18

一、客观题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1、设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+xy}-1}{xy}, & (x,y)\neq(0,0)\\ a, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续，则 $a=$______。

2、设 $z=\ln\dfrac{y}{x}+\dfrac{\arctan y^2}{\sqrt{\ln y+1}}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______。

3、交换积分次序 $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy=$______。

4、曲面 $z^3=xy$ 在点 $P_0=(-1,1,-1)$ 处的法线方程为______。

5、微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{e^x}{e^y}$ 满足条件 $y(0)=0$ 的特解为______。

6、幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{3^n}(x-1)^n$ 的收敛域为______。

7、设 $f(x,y,z)=x^2y^2+yz^3$，$\vec{l}=(1,1,1)$，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial l}\right|_{(1,1,1)}=$______。

8、微分方程 $y'-\dfrac{2}{x}y=-x$ 的通解为______。

二、判断级数的敛散性(本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分)

1、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\tan\dfrac{\pi}{n^2}$；　　2、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{(n+1)^2 n!}$。

三、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\sin(xy)+xz^2-3yz=2$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

2、将 $f(x)=\ln x$ 在 $x_0=3$ 处展开成 $(x-3)$ 幂级数，并且写出收敛域。

3、求微分方程 $y''+5y'+4y=2e^{-x}$ 的通解。

四、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、设 $z=f(3xy-2,4x^2)$，其中 f 有二阶连续的偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2、计算 $\iint\limits_D(3y-1)d\sigma$，其中 D 是由直线 $y=-x, x+2y=3$ 及 x 轴围成.

3、求函数 $z=x^3-4x^2+2xy-y^2+1$ 的极值.

20

一、客观题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1、设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\arcsin xy}{y}, & (x,y)\neq(2,0)\\ a\quad, & (x,y)=(2,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续，则 $a=$______。

2、设 $f(x,y,z)=x^2+y^2-z^2$，$\overrightarrow{l}=(2,-1,2)$，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial l}\right|_{(-1,1,2)}=$______。

3、交换积分次序 $I=\int_1^2 dx\int_1^{x^2} f(x,y)dy=$______。

4、曲线 $\begin{cases}x=\cos t\\ y=\sin t\\ z=2t\end{cases}$ 在 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 处的切线方程为______。

5、设 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$，则 $dz|_{(1,1)}=$______。

6、微分方程 $y'=1+y^2$ 满足初始条件 $y(0)=1$ 的特解为______。

7、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{2^n}(x-1)^n$ 的收敛域为（　　）

（A）$(-2,2)$　（B）$[-1,3]$　（C）$[-2,2]$　（D）$(-1,3)$

8、微分方程 $y'-3y=e^{2x}$ 的通解为（　　）

（A）$y=\dfrac{1}{5}e^{2x}+Ce^{-3x}$　　（B）$y=\dfrac{1}{5}e^{-2x}+Ce^{3x}$

（C）$y=-e^{2x}+Ce^{3x}$　　（D）$y=-e^{3x}+Ce^{2x}$

二、计算题(本题共 4 小题，每小题 8 分，满分 32 分)

1、判断级数的敛散性(本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分)

①$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\ln\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$；　　② $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{(n+1)^2}$

2、求微分方程 $y''-3y'+2y=3xe^x$ 的通解。

3、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+2y+z-2xy^2z^3=0$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$、$\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

4、将 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$ 展成 x 的幂级数，并且写出收敛域。

三、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、设 $z=f(xy,\dfrac{x}{y})$，其中 f 有二阶连续的偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2、计算 $\iint\limits_D \dfrac{x}{y^2}dxdy$，其中 D 是以 $0(0,0)$、$A(1,1)$、$B(0,1)$ 为顶点的三角形区域。

3、求函数 $z=x^3-y^3+3xy$ 的极值。