《离散数学》第一次作业

一、判断填空题

1、判断下列哪些公式为永真蕴含式?（　）

(1) $\neg Q \Rightarrow Q \rightarrow P$ (2) $\neg Q \Rightarrow P \rightarrow Q$ (3) $P \Rightarrow P \rightarrow Q$ (4) $\neg P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow \neg P$

2、下列公式中哪些是永真式?（　　）

(1) $(\neg P \wedge Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg R)$ (2) $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$ (3) $(P \wedge Q) \rightarrow P$　(4) $P \rightarrow (P \vee Q)$

3、设有下列公式，请问哪几个是永真蕴涵式?(　　)

(1) $P \Rightarrow P \wedge Q$ (2) $P \wedge Q \Rightarrow P$ (3) $P \wedge Q \Rightarrow P \vee Q$

(4) $P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$　(5) $\neg (P \rightarrow Q) \Rightarrow P$　(6) $\neg P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow \neg P$

4、判断下列语句是不是命题。若是，给出命题的真值。(　　)

(1) 北京是中华人民共和国的首都。 (2) 陕西师大是一座工厂。

(3) 你喜欢唱歌吗?　　(4) 若 7+8＞18，则三角形有 4 条边。

(5) 前进!　　(6) 给我一杯水吧!

5、设个体域为整数集，则下列公式的意义是(　　)。

(1) $\forall x \exists y (x+y=0)$　(2) $\exists y \forall x (x+y=0)$

6、设全体域 D 是正整数集合，确定下列命题的真值:

(1) $\forall x \exists y\ (xy=y)$　(　)　　(2) $\exists x \forall y (x+y=y)$　(　)

(3) $\exists x \forall y (x+y=x)$　(　)　　(4) $\forall x \exists y (y=2x)$　(　)

7、令 R(x):x 是实数，Q(x):x 是有理数。则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为（填空）。

二、求下列各公式的主析取范式和主合取范式

1、$(P \rightarrow Q) \wedge R$

2、$(P \wedge R) \vee (Q \wedge R) \vee \neg P$

3、$Q \rightarrow (P \vee \neg R)$

4、$P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$

三、证明

1、$P \to Q$，$\neg Q \vee R$，$\neg R$，$\neg S \vee P \Rightarrow \neg S$

2、$A \to (B \to C)$，$C \to (\neg D \vee E)$，$\neg F \to (D \wedge \neg E)$,$A \Rightarrow B \to F$

3、$(P \to Q) \wedge (R \to S)$，$(Q \to W) \wedge (S \to X)$，$\neg (W \wedge X)$，$P \to R \Rightarrow \neg P$

四、(行测题)

陈红、李明、朱智、韩冬四个人在玩一个游戏，韩冬作为游戏主持人在其他三个人背后的贴纸上分别写了1 个数字。3 个人都不知道自己背后的数字是什么，但是可以看到另外两个人背后的数字。陈红说李明的数字比朱智的数字大，李明说陈红的数字比朱智小，朱智说陈红的数字比李明的数字小。主持人说三个人当中至多有一个人说了假话。假设主持人说的是假话，那么陈红，黎明，朱智三个人背后数字的大小顺序可能是( )

A) 陈红> 李明> 陈红

B) 朱智> 李明> 陈红

C) 李明> 朱智> 陈红

D) 李明> 陈红> 朱智

五、 真值

如果个体域为实数集合，下列各语句的真值是什么？

a) $\exists x(x^3 = -1)$

b) $\exists x(x^4 < x^2)$

c) $\forall x\ ((-x)^2 = x^2)$

d) $\forall x(2x > x)$

六、 证明

1）证明两个语句$\neg \exists x \ \ \forall y \ \ P(x, y)$ 和$\forall x \ \ \exists y \ \ \neg P \ (x, y)$ 是逻辑等价的，这里在$P(x, y)$中两个量词的第一和第二变元具有相同的个体域。

2）用推理规则证明：如果$\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 和$\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$，$\forall x(R(x) \to \neg S(x))$ 和$\exists x \neg P(x)$为真，则$\exists x \neg R(x)$ 为真

3）证明两个语句$\neg \exists x \forall y P(x, y)$ 和$\forall x \exists y \neg P(x, y)$ 是逻辑等价的，这里在$P(x, y)$
中两个量词的第一和第二变元具有相同的个体域

4）证明任一个有理数和任一个无理数之间都有一个无理数