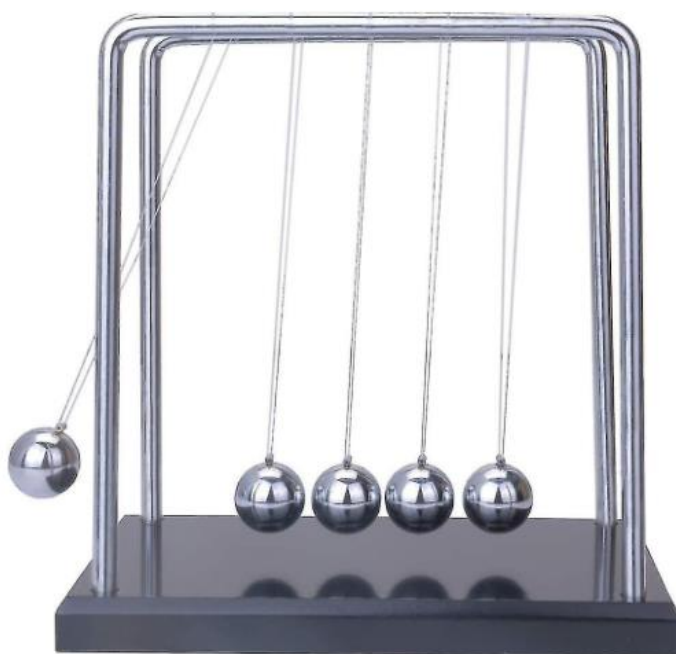


# דוח בקרת PID של מטוטלת הפוכה

קבוצת תרגול- 25



מגישים:

אביטל פרץ- 20745625

גיל קורניצר- 318304383

דור חבה- 313284895

שיר עמר- 208320838

### ❖ מטרת הפרויקט-

נדרשנו לכתוב קוד המיישם בקרת PID של מערכת מטוטלת הפוכה כך שהמטוטלת תגיע למנוחה (תתייצב עם שגיאה נמוכה מאוד) בזווית סופית שהינה זווית נתונה כלשהי (קלט מהמשתמש) בתחום  $\pm 15^\circ$ .

תחילה מידלנו את המערכת מסדר שני, כתבנו את המודל הדינאמי של המערכת בצורה מטריציונית ובנינו דיאגרמת בקרה בחוג סגור.

בשלב השני, בנינו מודל עם בקר מסוג P ומצאנו את פונקציית התמסורת הפרמטרית שלו. כדי להגיע לפונקציה המלאה, באמצעות התמרת לפלס השונו מקדמים ביחס למבנה פונקציית התמסורת הכללית ובכך מצאנו את כל פרמטרי המשוואה שעזרו לנו להגיע לפרמטר הבקרה  $K_p$ .

בשלב השלישי בנינו מודל עם בקר מסוג PD ובאופן זהה לשלב השני תוך ניסיון למצוא את פרמטרי הבקרה  $K_p$  ו- $K_d$  נעזרנו בתנאי שנתנו לנו.

לאחר מכן תכנתנו קוד בארדואינו כפי שנתבקשנו בחלק המעשי, בו על המטוטלת להתייצב סביב זווית שהמשתמש מכניס מבעוד מועד.

### ❖ הנחות יסוד בפיתוח המערכת-

מעבר לדרישות המובנות של התרגיל לא היינו צריכים להניח משהו.

### ❖ תיאור מצבי הקיצון ושיטת הפתרון-

על אף שנאמר שהזווית תוטה עד  $-45^\circ$  + מעלות, בטסטים שלנו הטנו אותה לפעמים הרבה יותר ולכן התייחסנו למצב בו הזווית היא מעל 360 מעלות או קטנה מ-360 מעלות.

מעבר לכך לא היו לנו הנחות יסוד מעבר למה שהוגדר ולכן לא היו לנו מצבי קיצון נוספים אליהם היה צריך להתייחס.

# חלק תאורטי 5 - בקרת PID

ת"ש 207456252 , 318304383 , 208320838 , 313284895 : פרטים

תרגיל 1:

$$I\ddot{\theta} = mgl\theta - c\dot{\theta} + \tau \quad \text{(א) מידול המערכת החדר שני:}$$

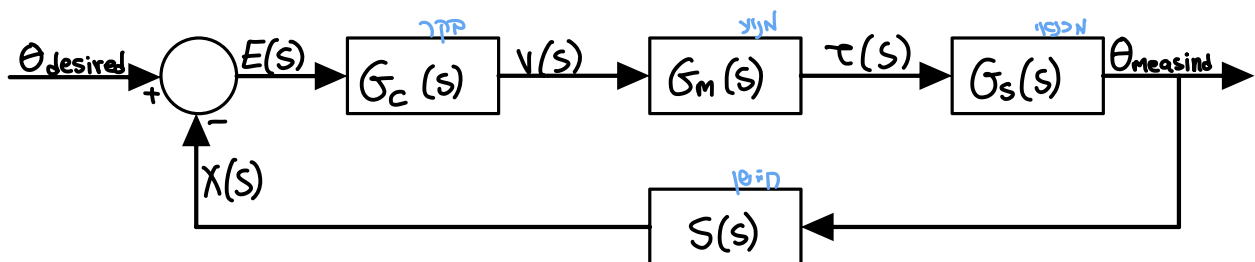
$$I\ddot{\theta} = mgl\theta - c\dot{\theta} + \tau \rightarrow I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} - mgl\theta = \tau \quad / : I$$

$$\rightarrow \ddot{\theta} + \frac{c}{I}\dot{\theta} - \frac{mgl}{I}\theta = \frac{\tau}{I} \rightarrow X = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}, \dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = A\theta + B\tau$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0\theta + 1\dot{\theta}, \frac{mgl}{I}\theta + -\frac{c}{I}\dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\tau, \frac{1}{I}\tau \end{bmatrix} \rightarrow \dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{mgl}{I} & -\frac{c}{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} \tau$$

$$Y = C\theta + D\tau = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + 0 \cdot \tau$$

(ב) דיאגרמת בקרה של חוזר סגור:



מחולל מנוע לנאור,  $G_M = K = \frac{1}{5}$ ,  $\text{Sensor} = 1$ .

פונקציה התמסורת הכללית של המערכת:

$$H(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_d(s)} = \frac{\Theta_m}{\Theta_d} = \frac{G_c \cdot G_M \cdot G_s}{1 + G_c \cdot G_M \cdot G_s \cdot \text{Sensor}} = \frac{\frac{1}{5} \cdot G_c \cdot G_s}{1 + \frac{1}{5} \cdot G_c \cdot G_s \cdot 1} = \frac{G_c \cdot G_s}{5 + G_c \cdot G_s}$$

תרגיל 2:

(a)

תמסורת של כל בלוק בחוזק הסמור:

$$G_c(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = K_p,$$

$$G_M(s) = \frac{\tau(s)}{V(s)} = K = \frac{1}{5},$$

$$S(s) = 1$$

$$G_s(s) = \frac{\Theta_m}{\tau(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D = (1 \ 0) \begin{pmatrix} s & -1 \\ \frac{mgl}{I} & s + \frac{c}{I} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} + 0$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} s & -1 \\ \frac{mgl}{I} & s + \frac{c}{I} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{s^2 + \frac{c}{I}s - \frac{mgl}{I}} \begin{pmatrix} s + \frac{c}{I} & 1 \\ \frac{mgl}{I} & s \end{pmatrix} = \frac{I}{Is^2 + cS - mgl} \begin{pmatrix} s + \frac{c}{I} & 1 \\ \frac{mgl}{I} & s \end{pmatrix} \right\}$$

$$G_s(s) = \frac{I}{Is^2 + cS - mgl} \cdot (1 \ 0) \begin{pmatrix} s + \frac{c}{I} & 1 \\ \frac{mgl}{I} & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} = \frac{I}{Is^2 + cS - mgl} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix}$$

$$G_s(s) = \frac{1}{Is^2 + cS - mgl}$$

(b) פונקציה תמסורת עבור קרר P:

$$H(s) = \frac{K_p \cdot \frac{1}{Is^2 + cS - mgl}}{5 + K_p \cdot \frac{1}{Is^2 + cS - mgl}} = \frac{K_p}{5(Is^2 + cS - mgl) + K_p} = \frac{K_p/I}{s^2 + (\frac{c}{I})s - \frac{mgl}{I} + \frac{K_p}{5I}}$$

$$H(s) = \frac{K_p/I}{s^2 + (\frac{c}{I})s - \frac{mgl}{I} + \frac{K_p}{5I}} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

(c) (I) מאשית. נמצא את  $\xi$ :

$$M_p = e^{\frac{-(\pi\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}} \rightarrow e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \leq 0.2/\ln \rightarrow \frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \leq \ln(0.2)$$

$$\frac{-\pi\xi}{\ln(0.2)} \leq \sqrt{1-\xi^2} \rightarrow \frac{-\pi^2}{\ln^2(0.2)} \cdot \xi^2 \geq 1-\xi^2 \rightarrow \left(1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(0.2)}\right) \xi^2 \geq 1$$

תחום הגדרה עבור  $\xi$  קשיון -  $-1 \leq \xi \leq 1$

$$\xi \geq \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(0.2)}}} = 0.456 \quad \text{✓ המערכת קתוריסון / מעומד קתור} \rightarrow \xi = 0.5 \quad \text{נקחר}$$

(II) כעת, לאחר שמתבאר את  $\xi$  נעשה השוואת מקדמים כדי למצוא את  $\omega_0$ :

$$\frac{c}{I} = 2\xi\omega_0 \quad \begin{matrix} m=4.5 \text{ gr (n number of nuts, } n=3) \\ L=10 \text{ cm} \\ c=3 \cdot 10^{-3} \text{ Nmsec/rad} \\ I=\text{mm}^2 \end{matrix} \rightarrow \omega_0 = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0.0135 \cdot 0.1^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} \rightarrow \omega_0 = \frac{200}{9} = 22.22$$

(III) כעת, נמצא את  $K_p$  (פרמטר הקדחה) באמצעות השוואת מקדמים נוספים:

$$\frac{-mgl}{I} + \frac{K_p}{5I} = \omega_0^2 \rightarrow K_p = 5I(22.22^2 + \frac{9}{2}) \rightarrow K_p = 0.4$$

$$H(s) = \frac{K_p/5I}{s^2 + (\frac{c}{I})s - \frac{mgl}{I} + \frac{K_p}{5I}} = \frac{592.6}{s^2 + 3 \cdot 10^{-3}s + 492.6} \quad \leftarrow \text{פונקצית התמסורת עבור בקר P}$$

\* שגיאת המצב המתמרי של המערכת:

$$E(s) = \Theta_d - X(s) = \Theta_d - \Theta_m \cdot s(s) = \Theta_d - \Theta_m \rightarrow E_{ss} = \Theta_{dss} - \Theta_{mss}$$

מדריך קצור יחידה

$$\Theta_{dss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} = 1 \rightarrow \Theta_{dss} = 1$$

$$\Theta_{mss} = \lim_{s \rightarrow 0} s H(s) \cdot \Theta_d = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{592.6}{s^2 + 3 \cdot 10^{-3}s + 492.6} = \frac{592.6}{492.6} = 1.203$$

$$E_{ss} = 1 - 1.203 \rightarrow E_{ss} = -0.203 \quad \text{שגיאת המערכת -}$$

### תרגיל 3:

(a) תמסורת של כל הלוך בחוזק הסאר עקור בקר PD:

$$G_c(s) = K_p + K_d \cdot s, \quad G_m(s) = \frac{1}{5}, \quad G_s(s) = \frac{1}{s^2 + c \cdot s - mgl}, \quad S(s) = 1$$

(b) פונקצית תמסורת עקור בקר PD:

$$H(s) = \frac{G_c \cdot G_s}{5 + G_c \cdot G_s} = \frac{\frac{K_p + K_d \cdot s}{s^2 + c \cdot s - mgl}}{5 + \frac{K_p + K_d \cdot s}{s^2 + c \cdot s - mgl}} = \frac{K_p + K_d \cdot s}{5(s^2 + c \cdot s - mgl) + K_p + K_d \cdot s}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{5}(K_p + K_d \cdot s)}{s^2 + \left(\frac{5c + K_p}{5}\right)s + \frac{K_p - 5mgl}{5}} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

(c) עקור  $\text{overshoot} \leq 0.2$  כמו הסעל 2, נקבע  $\zeta = 0.5$

$$|E_{ss,p}| \leq 0.5 |E_{ss,p}|$$

נמצא את  $\omega_0$  כתלות בקבלי האמצעות השוואת מקדמים:

$$2\zeta\omega_0 = \left(\frac{5c + K_p}{5}\right) \rightarrow \omega_0 = \frac{c}{2\zeta m l^2} + \frac{K_d}{10\zeta m l^2} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.5 \cdot 0.0135 (0.1)^2} + \frac{K_d}{10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.0135 (0.1)^2}$$

$$\omega_0 = \frac{200}{9} + \frac{K_d}{6.75 \cdot 10^{-4}}$$

נקבע את  $K_p$  באמצעות  $K_d$  ע"י השוואת מקדמים:

$$\omega_0^2 = \frac{K_p}{5I} - \frac{mgl}{m l^2} = \left(\frac{200}{9} + \frac{K_d}{6.75 \cdot 10^{-4}}\right)^2 \rightarrow K_p = 5 \cdot 0.0135 \cdot 0.1^2 \left(\left(\frac{200}{9} + \frac{K_d}{6.75 \cdot 10^{-4}}\right)^2 + \frac{10}{0.1}\right)$$

$$K_p = 6.75 \cdot 10^{-4} \left(\frac{40K}{81} + 65,843.62 K_d + 2,194,787.38 K_d^2 + 100\right)$$

$$K_p = \frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}$$

נתון: למערכת את השגיאה:

$$E(s) = \Theta_d - X(s) = \Theta_d - \Theta_m \cdot s(s) = \Theta_d - \Theta_m \rightarrow E_{ss} = \Theta_{dss} - \Theta_{mss}$$

מציאת קצב יציבה

$$\Theta_{dss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} = 1 \rightarrow \Theta_{dss} = 1$$

$$\Theta_{mss} = \lim_{s \rightarrow 0} s H(s) \cdot \Theta_d = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \left[ \frac{\frac{1}{s^2} (K_p + K_d \cdot s)}{s^2 + \left( \frac{5C + K_p}{s^2} \right) s + \frac{K_p - 5mg}{s^2}} \right] = \frac{K_p}{K_p - 5mg}$$

$$\Theta_{mss} = \frac{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}}{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200} - 0.0675}$$

$$E_{ss} = 1 - \frac{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}}{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200} - 0.0675}$$

$$|E_{ss, p}| \leq 0.5 |E_{ss, p}| \quad : \text{נמנע את הנתון}$$

$$\left| 1 - \frac{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}}{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200} - 0.0675} \right| \leq 0.5 \cdot 0.203$$

$$1.1015 \leq \frac{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}}{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{1}{3}} \quad : \text{של (I)}$$

$$\frac{4060}{27} K_d^2 + \frac{203}{45} K_d - \frac{101}{3000} \leq 0 \rightarrow K_d \leq 6.187 \cdot 10^{-3}$$

$$0.8985 \geq \frac{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{481}{1,200}}{\frac{40K}{27} K_d^2 + \frac{400}{9} K_d + \frac{1}{3}} \quad : \text{חוק (II)}$$

$$\frac{4060}{27} K_d^2 + \frac{203}{45} K_d + \frac{38}{375} \leq 0 \quad \text{יוצא מספר מרוכב!}$$

$$K_p = \frac{40K}{27} (6.187 \cdot 10^{-3})^2 + \frac{400}{9} \cdot 6.187 \cdot 10^{-3} + \frac{481}{1,200} = 0.733$$

$$\omega_0 = 31.388$$

$$K_d = 6.187 \cdot 10^{-3}, K_p = 0.733 \quad \leftarrow \text{עקור קקד PD פרוגר הקקקד הק:}$$

## חלק מעשי

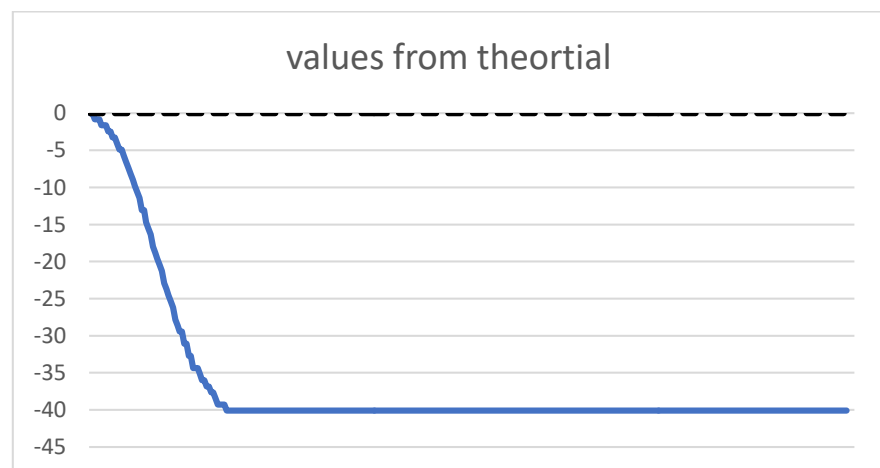
❖ תיאור תכנ-

מספר פין	שם המשתנה	תצורה	הפעלה
11	MOTOR_CCW	OUTPUT	סיבוב עם כיוון השעון
10	MOTOR_CW	OUTPUT	סיבוב נגד כיוון השעון
9	enA	OUTPUT	הכוח שעל המנוע להפעיל
2	ENCODER_A	INPUT	מקבל את השגיאה ומחשב באמצעות ספריית pid כיצד יש לנוע
3	ENCODER_B	INPUT	

❖ תיאור תהליך הכיול-

בחלק התיאורטי מצאנו את הפרמטרים  $k_d$  ו- $k_p$ . לאחר מציאת הקבועים, הכנסנו אותם לקוד והתחלנו בניסוי וטעיה עד למציאת הפרמטרים אשר גרמו להתייצבות המטוטלת. השתמשנו בגרפים שיצרה התוכנה בשביל לצייל את הפרמטרים כנדרש. אלו הם השלבים והגרפים אשר עזרו לנו להגיע למצב יציב אותו הגדרנו כזווית 0:

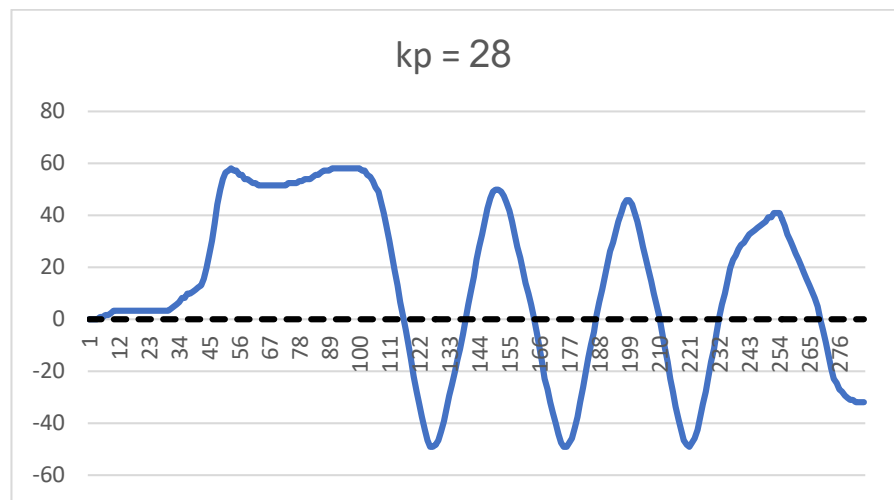
1. נתונים מקוריים מחלק תיאורטי-



ראינו כי המערכת לא מצליחה להרים את עצמה לזווית הרצויה והבנו שיש להגדיל את  $K_p$ .

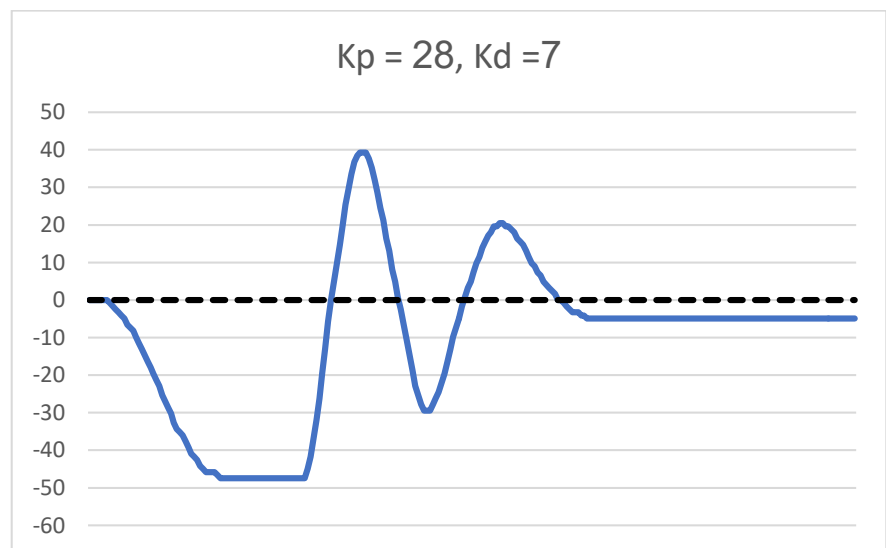


2. שינוי ערך  $K_p$  ל-28-



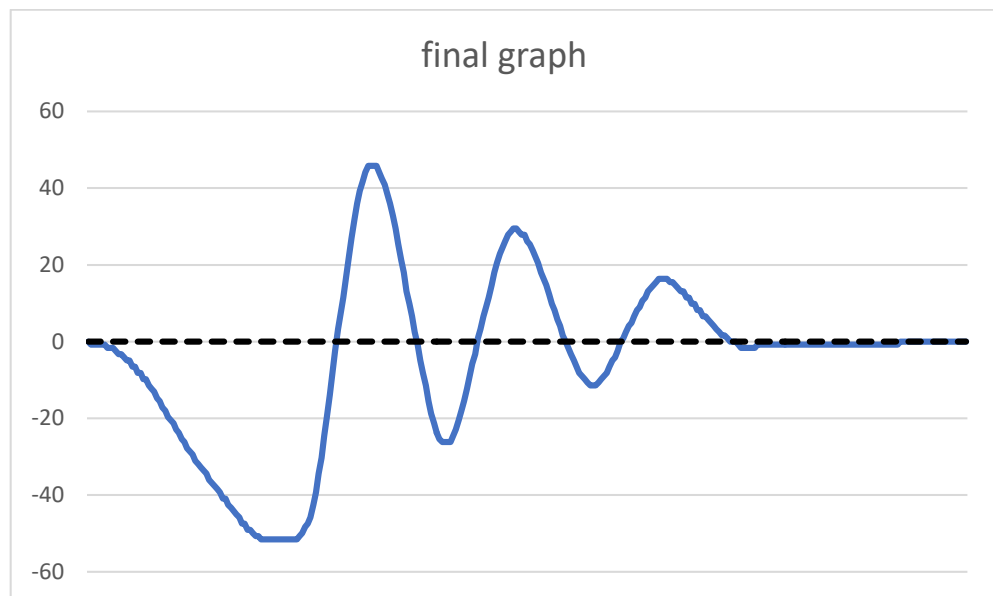
הסטייה של המטוטלת גדולה מאוד, יש להגדיל את  $K_d$  על מנת שתהיה התכנסות.

3. שינוי ערך  $K_d$  ל-7



כפי שניתן לראות, המטוטלת בסטייה מהערך הרצוי. עלינו להגדיל את  $K_i$  על מנת שנתייצב סביב הנקודה הרצויה.

#### 4. שינוי $K_i$ ל-2



ישנה התייצבות סביב הנקודה הרצויה.

#### השוואה בין ערכי הפרמטרים:

ערכי הפרמטרים שהתקבלו בתרגיל המעשי הם שונים לחלוטין מהפרמטרים שמצאנו בתרגיל התיאורטי. ישנן מספר סיבות אותם נמנה:

1. בתרגיל התיאורטי הנחנו הנחות שאינן מתקיימות במציאות, למשל התנהגות לינארית של המנוע.
2. ניתן להניח שקיימת שגיאה של המנוע.
3. בתרגיל התיאורטי הכל חושב בסביבה אידיאלית שכמובן אינה תואמת למציאות.
4. המשקל של המשקולות לא לגמרי מדויק ובנוסף גם למטוטלת עצמה יש משקל שאליו לא התייחסנו בתרגיל התיאורטי.

## ❖ מסקנות-

1. יש הבדל בין מציאת הפרמטרים בתיאוריה לבין מציאתם במציאות, כלומר לא ניתן להסתמך בלבד על התיאוריה.  
בנוסף, לכל מערכת יש שגיאות שנמצאות בה בלבד ולכן לא מספיק אף פעם להסתמך רק על התיאוריה.
2. מיקום המטוטלת בהתחלה הוא קריטי, והפרמטרים לא יהיו מדויקים במידה והמטוטלת לא תמוקם בצורה האופטימלית.
3. לא ניתן להגיע לפרמטרים המושלמים רק בצורה של ניסוי וטעיה.

## המלצות-

1. להיעזר בעצות המתרגלים בהקשר להערכת הפרמטרים.
2. הקוד מהתרגולים מאוד עוזר, יש להיעזר בו ולהבינו לעומק.
3. לבצע ראשית את החלק התיאורטי על מנת שתהיה הבנה בחלק המעשי.
4. לבצע את הגרפים דרך אקסל באמצעות data streamer.

```
#include <Encoder.h>
#include <PIDController.h>
#define ENCODER_A 2
#define ENCODER_B 3 // Encoder output to Arduino Interrupt pin ncoderPinB
#define MOTOR_CCW 11
#define MOTOR_CW 10
#define enA 9

int motor_pwm_value;
int encoder_count = 0; // stores the current encoder count
Encoder myEnc(ENCODER_B, ENCODER_A);
PIDController pid;
float deg= 0; //Stores the degree the motor will end up in

// Calculated values
float kp = 28 ;
float ki = 7;
float kd = 2;

/**functions**/
float tick_to_deg(long tick){
    return tick*360.0/440.0;
}

// Move the motor forward
void forward(){
    digitalWrite(MOTOR_CW, HIGH);
    digitalWrite(MOTOR_CCW, LOW);
}

// Move the motor backward
void reverse(){
```

```

digitalWrite(MOTOR_CW, LOW);
digitalWrite(MOTOR_CCW, HIGH);
}

/**setup ****/
void setup() {
    Serial.begin(9600);
    pinMode(enA, OUTPUT);
    pinMode(MOTOR_CW, OUTPUT);
    pinMode(MOTOR_CCW, OUTPUT);

    // Set initial rotation direction
    forward();

    pid.begin(); // Initialize the PID controller
    pid.limit(-180, 180); // The PID output can be limited to values between -255 to 255
    pid.tune(kp,ki,kd); // Set PID parameters
    pid.setpoint(deg); // the degree the angle will end up in
}

// Get the input for the degree
void input_deg()
{
    float input = Serial.parseFloat();
    if (input < -15 || input > 15) {
        Serial.println("engle between -15 and 15"); // Display the error message
    }
    else
    {
        deg = input;
    }
}

```

```

}
}

void loop() {

  encoder_count = myEnc.read();

  float enc_deg = tick_to_deg(encoder_count);

  while (abs(enc_deg)>360){
    if (enc_deg<0)
      enc_deg=enc_deg+360;
    else
      enc_deg=enc_deg-360;
  }

  motor_pwm_value = float(pid.compute(enc_deg));

  // Get the input
  if (Serial.available() > 0){ // Wait for User to Input Data
    input_deg();
    //Serial.println(deg);
    Serial.read();
    pid.setpoint(deg);
  }

  // Calculate motor direction
  if (enc_deg < deg)
    reverse();
  analogWrite(enA, abs(255*motor_pwm_value*4/100));
  if(enc_deg > deg)

```

```
forward();  
analogWrite(enA, abs(255*motor_pwm_value*4/100));  
  
Serial.println(enc_deg);  
  
}
```