

一、填空题(本题共 9 小题, 每小题 4 分, 满分 36 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{e^{-x} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2、 $\int f'(x)dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

3、 $(e^{3x})^{(n)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4、 函数 $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 4$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5、 曲线 $y = xe^{-x}$ 的拐点是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + x \cos^2 x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

7、 若 $y = \sqrt{1+x^2}$, $dy|_{x=2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8、 曲线 $\begin{cases} x^2 = 2 + y^2 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所成的旋转面方程是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9、 曲线 $f(x) = \frac{\sin x}{(x+1)(x-2)}$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条渐近线.

二、计算题(本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、 设 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 、 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

2、 计算不定积分 $\int xe^{2x} dx$

3、 计算定积分 $\int_1^5 \frac{x-1}{1+\sqrt{2x-1}} dx$

三、计算题(本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \ln(1+t^2) dt}{\sin^6 x}$

2、 设方程 $e^{xy} + x^2y - y^3 = 0$ 确定函数 $y = y(x)$, 求 $y'(0)$

3、求过点 $P(2,4,0)$ 并且与直线 $L_1: \begin{cases} x+2z-1=0 \\ y-3z-2=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

四、计算题(本题共 3 小题, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 6 分, 第 3 小题 4 分, 共 16 分)

1、求由曲线 $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = x$ 所围成的平面图形的面积.

2、求由 $y = e^x$ 、 $y = 1$ 和 $x = 2$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所成立体的体积.

3、 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导, $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$.

证明: (1) $\exists c \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使 $f(c) = c$;

2) 对于 $\forall \lambda, \exists \xi \in (0, c)$, 使 $f'(\xi) - \lambda[f(\xi) - \xi] = 1$

21

一、判断题(本题共 14 小题, 每小题 2 分, 满分 28 分) (对的打 \checkmark 错的打 \times)

1、函数 $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ 的定义域是 $D = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 。 ()

2、若 $f(x)$ 在区间 $(1,7)$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $[2,6]$ 上有界。 ()

3、已知 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$, 则 $f(2) = 3$ 。 ()

4、已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 并且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 则 $f(0) = 0$ 。 ()

5、 $(5^x)' = 5^x \ln 5$ ()

6、 $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ ()

7、若连续函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 则 $f'(1) = 0$, $f''(1) > 0$ 。 ()

8、 $\int_{-2}^2 x \ln(1+x^2) dx = 0$ ()

9、 $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ 是区间 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数。 ()

10、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx = \frac{3}{2}$ ()

11、向量运算: $(1,2,1) \times (2,1,2) = 6$ ()

12、若 $f(x)$ 可导, 并且 $|f'(x)| < 1$, 则 $f(x)$ 有界。 ()

13、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x} = 1$ 。 ()

14、若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 发散, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 发散。 ()

二、计算题(本题共四大题八小题, 每小题 5 分, 满分 40 分)

1、计算极限: ① $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{\frac{1}{x}}$; ② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - e^x}{x}$ 。

2、计算导数: ① $f(x) = x \tan x$; ② $f(x) = \arcsin \sqrt{x}$ 。

3、计算不定积分: ① $\int \ln(1+x^2) dx$; ② $\int \frac{5}{\sqrt{9+4x^2}} dx$ 。

4、计算定积分: ① $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$; ② $\int_{-1}^1 (\sin x \cdot e^{x^2} + \sqrt[3]{x^2}) dx$ 。

三、运算题(本题共三大题, 每题 7 分, 共 21 分)

1、假设 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 14$, 求 $f(x)$ 的单调区间、极值点与极值。

2、求由曲线 $y = \sin x$ 、 $y = \cos x$ 与直线 $x = 0$ 、 $x = \pi$ 所围成的平面图形的面积。

3、求直线 $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+t \\ z = -2+2t \end{cases}$ 与平面 $2x - y + z - 4 = 0$ 间的夹角。

四、(本题 6 分) 已知点 $(1,1)$ 是曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 求 a 、 b 。

五、(本题 5 分) 已知 $\int_0^1 [f(x) + f'(x)]e^x dx = 1$, $f(1) = 0$, 求 $f(0)$