结束，u_C 达到稳态值。

二、*RC*电路的零状态响应



$u_C(0_-) = 0$

零状态响应：储能元件的初始能量为零，仅由电源激励所产生的电路的响应。

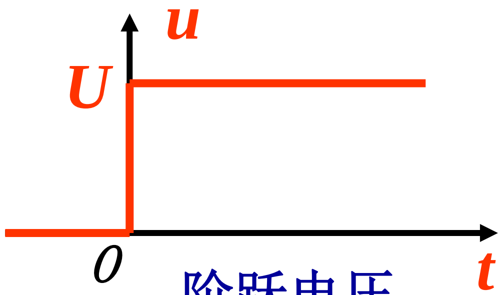
实质：*RC*电路的充电过程

分析：在$t = 0$时，合上开关s，此时，电路实为输入一个阶跃电压u，如图。

与恒定电压不同。

电压u表达式

$$u = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U & t \geq 0 \end{cases}$$



阶跃电压

1. u_C的变化规律

(1) 列 KVL方程 $u_R + u_C = U$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U$$

一阶线性常系数非齐次微分方程

(2) 解方程　方程的通解 =方程的特解 + 对应齐次方程的通解

即　$u_C(t)=u'_C+u''_C$

求特解 u'_C（方法一） 设：$u'_C=K$ 代入方程，$U=RC\dfrac{dK}{dt}+K$

解得：$K=U$　即：$u'_C=U$

或求特解 u'_C（方法二） $u'_C(t)=u_C(\infty)=U$

方程的通解：$u_C=u'_C+u''_C=U+Ae^{-\frac{t}{RC}}=U+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

求对应齐次微分方程的通解 u''_C

通解即：$RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=0$　的解　$u''_C=Ae^{pt}=Ae^{-\frac{t}{RC}}$　（令$\tau=RC$）

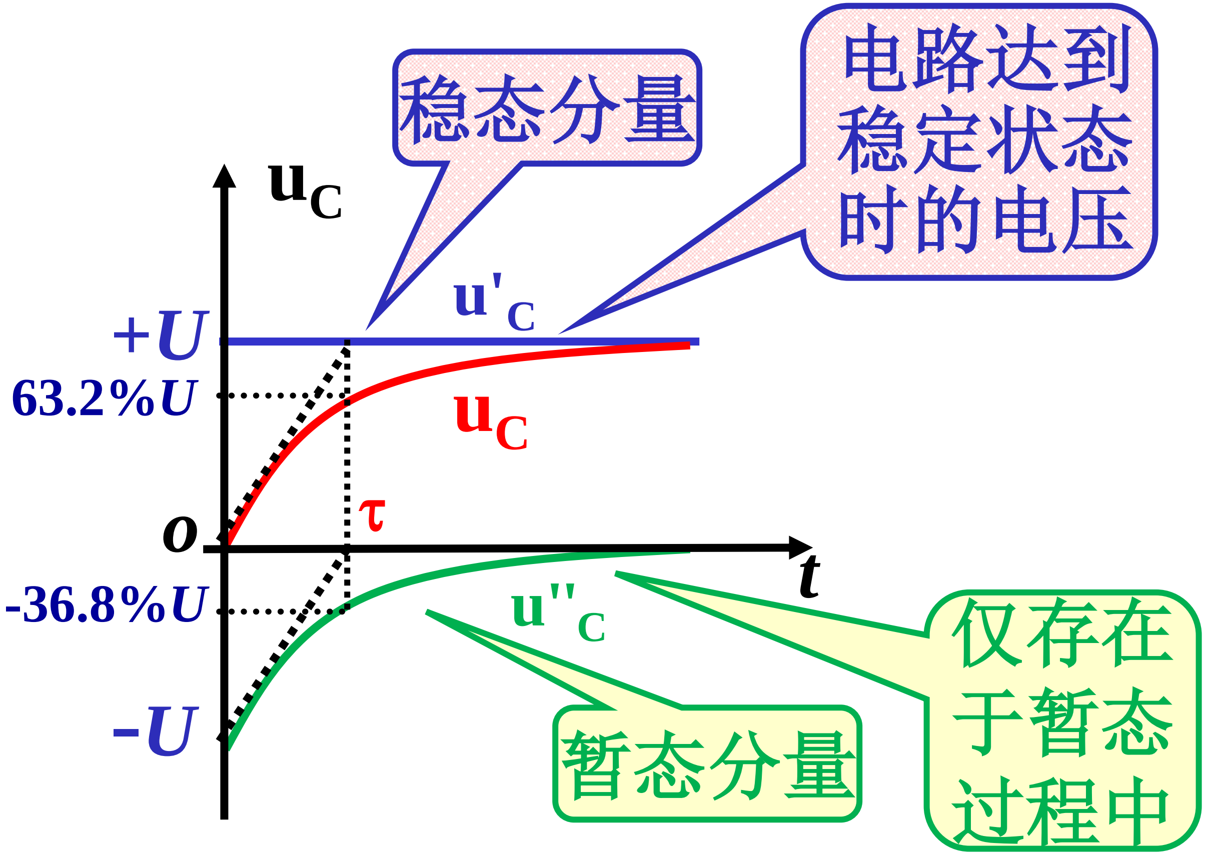
非齐次微分方程的通解为 $u_C=u'_C+u''_C=U+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

确定积分常数*A*

根据换路定则在 $t=0_+$时，　$u_C(0_+)=0$　　则 $A=-U$

(3) 电容电压 u_C 的变化规律

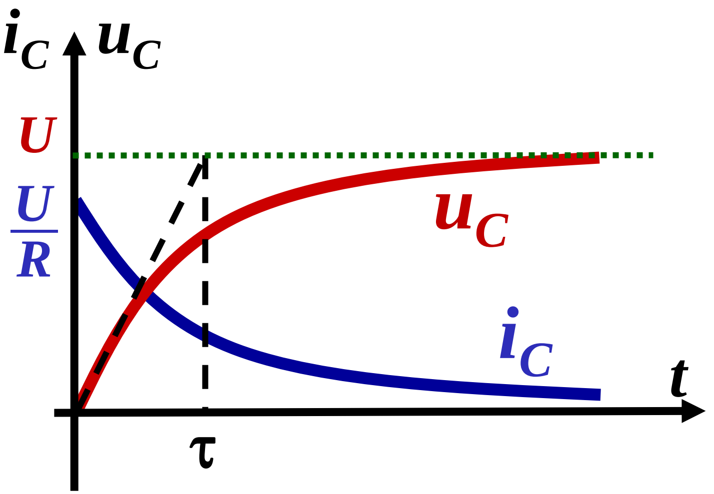
$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{RC}} = U - U e^{-\frac{t}{\tau}}$$



2. 电流 i_C 的变化规律

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

3. u_C、i_C变化曲线



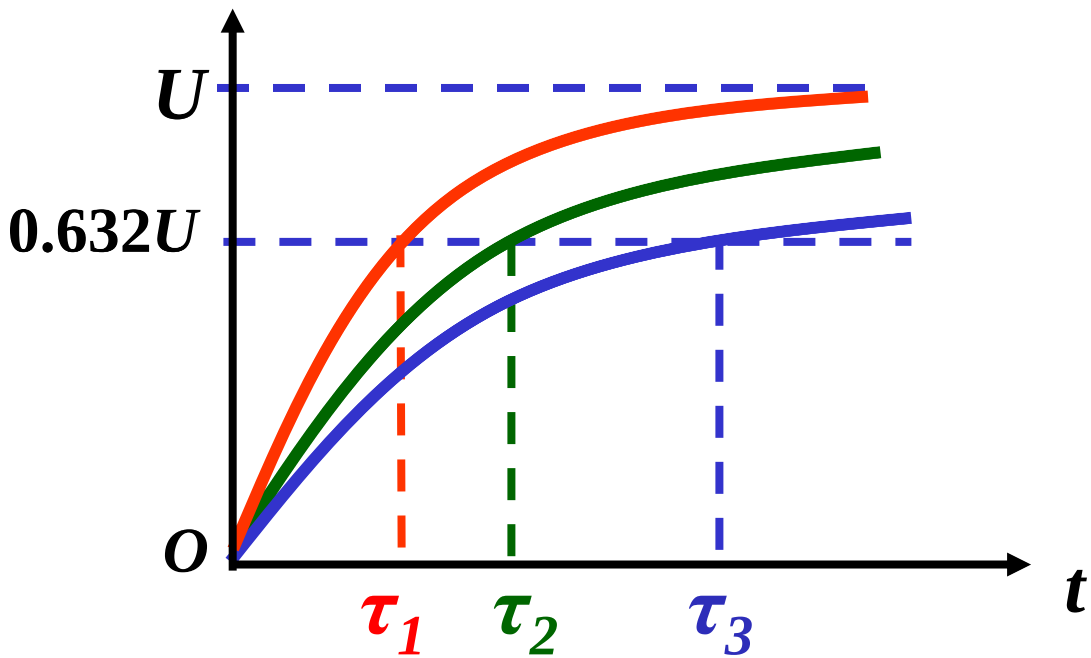
4. 时间常数 τ 的物理意义

当$t=\tau$ 时$u_C(\tau\ )=U(1-e^{-1})=63.2\%U$

τ 表示电容电压 u_C 从初始值上升到 稳态值的63.2%所需的时间。

思考：为什么在 $t = 0$时电流最大?

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
$e^{-t/\tau}$	1	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}
u_C	0	$0.632U$	$0.865U$	$0.950U$	$0.982U$	$0.993U$	$0.998U$

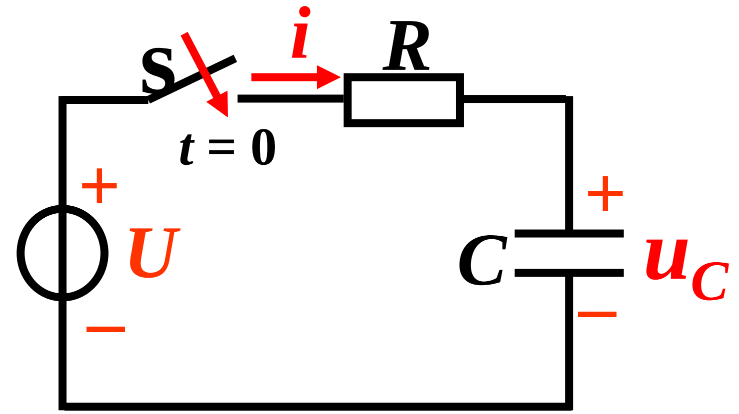


结论：

τ 越大，曲线变化越慢，u_C 达到稳态时间越长。

当 $t = 5\tau$ 时，暂态过程基本结束，u_C 达到稳态值。

三、 *RC*电路的全响应



$u_C(0-) = U_0$

全响应：电源激励、储能元件的初始能量均不为零时，电路中的响应。

1. u_C 的变化规律

根据叠加定理　全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} + U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (t \geq 0)$$

结论1：全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

零输入响应　　　　零状态响应

全响应

$$u_C = \underline{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}} + \underline{U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)} \quad (t \geq 0)$$

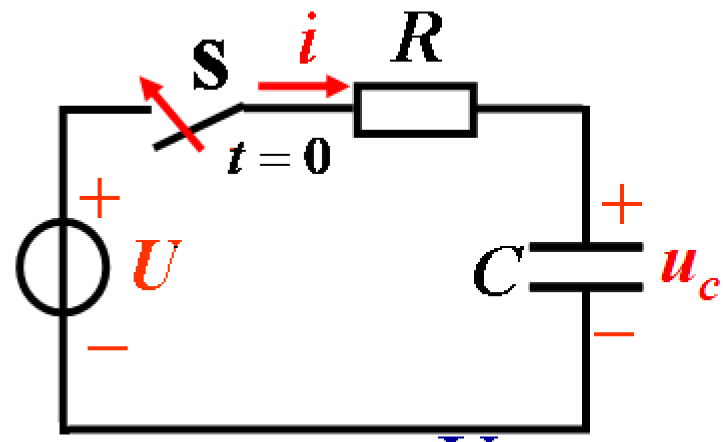
$$= \underline{U} + \underline{(U_0 - U) e^{-\frac{t}{RC}}} \quad (t \geq 0)$$

稳态值　稳态分量　初始值　暂态分量

结论2：全响应 = 稳态分量 +暂态分量

★★3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

一阶线性电路：仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶微分方程描述。



$u_C(0\,-) = U_o$

据经典法推导结果

全响应 $u_C = \underline{U} + (\underline{U_0} - U)\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_C(\infty)=U$ 稳态解　　$u_C(0+)=u_C(0-)=U_0$ 初始值

$$u_C(t) = \underline{u_C(\infty)} + [\underline{u_C(0_+)} - u_C(\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

在直流电源激励的情况下，一阶线性电路微分方程解的通用表达式：

$$\boxed{f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]\,e^{-t/\tau}}$$

$f(t)$：代表一阶电路中任一电压、电流函数

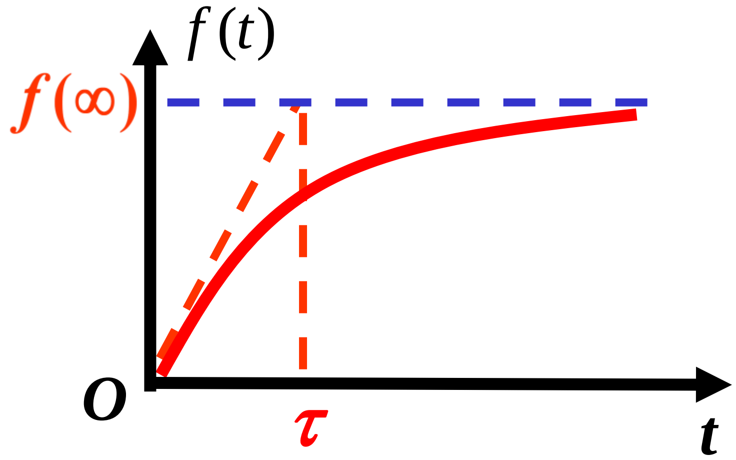
$$\begin{cases} f(0_+) \text{ -- 初始值} \\ f(\infty) \text{ -- 稳态值} \\ \tau \text{ -- 时间常数} \end{cases}$$

（三要素）

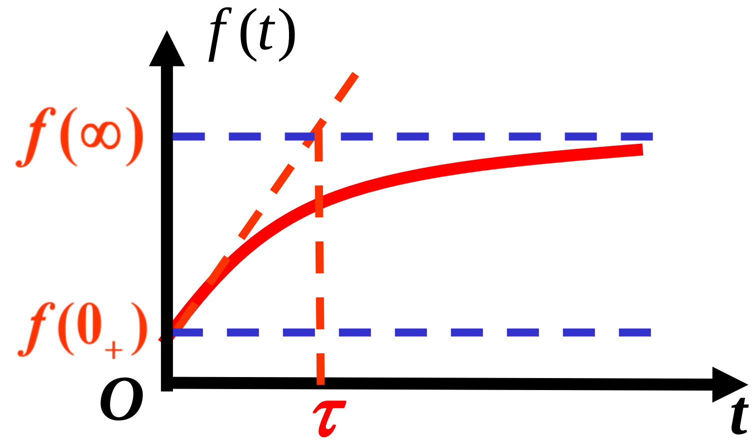
利用求三要素的方法求解暂态过程，称为三要素法。

一阶电路都可以应用三要素法求解，在求得 $f(0_+)$ 、$f(\infty)$和τ的基础上,可直接写出电路的响应(电压或电流)。

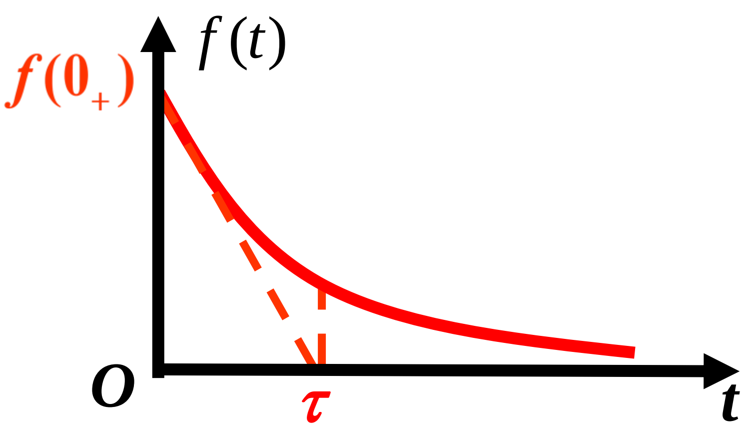
电路响应的变化曲线



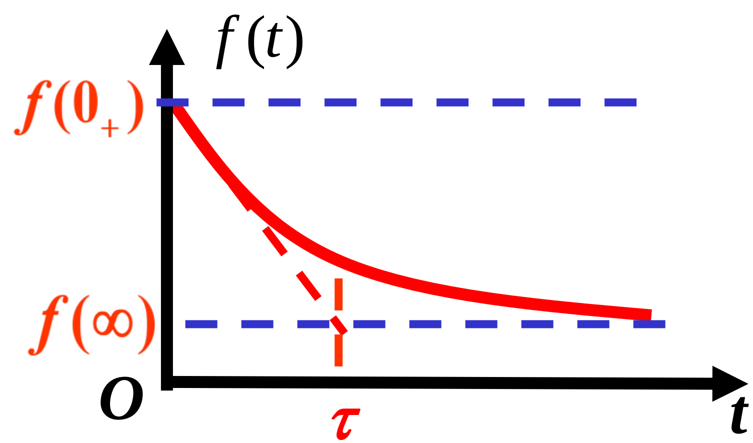
(**a**) $f(0_+)=0$



(**b**) $f(0_+)\neq 0$



(**c**) $f(\infty)=0$



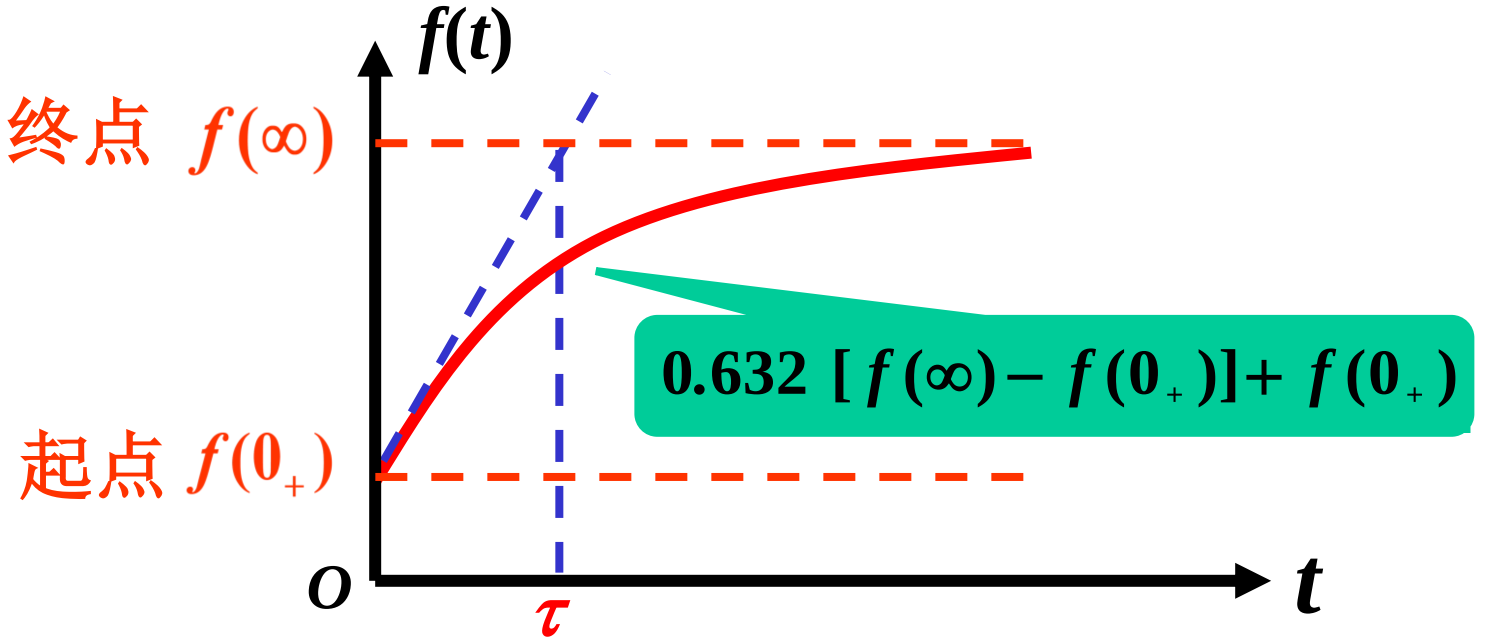
(**d**) $f(\infty)\neq 0$

三要素法求解暂态过程的要点：

(1) 求初始值、稳态值和时间常数；

(2) 将求得的三要素结果代入暂态过程通用表达式；

(3) 画出暂态电路电压、电流随时间变化的曲线。

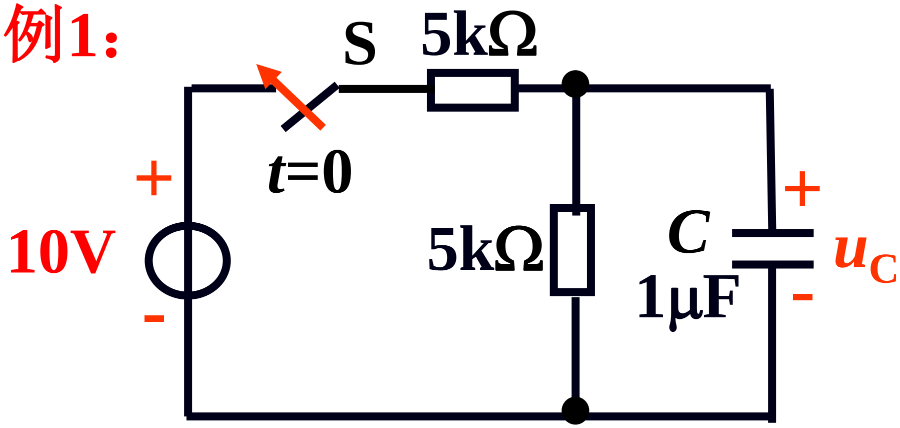


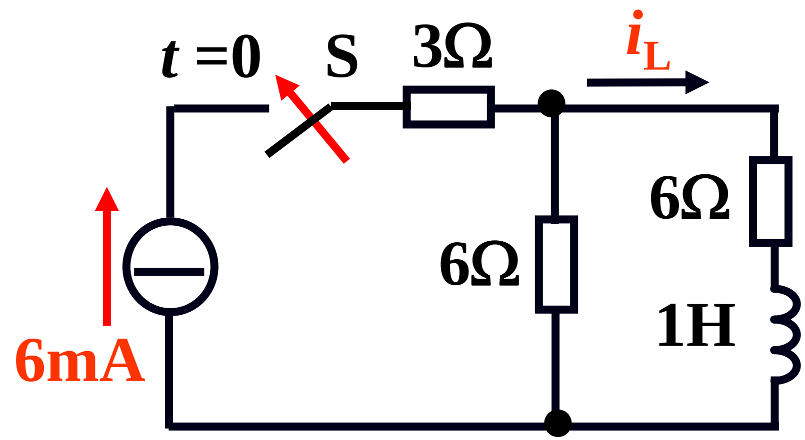
响应中“三要素”的确定

(1) 稳态值 $f(\infty)$ 的计算

求换路后电路中的电压和电流， 电容 C 视为开路， 电感 L 视为短路，即求解直流电阻性电路中的电压和电流。

例1:





$$u_C(\infty)=\frac{10}{5+5}\times 5=5\ \mathrm{V}$$

$$i_L(\infty)=6\times\frac{6}{6+6}=3\mathrm{mA}$$

(2) 初始值 $f(0_+)$ 的计算

1) 由t=0$_-$ 时的电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$ ；

2) 根据换路定则求出 $\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$

3) 由t=0$_+$时的电路，求所需其它各量的 $u(0_+)$ 或 $i(0_+)$

注意：在换路瞬间 t =(0_+) 的等效电路中

(a) 若 $u_C(0_-) = U_0 \neq 0$， 电容元件用恒压源代替，

其值等于U_0 ； 若 $u_C(0_-) = 0$， 电容元件视为短路。

(b) 若 $i_L(0_-) = I_0 \neq 0$， 电感元件用恒流源代替 ，

其值等于I_0；若 $i_L(0_-) = 0$， 电感元件视为开路。

(3) 时间常数τ的计算

对于一阶*RC*电路 $\tau = R_0 C$

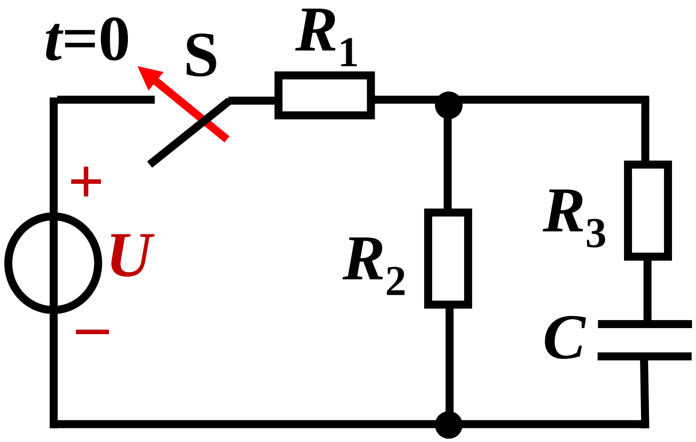
对于一阶*RL*电路 $\tau = \dfrac{L}{R_0}$

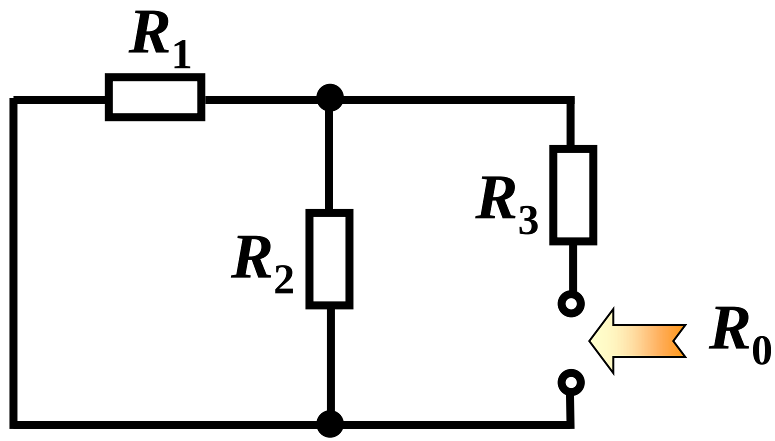
注意：

1) 对于简单的一阶电路，$R_0=R$；

2) 对于较复杂的一阶电路，R_0为换路后的电路除去电源和储能元件后，在储能元件两端所求得的无源二端网络的等效电阻。(参考戴维宁定理）

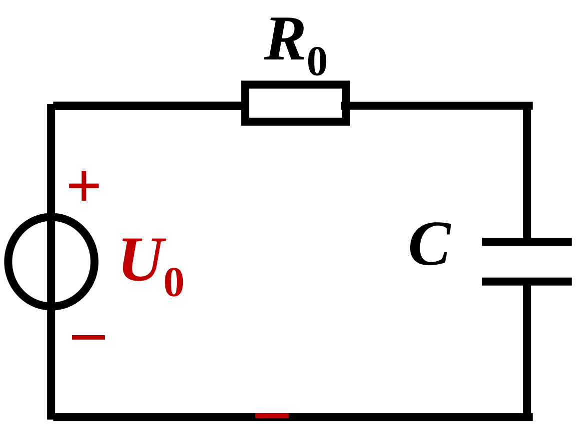
例2:





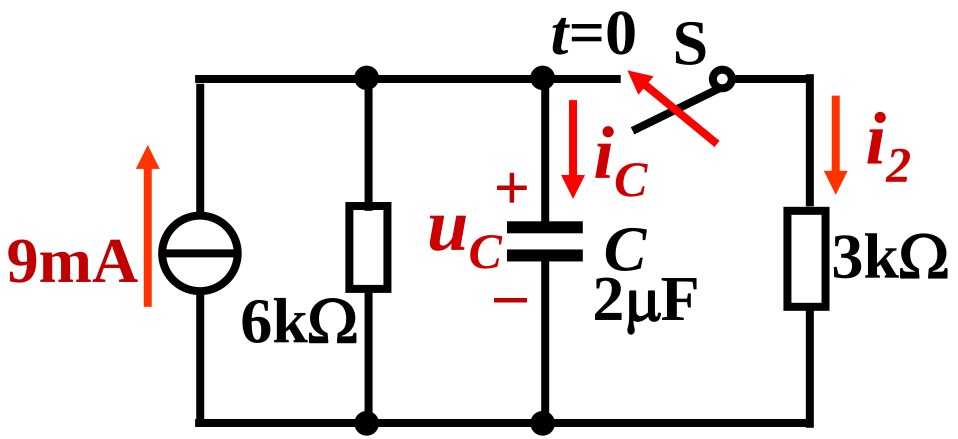
$$R_0 = (R_1 // R_2) + R_3$$

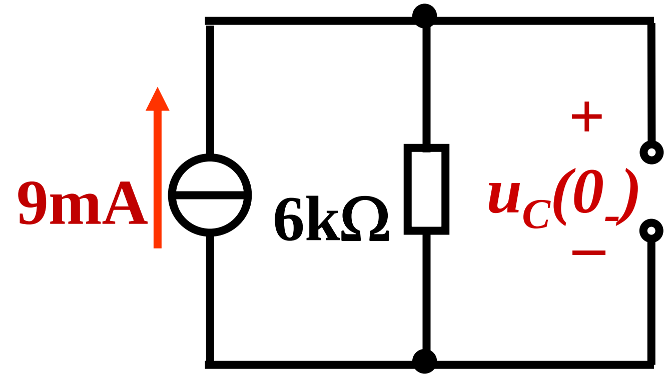
$$\tau = R_0 C$$



说明：R_0的计算类似于用戴维宁定理解题时计算电路等效电阻的方法。即从储能元件两端看进去的等效电阻。

例3：电路如图，t=0时合上开关S，合S前电路已处于稳态。试求t≥0的电容电压 u_C 和电流i_C、i_2。





t=0₋等效电路

解：用三要素法求解

$$u_C(t)=u_C(\infty)+\left[u_C(0_+)-u_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1)确定初始值 $u_C(0_+)$

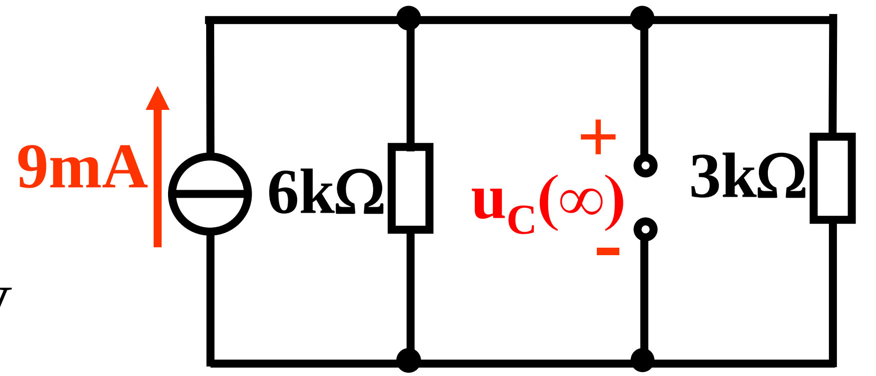
由t=0₋电路可求得 $u_C(0_-)=9\times10^{-3}\times6\times10^{3}=54\,V$

由换路定则 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=54V$

(2) 确定稳态值$u_C(\infty)$

由换路后电路求稳态值

$$u_C(\infty)=9\times10^{-3}\times\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}=18\text{ V}$$

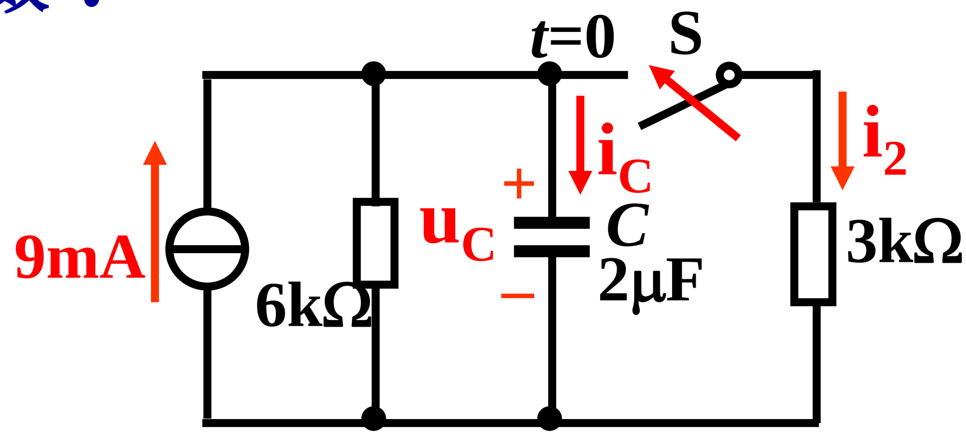


$t\to\infty$ 电路

(3) 由换路后电路求时间常数 τ

$$\tau=R_0C=\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}\times2\times10^{-6}$$

$$=4\times10^{-3}\ s$$

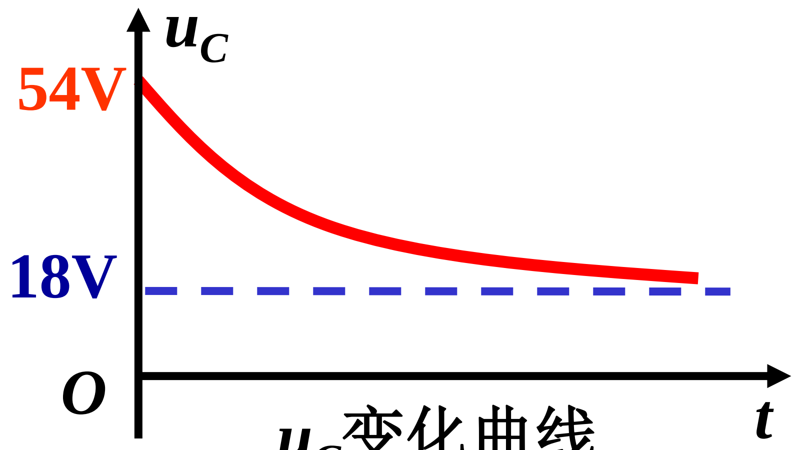


三要素 $\begin{cases}u_C(0_+)=54\text{ V}\\ u_C(\infty)=18\text{ V}\\ \tau=4\times10^{-3}\ s\end{cases}$

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

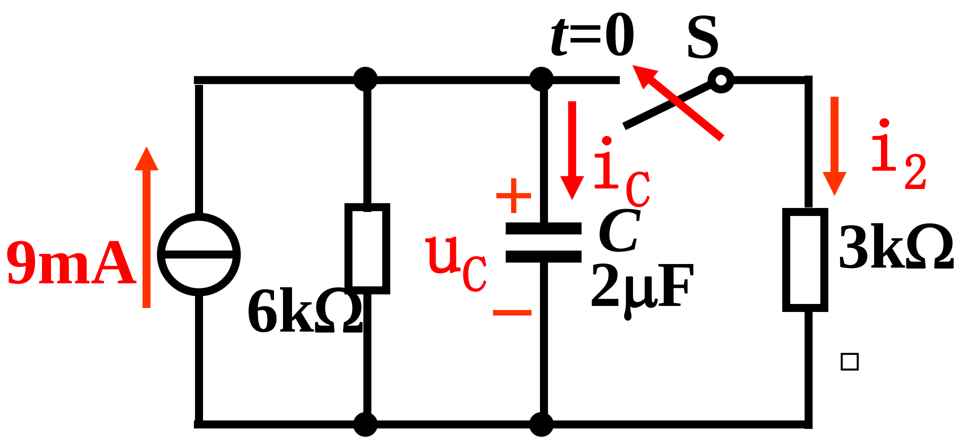
$$\therefore u_C=18+(54-18)e^{-\frac{t}{4\times10^{-3}}}=18+36e^{-250t}\ V$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = 2\times10^{-6}\times36\times(-250)e^{-250t}$$
$$= -0.018e^{-250t}A$$

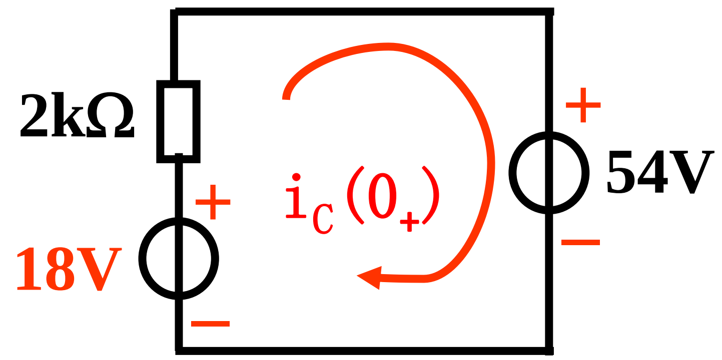


u_C变化曲线

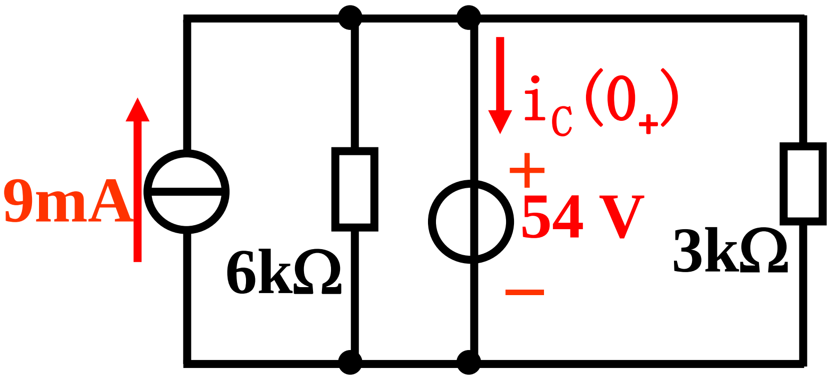
用三要素法求i_C



$$i_C = i_C(\infty) + \left[i_C(0_+) - i_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$t = 0_+$

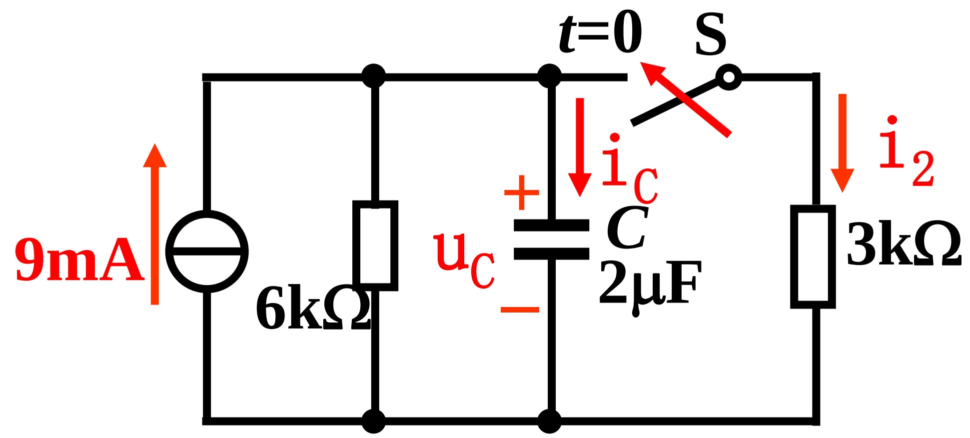


t=0_+等效电路

$$i_C(0_+) = \frac{18-54}{2\times10^3} = -18\ \text{mA}$$

或列KCL方程 $9 - \frac{54}{6} - i_C(0+) - \frac{54}{3} = 0$

三要素 $\begin{cases} i_C(0_+) = -18\,\text{mA} \\ i_C(\infty) = 0 \\ \tau = 4\times10^{-3}\ s \end{cases}$

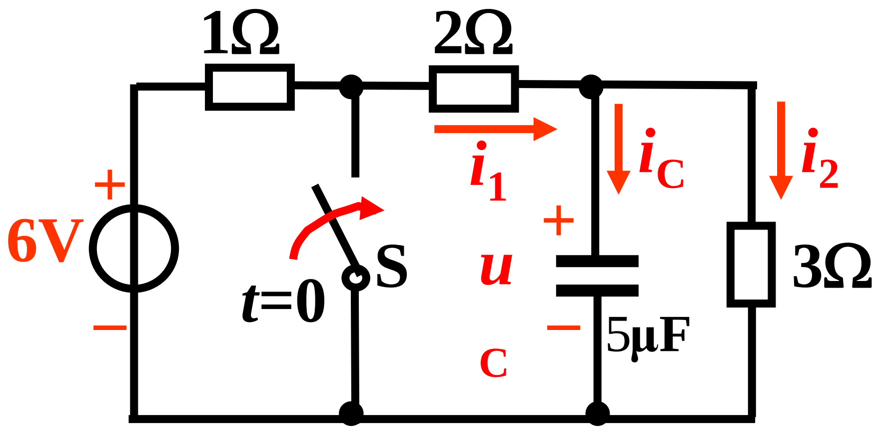


$$i_C(t) = -18\mathrm{e}^{-250t}\ \text{mA}$$

$$i_2(t) = \frac{u_C(t)}{3\times10^3} = 6 + 12\,\mathrm{e}^{-250\,t}\ \text{mA}$$

说明：$i_2(t)$也可用三要素法求（板书）

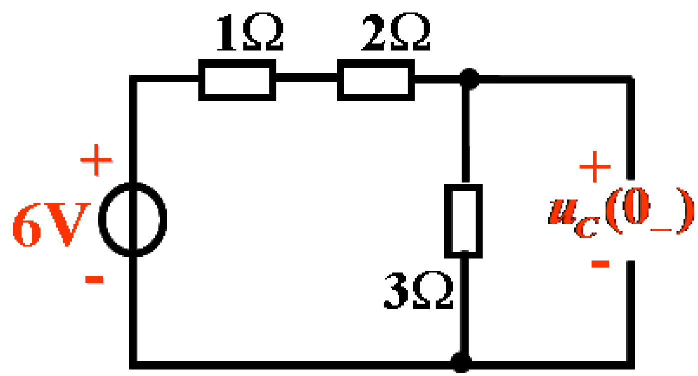
例4： 电路如图，开关S闭合前电路已处于稳态。t=0时S闭合，求:$t\geqq 0$时电容电压u_C和电流i_C、i_1和i_2 。



解：用三要素法求解

求初始值$u_C(0_+)$

由t=0-时电路 $u_C(0\_)=\dfrac{6}{1+2+3}\times 3=3\,V$

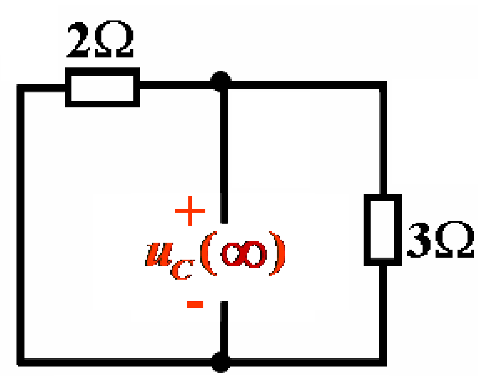


t=0_等效电路

$$u_C(0_+)=u_C(0\_)=3\text{V}$$

求稳态值 $u_C(\infty)$

由$t=\infty$时电路 $u_C(\infty)=0$



$t=\infty$等效电路

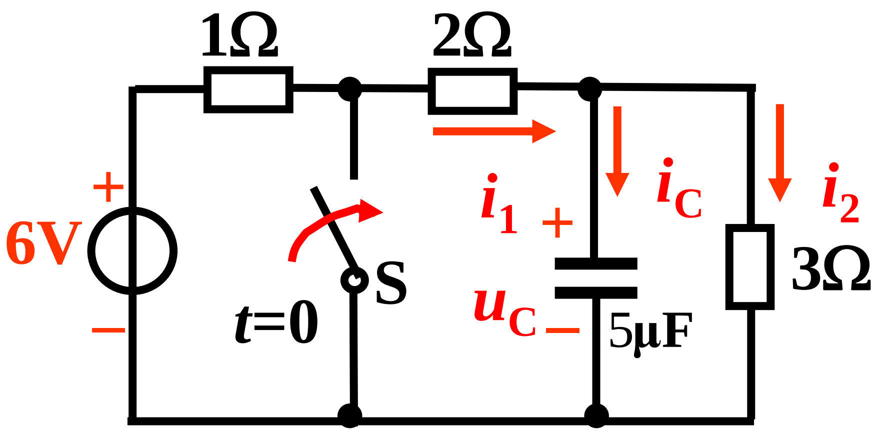
求时间常数 $\tau=R_0C=\dfrac{2\times 3}{2+3}\times 5\times 10^{-6}=6\times 10^{-6}\ s$

$$\therefore\ u_C(t)=u_C(\infty)+\left[u_C(0_+)-u_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=3e^{-1.7\times 10^5 t}V$$

$$\therefore\ u_C(t)=u_C(\infty)+\left[u_C(0_+)-u_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=3e^{-1.7\times10^5 t}V$$

$$i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=-2.5e^{-1.7\times10^5 t}\ A$$

$$i_2(t)=\frac{u_C}{3}=e^{-1.7\times10^5 t}\ A$$

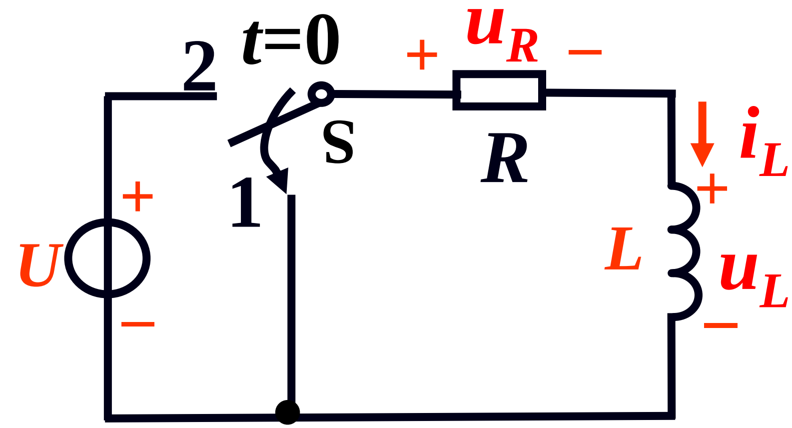


$$i_1(t)=i_2+i_C=e^{-1.7\times10^5 t}-2.5e^{-1.7\times10^5 t}=-1.5e^{-1.7\times10^5 t}A$$

补充：试用三要素法求解$i_C(t)$，$i_1(t)$，$i_2(t)$。

3.5 *RL* 电路的响应

一、*RL* 电路的零输入响应



1. *RL* 短接

(1) i_L的变化规律

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\, e^{-t/\tau}$$

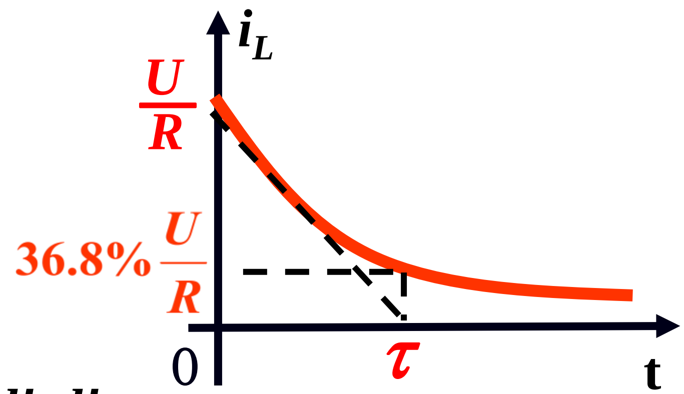
1) 确定初始值$i_L(0_+)$ $\quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = \dfrac{U}{R}$

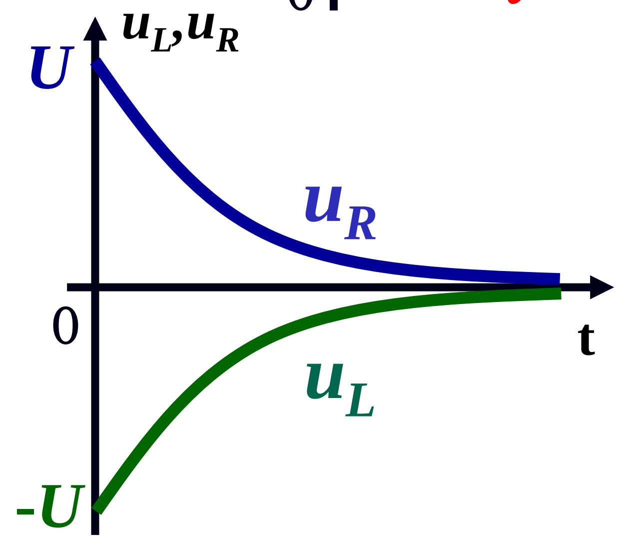
2) 确定稳态值$i_L(\infty)$ $\quad i_L(\infty) = 0$

3) 确定电路的时间常数τ $\quad \tau = \dfrac{L}{R}$

$$\therefore\ i_L = 0 + \left(\frac{U}{R} - 0\right)e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = -Ue^{-\frac{R}{L}t} \qquad u_R = i_L R = Ue^{-\frac{R}{L}t}$$





(2) 变化曲线

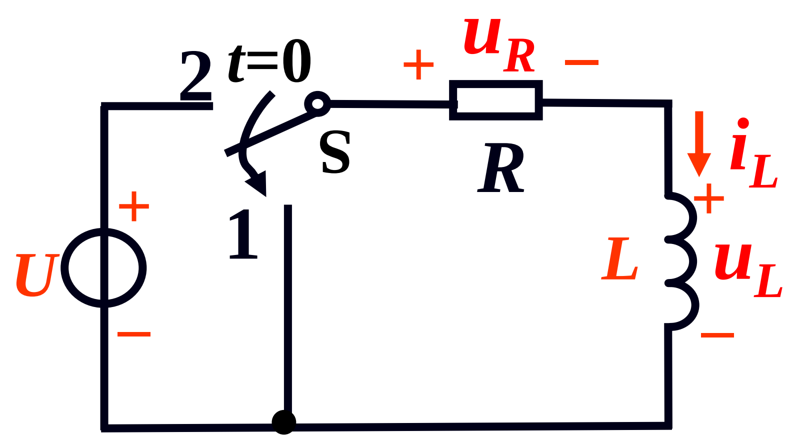
2. *RL*直接从直流电源断开

(1) 可能产生的现象

1)刀闸处产生电弧

$$\because \quad i_L(0_-)=\frac{U}{R} \qquad i_L(0_+)=0$$

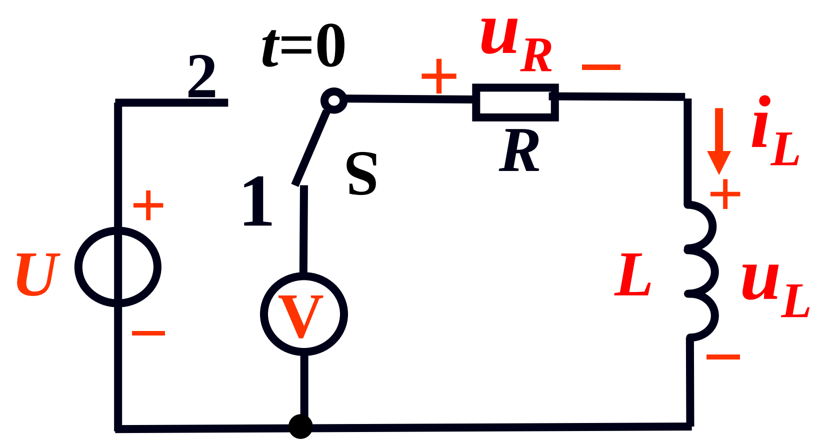
$$\therefore \quad u_L=-e_L=L\frac{di}{dt}\rightarrow\infty$$



2)电压表瞬间过电压

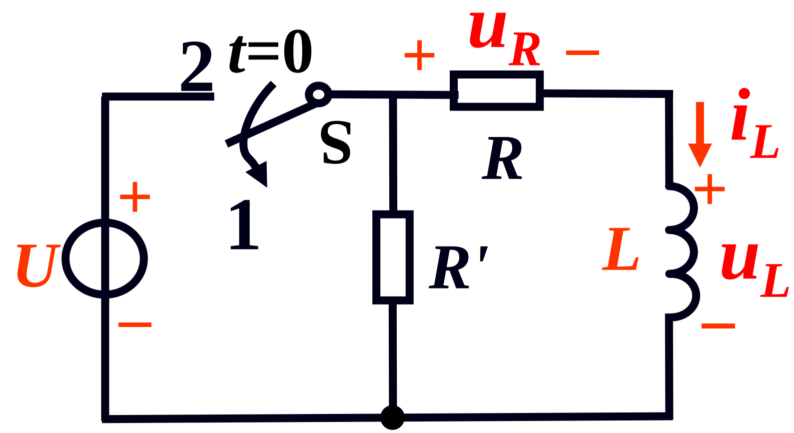
$$\because \quad i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{U}{R}$$

$$V_{表}(0_+)=i_L(0_+)\times R_{表}=\frac{U}{R}\times R_{表}$$

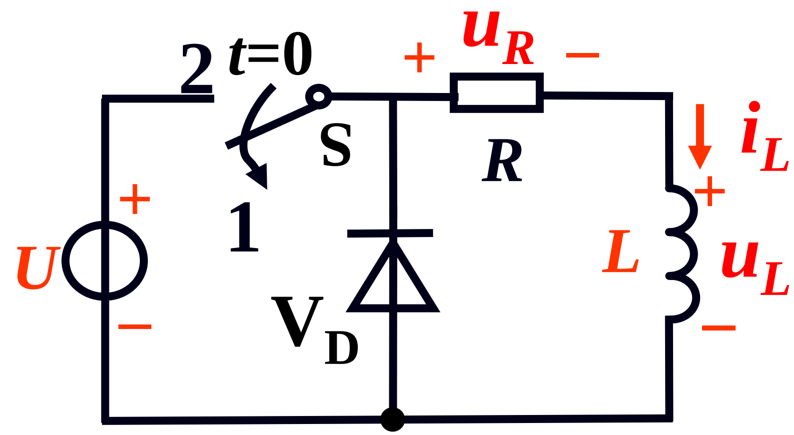


(2)解决措施

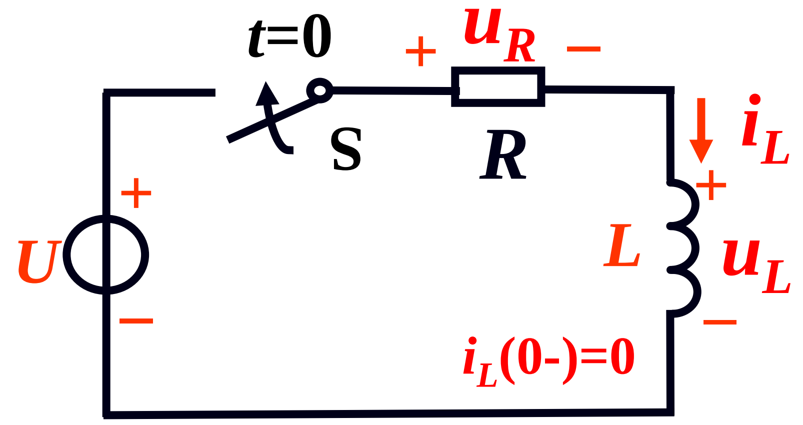
1) 接放电电阻R'



2) 接续流二极管 V_D



二、*RL*电路的零状态响应



1. i_L变化规律　　三要素法

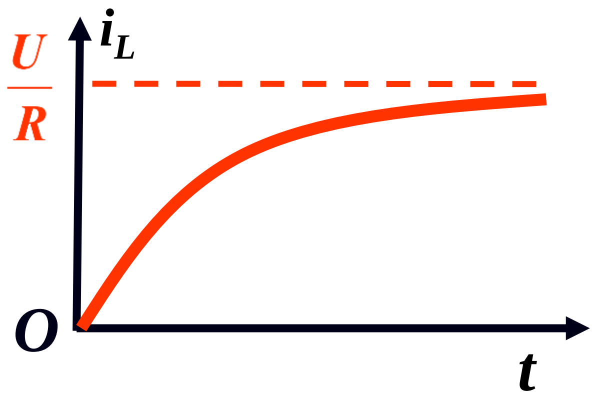
$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

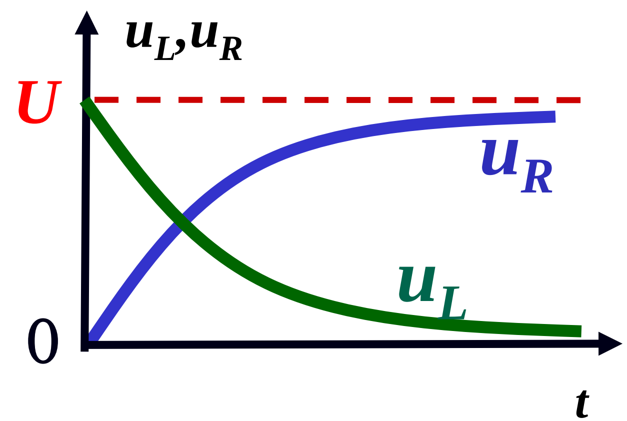
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0 \qquad i_L(\infty) = \frac{U}{R} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i_L = \frac{U}{R} + (0 - \frac{U}{R})e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

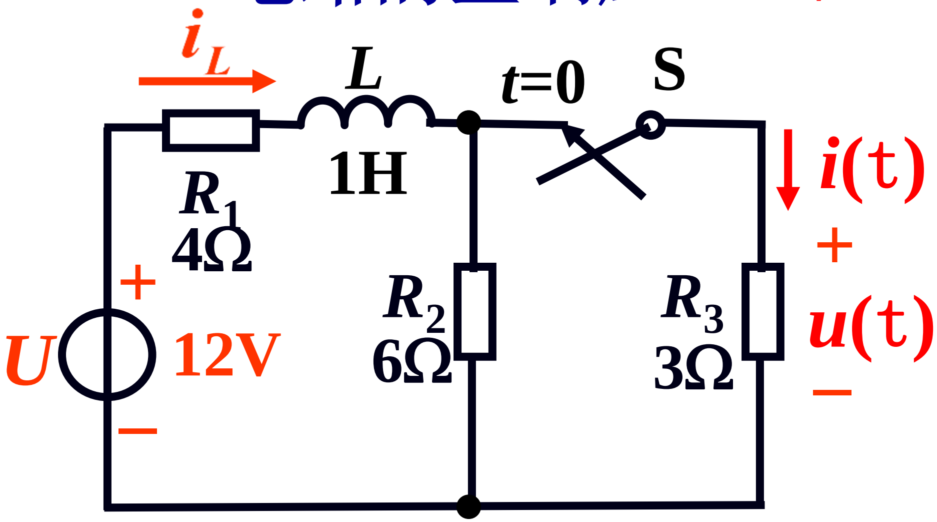
$$u_L = L\frac{di}{dt} = Ue^{-\frac{t}{\tau}} = Ue^{-\frac{R}{L}t} \qquad\qquad u_R = i_L R = U(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

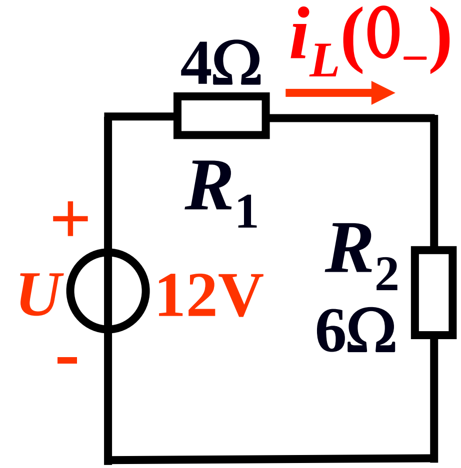
2. i_L、u_L、u_R 变化曲线





三 *RL*电路的全响应　$U\neq 0$，$i_L(0\text{-})\neq 0$





t=0_时等效电路

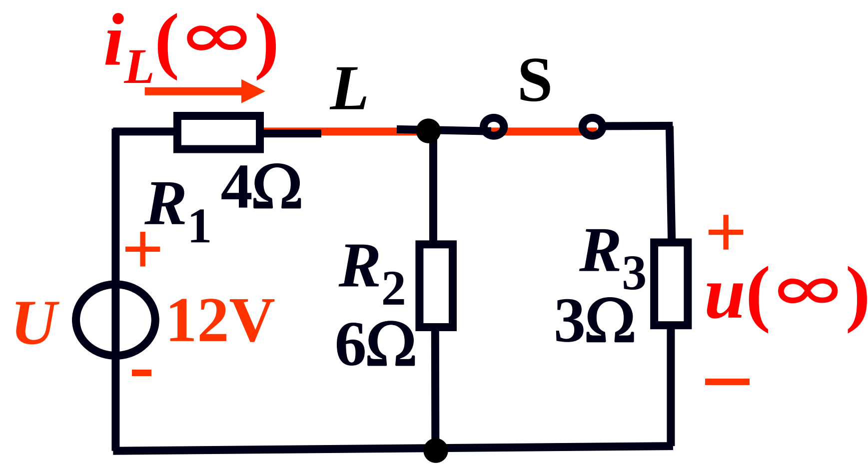
1. i_L变化规律　三要素法

$$i_L = i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R_1+R_2} = \frac{12}{4+6} = 1.2\ A$$

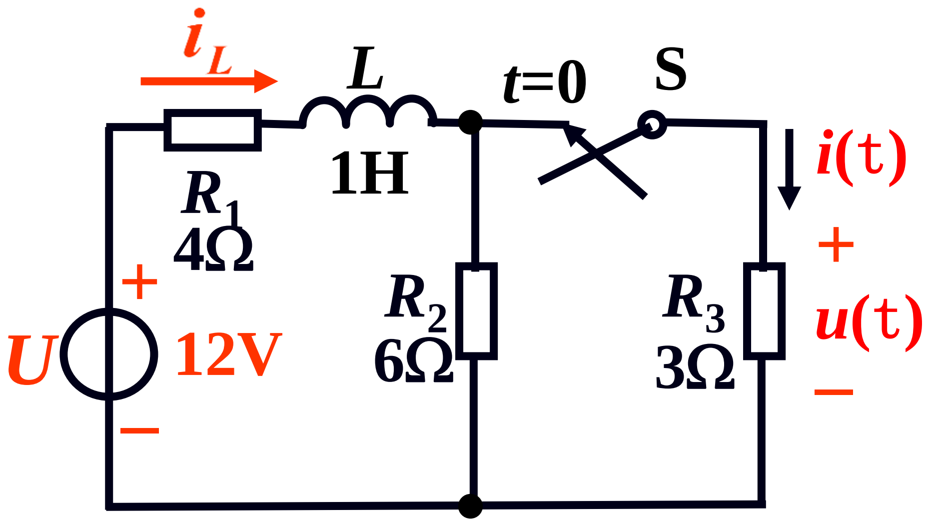
$$i_L(\infty) = \frac{U}{R_1+\dfrac{R_2\times R_3}{R_2+R_3}} = 2\ A$$

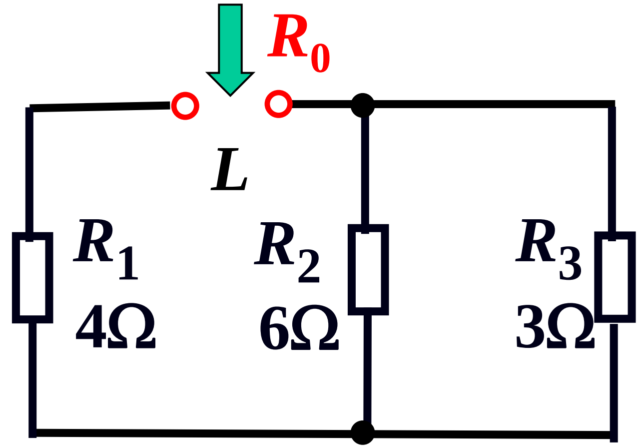
$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{L}{R_1+\dfrac{R_2\times R_3}{R_2+R_3}} = \frac{1}{6}\ s$$



$$\therefore\quad i_L = 2+(1.2-2)\mathrm{e}^{-6t} = 2-0.8\mathrm{e}^{-6t}$$

$t=\infty$ 时等效电路





t≥0

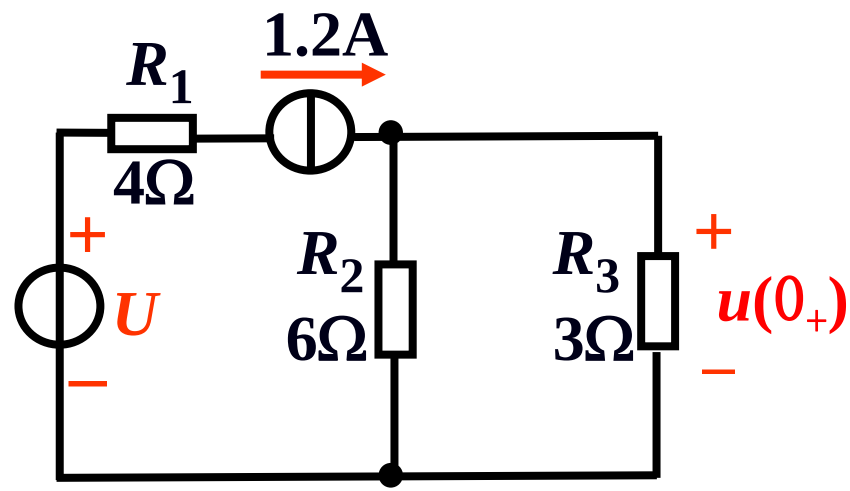
2. u(t)变化规律

$$u = iR_3 = \frac{R_2}{R_2+R_3}\times i_L \times R_3 = 4-1.6e^{-6t}\ V$$

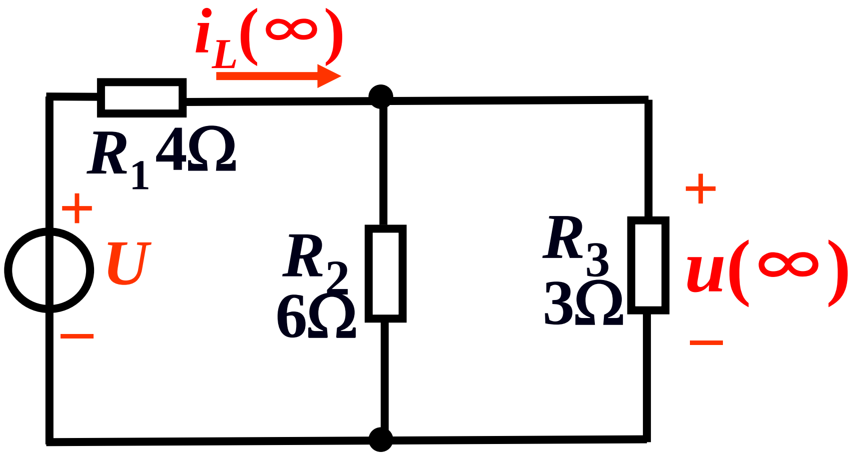
用三要素法求u

$$u = u(\infty)+[u(0_+)-u(\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u(0_+) = \frac{6}{6+3}\times 1.2\times 3 = 2.4V$$



$t=0_+$等效电路



$t=\infty$时等效电路

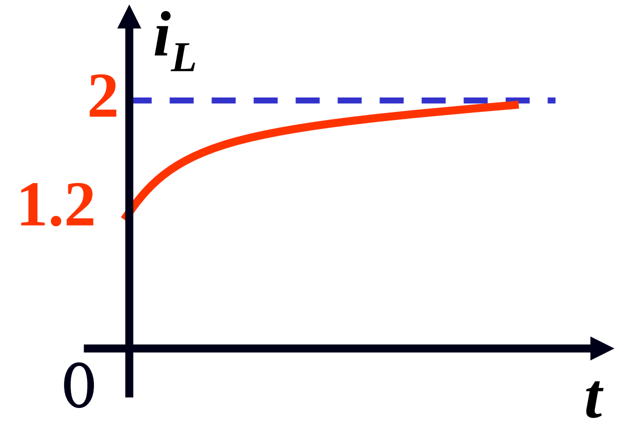
$$u(\infty)=\frac{R_2}{R_2+R_3}i_L(\infty)\times R_3=4\,V$$

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{1}{6}\,s$$

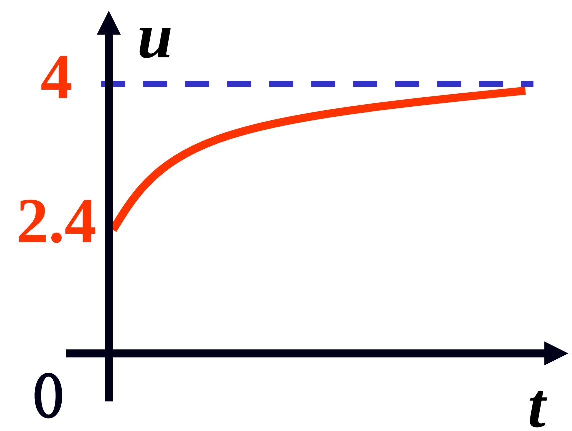
$$u=4+(2.4-4)\mathrm{e}^{-6t}=4-1.6\mathrm{e}^{-6t}\ \mathrm{V}$$

3. i_L、u 变化曲线

$$i_L=2-0.8\mathrm{e}^{-6t}\ \mathrm{A}$$



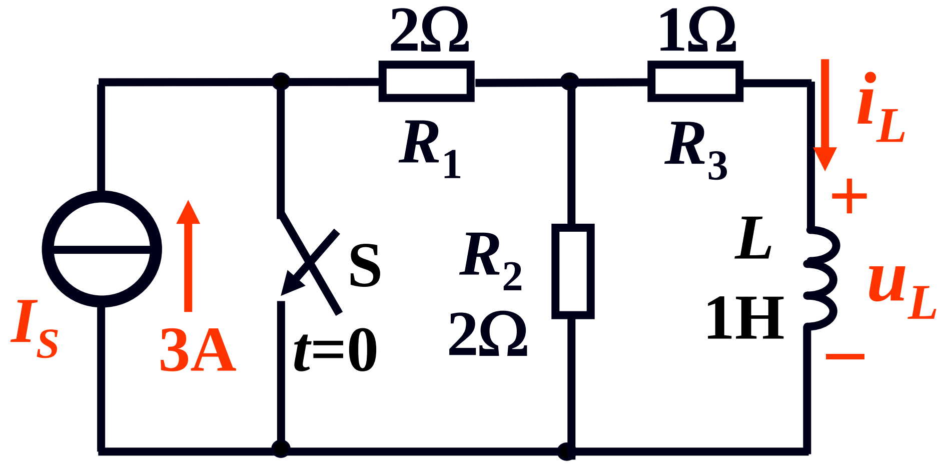
$$u=4-1.6\mathrm{e}^{-6t}\ \mathrm{V}$$



习题:

已知：S 在t=0时闭合，换路前电路处于稳态。

求: i_L和u_L

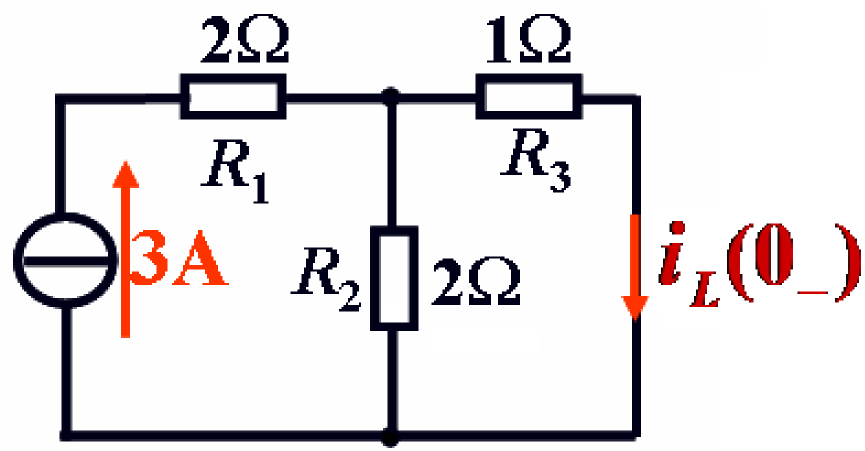


解：用三要素法求解

(1) 求$u_L(0_+)$, $i_L(0_+)$

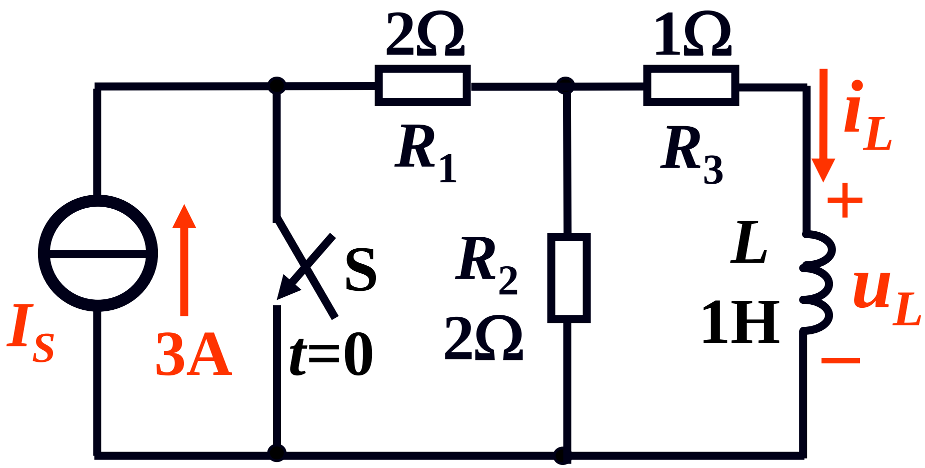
由t = 0–等效电路可求得

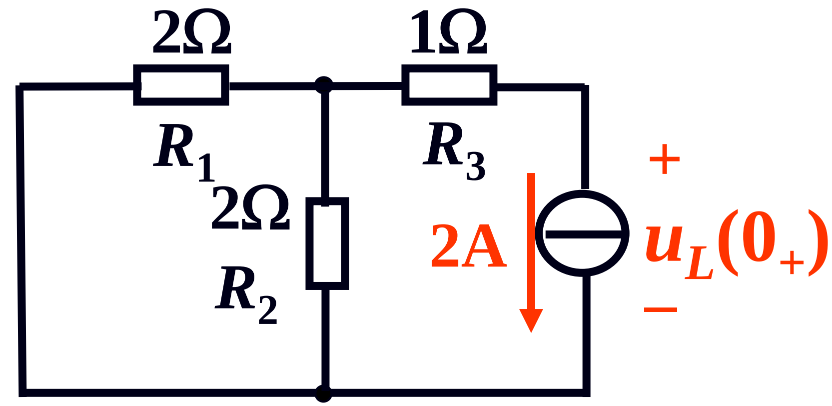
$$i_L(0\_) = \frac{2}{1+2} \times 3 = 2\ A$$



t = 0–等效电路

$i_L(0_+)=i_L(0\_)=2A$



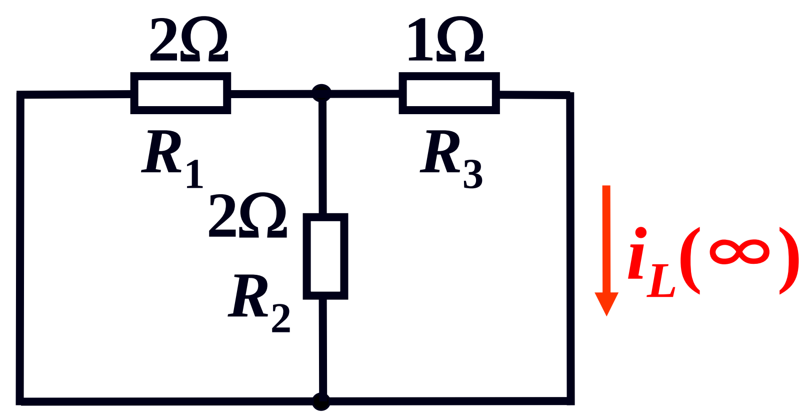


$t = 0_+$等效电路

由$t = 0_+$等效电路可求得

$$u_L(0_+) = -i_L(0_+) \times (\frac{2\times 2}{2+2} + 1) = -4V$$

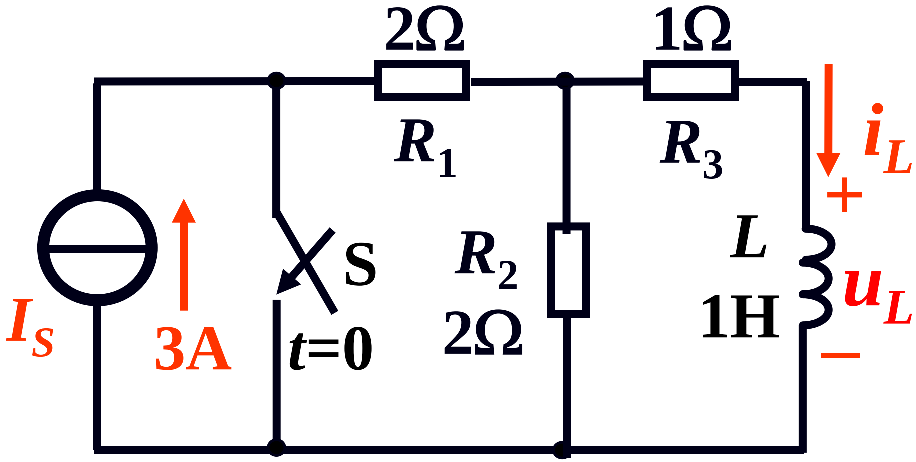
(2) 求稳态值$i_L(\infty)$和$u_L(\infty)$

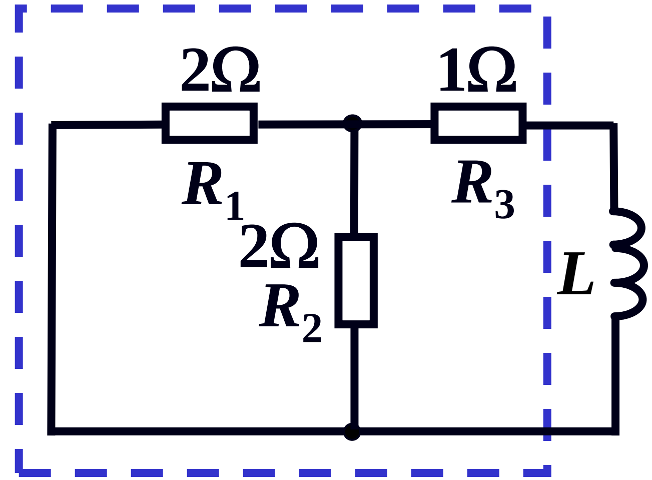


由$t = \infty$等效电路可求得

$t = \infty$等效电路

$i_L(\infty)=0$ $u_L(\infty)=0$





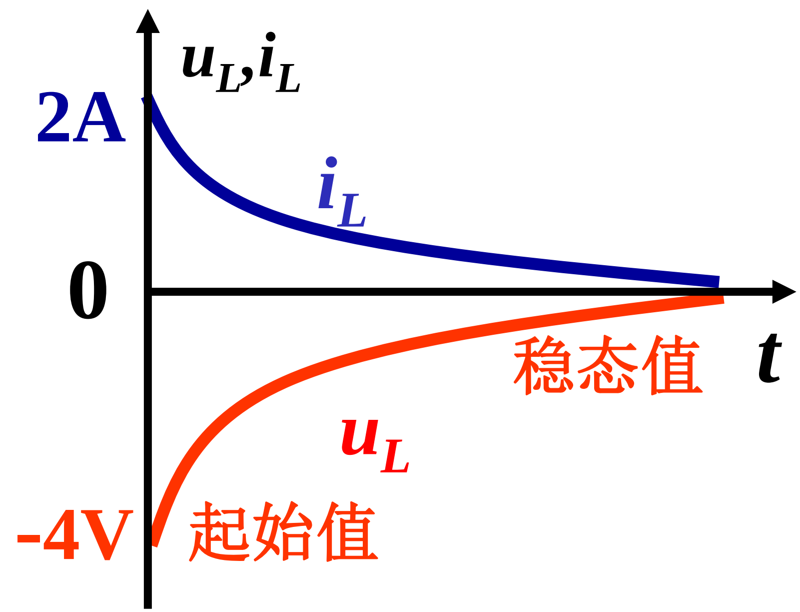
(3) 求时间常数τ

$$R_0 = R_1 // R_2 + R_3 = 2\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{2} = 0.5\ \text{s}$$

$$i_L = 0 + (2-0)\, e^{-2t} = 2\, e^{-2t} A$$

$$u_L = 0 + (-4-0)\, e^{-2t} = -4\, e^{-2t} V$$



i_L , u_L变化曲线