20 经

一、客观题（每空 4 分，共 36 分）

1、 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{2xy}{2-\sqrt{xy+4}} =$______________________________.

2、交换积分次序 $\int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} f(x,y)dy =$________________.

3、函数$z=z(x,y)$由方程**错误!未找到引用源。**确定，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,1)} =$_______________..

4、设 $z=\dfrac{y}{x}$，则 $dz=$______________.

5、差分方程 $y_{x+1}-y_x=2$ 的通解为_________________.

6、幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1} x^n}{2^n}$ 的收敛域为_________________和函数为___________________.

7、 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{n!} =$__________________.

8、若 y_1, y_2, y_3 是微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的三个线性无关特解，

则该方程的通解是（　　）

（A） $c_1y_1+c_2y_2+y_3$　　**（B）** $c_1(y_1-y_2)-c_2(y_1-y_3)+y_3$

（C） $c_1y_1+c_2y_2+(y_2-y_1)$　　**（D）** $c_1(y_1-y_2)+c_2(y_1-y_3)+(y_1-y_3)$

二、计算题（每题 6 分，共 24 分）

1、判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4n-1}$ 的敛散性

2、判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{n^3+1}$ 的敛散性

3、求微分方程 $y'-y\tan x=\sec x$ 的通解

4、求初值问题 $\begin{cases} y'=(y+1)x \\ y(0)=0 \end{cases}$ 的解

三、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、设 $z=f(xy, x^2-y^2)$，其中 f 有二阶连续的偏导数，计算 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

2、$\iint\limits_D xydxdy$，其中 D 由 $y=x, y=1, x=2$ 围成.

3、将 $f(x)=\dfrac{1}{2+3x}$ 展开为**错误!未找到引用源。**的幂级数.

四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1、求微分方程 $y''-3y'+2y=2e^x$ 的通解.

2、计算二重积分 $\iint\limits_D (x+y)^2\, dxdy$，其中 $D: x^2+y^2 \le 4, x \ge 0$.

20-21-2 期末答案

一、客观题（每空 4 分，共 36 分）

1、-8；　2、$\int_{-1}^{0} dy \int_{-1}^{y} f(x,y) dx$；　3、-1;　4、$-\frac{y}{x^2}dx+\frac{1}{x}dy$

5、$y_x = C+2x$；　6、(-2,2)　；　$\frac{x}{2+x}$　7、e；　8、B

二、计算题（每题 6 分，共 24 分）

1、解：$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}}{4(n+1)-1} \Big/ \dfrac{2^n}{4n-1} = 2\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n-1}{4n+3} = 2 > 1$，故发散。

2、解：$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{n^3+1} \Big/ \dfrac{1}{n^{\frac{5}{2}}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3}{n^3+1} = 1 > 0$,因为 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\frac{5}{2}}}$ 收敛，所以 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{n^3+1}$ 收敛。

3、解: $y=\left(\int \sec x e^{\int -\tan x dx} dx + C\right) e^{\int \tan x dx} = \left(\int \sec x e^{\ln\cos x} dx + C\right) e^{-\ln\cos x} = (x+C)\dfrac{1}{\cos x}$

4、解：分离变量：$\dfrac{dy}{(y+1)} = xdx$，两边积分：$\ln(y+1) = \dfrac{x^2}{2}+C$

代入 $x=0, y=0$，得 C=0.故特解：$\ln(y+1)=\dfrac{x^2}{2}$,即$y=e^{\frac{x^2}{2}}-1$.

三、计算题（每题 8 分，共 40 分）

1、$\dfrac{\partial z}{\partial x} = yf_1' + 2xf_2'$，$\dfrac{\partial z}{\partial y} = xf_1' - 2yf_2'$；

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = f_1' + xyf_{11}'' + 2(x^2-y^2)f_{12}'' - 4xyf_{22}''$

2、$\iint\limits_D xydxdy = \int_1^2 dx \int_1^x xydy = \dfrac{1}{2}\int_1^2 \left(x^3-x\right)dx = \dfrac{9}{8}$

$\iint\limits_D xydxdy = \int_1^2 dy \int_y^2 xydx = \dfrac{1}{2}\int_1^2 \left(4y-y^3\right)dy = \dfrac{9}{8}$

3、$\dfrac{1}{2+3x} = \dfrac{1}{5+3(x-1)} = \dfrac{1}{5}\dfrac{1}{1+\dfrac{3(x-1)}{5}} = \dfrac{1}{5}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(-\dfrac{3(x-1)}{5}\right)^n = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{3^n}{5^{n+1}}(x-1)^n$

收敛域：$-1 < \dfrac{3(x-1)}{5} < 1 \Rightarrow -\dfrac{2}{3} < x < \dfrac{8}{3}$

四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1、解：特征方程：$r^2-3r+2=0$，特征根：$r_1=1, r_2=2$，所以，齐次方程的通解为 $Y=C_1e^x+C_2e^{2x}$；设非齐次方程的特解为：$y^*=axe^x$，代入原方程，得 a=-2;特解 $y^*=-2xe^x$

所以，非齐次方程的通解为：$y=C_1e^x+C_2e^{2x}-2xe^x$.

2、解：$\iint\limits_D (x+y)^2\, dxdy = \iint\limits_D \left(x^2+y^2\right) dxdy = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 r^3 dr = 4\pi$