

一、客观题 (本题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

1、设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+xy}-1}{xy}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ a, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点连续, 则 $a =$ _____。

2、设 $z = \ln \frac{y}{x} + \frac{\arctan y^2}{\sqrt{\ln y + 1}}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

3、交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy =$ _____。

4、曲面 $z^3 = xy$ 在点 $P_0 = (-1, 1, -1)$ 处的法线方程为 _____。

5、微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{e^y}$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解为 _____。

6、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} (x-1)^n$ 的收敛域为 _____。

7、设 $f(x, y, z) = x^2 y^2 + yz^3$, $\vec{l} = (1, 1, 1)$, 则 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(1, 1, 1)} =$ _____。

8、微分方程 $y' - \frac{2}{x} y = -x$ 的通解为 _____。

二、判断级数的敛散性 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1、 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \tan \frac{\pi}{n^2}$; 2、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)^2 n!}$ 。

三、计算题 (本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、设 $z = z(x, y)$ 由方程 $\sin(xy) + xz^2 - 3yz = 2$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

2、将 $f(x) = \ln x$ 在 $x_0 = 3$ 处展开成 $(x-3)$ 幂级数, 并且写出收敛域。

3、求微分方程 $y'' + 5y' + 4y = 2e^{-x}$ 的通解。

四、计算题 (本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、设 $z = f(3xy - 2, 4x^2)$, 其中 f 有二阶连续的偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2、计算 $\iint_D (3y-1) d\sigma$, 其中 D 是由直线 $y = -x, x + 2y = 3$ 及 x 轴围成。

3、求函数 $z = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2 + 1$ 的极值。

一、客观题 (本题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

1、设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arcsin xy}{y}, & (x, y) \neq (2, 0) \\ a, & (x, y) = (2, 0) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点连续, 则 $a =$ _____。

2、设 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$, $\vec{l} = (2, -1, 2)$, 则 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(-1, 1, 2)} =$ _____。

3、交换积分次序 $I = \int_1^2 dx \int_1^{x^2} f(x, y) dy =$ _____。

4、曲线 $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = 2t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 _____。

5、设 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 则 $dz|_{(1, 1)} =$ _____。

6、微分方程 $y' = 1 + y^2$ 满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特解为 _____。

7、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (x-1)^n$ 的收敛域为 ()

(A) $(-2, 2)$ (B) $[-1, 3]$ (C) $[-2, 2]$ (D) $(-1, 3)$

8、微分方程 $y' - 3y = e^{2x}$ 的通解为 ()

(A) $y = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}$ (B) $y = \frac{1}{5}e^{-2x} + Ce^{3x}$

(C) $y = -e^{2x} + Ce^{3x}$ (D) $y = -e^{3x} + Ce^{2x}$

二、计算题 (本题共 4 小题, 每小题 8 分, 满分 32 分)

1、判断级数的敛散性 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$; ② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)^2}$

2、求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 3xe^x$ 的通解。

3、设 $z = z(x, y)$ 由方程 $x + 2y + z - 2xy^2z^3 = 0$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

4、将 $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ 展成 x 的幂级数, 并且写出收敛域。

三、计算题 (本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、设 $z = f(xy, \frac{x}{y})$ ，其中 f 有二阶连续的偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2、计算 $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$ ，其中 D 是以 $O(0,0)$ 、 $A(1,1)$ 、 $B(0,1)$ 为顶点的三角形区域。

3、求函数 $z = x^3 - y^3 + 3xy$ 的极值。