คณิต
- คะแนนเข้าห้อง 5 คะแนน
- หัวข้อประยุกต์ใช้แคลคูลัสในชีวิตจริง 3 คน (10 คะแนน)
  - Paper PDF / ก่อนสอบ final

Assignment

- คลิปวิดีโอให้ค.รู้ 5 นาที ไม่เกิน
  - ไฟล์ส่งให้อาจารย์ / แชร์ลงโซเชียลให้เพื่อนดู

- Logbook : สรุปเนื้อหาที่สอนในคาบ

- Midterm มีสูตรให้ 35 คะแนน
- Final 40 คะแนน

4. ฟังก์ชัน $x \rightarrow \overset{f}{\square} \rightarrow y$

(x : ต.แปรอิสระ, y : ต.แปรตาม)

$f : \underset{(-\infty,\infty)}{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{R}$

Ex. 1. $f(x) = 2x-1$

$D_f = (-\infty,\infty)$, $\mathbb{R}$

$R_f = (-\infty,\infty)$

2. $g(x) = x^2$

$D_g = \mathbb{R}$

$R_g = [0,\infty)$

หรือ $g(x) \geq 0$

3. $h(x) = \sqrt{x}$

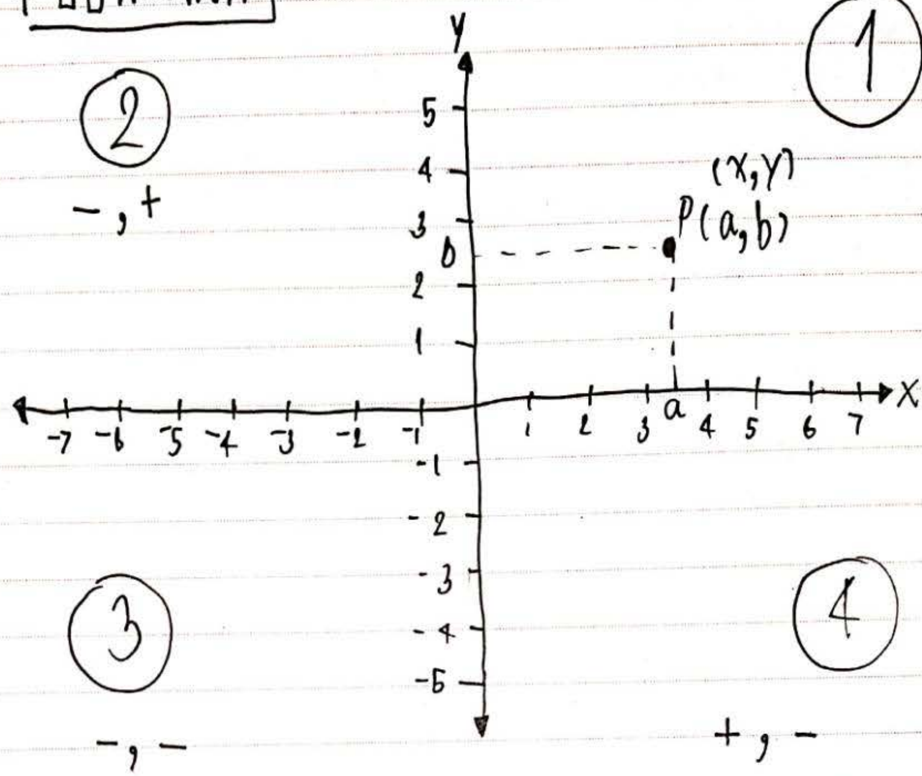
$D_h = [0,\infty)$

$R_h = [0,\infty)$

$y = f(x)$

ช่วงโดเมน	function	Domain	Range
		$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x)$ หาค่าได้$\}$	$R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x), x \in D_f\}$
	$y = x^2$	$\mathbb{R}$	$[0,\infty)$ หรือ $y \geq 0$
* ในรากห้าม-	$y = x^2, x > 0$	$(0,\infty)$	$y > 0$
(รากคู่)	$y = x^2, x \geq 0$	$[0,\infty)$	$y \geq 0$
* รากคี่ได้หมด	$y = \frac{1}{x}$	$x \neq 0$, $(-\infty,0) \cup (0,\infty)$	$y \neq 0$
	$y = \sqrt{x}$	$x \geq 0$	$y \geq 0$
	$y = \sqrt{4-x}$	$4-x \geq 0$ $x \leq 4$	$y \geq 0$
	$y = \sqrt[3]{x}$	$x \in \mathbb{R}$	$y \in \mathbb{R}$

ระบบพิกัดฉาก



ลงกราฟของฟังก์ชัน

* ดู D_f ก่อน ว่าอยู่ตรงไหนบ้าง แล้วค่อยดู R_f ตาม

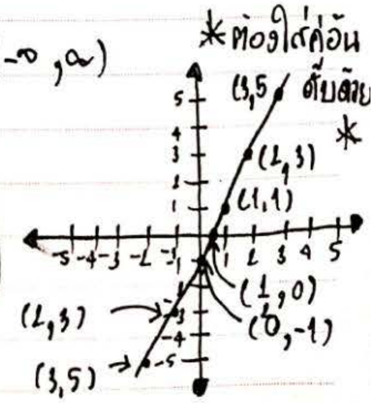
* จุดตัดแกน x แทน y = 0
" y " x = 0

Ex. $f(x) = 2x - 1$ หา $D_f = \mathbb{R}\ (-\infty, \infty)$
$R_f = \mathbb{R}$

x	−2	−1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	−5	−3	−1	0	1	3	5

Plot กราฟ (−2, −5) ....

* ต้องใส่คู่อันดับด้วย *



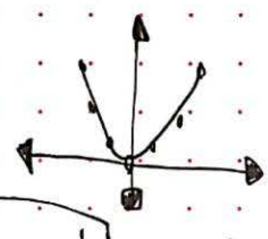
Ex. $g(x) = x^2$

$D_f = (-\infty, \infty), \mathbb{R}$

$R_f = [0, \infty)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	9	4	1	0	1	4	9	16

* วาดกราฟ *

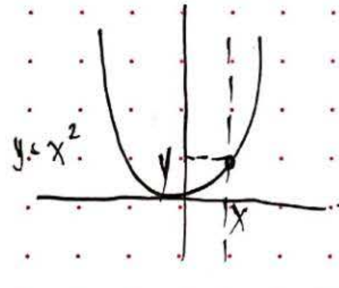


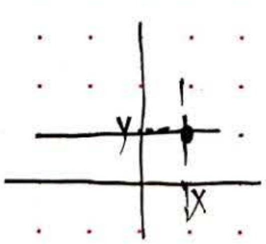
พาราโบลาหงาย v

$\boxed{\text{ตรวจสอบโดยกราฟ}}$ → ใช้เส้นตัดกราฟว่า x จะคู่กับ y กี่ตัว

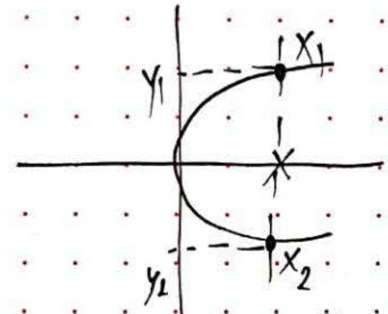
ตัด 1 จุด → function

ตัด 2 จุด → No Function





function

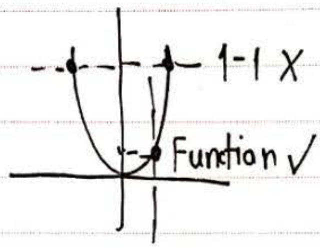


ไม่เป็น Function

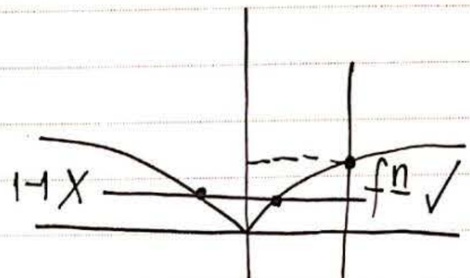
f^n : Function

One to One → - เช็คก่อนว่าเป็น Function ไหม (ลากแนวดิ่ง)

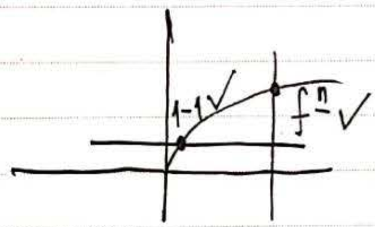
- เช็ค 1-1 ลากแนวนอน ตัด 1 จุด เสมอ ๆๆ



ไม่เป็น 1-1



เป็น f^n แต่ไม่ 1-1



เป็นทั้ง f^n และ 1-1

function ผกผัน f^{-1} : f อินเวิร์ด.

* ถ้า 1-1 ถึงจะมีสิทธิ์เป็น ผกผัน.

$f : A \to B$ ผกผันคือ f^{-1} $B \to A$

ตารางที่ 1

f เป็น f$^{\underline{n}}$ 1-1

x	y
1	5
2	7.5
3	10
4	12.5
5	15
6	17.5

Input Output

D_f R_f

ตารางที่ 2

f^{-1}

x	y
5	1
7.5	2
10	3
12.5	4
15	5
17.5	6

Q: ตรวจสอบว่า f$^{\underline{n}}$ ใดๆ เป็นคู่ f$^{\underline{n}}$ ผกผัน ?

A: นำมาทำเป็น f$^{\underline{n}}$ ประกอบ ได้ f$^{\underline{n}}$ เอกลักษณ์เสมอ

ฟังก์ชันคอมโพสิท, o

① $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$x \to \overset{g}{\square} \to g(x) \to \overset{f}{\square} \to f(g(x))$$

② $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$x \to \overset{f}{\square} \to f(x) \to \overset{g}{\square} \to g(f(x))$$

Ex. ถ้า $f(x) = 2x+5$, $g(x) = x^2$

① $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= f(x^2)$
$= 2x^2+5$

$$x \to \overset{g(x)}{\square} \to x^2 \to \overset{f}{\square} \to 2x^2+5$$

$g \circ f \neq f \circ g$ เสมอไป
และ $g \circ f = f \circ g$ ได้

HEALTHIER, LONGER, BETTER LIVES

② $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ $x \to \overset{f}{\square} \to 2x+5 \to \overset{g}{\square} \to (2x+5)^2$

$= g(2x+5)$

$= (2x+5)^2$ # = ไม่ผกผัน

ถ้า $f(x)$ และ $g(x)$ ต่างเป็น f^n ผกผันซึ่งกันและกัน.

จะได้ ① $(f \circ g)(x) = x$
และ ② $(g \circ f)(x) = x$
$\longrightarrow$ = จริง $= f^{-1} = g(x)$
และ $g^{-1}(x) = f(x)$

แต่ถ้าไม่ได้ x เหมือนกัน = ไม่จริง

Ex.2 $f(x) = x^3$ และ $g(x^{\frac{1}{3}})$

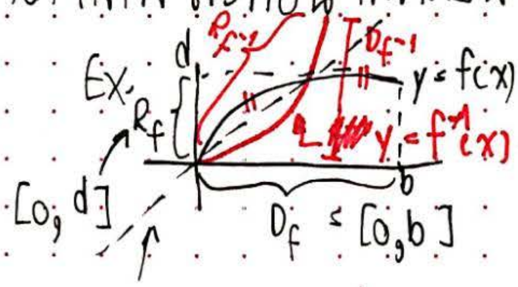
ตรวจสอบ	
$f \circ g(x) = f(g(x))$	$g \circ f(x) = g(f(x))$
$= f(x^{\frac{1}{3}})$	$= g(x^3)$
$= (x^{\frac{1}{3}})^3$	$= (x^3)^{\frac{1}{3}}$
$= x$ #	$= x$ #

$\therefore$ จริง $\to$ เป็น f^{-1} ## $\therefore \underbrace{f^{-1} = g \text{ และ } f^{-1} = f}_{\text{ผกผันซึ่งกันและกัน}}$

หากราฟ f^{-1}

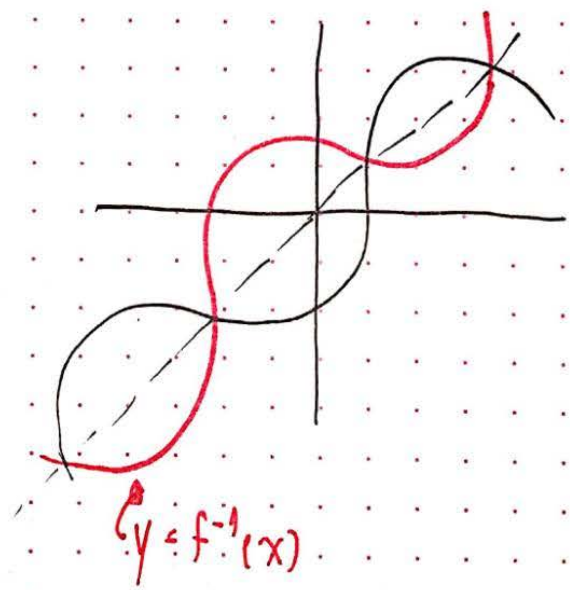
1. หา D_f และ R_f
2. สลับ $D_f = R_f$, $R_f = D_f$ เพราะเป็น f^{-1}
3. Plot กราฟ สะท้อน เพราะเป็น f^{-1}

Ex.



เส้นสะท้อนกราฟ = เส้นประเสมอ.

Ex_2.



หา f^{-1} โดยเขียนให้อยู่ในรูปของ $f^{\underline{n}}$ ของ x

$y = f(x)$ ขั้น 1 $x = f(y)$

$y = f^{-1}(x)$

Ex. $y = x^3$ จงหา f^{-1} ของ $y = x^3$

① หาค่า x จากสมการ

$$y = x^3$$

$$(y)^{\frac{1}{3}} = (x^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$y^{\frac{1}{3}} = x$$

$$x = y^{\frac{1}{3}} \quad \text{—①}$$

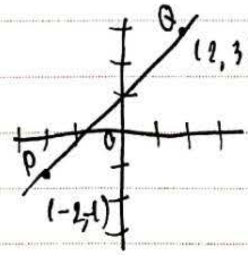
② สลับที่ x กับ y จาก ①

$\therefore f(x) = x^3$ จะได้ $f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{3}}$ #

$\boxed{\text{ฟังก์ชันเชิงเส้น}}$, สมการเส้นตรง

$$\boxed{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{หรือ} \quad y - y_0 = m(x - x_0)}$$

Ex.



$m = \frac{3-(-1)}{2-(-2)} = \frac{4}{4} = 1$ #

$m > 0$

หักหัวขึ้น $x \uparrow$ $y \uparrow$

หักหัวลง $x \downarrow$ $y \downarrow$

$m < 0$

แนวนอน = y คงที่

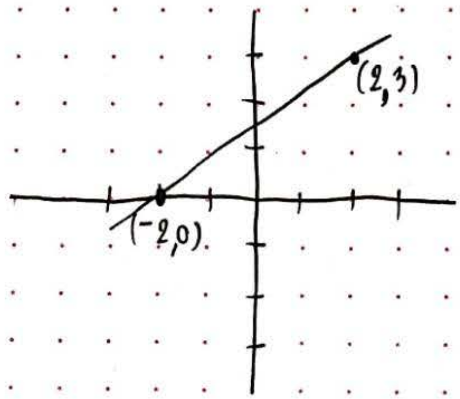
ดิ่ง = x คงที่

$m = 0$ = y คงที่ ขนานแกน x

แนวนอน

Ex. เส้นตรง ℓ ผ่านจุด (2,3), ความชัน

1. $m = \frac{3}{4}$



2. $m = -\frac{3}{4}$

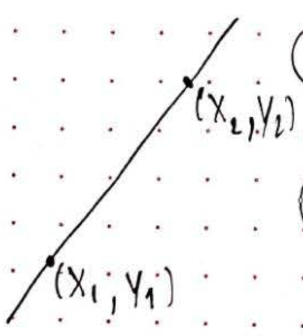
$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{3 - y_0}{2 - x_0} = \frac{3}{4}$$

$\therefore (3 - y_0) = 3$ และ $(2 - x_0) = 4$

$y_0 = 0$ $\qquad x_0 = -2$

$\therefore (-2, 0)$

ขั้นตอนหาสมการเส้นตรง



① หา m (จากจุด 2 จุด)

② เลือกจุด 1 จุด สมมติเลือก (x_0, y_0)

③ สมการเส้นตรง $y - y_0 = m(x - x_0)$

$y = mx + c$

ค่าคงที่
เพราะเอามาจัดรูป

คุณสมบัติเส้นตรง *อ่านด้วย*

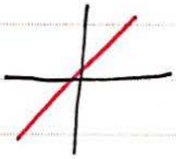
$y = mx + b$

$f(x) = mx + b$

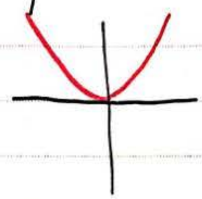
Power function (ยกกำลัง)

$f(x) = x^a$

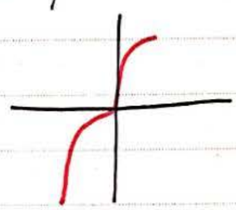
$y = x$



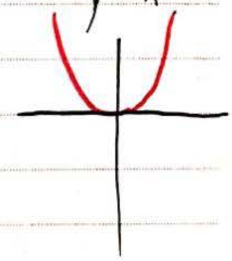
$y = x^2$



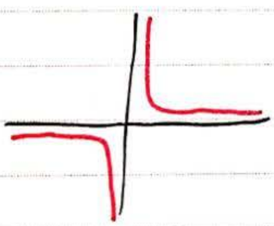
$y = x^3$



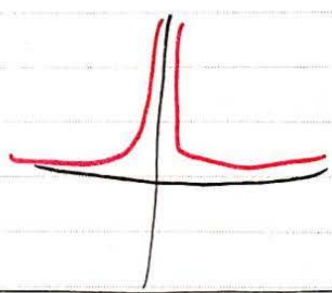
$y = x^4$



$y = \frac{1}{x}$

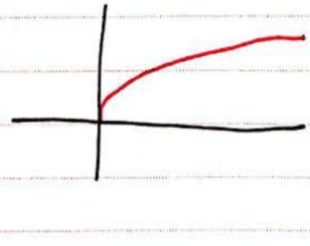


$y = x^2$

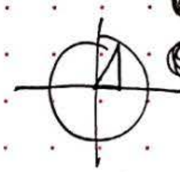


$f(x) = x^a$

$a = \frac{1}{2}$



- กราฟพหุนาม
- ฟังก์ชันตรรกยะ Rational function
  ↳ f^n เศษส่วนของพหุนาม
- f^n พีชคณิต
- f^n ตรีโกณมิติ > นิยามมาจาก Δมุมฉาก & O หนึ่งหน่วย
  ↳ อ้างอิงมาจากคุณสมบัติ Δ
  ↳ วงกลม 1 หน่วย
    - องศา
    - เรเดียน



จุ้ม

Δ มุมฉาก

$\cos\theta = \frac{x}{1}$

↳ $-1 \leq$ ....

Hw. การบ้าน ในไฟล์

$$\boxed{\begin{array}{l} \pi \text{ เรเดียน} = 180^\circ \\ 1 \text{ เรเดียน} = \frac{1}{180} \times \pi \\ \hline 1 \text{ องศา} = \frac{1}{180} \times \pi \end{array}}$$

$180^\circ = \pi$ เรเดียน

$45^\circ = \frac{\pi}{4}$ เรเดียน

$1^\circ = \frac{\pi}{180}$

2π เรเดียน $= 2\pi \times \frac{180}{\pi} = 360^\circ$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{เรเดียน} \rightarrow \text{องศา} = \times \frac{180}{\pi} \\ \text{องศา} \rightarrow \text{เรเดียน} = \times \frac{\pi}{180} \end{array}}$$