19 上期中

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1}{x^3+2}(\cos x+\sin x)=$____________________.

2、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n-1}}\right)=$____________________.

3、若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin ax}{x}, & x\neq 0\\ 2, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$__________.

4、d ____________________ $=(x^3+\cos 2x)dx$.

5、设 $f(x)=3^x\sec x$，则 $f'(x)=$__________.

二、单项选择题（每题 4 分，共 16 分）

1．下列叙述中正确的是（　　）

（A）若数列 $\{x_n\}$ 有界，则 $\{x_n\}$ 收敛；　（B）若数列 $\{x_n\}$ 发散，则 $\{x_n\}$ 无界；

（C）若函数 $f(x)$ 连续，则 $f(x)$ 有界；　（D）叙述（A）、(B)、(C）都不对.

2、点 $x=0$ 是函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}, & x<0\\ 2, & x\geq 0\end{cases}$ 的（　　）

（A）第一类可去间断点；　（B）第一类跳跃间断点；　（C）第二类间断点；　（D）连续点.

3、函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可微是函数在该点处可导的（　　）条件.

（A）充分而非必要；　（B）必要而非充分；　（C）充要；　（D）既非充分也非必要.

4、设 $f(x)=1-\cos x^2$，$g(x)=1-\cos^2 x$，$h(x)=x^3+x^4$，则 $x\to 0$ 时，（　　）

（A）无穷小 $f(x)$ 的阶最低；（B）无穷小 $g(x)$ 的阶最低；

（C）无穷小 $h(x)$ 的阶最低；（D）无穷小 $f(x)+g(x)+h(x)$ 的阶最高.

三、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、已知 $y=x^{\tan x}(x>0)$，求 $\dfrac{dy}{dx}$

2、设 $\begin{cases} x=\arctan t \\ y=\ln(1+t^2) \end{cases}$ ，求 $\dfrac{dy}{dx}$、$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

3、设函数 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 由方程 $xy+e^{-y}=x+1$ 确定，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程。

四、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\boldsymbol{x}^2}-1}{\ln(\boldsymbol{x}+1)\arcsin 3\boldsymbol{x}}$

2、设 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}\cos\boldsymbol{x}$，求 $\boldsymbol{y}^{(8)}(\boldsymbol{x})$.

3、设 $f(x)=\lim\limits_{t\to 0}x(1+3t)^{\frac{x}{t}}$，(1) 求 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ (2) 求 $f'(x)$.

五、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1、设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x^2}-1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，讨论 $f'(0)$ 是否存在。

2、设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$，则存在 $\xi\in(0,1)$，

使得 $\xi\cdot f'(\xi)+f(\xi)=0$ 。

附加题（5 分）

设函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 在 $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ 上连续，在 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ 内可导，且 $\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})\neq 0$，试证存在 $\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta}\in(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，

使得 $\dfrac{\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{\xi})}{\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{\eta})}=\dfrac{\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{b}}-\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{a}}}{\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\eta}}$

20 上期中

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、设 $f(x)=\begin{cases} 3x^2+a, & x\le 0 \\ \dfrac{\sin^2 4x}{x^2}, & x>0 \end{cases}$，当 $a=$______时，函数 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处连续。

2、$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2^n+5^n}=$________.

3、设 $y=3^{\sin 2x}$，则 $dy=$__________.

4、曲线 $y=\ln x$ 上一点，其横坐标 $x=2$，则曲线在该点处的切线方程为______________________。

5、已知 $f(x)=\mathrm{e}^{-2x}$，则 $f^{(n)}(0)=$______________.

二、单项选择题（每题 4 分，共 16 分）

1、设 $f(x)=|x|$，则 $f'(x)$（　　）

（A）$=x$；　　（B）$=|x|$；　　（C）不存在；　　（D）以上都不对。

2、当 $x\to 0$ 时，下列无穷小中最高阶的是（　　）

（A）x^2+x^6；　（B）$\sin x-\tan x$；　（C）$1-\cos^2 x$；　（D）$1-\cos x^2$.

3、设 $\lim\limits_{x\to 0}(1-mx)^{\frac{1}{x}}=e^2$，则 $m=$（　　）

（A）$\frac{1}{2}$；（B）2；（C）-2；（D）$-\frac{1}{2}$。

4、点 $x=1$ 是函数 $f(x)=\begin{cases}3x+4, x>1\\ 12-5x, x\le 1\end{cases}$ 的（　　）

（A）可去间断点；　　（B）跳跃间断点；　　（C）第二类间断点；　　（D）连续点。

三、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、计算 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

2、计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^k}+\dfrac{2}{n^k}+\cdots+\dfrac{n}{n^k}\right)$

3、证明：当 $x\to 0$ 时，$\ln(1+x)-x=\circ(e^x-1)$

四、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、求函数 $\mathrm{y}=x\arctan\dfrac{x}{a}-\dfrac{a}{2}\ln(a^2+x^2)$ 的导数。

2、设 $\begin{cases}x=1+t^2\\ y=t^2-t^3\end{cases}$，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

3、设函数 $y=y(x)$ 由 $y-xe^y=1$ 所确定，求 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}$。

五、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1、设 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x\ne 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，求 $f'(x)$。

2、设 $f(x)$， $g(x)$ 都在区间 I 可导,

证明 $f(x)$ 的任意两个零点之间必有方程 $f'(x)+g'(x)f(x)=0$ 的根