西安交通大学考试题

成绩	

课　程 计算方法 A

系　　别 ____________　　考试日期　2017 年 1 月 10 日

专业班号 ____________

姓　　名 ________　　学　号 ________　　期中 [ ]　　期末 [√]

一、填空（每空 3 分，共 51 分）

1. 近似数 $x^* = 0.231$ 关于真值 $x = 0.229$ 有__________位有效数字。

2. 为使函数 $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \quad (x \ge 1)$ 的计算结果较精确，可将其形式改为__________.

3. 设 $l_0(x), l_1(x), l_2(x), l_3(x)$ 是以 x_0, x_1, x_2, x_3 为互异节点的三次 Lagrange 插值基函数，则

$\sum_{j=0}^{3} l_j(x)(x_j+1)^3 =$ __________

4. 为求函数 $y = \arctan x$ 在区间 $[0,1]$ 上的最优一致逼近一次式 $p_1(x) = a + bx$，可取 $0, \alpha, 1$ 作为三个偏差点，则用于确定 a, b, α 和带符号的偏差 μ 的方程组为：

.

____

5. 设向量 $\vec{x} = (-1, 2, 3, -5)^T$，则 $\|\vec{x}\|_\infty =$ __________ ；已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$，则 $\|A\|_2 =$ __________，

$Cond_1(A) =$ __________.

6. 对 $f(x) = x^3 + x + 1$，差商 $f[0,1,2,3] =$ __________，$f[0,1,2,3,4] =$ __________.

7. 积分区间为 $[0,1]$，$g_2(x)$ 为关于权函数 $\omega(x) = \sqrt{x}$ 的最高项系数为 1 的二次正交多项式，则积分 $\int_0^1 \sqrt{x}\,(x-2)g_2(x)dx =$ __________.

8. 利用梯形公式计算定积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos\theta d\theta$ 时，其近似值为____________

9. 设向量 $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$，则存在 Givens 矩阵 $P =$ ______________，使得 $P\vec{x} = \|\vec{x}\|_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

10. 已知如下分段函数为三次样条，$S(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{2}(x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c & 1 \le x < 3 \end{cases}$

则 $a =$ _______, $b =$ _______ .

11. 设函数 $\varphi(x) = x + a(x^2 - 5)$，若使迭代法 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 产生的迭代序列 $\{x_k\}$ 收敛到 $x^* = \sqrt{5}$，则实数 a 的取值范围为_____________

12. 用乘幂法求矩阵 A=$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$按模最大的特征值和特征向量时，令 $z_0 = (1,1)^T$， 则迭代一次后，特征向量近似值 $z_1 =$___________________

二. 简答题(每小题 7 分，共计 49 分; 需写出计算过程)

1 已知线性方程组 $Ax = b$，其中

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(1)将矩阵 A 进行三角分解：$A = LU$，其中 L 为单位下三角阵，U 为上三角阵.

(2)利用 LU 分解法求解上述线性方程组

2 利用牛顿插值法构造一个三次插值多项式 $H_3(x)$，使其满足如下插值条件，并给出截断误差表示式.:

x_i	1	2	3
$f(x_i)$	2	4	12
$f'(x_i)$		3	

3 给定线性方程组 $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 2x_1+2x_2+x_3=3 \end{cases}$，

(1)写出求解上述方程组的雅可比迭代格式和高斯—赛德尔迭代格式.

(2)讨论雅可比迭代格式和高斯—赛德尔迭代格式的收敛性.

4. 方程 $x^3-3x+1=0$ 在 1.5 附近有根 x^*，首先讨论迭代 $x_{k+1}=\frac{1}{3}(x_k{}^3+1)$ 的收敛性；若不收敛，对此迭代格式实施改善，使改善后的迭代格式收敛；若收敛，使改善后的迭代收敛加速.

5. 设一次多项式 $ax+b$ 为函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,1]$ 最优平方逼近，求 a,b 的值.

6. 设 $f(x)\in C^2[a,b]$，已知关于权函数 $\omega(x)=x^2$ 正交的二次正交多项式为 $P_2(x)=x^2-\frac{3}{5}$。记

$I[f]=\int_{-1}^{1}x^2 f(x)dx$，$Q[f]=A_0 f(x_0)+A_1 f(x_1)$，

求参数 A_0,A_1,x_0,x_1，使求积公式 $I[f]\approx Q[f]$ 具有尽可能高的代数精度，并导出截断误差公式。

7、给定常微分方程初值问题$\begin{cases} y''(x) - y'(x) + y(x) = \sin x, \quad 0 \le x \le 1 \\ y(0) = 0, y'(0) = -0.2 \end{cases}$，取步长为$h$. 分别利用Euler法和标准的四阶四级龙格-库塔法写出求解该问题的数值格式..