

1: 编制一个将百分制转换成五级分制的程序

0~59	_____	bad5%
60~69	— _____	pass15%
70~79	— _____	general40%
80~89	_____	good30%
90~100	_____	excellent10%

按照如下语句进行编程

if (a<60) b="bad";

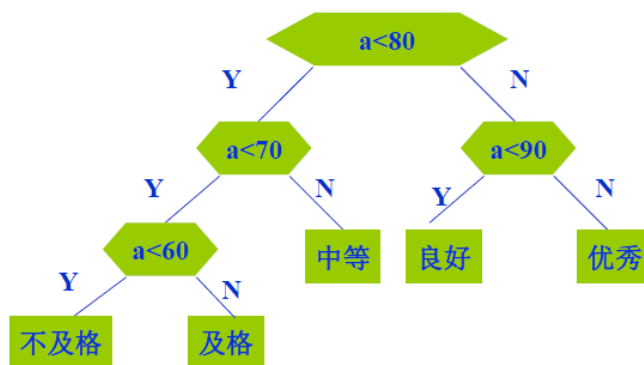
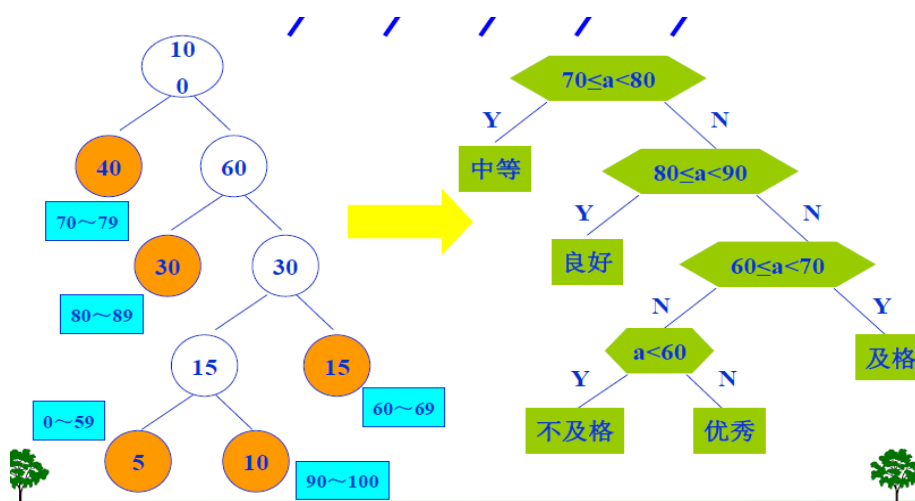
else if (a<70) b="pass";

else if (a<80) b="general";

else if (a<90) b="good";

else b="excellent";

输入 10000 个输入数据，需进行 31500 次比较



按照此棵判定树，输入 10000 个输入数据，此判定树需进行 22000 次比较

例：某通信系统一共使用 8 种符号，分别假定为 a,b,c,d,e,f,g,h，这些符号在实际通信中应用的频率为

符号	a	b	c	d	e	f	g	h
频率(%)	30	20	15	10	10	5	5	5

请为该系统设计一个效率最高的编码方案，并给出和不编码情形下通信效率的比较，以 1000 个符号为例即可。

2. 图的证明

- 设G是简单平面图，则它一定有一个度数 ≤ 5 的结点。

证明 不妨设G是连通的。若不连通，就可考察G中的一个连通分支。

因G是简单图，所以每个面至少有三条边，所以， $3r \leq 2e$ ，即有 $r \leq \frac{2}{3}e$

如果每个结点的度数都 ≥ 6 ，则 $6v \leq 2e$ ，即有 $v \leq \frac{1}{3}e$ 。

由欧拉公式 $n - m + r = 2$ 可得

$$2 = v - e + r \leq \frac{1}{3}e + \frac{2}{3}e - e = 0$$

和假定矛盾。所以，G 中至少有一个结点的度数 ≤ 5 。

- 当每个节点的度数大于或者等于3时,不存在有7条边的简单连通平面图。

证明：

假定平面图为 n 个顶点, r 个面, m 条边由欧拉公式 $n - m + r = 2$

如果 m=7 那么 n+r=9

因为每个面至少由 3 条边组成，所以

$$3r \leq 2m$$

这样

$$r \leq \frac{2}{3}m = \frac{14}{3} \text{ 由于 } r \text{ 是整数, 所以 } r \leq 4$$

由于每个节点的度数大于等于 3, 即

$$\deg(v) \geq 3$$

所以

$$3n \leq 2m$$

$$n \leq \frac{2}{3}m$$

所以, 同理 $n \leq 4$

这样 $r + n \leq 8$

与假定矛盾

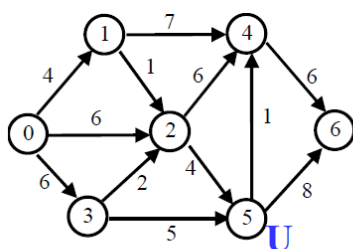
3. 狄克斯特拉算法

(1)初始时,S只包含源点,即 $S=\{v\}$,v的距离为0。U包含除v外的其他顶点,U中顶点u距离为边上的权(若v与u有边 $\langle v,u \rangle$)或 ∞ (若u不是v的出边邻接点)。

(2)从U中选取一个距离v最小的顶点k,把k加入S中(该选定的距离就是v到k的最短路径长度)。

(3)以k为新考虑的中间点,修改U中各顶点的距离:若从源点v到顶点u($u \in U$)的距离(经过顶点k)比原来距离(不经过顶点k)短,则修改顶点u的距离值,修改后的距离值的顶点k的距离加上边 $\langle k,u \rangle$ 上的权。

(4)重复步骤(2)和(3)直到所有顶点都包含在S中。



S

U

v_0 到0~6各顶点的距离

$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$	$\{0,4,6,6,\infty,\infty,\infty\}$
$\{0,\underline{1}\}$	$\{2,3,4,5,6\}$	$\{0,4,\mathbf{5},6,\mathbf{11},\infty,\infty\}$
$\{0,1,\underline{2}\}$	$\{3,4,5,6\}$	$\{0,4,5,6,11,\mathbf{9},\infty\}$
$\{0,1,2,\underline{3}\}$	$\{4,5,6\}$	$\{0,4,5,6,11,9,15\}$
$\{0,1,2,3,\underline{5}\}$	$\{4,6\}$	$\{0,4,5,6,\mathbf{10},9,\mathbf{17}\}$
$\{0,1,2,3,5,\underline{4}\}$	$\{6\}$	$\{0,4,5,6,10,9,\mathbf{16}\}$
$\{0,1,2,3,5,4,\underline{6}\}$	$\{\}$	$\{0,4,5,6,10,9,16\}$

则 v_0 到 $v_1 \sim v_6$ 各顶点的最短距离分别为4、5、6、10、9和16。

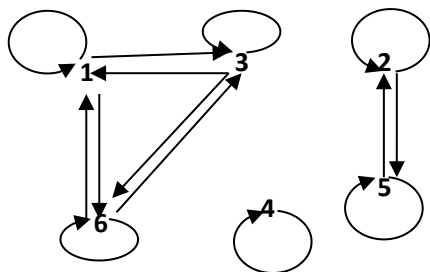
4 关系

- 设集合 $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ 上的关系 $R = \{(1,1), (1,3), (1,6), (2,2), (2,5), (3,1), (3,3), (3,6), (4,4), (5,2), (5,5), (6,1), (6,3), (6,6)\}$

(1) 画出 R 的关系图，并写出 R 的关系矩阵；

(2) R 是否为等价关系？若是，写出 R 的所有等价类。

解：(1) R 的关系图为



(2) R 的关系矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由关系图可以看出 R 是等价关系。等价类为：

$$[1] = [3] = [6] = \{1, 3, 6\}, [2] = \{2, 5\}, [4] = \{4\}$$

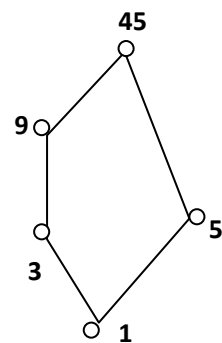
$$\text{或写为: } A/R = \{\{1, 3, 6\}, \{2, 5\}, \{4\}\}$$

- 设 $A = \{1, 3, 5, 9, 45\}$, \leq 为 A 上的整除关系。

(1) $\langle A, \leq \rangle$ 是否为偏序集，若是，画出其哈斯图；

(2) $\langle A, \leq \rangle$ 是否为格？说明理由；

解：(1) $\langle A, \leq \rangle$ 是偏序集。哈斯图为：



(2) $\langle A, \leq \rangle$ 是格。因为偏序集中的任意两个元素均有上、下确界。

- 假定集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，构造满足如下条件的关系

(1) R 是对称的，也是反对称的

(2) R 既不是对称的，也不是反对称的

(3) R 是传递的，但是 $R \cup R^{-1}$ 不是传递的

解：

$$(1) R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle \}$$

$$(2) R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$$

$$(3) R = \{ \langle 1, 2 \rangle \}$$

递推求解

课件内容

图应用