习题二

一、分别用等算演算与真值表法，判断下列公式是否存在主析取范式或主合取范式，若有，请写出来。

(1)$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\vee p)$

(2)$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(q\wedge r)$

(3)$(p\vee(q\wedge r))\rightarrow(p\vee q\vee r)$

(4) $\neg(q\rightarrow\neg p)\wedge\neg p$

(5)$(p\wedge q)\vee(\neg p\vee r)$

(6)$(p\rightarrow(p\vee q))\vee r$

(7)$(p\wedge q)\vee r$

(8) $(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow r)$

(9) $(p\wedge q)\rightarrow q$

(10) $\neg(r\leftrightarrow p)\wedge p\wedge q$

解：(1)

p	**q**	$\neg p$	$(\neg p\rightarrow q)$	$\neg q$	$(\neg q\vee p)$	$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\vee p)$
0	**0**	1	0	1	1	1
0	**1**	1	1	0	0	0
1	**0**	0	1	1	1	1
1	**1**	0	1	0	1	1

存在主析取范式=成真赋值对应的小项的析取

$=m_{00}\vee m_{10}\vee m_{11}=(\neg p\wedge\neg q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q)$

主析取范式=成假赋值对应的大项的合取

$=M_{01}=p\vee\neg q$

等值演算：

$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\vee p)$

$\Leftrightarrow\neg(\neg\neg p\vee q)\vee(p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow\neg(p\vee q)\vee(p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q)\vee(p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow(\neg p\vee(p\vee\neg q))\wedge(\neg q\vee(p\vee\neg q))$

$\Leftrightarrow(\neg p\vee p\vee\neg q)\wedge(\neg q\vee p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow(1\vee\neg q)\wedge(p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow(p\vee\neg q)$

这是大项，故为大项的合取，称为主合取范式

$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\vee p)$

$\Leftrightarrow(p\vee\neg q)$

$\Leftrightarrow(p)\vee(\neg q)$

$\Leftrightarrow(p\wedge 1)\vee(1\wedge\neg q)$

$\Leftrightarrow(p\wedge(q\vee\neg q))\vee((p\vee\neg p)\wedge\neg q)$

$\Leftrightarrow(p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge\neg q)$

$\Leftrightarrow (p\wedge q)\vee (p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge\neg q)$

因为一个公式的值不是真，就是假，因此当我们得到一个公的取值为真的情况时，剩下的组合是取值为假， 因此当得到小项的析取组成的主析取范式后，可以针对剩下的组合写出主合取范式。

如当我们得到$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\vee p)$的大项之合取$(p\vee\neg q)$后，使$(p\vee\neg q)$为假时$(p,q)$的值为$(0,1)$，故其标记为$M_{01}$，剩余的取值为$(0,0),(1,0),(1,1)$，故小项之析取为$m_{00}\vee m_{10}\vee m_{11}$。

反之，若先得到其小项的析取，也可得到其大项的合取。反正这两者将其所有组合瓜分完毕。

(2)$(\neg p\rightarrow q)\rightarrow(q\wedge r)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg p\rightarrow q$	$(q\wedge r)$	结果
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

主析取范式$=m_{000}\vee m_{001}\vee m_{011}\vee m_{111}=(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

主合取范式$=M_{010}\wedge M_{100}\wedge M_{101}\wedge M_{110}=(p\vee\neg q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee r)$

(3)$(p\vee(q\wedge r))\rightarrow(p\vee q\vee r)$

p	q	r	$(q\wedge r)$	$(p\vee(q\wedge r))$	$(p\vee q\vee r)$	$(p\vee(q\wedge r))\rightarrow(p\vee q\vee r)$
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

永真式，所有小项的析取得到其主析取范式

$=(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

由于没为假的指派，所以没有为假赋值，所对应的大项合取构成的合取，即没有主合取范式。

$\neg(p\vee(q\wedge r))\vee(p\vee q\vee r)=(\neg p\wedge\neg(q\wedge r))\vee(p\vee q\vee r)=((\neg p\wedge\neg q)\vee (\neg p\wedge\neg r))\vee(p\vee q\vee r) =$
$(\neg p\wedge\neg q)\vee (\neg p\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r=\neg(p\vee q)\vee(\neg p\wedge\neg r)\vee p\vee q\vee r=1$ 永真

(4) $\neg(q\rightarrow\neg p)\wedge\neg p$

p	**q**	$\neg p$	$(q\rightarrow\neg p)$	$\neg(q\rightarrow\neg p)$	结果
0	**0**	1	1	0	0

0	**1**	1	1	0	0
1	**0**	0	1	0	0
1	**1**	0	0	1	0

没有成真的赋值，从而没有对应的小项，因此没有小项构成的主析取范式

永假式即矛盾式，为假指派对应的大项合取$=(p\vee q)\wedge(p\vee\neg q)\wedge(\neg p\vee q)\wedge(\neg p\vee\neg q)$

原式$=\neg(\neg q\vee\neg p)\wedge\neg p=(q\wedge p)\wedge\neg p=0$

(5) $(p\wedge q)\vee(\neg p\vee r)$

p	q	r	$(p\wedge q)$	$\neg p$	$(\neg p\vee r)$	$(p\wedge q)\vee(\neg p\vee r)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1

主析取范式

$(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg \mathbf{q}\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

主合取范式

$M_{100}=\neg p\vee q\vee r$

原式$=((p\wedge q)\vee\neg p)\vee r=((p\vee\neg p)\wedge(\neg p\vee q))\vee r=(1\wedge(\neg p\vee q))\vee r=\neg p\vee q\vee r$ 这就是大项也

剩下的赋值对应的就是小项

(6)$(p\rightarrow(p\vee q))\vee r$

p	q	r	$(p\vee q)$	$(p\rightarrow(p\vee q))$	$(p\rightarrow(p\vee q))\vee r$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

永真式，只有小项组成的主析取范式。

没有为假的赋值，所以没有成假赋值对应的大项的合取，即没有主合取范式。

原式$=(\neg p\vee(p\vee q))\vee r=(1\vee q)\vee r=1$

(7)$(p\wedge q)\vee r$

p	q	r	$(p\wedge q)$	$(p\wedge q)\vee r$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0

0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

主析取范式=$m_{001}\vee m_{011}\vee m_{101}\vee m_{110}\vee m_{111}$=

$(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

主合取范式=$M_{000}\wedge M_{010}\wedge M_{100}=(p\vee q\vee r)\wedge(p\vee\neg q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)$

$(p\wedge q)\vee r$

$=(p\wedge q\wedge 1)\vee(1\wedge 1\wedge r)$

$=(p\wedge q\wedge(\neg r\vee r))\vee((\neg p\vee p)\wedge(\neg q\vee q)\wedge r)$

$=(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)$

$(p\wedge q)\vee r$

$=(p\vee r)\wedge(q\vee r)$

$=(p\vee 0\vee r)\wedge(0\vee q\vee r)$

$=(p\vee(\neg q\wedge q)\vee r)\wedge((\neg p\wedge p)\vee q\vee r)$

$=(p\vee\neg q\vee r)\wedge(p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)\wedge(p\vee q\vee r)$

$=(p\vee\neg q\vee r)\wedge(p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)$

(8) $(p\to q)\wedge(q\to r)$

p	q	r	$(p\to q)$	$(q\to r)$	$(p\to q)\wedge(q\to r)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

主析取范式=$m_{000}\vee m_{001}\vee m_{011}\vee m_{111}$

$=(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

主合取范式=$M_{010}\wedge M_{100}\wedge M_{101}\wedge M_{110}$=

$=(p\vee\neg q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee r)$

$(p\to q)\wedge(q\to r)=(\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee r)$

$=(\neg p\vee q\vee 0)\wedge(0\vee\neg q\vee r)$

$=(\neg p\vee q\vee(\neg r\wedge r))\wedge((\neg p\wedge p)\vee\neg q\vee r)$

$=(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee r)\wedge(p\vee\neg q\vee r)$

$(p\to q)\wedge(q\to r)=(\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee r)$

$=(\neg p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge r)\vee(q\wedge\neg q)\vee(q\wedge r)$
$=(\neg p\wedge\neg q\wedge 1)\vee(\neg p\wedge 1\wedge r)\vee(1\wedge q\wedge r)$
$=(\neg p\wedge\neg q\wedge(\neg r\vee r))\vee(\neg p\wedge(\neg q\vee q)\wedge r)\vee((\neg p\vee p)\wedge q\wedge r)$
$=(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge r)$
$=(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge r)$

(9) $(p\wedge q)\to q$

p	**q**	$(p\wedge q)$	$(p\wedge q)\to q$
0	**0**	0	1
0	**1**	0	1
1	**0**	0	1
1	**1**	1	1

永真式，只有小项的析取构成的主析取范式$=(\neg p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q)$
没有为假的指派，所以没有由大项的合取构成的主合取范式

$(p\wedge q)\to q$
$=\neg(p\wedge q)\vee q$
$=(\neg p\vee\neg q)\vee q$
$=\neg p\vee\neg q\vee q$
$=1$

(10) $\neg(r\leftrightarrow p)\wedge p\wedge q$

p	q	r	$r\leftrightarrow p$	$\neg(r\leftrightarrow p)$	$\neg(r\leftrightarrow p)\wedge p\wedge q$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0

主析取范式$=m_{110}=p\wedge q\wedge\neg r$
主合取范式$=M_{000}\wedge M_{001}\wedge M_{010}\wedge M_{011}\wedge M_{100}\wedge M_{101}\wedge M_{111}$
$=(p\vee q\vee r)\wedge(p\vee q\vee\neg r)\wedge(p\vee\neg q\vee r)\wedge(p\vee\neg q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee q\vee r)\wedge(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee\neg r)$

$\neg(r\leftrightarrow p)\wedge p\wedge q$
$=\neg((\neg p\vee r)\wedge(p\vee\neg r))\wedge p\wedge q$
$=((p\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge r))\wedge p\wedge q$
$=(p\wedge\neg r\wedge p\wedge q)\vee(\neg p\wedge r\wedge p\wedge q)$
$=(p\wedge q\wedge\neg r)$

$\neg(r\leftrightarrow p)\wedge p\wedge q$

$=\neg((p\wedge r)\vee (\neg p\wedge\neg r))\wedge p\wedge q$

$= ((\neg p\vee\neg r)\wedge(p\vee r))\wedge p\wedge q$

$= (\neg p\vee\neg r)\wedge(p\vee r)\wedge p\wedge q$

$= (\neg p\vee\neg r)\wedge((p\vee r)\wedge p)\wedge q$

$= (\neg p\vee\neg r)\wedge p\wedge q$

$= (\neg p\vee(\neg q\wedge q)\vee\neg r)\wedge(p\vee(\neg q\wedge q)\vee (\neg r\wedge r))\wedge((\neg p\wedge p)\vee q\vee(\neg r\wedge r))$

$=(\neg p\vee\neg q\vee\neg r)\wedge (\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge$

$(p\vee\neg q\vee\neg r)\wedge(p\vee\neg q\vee r)\wedge(p\vee q\vee\neg r)\wedge (p\vee q\vee r) \wedge$

$\wedge\cancel{(\neg p\vee q\vee\neg r)} \wedge(\neg p\vee q\vee r) \wedge\cancel{(p\vee q\vee\neg r)} \wedge\cancel{(p\vee q\vee r)}$

$= (p\vee q\vee r) \wedge(p\vee q\vee\neg r)\wedge (p\vee\neg q\vee r)\wedge (p\vee\neg q\vee\neg r)\wedge (\neg p\vee q\vee r) \wedge(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge (\neg p\vee\neg q\vee\neg r)$

$=M_{000} \wedge M_{001}\wedge M_{010}\wedge M_{011}\wedge M_{100} \wedge M_{101}\wedge M_{111}$

二、应用题

1、某次课间休息时，1 位同学作为主持人与另外 3 位同学进行猜数游戏，主持人说这个数是 30、50、70 中的某一个，你们三位同学各猜一次，然后主持人分析每人猜数的结果，从而最终确定是哪个数。

同学 1 说：这个数是 30，不是 50

同学 2 说：这个数是 50，不是 70

同学 3 说：这个数既不是 30，也不是 50

主持人听后说道：你们 3 人中，有一人全对，有二人对了一半，请问到底是哪个数。

解：令 S 表示“这个数是 30”，W 表示“这个数是 50”，Q 表示“这个数是 70”

同学 1 的话：$S\wedge\neg W$

同学 2 的话：$W\wedge\neg Q$

同学 3 的话：$\neg S\wedge\neg W$

对于每个人来说，只有二个选择：全对、对一半，对一半又分成：第一句对第二句错、第一句错第二句对，因此每个同学的对错情况为：√√、√×、×√，因此 3 个人共有 3*3*3=27 种可能的情况，其中有些情况不符合“有一人全对，有二人对了一半”而剔除。

我们按“√√、√×、×√”顺序，构造“类真值表”来分析其组合情况

同学 1	同学 2	同学 3	命题公式	分析
√√	√√	√√	不必写	不可能全对
√√	√√	√×	不必写	不可能有 2 个对
√√	√√	×√	不必写	不可能有 2 个对
√√	√×	√√	不必写	不可能有 2 个对
√√	√×	√×	$S\wedge\neg W\wedge W\wedge Q\wedge\neg S\wedge W=0$	真值为 0 不对
√√	√×	×√	$S\wedge\neg W\wedge W\wedge Q\wedge S\wedge\neg W=0$	真值为 0 不对
√√	×√	√√	不必写	不可能有 2 个对
√√	×√	√×	$S\wedge\neg W\wedge\neg W\wedge Q\wedge\neg S\wedge W=0$	真值为 0 不对
√√	×√	×√	$S\wedge\neg W\wedge\neg W\wedge\neg Q\wedge S\wedge\neg W= S\wedge\neg W\wedge\neg Q$	可能对的，是 30 不是 50，不是 70
√×	√√	√×	$S\wedge W\wedge W\wedge\neg Q\wedge\neg S\wedge W=0$	不可能
√×	√√	×√	$S\wedge W\wedge W\wedge\neg Q\wedge S\wedge \neg W=0$	不可能
√×	√×	√√	$S\wedge W\wedge W\wedge Q\wedge\neg S\wedge\neg W=0$	不可能
√×	×√	√√	$S\wedge W\wedge \neg W\wedge\neg Q\wedge\neg S\wedge\neg W=0$	不可能
×√	√√	√×	$\neg S, \neg W,W, \neg Q,S,W=0$	不可能

×√	√√	×√	¬ S, ¬W,W, ¬Q,S, ¬W=0	不可能
×√	√×	√√	¬S, ¬W,W,Q, ¬S, ¬W=0	不可能
×√	×√	√√	¬S，¬W，¬W，¬Q，¬S，¬W=	3 个数都不是，不可能

答案是：是 30，不是 50，不是 70

同学 1 说：这个数是 30，不是 50　**全对**

同学 2 说：这个数是 50，不是 70　**第一句错第二句对**

同学 3 说：这个数既不是 30，也不是 50 **第一句错第二句对**

2、设计一个如下的电路图：它有三个输入 p1、p2、p3，当其中任意二个的值为 1 时输出的结果为 1，其他情况下输出 0。请给出其真值表，同时针对此真值表给出主析取范式、主合取范式，并给出其最简单的表达式。

答：与课堂例题一样

在真实的教材将其换成了如下习题

2、设计一个如下的电路图：它有三个输入 p1、p2、p3，当其中任意二个的值为 **0** 时输出的结果为 1，其他情况下输出 0。请给出其真值表，同时针对此真值表给出主析取范式、主合取范式，并给出其最简单的表达式。

p1	p2	p3	表达式的值
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

其主析取范式$=m_{000}\vee m_{001}\vee m_{010}\vee m_{100}$

$=(\neg p1\wedge\neg p2\wedge\neg p3)\vee(\neg p1\wedge\neg p2\wedge p3)\vee(\neg p1\wedge p2\wedge\neg p3)\vee(p1\wedge\neg p2\wedge\neg p3)$

$=((\neg p1\wedge\neg p2)\wedge(\neg p3\vee\wedge p3))\vee((\ (\neg p1\wedge p2)\vee\ (p1\wedge\neg p2))\wedge\neg p3)$

$=(\neg p1\wedge\neg p2)\ \vee(((\neg p1\wedge p2)\vee\ (p1\wedge\neg p2))\wedge\neg p3)$

其主合取范式$=M_{011}\wedge M_{101}\wedge M_{110}\wedge M_{111}$

$=(p1\vee\neg p2\vee\neg p3)\wedge(\neg p\vee p2\vee\neg p3)\wedge(\neg p1\vee\neg p2\vee p3)\wedge(\neg pq\vee\neg p2\vee\neg p3)$

$=(((p1\vee\neg p2)\wedge(\neg p1\vee p2))\vee\neg p3)\wedge\ (\neg p1\vee\neg p2)$

3、某年级要从 1 班、2 班、3 班、4 班、5 班中选出一名才子主持元旦晚会，每班最多一人，也可能没有，这些人满足如下条件，请确定最终选择哪些班级的学生：

(1)如果 1 班有人选中，则 2 班有人选中。

(2)若 5 班有人选上则 1 班与 2 班均有人选上。

(3)5 班与 4 班必有一班有被选中。

(4)3 班与 4 班同时有人选上或同时没人选上。

解：用 One 表示 1 班选了人，Two 表示 2 班选了人，Three 表示 3 班选了人，Four 表示 4 班选了人，Five 表示 5 班选了人。

则这 4 个条件依次为

$One \to Two$，$Five \to (One \wedge Two)$，$Four \vee Five$，$Three \leftrightarrow Four$

满足这 4 个条件，即这 4 个条件的值均为真即为 1，所以其合取为 1

$(One \to Two) \wedge (Five \to (One \wedge Two)) \wedge (Four \vee Five) \wedge (Three \leftrightarrow Four)=1$，

将以上合取范式转换为主析取范式，因此双条件应转换为析取式的合取式

原式=

$(\neg One \vee Two) \wedge (\neg Five \vee (One \wedge Two)) \wedge (Four \vee Five) \wedge ((\neg Three \vee Four) \wedge (Three \vee \neg Four))$

$=[(\neg One \vee Two) \wedge (\neg Five \vee (One \wedge Two))] \wedge (Four \vee Five) \wedge (\neg Three \vee Four) \wedge (Three \vee \neg Four)$

$=[\boldsymbol{(\neg One \wedge \neg Five) \vee (\neg One \wedge (One \wedge Two)) \vee (Two \wedge \neg Five) \vee (Two \wedge (One \wedge Two))}] \wedge (Four \vee Five) \wedge (\neg Three \vee Four) \wedge (Three \vee \neg Four)$

$=\{[(\neg One \wedge \neg Five) \vee (Two \wedge \neg Five) \vee (Two \wedge One)] \wedge (Four \vee Five)\} \wedge (\neg Three \vee Four) \wedge (Three \vee \neg Four)$

$=\{[(\neg One \wedge \neg Five \wedge Four) \vee (Two \wedge \neg Five \wedge Four) \vee (Two \wedge One \wedge Four) \vee (Two \wedge One \wedge Five)] \wedge (\neg Three \vee Four)\} \wedge (Three \vee \neg Four)$

$=\{(\neg One \wedge \neg Five \wedge Four \wedge \neg Three) \vee$

$(\neg One \wedge \neg Five \wedge Four) \vee$

$(Two \wedge \neg Five \wedge Four \wedge \neg Three) \vee$

$(Two \wedge \neg Five \wedge Four) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Four \wedge \neg Three) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Four) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Five \wedge \neg Three) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Five \wedge Four)\} \wedge \quad (Three \vee \neg Four)$

$=(\neg One \wedge \neg Five \wedge Four \wedge Three) \vee$

$(Two \wedge \neg Five \wedge Four \wedge Three) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Four \wedge Three) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Five \wedge \neg Three \wedge \neg Four) \vee$

$(Two \wedge One \wedge Five \wedge Four \wedge Three)$

$= (\neg One \wedge Three \wedge Four \wedge \neg Five) \vee$

$(Two \wedge Three \wedge Four \wedge \neg Five) \vee$

$(One \wedge Two \wedge Three \wedge Four) \vee$

$(One \wedge Two \wedge \neg Three \wedge \neg Four \wedge Five) \vee$

$(One \wedge Two \wedge Three \wedge Four \wedge Five)$

	一班	二班	三班	四班	五班	条件 1	条件 2	条件 3	条件 4
方案一	无	不限	有	有	无	满足	满足	满足	满足
方案二	不限	有	有	有	无	满足	满足	满足	满足
方案三	有	有	有	有	不限	满足	满足	满足	满足
方案四	有	有	无	无	有	满足	满足	满足	满足
方案五	有	有	有	有	有	满足	满足	满足	满足

(1)如果 1 班有人选中，则 2 班有人选中。

(2)若 5 班有人选上则 1 班与 2 班均有人选上。

(3)5 班与 4 班必有一班有被选中。

(4)3 班与 4 班同时有人选上或同时没人选上。

4、某公司要从 A、B、C、D、E 选派一些人去参观世博会，必须满足如下条件：

(1)若 A 去则 B 肯定不能去；

(2)若 A 与 C 只能去一个；

(3)C 与 D 两人同去或同不去；

(4)若 B 去则 C 肯定去

(5)若 E 去则 B，C，D 肯定有一人陪同。

证明：是否存在满足以上条件的人选？若存在则请给出全部方案。

解：这句知表示为：

$(A\rightarrow\neg B)\wedge((A\wedge\neg C)\vee(\neg A\wedge C))\wedge(C\leftrightarrow D)\wedge(B\rightarrow C)\wedge(E\rightarrow(B\vee C\vee D))$

满足 5 个条件，则每个条件的值为真，故其合取为真，将其转换为主析取范式，则可以判断是否有可能的方案。

$(A\rightarrow\neg B)\wedge((A\wedge\neg C)\vee(\neg A\wedge C))\wedge(C\leftrightarrow D)\wedge(B\rightarrow C)\wedge(E\rightarrow(B\vee C\vee D))$

$=\{(\neg A\vee\neg B)\wedge((A\wedge\neg C)\vee(\neg A\wedge C))\}\wedge((C\wedge D)\vee(\neg C\wedge\neg D))\wedge(\neg E\vee B\vee C\vee D)$

$=\{[(\neg A\wedge C)\vee(A\wedge\neg C\wedge\neg B)\vee(\neg A\wedge C\wedge\neg B)]\wedge((C\wedge D)\vee(\neg C\wedge\neg D))\}\wedge(\neg E\vee B\vee C\vee D)$

$=\{(\neg A\wedge C\wedge D)\vee(A\wedge\neg B\wedge\neg C\wedge\neg D)\vee(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D)\}\wedge$

$(\neg E\vee B\vee C\vee D)$

$=(\neg A\wedge C\wedge D\wedge\neg E)\vee(\neg A\wedge C\wedge D\wedge B)\vee(\neg A\wedge C\wedge D)\vee$

$(A\wedge\neg B\wedge\neg C\wedge\neg D\wedge\neg E)\vee$

$(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D\wedge\neg E)\vee(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D)$

$=(A\wedge\neg B\wedge\neg C\wedge\neg D\wedge\neg E)\vee(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D\wedge\neg E)\vee(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D)\vee(\neg A\wedge B\wedge C\wedge D)\vee(\neg A\wedge C\wedge D\wedge\neg E)\vee(\neg A\wedge C\wedge D)$

	条件 1	条件 2	条件 3	条件 4	条件 5
$(A\wedge\neg B\wedge\neg C\wedge\neg D\wedge\neg E)$ A 去 B 不 C 不 D 不 E 不	满足	满足	满足	满足	满足
$(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D\wedge\neg E)$ A 不 B 不 C 去 D 去 E 不	满足	满足	满足	满足	满足
$(\neg A\wedge\neg B\wedge C\wedge D)$ A 不 B 不 C 去 D 去 E 不限	满足	满足	满足	满足	满足
$(\neg A\wedge B\wedge C\wedge D)$ A 不 B 去 C 去 D 去 E 不限	满足	满足	满足	满足	满足
$(\neg A\wedge C\wedge D\wedge\neg E)$ A 不 B 不限 C 去 D 去 E 不	满足	满足	满足	满足	满足
$(\neg A\wedge C\wedge D)$ A 不 B 不限 C 去 D 去 E 不限	满足	满足	满足	满足	满足

(1)若 A 去则 B 肯定不能去；　(2)若 A 与 C 只能去一个；

(3)C 与 D 两人同去或同不去；　(4)若 B 去则 C 肯定去

(5)若 E 去则 B，C，D 肯定有一人陪同。