软件学院本科生 2013——2014 第 一 学期离散数学结构课程期末考试试卷（A 卷 ）答案以及评分标准

一、填空（共计 20分，每小题2分）

1. {2,9}
2.: ① 反自反 ② 反对称 ③ 传递
3. 2
4. 9
5. 4
6. 4
7. 12
8. 5
9. / − ↑ + ∗ 3 a ↑ b 2 3 7 ∗ 6 3
10. 64

评分标准：每小题 2 分,错得 0 分.

二、计算题（12 分）

用两种离散数学方法求解下列迭代关系：

$a_0 = 1$, a_1=2, a_{n+2}=5a_{n+1}-4a_n n>0.

(1) 目函数法:

假设序列的生成函数为G(x) ,则

$$\begin{aligned} G(x) &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots \\ -5xG(x) &= \quad -5a_0x - 5a_1x^2 - 5a_2x^3 - \cdots \\ 4x^2G(x) &= \quad\quad +4a_0x^2 + 4a_1x^2 + \cdots \end{aligned}$$

由上得

$$(1-5x+4x^2)G(x) = 1-3x.$$

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{1-3x}{1-5x+4x^2} \\ &= \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-x}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-4x}\right) \\ &= \frac{2}{3}\left[1+x+x^2+x^3+\cdots\right] + \frac{1}{3}\left[1+(4x)+(4x)^2+(4x)^3+\cdots\right] \end{aligned}$$

于是 $a_n = \dfrac{4^n+2}{3}$.

(2) 递归求解

列出特征方程: r^2-5r+4=0

求出特征根 4, 1

写出解为: $a_n = \alpha_1 4^n + \alpha_2$,利用已知条件求得: $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \alpha_2 = \frac{2}{3}$

所以解为: $a_n = \dfrac{4^n+2}{3}$

评分标准：目函数法正确 8 分,递推法正确 4 分.

三、分析题 （8 分）

解答:

④是错误的，只能存在某个特定的个体c，使得$P(c)$成立，不能是一个自由变量y。正确的推理过程为:

1 $\exists\ x\,P(x)$

2 $P(c)$

3 $x\big(P(x)\to Q(x)\big)$

4 $P(c)\to Q(c)$

5 $Q(c)$

6 ⑥ $\exists\ xQ(x)$

评分标准：指出错误处 3 分，给出正确推理过程 5 分.

四、证明题 （13 分）

证明 不妨设G是连通的。若不连通，就可考察G中的一个连通分支。因G是简单图，所以每个面至少有三条边，所以，3r≤2e，即有r≤2e3 。
如果每个结点的度数都≥6，则6v≤2e,即有v≤e3 。
由欧拉公式可得

2=v−e+r≤e3 −e+2e3 =0

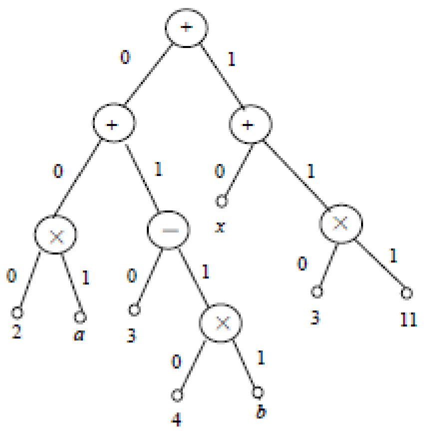
矛盾。所以，G 中至少有一个结点的度数≤5。

评分标准：给出正确证明过程 10 分,否则 0 分.

五、计算分析（12 分）

解答:

1. 其相应的前缀码为{000,001,010,0110,0111,10,110,111}。
2. 二叉树为



评分标准：第一步 6 分,第二步 6 分.

六、分析题（15 分）

在三个元素组成的集合中{a,b,c}，定义一个:

1. 参考答案为(不唯一)：$R1$={<1,1>}
2. 参考答案为(不唯一) $R2$={<1,2>,<2,1>,<2,3>}
3. 参考答案为(不唯一)$R3$={<1,2>,<3,3>}

评分标准：每个小题 5 分.

七、分析题（10 分）

证 令 $S_j = \Sigma a_i$，$j = 1, 2, \dots, 100$ 显然 $S_1 < S_2 < \dots < S_{100}$，且 $S_{100} = (a_1 + \dots + a_{10}) + (a_{11} + \dots + a_{20}) + \dots + (a_{91} + \dots + a_{100})$

根据假定有 $S_{100} \leqslant 10 \times 16 = 160$

作序列 $S_1, S_2, \dots, S_{100}, S_1 + 39, \dots, S_{100} + 39$.

共200项．其中最大项 $S_{100} + 39 \leqslant 160 + 39 = 199$

由鸽巢原理，必有两项相等．而且必是前段中某项与后段中某项相等．设

$S_k = S_h + 39$，$k > h$ $S_k - S_h = 39$ 即

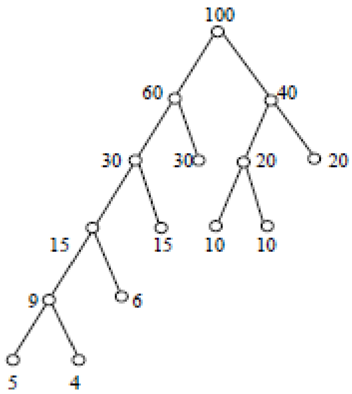
$a_h + a_{h+1} + \dots + a_k = 39$

评分标准：推理正确 10 分.

八、证明题（10 分）

解答:

(1) 二叉树:



(2) 前缀码:

0：01　1：11　2: 001 3：100　4：101 5：0001　6：00000 7：00001

评分标准: (1) 5 分 (2) 5 分,错一个扣 1 分.