

**Máquina de Turing universal. Indecibilidad. Reducciones.**

**Ejercicio 1.** Probar que el lenguaje  $L_U = \{ \langle M \rangle, w \mid M \text{ acepta } w \}$  pertenece a la clase RE.

**Ejercicio 2.** Justificar o responder según el caso:

- Se puede decidir si una MT  $M$ , a partir de la cadena vacía  $\lambda$ , escribe alguna vez un símbolo no blanco. *Ayuda: ¿Cuántos pasos puede hacer  $M$  antes de entrar en loop?*
- Se puede decidir si a partir de una cadena  $w$ , una MT  $M$  que sólo se mueve a la derecha se detiene. *Ayuda: ¿Cuántos pasos puede hacer  $M$  antes de entrar en loop?*
- Se puede decidir, dada una MT  $M$ , si existe una cadena  $w$  a partir de la cual  $M$  se detiene en a lo sumo 10 pasos. *Ayuda: ¿Hasta qué tamaño de cadenas hay que chequear?*
- Intuitivamente, ¿se puede decidir, dada una MT  $M$ , si existe una cadena  $w$  de a lo sumo 10 símbolos a partir de la cual  $M$  para?

**Ejercicio 3.** Considerando la reducción de HP a  $L_U$  descrita en clase, responder:

- Explicar por qué la función identidad, es decir la función que a toda cadena le asigna la misma cadena, no es una reducción de HP a  $L_U$ .
- Explicar por qué las MT  $M'$  generadas en los pares  $(\langle M' \rangle, w)$ , o bien se detienen aceptando, o bien loopean.
- Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a  $L_U$  también sirve para reducir  $HP^C$  a  $L_U^C$ .
- Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a  $L_U$  no sirve para reducir  $L_U$  a HP.
- Explicar por qué la siguiente MT  $M_f$  no computa una reducción de HP a  $L_U$ : dada una cadena válida  $(\langle M \rangle, w)$ ,  $M_f$  ejecuta  $M$  sobre  $w$ , si  $M$  acepta entonces genera el par de salida  $(\langle M \rangle, w)$ , y si  $M$  rechaza entonces genera la cadena 1.

**Ejercicio 4.** Sea el lenguaje  $D_{HP} = \{ w_i \mid M_i \text{ para desde } w_i, \text{ según el orden canónico} \}$ . Encontrar una reducción de  $D_{HP}$  a HP.

**Ejercicio 5.** Sean TAUT y NOSAT los lenguajes de las fórmulas booleanas sin cuantificadores, respectivamente, tautológicas (satisfactibles por todas las asignaciones de valores de verdad), e insatisfactibles (ninguna asignación de valores de verdad las satisface). Encontrar una reducción de TAUT a NOSAT.

**Ejercicio 6.** Un autómata linealmente acotado (ALA) es una MT con una sola cinta, con la restricción de que su cabezal sólo puede moverse a lo largo de las celdas ocupadas por la cadena de entrada. Probar que el lenguaje aceptado por un ALA es recursivo. *Ayuda: ¿en cuántos pasos se puede detectar que el ALA entra en loop?*

**Ejercicio 7.** Construir una MT que genere todos los índices  $i$  tales que  $(\langle M_i \rangle, w_i) \in HP$ , según el orden canónico.