

1. 判断题

1.1

4. (1) 为假, 反例如下:

$$A = \{1\}, B = \emptyset, C = \{2\}$$

(2) 为真, 证明如下: 任取 $\langle x, y \rangle$,

$$\langle x, y \rangle \in A \times (B \cap C) \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B \cap C$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B \wedge y \in C \Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \in A \wedge y \in C)$$

$$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in A \times B \wedge \langle x, y \rangle \in A \times C \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (A \times B) \cap (A \times C)$$

(3) 为真, 令 $A = \emptyset$ 即可.

(4) 为假, 反例如下: $A = \emptyset$.

1.2

由于 $y \in R_2(x) \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R$ 且 $\langle y, y \rangle \in R$, 故

4.13 (1) R 仅具有自反性、对称性和传递性.

(2) R 仅具有反自反性和对称性.

(3) R 仅具有自反性和对称性.

(4) R 仅具有反自反性和反对称性.

(5) R 仅具有对称性.

2.

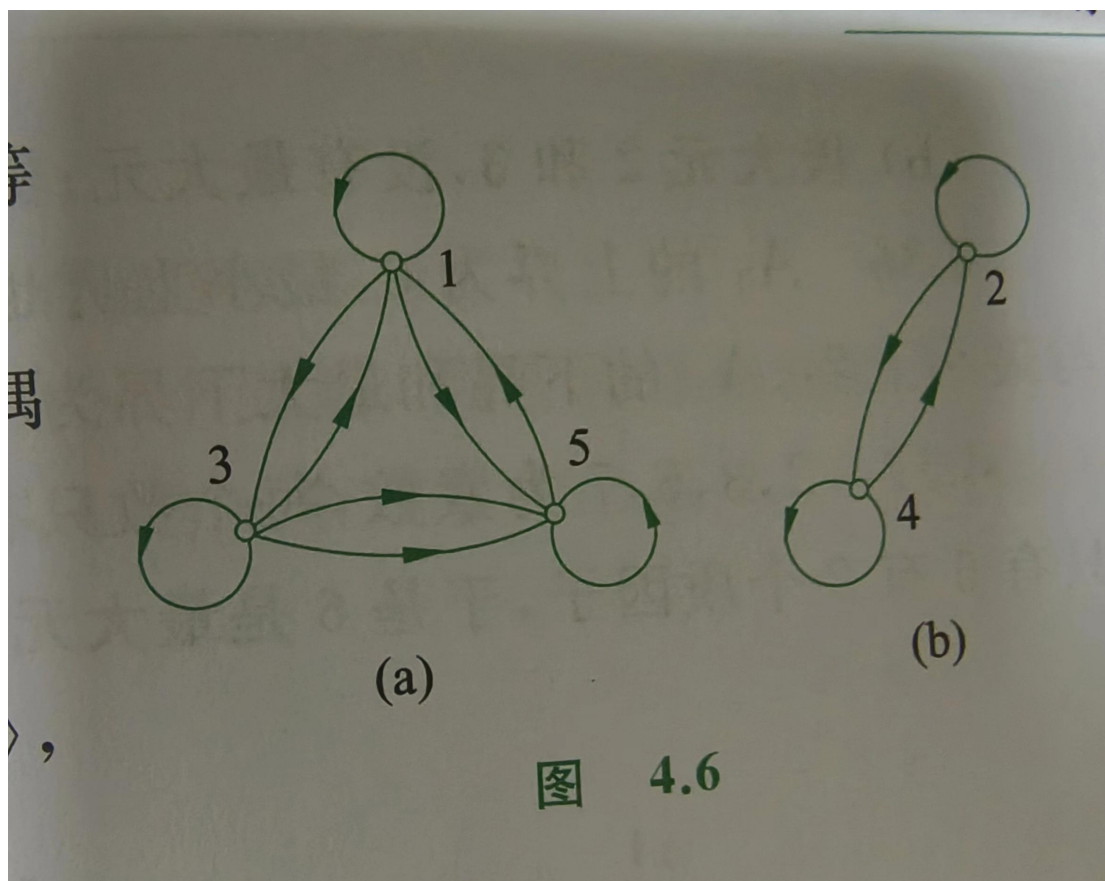
9. (1) $\{\langle \emptyset, \{\emptyset\} \rangle, \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle\}$
- (2) $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$
- (3) $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 6, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 6, 6 \rangle\}$
- (4) $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 6, 2 \rangle\}$

3. 简答题

3.1

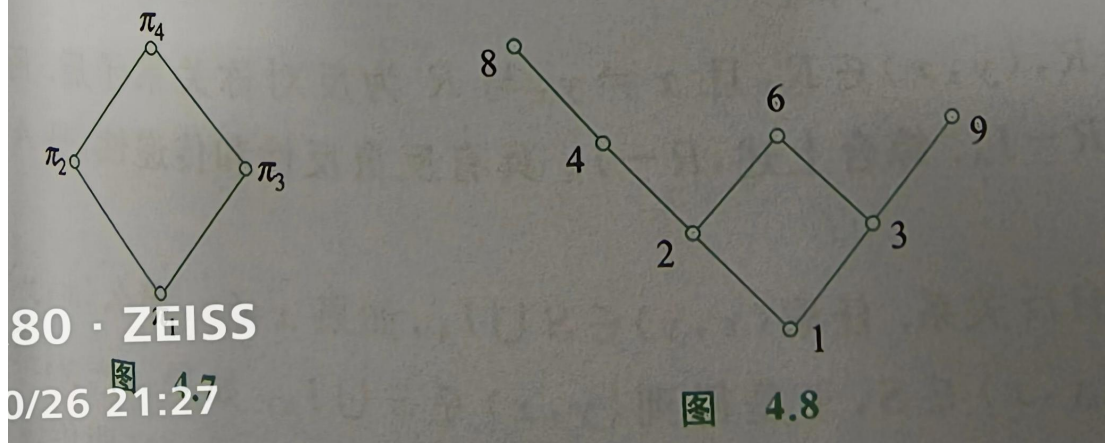
4.23 (1) 关系图如图 4.6 所示.

(2) 是等价关系. 等价类是 $[1] = [3] = [5] = \{1, 3, 5\}$, $[2] = [4] = \{2, 4\}$.



3.2

- 4.32 (1) 哈斯图如图 4.8 所示.
 (2) $\{4, 6\}$ 的最大下界 2, 最小上界不存在.
- 4.33 哈斯图如图 4.9 所示.



3.3

B 的上界为 12, 最小上界也是 12; B 的下界为 1, 最大下界也是 1.
 $\forall \langle a, b \rangle \in A \times B, aRa \wedge bSb \Rightarrow \langle a, b \rangle T \langle a, b \rangle$ T 是自反的

4. 证明题

4.1 和 4.2

4.3 (1) 任取 $\langle x, y \rangle$, 则
 $\langle x, y \rangle \in A \times C \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in C \Rightarrow x \in B \wedge y \in D \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in B \times D$
 (2) 不正确. 反例: $A = \emptyset, B = D = \{1\}, C = \{2\}$.

4.3

42. $\forall x, x \in A \Rightarrow \langle x, x \rangle \in R \Rightarrow \langle x, x \rangle \in R \wedge \langle x, x \rangle \in R \Rightarrow \langle x, x \rangle \in T$, T 是自反的.
 $\forall x, y \in A,$
 $\langle x, y \rangle \in T \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, x \rangle \in R$
 $\Rightarrow \langle y, x \rangle \in R \wedge \langle x, y \rangle \in R \Rightarrow \langle y, x \rangle \in T$
 T 是对称的.
 $\forall x, y, z \in A, \langle x, y \rangle \in T \wedge \langle y, z \rangle \in T$
 $\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, x \rangle \in R \wedge \langle y, z \rangle \in R \wedge \langle z, y \rangle \in R$
 $\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, z \rangle \in R \wedge \langle z, y \rangle \in R \wedge \langle y, x \rangle \in R$
 $\Leftrightarrow \langle x, z \rangle \in R \wedge \langle z, x \rangle \in R \Rightarrow \langle x, z \rangle \in T$
 T 是传递的.

4.4

9. (1) $\forall x, x \in A \Rightarrow xRx \Leftrightarrow xSx$, S 是自反的.
 $\forall x, y \in A, xSy \wedge ySx \Leftrightarrow yRx \wedge xRy \Rightarrow x = y$, S 是反对称的.
 $\forall x, y, z \in A, xSy \wedge ySz \Leftrightarrow yRx \wedge zRy \Rightarrow zRy \wedge yRx \Rightarrow zRx \Rightarrow xSz$, S 是传递的.