南 京 林 业 大 学 试 卷

课程 高等数学(A、B类)（A卷）参考答案 2020~2021 学年第 1 学期

姓名

班号

学号

一．选择题,下列提供的四个答案中只有一个答案是正确的.（每小题 3 分，共 30 分）

1、设 $f(x),g(x),h(x)$ 均为奇函数，则（ ）中所给定的函数是偶函数.

(A) $f(x)g(x)h(x)$ (B) $[f(x)+g(x)]h(x)$

(C) $f(x)g(x)+g(x)$ (D) $f(x)+g(x)+h(x)$

2. 若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内，$f'(x)<0,\ f''(x)>0,$ 则在 (a,b) 内 $y=f(x)$（ ）.

（A）单调增加且曲线是凹的 （B）单调减少且曲线是凹的

（C）单调减少且曲线是凸的 （D）单调增加且曲线是凸的

3、下列函数在点 $x=0$ 处间断，其中 $x=0$ 不是可去间断点的有（ ）

(A) $y=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ (B) $y=\sin x\sin\dfrac{1}{x}$

(C) $y=\dfrac{\ln(1+x)}{x}$ (D) $y=e^{\frac{1}{x}}$

4、极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\sin\dfrac{1}{x}+\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{-2x}\right)=$ （ ）

(A) e^2 (B) e^{-2} (C) $1-e^{-2}$ (D) $1+e^{-2}$

5、设 $M=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1+x}{e^x}dx, N=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\sqrt{\cos x}\right)dx,$ 则（ ）

(A) $M=-N$ (B) $M=N$ (C) $M>N$ (D) $N>M$

6、设 $\int f(x)dx=F(x)+C$，则下列结论不正确是（ ）

(A) $\int F'(x)dx=F(x)+C$ (B) $\dfrac{\mathrm{d}}{dx}\left[\int f(x)dx\right]=f(x)$

(C) $d\left[\int f(x)dx\right]=f(x)$ (D) $d\left[\int f(x)dx\right]=f(x)dx$

7、设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha-1}}, 1<x<e\\ \dfrac{1}{x\ln^{\alpha+1}x}, & x\geq e\end{cases}$，若反常积分 $\int_1^{+\infty}f(x)dx$ 收敛，则（ ）

(A) $\alpha<-2$ (B) $\alpha>2$ (C) $-2<\alpha<0$ (D) $0<\alpha<2$

8、当 $x\to 0$ 时，$f\left(x\right)=x-\sin ax$ 与 $g\left(x\right)=x^2\ln\left(1-bx\right)$ 是等价无穷小，则（　　）

$\left(A\right)\ a=1,b=-\dfrac{1}{6}$　$\left(B\right)\ a=-1,b=\dfrac{1}{6}$　$\left(C\right)\ a=-1,b=-\dfrac{1}{6}$　$\left(D\right)\ a=1,b=\dfrac{1}{6}$

9、设函数 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续, 又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{x-a}=-1,$ 则(　　)

(A) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点.　　　(B) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

(C) $\left(a,f\left(a\right)\right)$ 是曲线 $y=f\left(x\right)$ 的拐点.

(D) $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$\left(a,f\left(a\right)\right)$ 也不是曲线 $y=f\left(x\right)$ 的拐点.

10、连续曲线 $y=f(x),$ 直线 $x=a$，$x=b\ \left(a<b\right)$ 及 x 轴所围图形绕 x 轴旋转一周而成的立体体积 $V=$（　　）.

（A）$\pi\int_a^b f^2(x)dx$　（B）$2\pi\int_a^b xf^2(x)dx$　（C）$\pi\int_a^b xf(x)dx$　（D）$2\pi\int_a^b f(x)dx$

三、计算（每小题 6 分，共 30 分）

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)\cot x$

2．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\int_0^x e^{t^2}dt\right)^2}{\int_0^x te^{2t^2}dt}$.

3. 设 $y=\ln(e^x+\sqrt{1+e^{2x}})$，求 $dy.$

4. 设 $y=y(x)$ 是方程 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\int_0^{t^2}\dfrac{1}{\sqrt{k+1}}dk\\ t+\sqrt{t^2+1}-e^y=0\end{cases}$ 确定，求 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=1}$。

5. $y=y(x)$ 满足: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\ln[\tan(x+\Delta x)]\Delta x+o(\Delta x)$, 求 y',y''.

四．计算下列积分（每小题 6 分，共 24 分）

1. $\int\dfrac{dx}{(x+1)(x-2)}$

2. $\int_{\frac{3}{4}}^1\dfrac{dx}{\sqrt{1-x}-1}$

3. $\int_0^1 x\arctan x\,dx$

4. 计算反常积分 $\int_1^e\dfrac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$。

五．（本题 10 分）设 D_1 是由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a$，$x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面区域；D_2 是由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $y=0$，$x=a$ 所围成的平面区域，其中 $0<a<2$．

(1) 试求 D_1 绕 x 轴旋转而成的旋转体体积 V_1；D_2 绕 y 轴旋转而成的旋转体体积 V_2；

(2) 问当 a 为何值时，V_1+V_2 取得最大值？试求此最大值．

六．（本题 6 分）当 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，证明：$\tan x > x+\dfrac{1}{3}x^3$．