

期中重难点集训

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x) \ln(x+1)}.$

2、 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{f(x)} - e}{x}.$

3、 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{x^3}}.$

4、 若 $x \rightarrow 0^+$, 下列无穷小阶数最高的是 ().

A. $1 - \cos \sqrt{x}$ B. $\sqrt{x} + x^4$ C. $x \sin \sqrt{x}$ D. $x \sqrt{x + \sqrt{x}}$

5、 设 $f(x) = \frac{2}{1 + e^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|}$, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 () 间断点.

6、 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = ()$

7、讨论函数 $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|(x^2 - 1)}$ 的间断点及其类型

8、设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，且 $f(a) = f(b)$ ，证明存在

$$\xi \in (a, b), \text{ 使 } f(\xi) = f\left(\xi + \frac{b-a}{2}\right)$$

9、设 $y = e^{\arctan \sqrt{x}}$ ，求 dy

10、已知曲线的参数方程是 $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ ，求曲线在

$t = \frac{\pi}{2}$ 处一阶导数值及二阶导数值.

11、设可导函数 $y = f(x)$ 由 $x^3 - 3\cos(xy^2) + 2y^3 = 32$ 所确

定，求 $\frac{dy}{dx}$.

12、请写出曲线 $y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)(x-2)}$ 所有渐近线

13、已知 $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x^2), & x \leq 0 \\ x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$

14、 $f(x)$ 在 $x=a$ 处二阶可导，则

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f'(a)}{h} = (\quad)$$

15、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos 2x)}{x^4}$

思考题：1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x} \sqrt[3]{\cos 3x}}{x^2}$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{\sin x} + \sqrt[3]{1 - \cos x}) - \sin x}{\arctan(4\sqrt[3]{1 - \cos x})}$

