概率

目录 CONTENTS

01

概率

4 概 率 介 绍

概 率

概率(probability)是一个事件将会发生的可能性的数值度量。事件的概率总是介于0 到 1 之间；若事件的概率接近0，则代表事件几乎不可能发生；若事件的概率接近1，则表明事件几乎肯定要发生。

样本空间

一个试验的样本空间是所有可能的试验结果的集合

随机试验

随机试验是一个过程，它所产生的试验结果是完全确定的。在每一次重复或者试验中，出现哪种结果完全由偶然性决定。

样 本 点

一个试验的结果，它是样本空间的一个元素

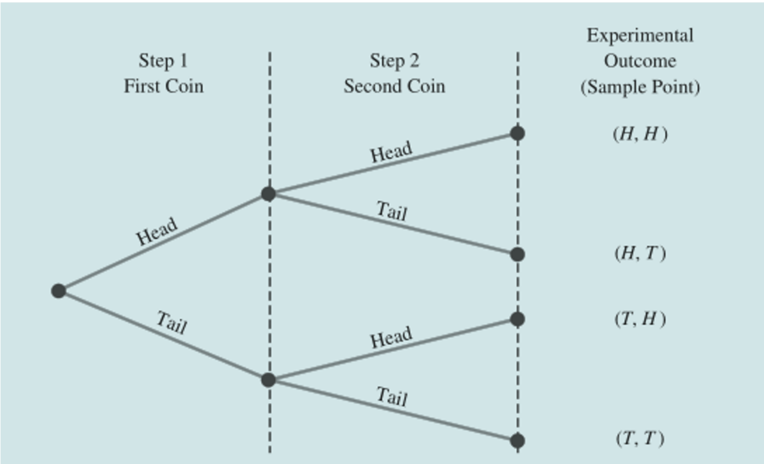
5 举例：骰子

抛掷一枚骰子，将可能的试验结果定义为骰子朝上一面的点数，于是试验的样本空间有6个样本点：

$$S=\{1,2,3,4,5,6\}$$

6

多步骤试验计数法则



试验样本空间：S={(H,H),(H,T).(T,H),(T,T)}

多步骤试验

考虑抛两枚硬币的试验，请问会出现多少种可能的试验结果？试验步骤为：第一步抛掷第一枚硬币，第二步抛掷第二枚硬币

树 形 图

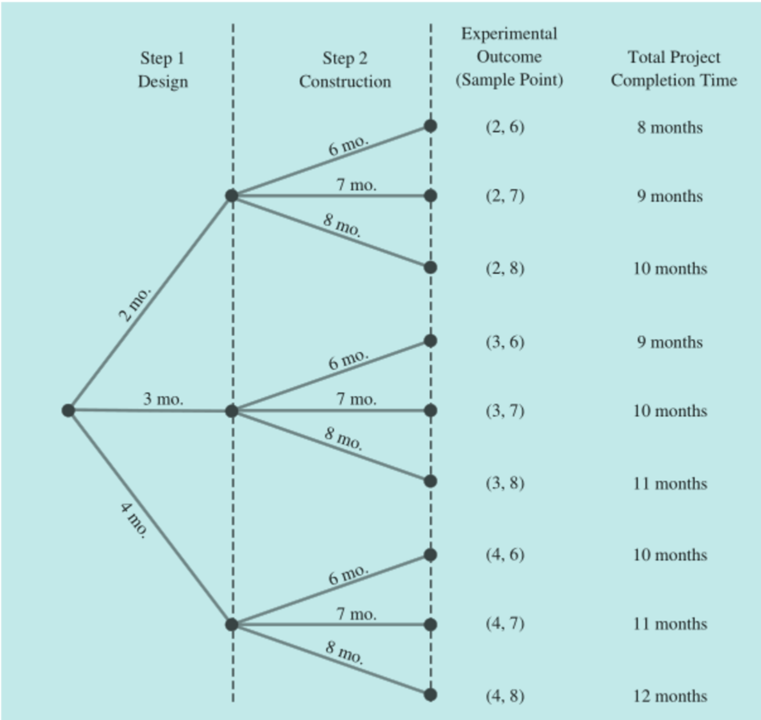
列出每一步骤的试验结果，最后进行组合。

多步骤试验计数法则

如果一个试验可以分为连续的k个步骤，在第一步有n_1种可能的结果，在第二步种有n_2种可能的结果，以此类推，那么所有的试验结果的个数为$(n_1)(n_2)\ldots(n_k)$

7

多步骤试验计数法则



案　　例

KP&L公司新建一项工程，分为两个连续的阶段或步骤进行-阶段1是设计阶段，阶段2是施工建设阶段。阶段1可能需要2、3或4个月，阶段2可能需要6、7或8个月。此外，公司要求整个工程需要在10个月内完成

分　　析

步骤1有3种可能，步骤2有3种可能，由多步骤试验计数法则可知，总共有3*3=9种可能。

满足公司要求的样本数量为6.

8 组合计数法则

组合计数法则

从N项中任取n项的组合数为：

$$C_{\mathrm{n}}^{N} = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

其中,

$N! = N \times (N-1) \times (N-2) \ldots \times 2 \times 1$

$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \ldots \times 2 \times 1$

高中数学案例

一个袋子当中装有5个不同编号的球，从中取出任意2个球，共有多少种不同的取法呢？

$$C_{2}^{5} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 120/12 = 10$$

9 排列计数法则

排列计数法则

从N个物体的集合中选取n个物品，并且考虑选取的顺序：

$$P_{n}^{N} = n!\binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!}$$

其中,

n个物体考虑排序的选取有n!中不同的方式。排列的试验结果总是大于组合的试验结果

高中数学案例

一个袋子当中装有5个不同编号的球，从中取出任意2个球，共有多少种不同的取法呢？

$$P_{2}^{5} = 2!\binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!} = 120/6 = 20$$

10 事件及其概率

事件

事件是样本点的一个集合

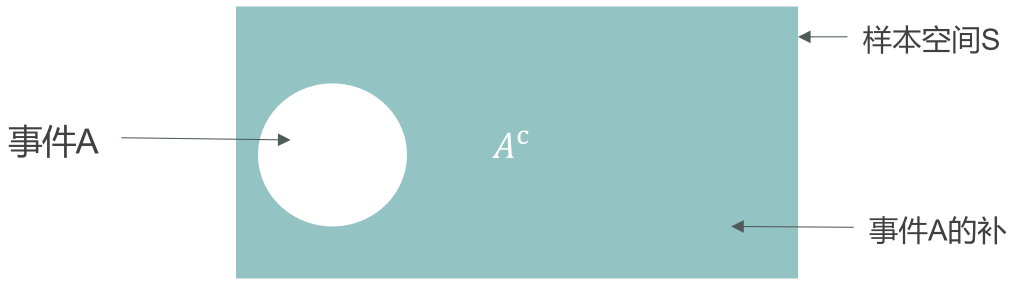
在KP&L项目中，项目经理关心的事件是“整个项目可以在10个月以内完工”。令C表示该事件，那么C={(2,6),(2,7),(2,8),(3,6),(3,7),(4,6)}
上述6个样本点中的任意一种试验结果出现，我们就称C事件发生

事件的概率

事件的概率等于事件中所有样本点的概率之和。

$$P(C) = P(2,6) + P(2,7) + P(2,8) + P(3,6) + P(3,7) + P(4,6)$$

11 事 件 的 补



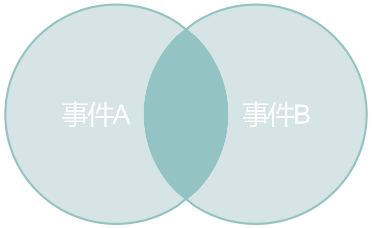
事件的补

事件的补：给定一个事件A，事件A的补是指所有不属于事件A的样本点组成的事件。

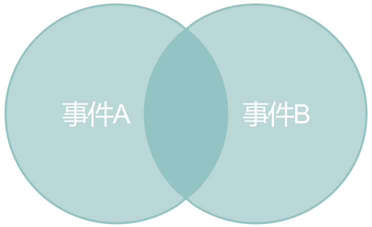
概率公式

P(A) + P(A^c) = 1

12 加 法 公 式



事件A和事件B的交集
$A \cap B$



事件A和事件B的并集
$A \cup B$

场　　景

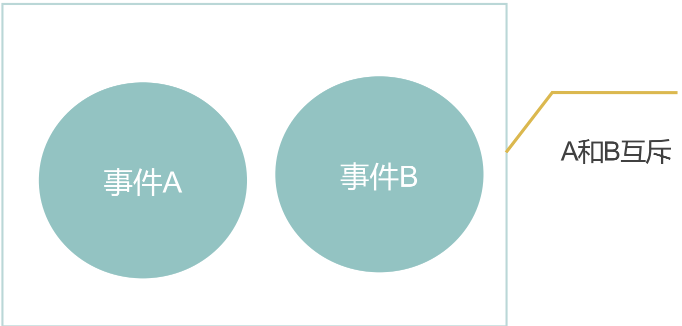
对于两个事件A和B，我们希望知道事件A或事件B或两者都发生的概率时，我们使用加法公式。

加法公式

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$P(A \cap B)$被计算了两次，所以要减去一次

13 加法公式-互斥事件



互斥事件

如果两个事件没有公共的样本点，则称这两个事件互斥

加法公式

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

条 件 概 率

升职情况数据

	男性	女性	合计
升职人数	288	36	324
未升职人数	672	204	876
合计	960	240	1200

定义事件如下：

M = {男性职员}　W={女性职员}
A = {得到升职}　A^c = {未得到升职}

随机选择一名职员:

- 他是男性并且得到升职的概率为$P(M\cap A)=\frac{288}{1200}=0.24$
- 他是男性并且未得到升职的概率为$P(M\cap A^c)=\frac{672}{1200}=0.56$
- 她是男性并且得到升职的概率为$P(W\cap A)=\frac{36}{1200}=0.03$
- 他是女性并且未得到升职的概率为$P(W\cap A^c)=\frac{204}{1200}=0.17$

条件概率

某个事件发生的可能性经常会受到另一个相关事件发生与否的影响。假设事件A发生的概率为$P(A)$，且A事件的发生依赖于事件B的发生，那么事件A发生的可能性叫做**条件概率**，记作$P(A|B)$

联合概率

两个事件交的概率

15 条件概率

升职情况联合概率表

	男性(M)	女性(W)	合计
升职人数(A)	0.24	0.03	0.27
未升职人数(A^c)	0.56	0.17	0.73
合计	0.80	0.20	1.00

计算：某位职员是男性的前提下获得升职的概率

$P(A|M)=\frac{288}{960}=\frac{288/1200}{960/1200}=\frac{0.24}{0.80}=0.30$ 分子分母都除以总人数1200

可以看出$P(A|M)$可以由联合概率$P(M\cap A)$与边际概率$P(M)$计算得出！

$$P(A|M)=P(M\cap A)/P(M)$$

边际概率

是指联合概率表边缘的概率。边际概率总可以由联合概率表中的联合概率按行或按列求和得到：

$P(A)=P(M\cap A)+P(W\cap A)=0.27$

条件概率

$P(A|M)$度量的是在事件M已经发生的条件下事件A发生的概率。由于在960名男性职员中，有288名得到升职，那么**某位职员是男性的前提下获得升职的概率就是288/960 = 0.3**

公 式

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

16

独 立 事 件

升职情况联合概率表

	男性(M)	女性(W)	合计
升职人数(A)	0.24	0.03	0.27
未升职人数(A^c)	0.56	0.17	0.73
合计	0.80	0.20	1.00

从表中可以看出，职员的性别大大影响了升职的概率。特别地，由于$P(A|M) \neq P(A)$，我们可以说事件A和M是相依事件，即事件A的概率受到事件M的影响，他们不是独立事件。如果$P(A|M) = P(A)$，则称事件A与事件M是独立事件。

独立事件

两个事件A和B是相互独立的，如果

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

17 乘法公式

乘法公式

用来计算两个相交事件的概率

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$

独立事件

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

互斥与独立

这是两个不同的概念。两个概率不为0的事件不可能既是互斥事件又是独立事件。如果两个互斥事件之一已经发生，那么另外一事件不会发生，因此这两个事件不是独立事件

18

贝 叶 斯 定 理

先验概率

在获得新的信息之后对概率进行修正是重要的概率分析手段，通常在开始分析时，总是对所关心的特定事件估计一个初始或**先验概率**

后验概率

然后从样本、专项报告或产品检验中获取了有关该事件新信息，就能根据这些新增的信息计算修正概率，更新先验概率值得到**后验概率。**

贝叶斯

贝叶斯定理提供了进行这种概率计算的一种方法

修正步骤

先验概率 → 新信息 → 应用贝叶斯定理 → 后验概率

19 贝叶斯定理

案例

假设某制造企业从两个不同的供应商处采购零件。令A_1表示事”零件来自于供应商1”，A_2表示事”零件来自于供应商2”.

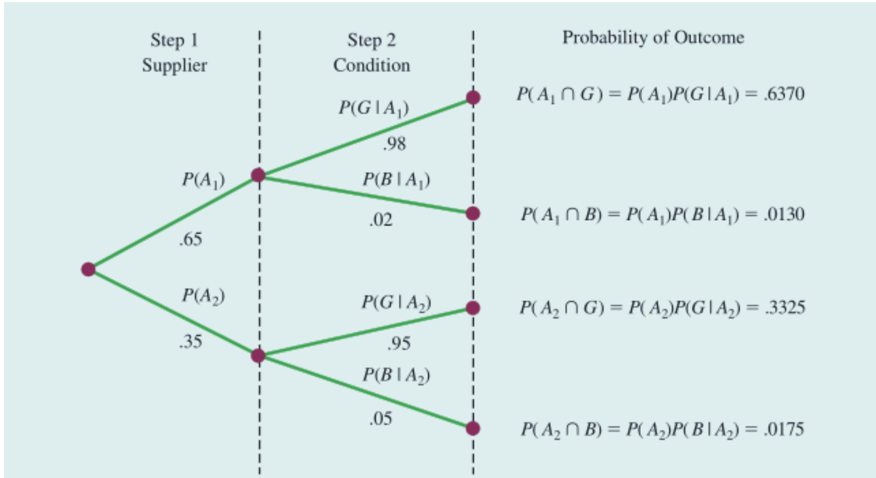
目前该企业有65%的零件采购自供应商1,其余35%采购自供应商2. 那么随机选取一个零件，可以设定先验概率$P(A_1)$=0.65 和 $P(A_2)$=0.35.

零件的质量随货源的不同而不同，如下表所示，令G表示事件“零件合格”，B表示事件“零件不合格”. 可以得出如下的条件概率值：

$$P(G|A_1) = 0.98$$
$$P(B|A_1) = 0.02$$
$$P(G|A_2) = 0.95$$
$$P(B|A_2) = 0.05$$

	合格品率	不合格品率
供应商1	98	2
供应商2	95	5

树 形 图



树形图将工厂进货的过程描述为两个步骤，总共4种结果。结合已知条件与乘法公式，我们可以计算出联合概率

20 贝叶斯定理

案例

假设某制造企业从两个不同的供应商处采购零件。令A_1表示事”零件来自于供应商1”　，A_2表示事”零件来自于供应商2”．

目前该企业有65%的零件采购自供应商1,其余35%采购自供应商2. 那么随机选取一个零件，可以设定先验概率$P(A_1)$=0.65 和 $P(A_2)$=0.35.

零件的质量随货源的不同而不同，如下表所示，令G表示事件“零件合格”　，B表示事件“零件不合格”．可以得出如下的条件概率值：

$$P(G|A_1) = 0.98$$
$$P(B|A_1) = 0.02$$
$$P(G|A_2) = 0.95$$
$$P(B|A_2) = 0.05$$

	合格品率	不合格品率
供应商1	98	2
供应商2	95	5

求解过程

现在假定采购自两个供应商的零件都用于加工程序中，一台机器因为遇到一个不合格的零件突然停机，那么在已知零件不合格的情况下，这个零件来自采购商1或者2的概率分别是多少？

问题就转换为要求解$P(A_2|B)$和$P(A_1|B)$

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$$

其中$P(A_1 \cap B) = P(B|A_1)P(A_1)$

由于事件B只在两种情况下发生$A_1 \cap B$和$A_2 \cap B$
所以$P(B)$= $P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B)$=$P(B|A_1)P(A_1)$+$P(B|A_2)P(A_2)$

结果$P(A_1|B)$=$\frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B|A_1)P(A_1)+P(B|A_2)P(A_2)}$=0.426
$P(A_2|B)$=0.5738

21 贝 叶 斯 定 理

贝叶斯定理

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)P(B|A_n)}$$

上面的案列中，我们可以看到开始随机选取的零件有0.65的概率来自于供应商1，但是在给定零件不合格的信息以后，这个零件来自于供应商1的概率下降到0.4262。

贝叶斯定理通常应用于如下情况，即我们希望计算后验概率的那些事件是互斥的，且它们的并构成了整个样本空间。

02

离散概率分布

23 随 机 变 量

1 离散概率分布的表达形式

1. 表格形式
2. 特定的数学函数

2 随机变量

对试验结果的数值描述

随机变量将每一个可能出现的试验结果赋予一个数值，随机变量的值取决于试验结果

3 离散型随机变量

可以取有限个或无限可数多个值的随机变量

24

离散型概率分布

抛掷色子朝上一面的概率分布

x	$f(x)$
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6

汽车日销量的概率分布

x	$f(x)$
0	0.18
1	0.39
2	0.24
3	0.14
4	0.04
5	0.01
合计	1.00

汽车公司过去300天的营业时间中，有54天汽车销量为0,117天为1辆，72天为2辆，42天为3辆，12天为4辆，3天为5辆

概率分布

描述随机变量取不同值的概率，对于离散型随机变量，会给出随机变量取每种值的概率，记作$f(x)$

古 典 法

当各种试验结果对应的随机变量值是等概率时，适合采用古典法为随机变量的值分配概率。

相对频数法

依据历史数据，采用相对频数法建立离散型概率分布得到所谓的经验离散分布。

25 离散型概率分布

离散型概率函数的基本条件

$$f(x) \geq 0$$
$$\sum f(x) = 1$$

离散型均匀概率函数

$$f(x) = 1/n$$

其中,n代表随机变量可能取值的个数

数学期望与方差

数学期望

随机变量的数学期望或均值是对随机变量中心位置的一种度量。

离散型随机变量的数学期望：

$$E(x) = \mu = \sum xf(x)$$

数学期望值等于1.5表达的是可以预期汽车公司平均日销量汽车1.5辆。如果一个月营业30天，可以预计汽车的平均销量为45辆

汽车日销量的数学期望

x	$f(x)$	x$f(x)$
0	0.18	0
1	0.39	0.39
2	0.24	0.48
3	0.14	0.42
4	0.04	0.16
5	0.01	0.05
合计	1.00	1.50

方差

用来描述随机变量取值的变异性

离散型随机变量的方差

$$Var(x) = \sum (x-\mu)^2 f(x)$$

二项概率分布

二项试验的性质

1. 试验由一系列相同的n个试验组成
2. 每次试验由两种可能的结果。我们把其中一个称为成功，另一个称为失败
3. 每次试验成功的概率都是相同的，用p来表示；失败的概率也是相同，用 1 – p表示
4. 试验是相互独立的

二项概率分布

在二项试验中，我们感兴趣的是在 n 次试验中成功出现的次数。如果令 x 代表 n 次试验中成功的次数，则 x 的可能值为0,1,2,3,..., n。由于随机变量取值的个数是有限的，所以 x 是一个离散型随机变量。与这一随机变量相对应的概率分布称为二项概率分布

28

二项概率分布

案列

假设计算抛 5 次硬币中3次出现正面的概率。这个试验具备二项试验的性质吗？

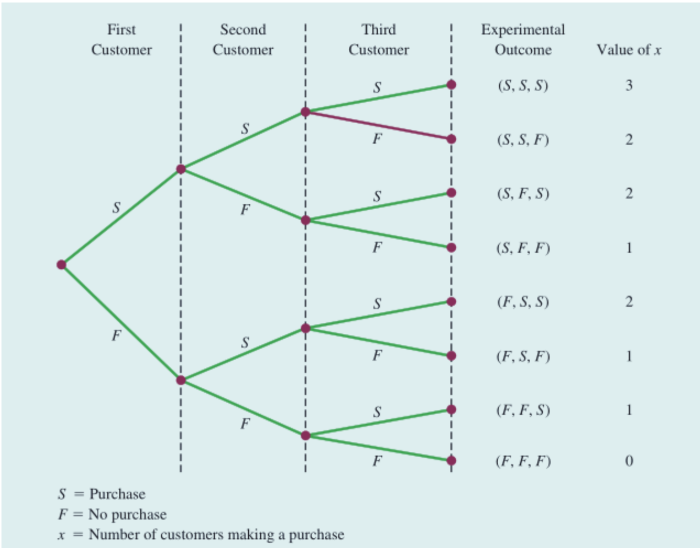
1. 试验由5次相同的试验组成，每次试验都是抛一枚硬币
2. 每次试验都只有两种可能的结果，正面朝上或者反面朝上，定义正面朝上为成功
3. 每次试验中，正面朝上或者反面朝上的概率都是相同的,p = 0.5，1-p=0.5
4. 每次试验或抛掷硬币都是独立的试验

二项概率分布

在二项试验中，我们感兴趣的是在 n 次试验中成功出现的次数。如果令 x 代表 n 次试验中成功的次数，则 x 的可能值为0,1,2,3,..., n。由于随机变量取值的个数是有限的，所以 x 是一个离散型随机变量。与这一随机变量相对应的概率分布称为二项概率分布

马丁服装商店的问题

马丁服装店有3名顾客前来购买衣服，根据过去的经验，每名客人购买衣服的概率是0.3。那么，在3名顾客中有2名顾客购买服装的概率是多少？



二项试验

1. 可以将试验认为是由3个相同的试验组成的序列，在3名顾客中，每一名对应一次试验
2. 每次试验都只有两种试验结果：购买或者不购买
3. 假设对于所有的顾客而言，购买的概率或不购买的概率都是相同的
4. 每名顾客的购买决策与其他顾客的购买决策相互独立

公　　式

n次试验中恰有x次成功的试验结果的数目

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

在3名顾客中有2名顾客购买服装的试验结果数量为3

（S,S,F）(S,F,S) (F,S,S)

30

二项概率分布

二项概率计算

我们想要确定n次试验中x次成功的概率，还必须知道其中每一个试验结果发生的概率。 由于二项试验的各个试验是相互独立的，我们只需要简单地将各个试验结果发生的概率相乘即可。

令(S, S, F) 表示事件“3名顾客中前2名顾客购买服装”，它的概率为：

$$pp(1-p) = 0.3 * 0.3 * (1-0.3) = 0.063$$

那么：

(S,F,S) = $p(1-p)p = 0.063$

(F,S,S) = $(1-p)pp =$0.063

在n次试验中有x次成功的特定试验结果的概率 = $p^x(1-p)^{(n-x)}$

二项概率函数

$$f(x) = \binom{n}{x}p^x(1-p)^{(n-x)}$$

x代表成功的次数；P代表一次试验中成功的概率；n代表试验的次数；f(x)代表n次试验中有x次成功的概率

31 二项分布的数学期望和方差

二项分布的数学期望和方差

$$E(x) = \mu = np$$
$$Var(x) = \sigma^2 = np(1-p)$$

马丁服装商店

当有3名顾客光顾时，计算购物顾客人数的数学期望

$E(x) = \mu = np$ =3*0.3=0.9

预计下个月会有1000名顾客光顾，那么购物顾客人数的期望值是：1000*0.3 = 300

32 泊松概率分布

主要用于估计某事件在特定时间段或空间中发生的次数

泊松试验的性质

1. 在任意两个长度相等的区间上，事件发生的概率是相同的
2. 事件在任一区间上是否发生于事件在其他区间上是否发生是独立的

泊松概率函数

$$f(x)=\frac{\mu^{x}e^{-\mu}}{x!}$$

f(x)代表事件在一个区间上发生x次的概率；u代表事件在一个区间上发生次数的数学期望；

泊松概率分布 – 时间段案列

我们感兴趣的是工作日早上15分钟内到达停车场的汽车数量：

1. 假设任意两个长度相等的事件内有一辆汽车到达的概率是相同的
2. 任一时间段上是否有汽车到达与其他时间段是否有汽车到达相互独立

那么泊松概率在这里是适用的，并且根据历史数据显示，15分钟的时间段上到达车辆数目的平均值为10：

$$f(x) = \frac{10^x e^{-10}}{x!}$$

如果管理员想知道15分钟内恰有5辆车到达的概率

$$f(5) = \frac{10^5 e^{-10}}{5!} = 0.0378$$

泊松概率分布的一个重要性质是它的数学期望和方差相等，从而15分钟内到达车辆数的方差为 10.

假设需要计算3分钟内有1辆汽车到达的概率，该如何计算？

由15分钟内到达车辆数的期望值为10可知，1分钟内到达的车辆数的期望值为10/15=2/3，于是3分钟内到达的车辆数的期望值为3*2/3=2 。 3分钟内有1辆汽车到达的概率如下：

$$f(3) = \frac{2^1 e^{-2}}{1!} = 0.2707$$

03

连续概率分布

35 连续概率分布

1

连续型随机变量

可以取某一区间或多个区间内任意值的随机变量

2

区别

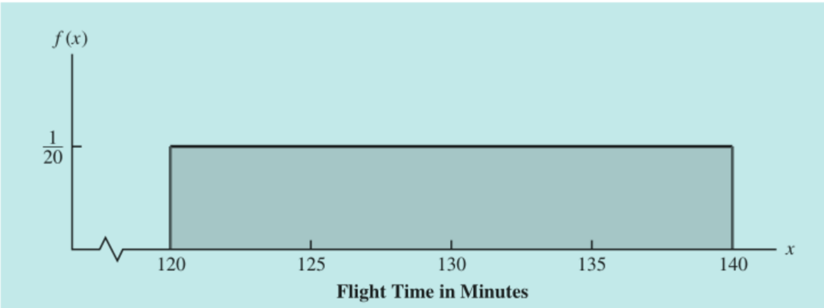
离散型与连续型变量的根本区别在于，二者在概率计算上是不同的。对一个离散型随机变量，概率函数f(x)给出了随机变量x取某个特定值的概率。而对连续型随机变量，与概率函数相对应的是概率密度函数，也记作f(x)。不同的是，概率密度函数没有直接给出概率。但是，给定区间上曲线f(x)下的面积是连续型随机变量在该区间取值的概率

3

连续概率分布

均匀分布、正态分布、指数分布

均匀概率分布



均 匀 概 率

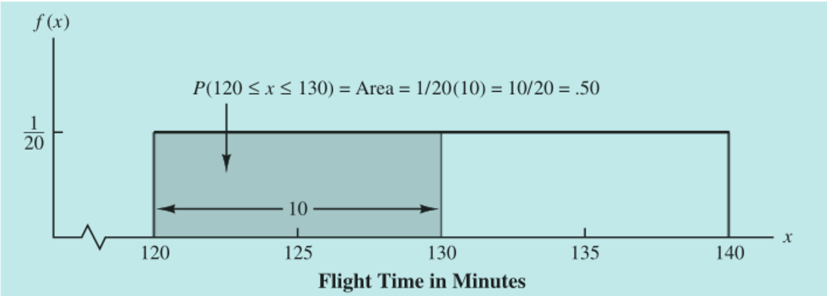
考虑随机变量x表示从上海飞往北京的某航班的飞行时间。假定飞行时间可以是120~140分钟区间中的任意值。假设在任意两个1分钟内的飞行时间的概率是相同 ，我们就说随机变量x服从均匀概率分布。飞行时间是服从均匀分布的随机变量，它的概率密度函数：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} & 120 \le x \le 140 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

均匀概率密度函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

均匀概率分布



均 匀 概 率

如图中所示，曲线f(x)下的面积和概率是相同的。对于所有的连续型变量，一旦确定了概率密度函数f(x)，在x在区间$[x_1, x_2]$内取值的概率可通过计算在区间上曲线f(x)下的面积所得。

对于连续型变量，曲线f(x)下方的面积为1；对于所有的x值，都有$f(x) \geq 0$

连续与离散的主要区别

1. 我们不再讨论随机变量取某一特定值的概率，取而代之的是讨论随机变量在某一区间上的取值概率
2. 连续型随机变量在某一特定值上的概率为0

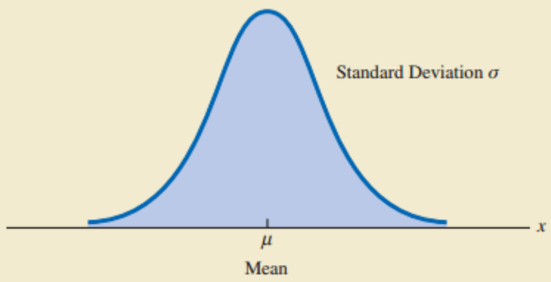
期 望 与 方 差

1. E(x) = $\frac{a+b}{2}$
2. Var(x) = $\frac{(b-a)^2}{12}$

38

正态概率分布

FIGURE 6.3 BELL-SHAPED CURVE FOR THE NORMAL DISTRIBUTION



NORMAL PROBABILITY DENSITY FUNCTION

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (6.2)$$

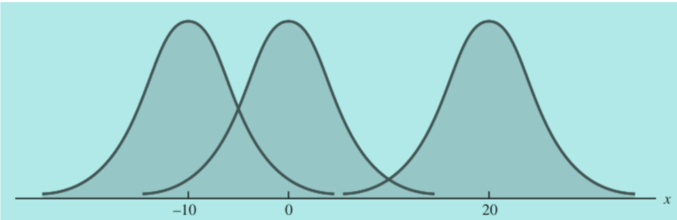
where

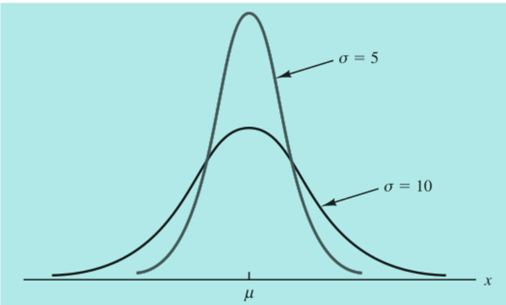
μ = mean
σ = standard deviation
π = 3.14159
e = 2.71828

正态概率分布

是描述连续型随机变量的最重要的一种概率分布。

39 正态概率分布

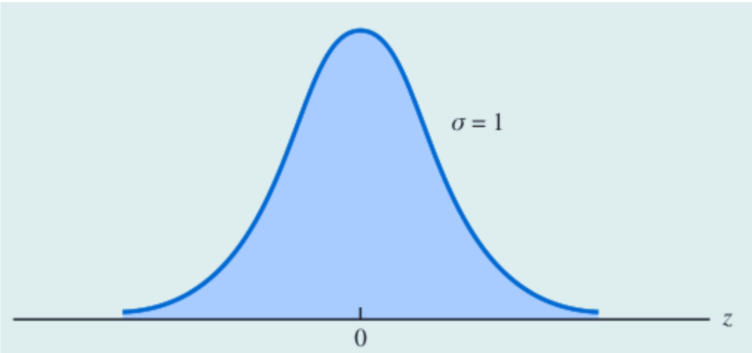




- 正态分布族中的每个分布因均值和标准差这两个参数的不同而不同
- 正态曲线的最高点在均值处达到，均值还是分布的中位数与众数
- 分布的均值可以是任意数值。图中展示的是相同标准差，但是不同均值的三个正态分布
- 正态分布是对称的
- 标准差决定曲线的宽度和平坦程度。标准差越大则曲线越宽，越平坦，表明数据更大的异动性
- 正态随机变量的概率由正态曲线下的面积给出

40

标准正态概率分布



标准正态概率分布

如果一个随机变量服从均值为0且标准差为1的正态分布，则称该随机变量服从标准正态分布

标准正态密度函数

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z^2/2}$$

概 率 表

为了得到正态随机变量在某个特定区间内的概率，需要计算在改区间中正态曲线下的面积。

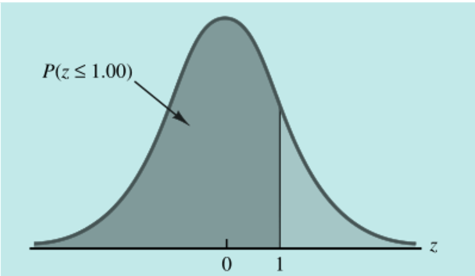
对于标准正态分布，正态曲线下的面积已计算出来并且被编制成了表：

https://wenku.baidu.com/view/c9ebc9ff6137ee06eef91818.html

41 三种类型概率

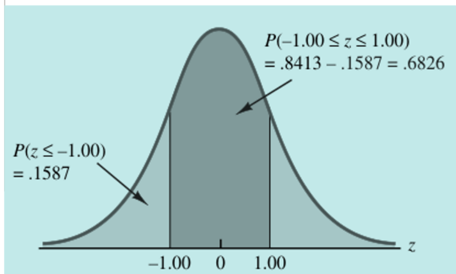
1

标准正态随机变量z小于或等于一给定值的概率



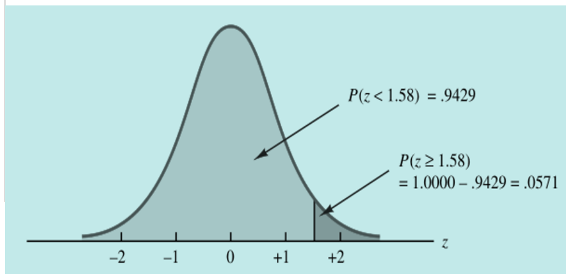
2

z在两个给定值之间的概率



3

z大于或等于一给定值的概率



计算正态概率分布

任何正态分布的随机变量我们都可以通过标准化转换，将其概率求解转换成标准正态分布，然后利用概率表进行求解！

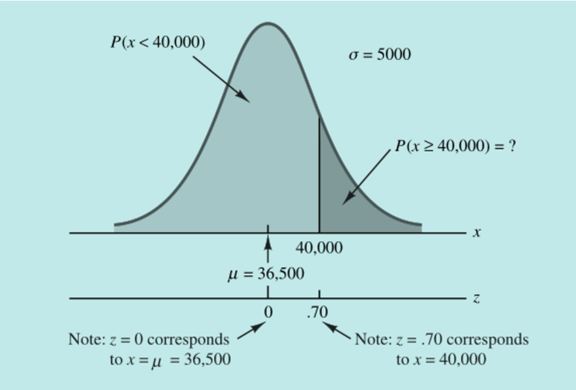
转换为标准正态随机变量

$$z = (x - \mu)/\sigma$$

案例

Grwar轮胎公司估计出开发出的新轮胎可行驶里程的平均数为36500，标准差为5000，收集的数据符合正态分布。预估一下可行驶里程超过40000的概率是多少

- z = (40000 – 36500)/5000 = 0.70
- 查表z = 0.70左边曲线面积为0.758
- z大于0.70的概率为 1 – 0.758 = 0.242
- 大约24.2%的轮胎行驶里程超过40000



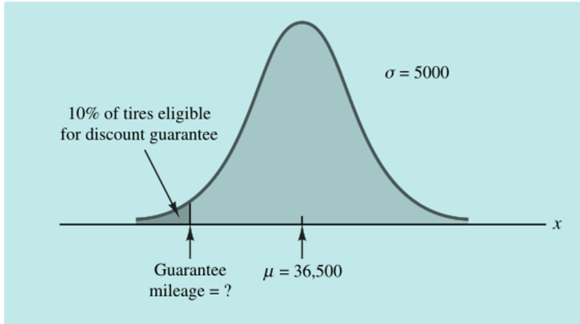
43

计算正态概率分布

案例

如果质量担保里程不达标， Grwar公司将会提供召回换胎服务，公司希望召回的比例不超过10%，那么质量担保的里程应该是多少?

- 左边曲线面积为0.1
- 查看概率表，得知z = -1.28
- z = $(x-\mu)/\sigma$ = -1.28
- x =μ – 1.28σ = 36500-1.28*5000 = 30100
- 因此，若设定质量保证为30100英里，则大约有10%的轮胎符合质量保证条件的要求



指数概率分布

指数概率分布

对于诸如到达一家洗车房的两辆汽车的时间间隔、装载一辆货车所需的时间、公路上两起重大事故之间的距离等随机变量，可以用指数概率分布来描述

分布函数

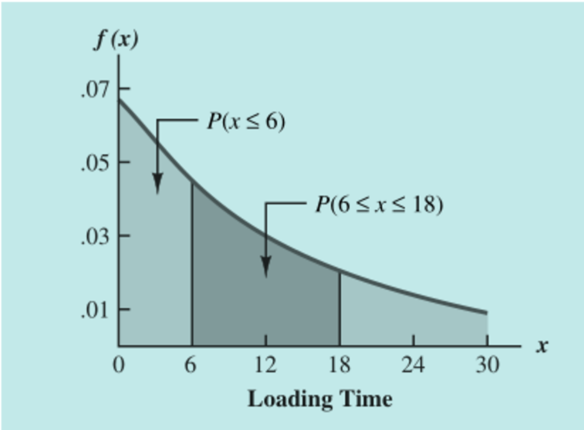
$f(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$ 其中μ代表期望值或者均值

指数分布的均值和标准差相等

案　　　例

x表示一辆货车装货的时间，x服从指数概率分布。如果装货的时间的期望值是15分钟，则x的概率密度函数是：$f(x) = \frac{1}{15} e^{-x/15}$

45 计算指数分布概率



指数概率分布

装载一辆卡车花费6分钟或更少时间的概率$P(x \leq 6)$,等于图中从x=0 到 x =6的曲线下区域的面积。装载一辆卡车花费在6~18分钟的概率$P(6 \leq x \leq 18)$，等于从x=6到x= 18的曲线下的面积

指数分布：累积概率

$$P(x \leq x_0) = 1 - e^{-x_0/\mu}$$

案例计算

$P(x \leq 6)$=1-$e^{-6/15}$=0.3297

$P(x \leq 18)$=1-$e^{-18/15}$=0.6988

$P(6 \leq x \leq 18)$= $P(x \leq 18) - P(x \leq 6)$=0.3691

泊松分布与指数分布

泊松分布描述了每一区间中事件发生的次数，指数分布描述了事件发生的时间间隔长度

案例

假定在一小时当中到达某一洗车处的汽车数可以用泊松分布描述，其均值为每小时10辆。泊松概率函数给出了每小时有x辆汽车到达的概率：

$$f(x)=\frac{10^x e^{-10}}{x!}$$

由于车辆到达的平均数是每小时10辆，则两车到达的时间间隔的均值为：

$$\frac{1\text{小时}}{10\text{辆车}}=0.1\text{小时/辆}$$

于是，描述两车到达的时间间隔的对应分布是指数分布，其均值为0.1小时/辆，从而指数概率密度函数为：

$$f(x)=\frac{1}{0.1}e^{-x/0.1}$$