

REDES NEURONALES

Practico 2

Red de Hopfield Diluida

Prof: F. A. Tamarit
Autor: Eric N. Jurio

12 de marzo de 2011

Introducción

Características del modelo de Hopfield diluido

En términos generales, el modelo es el mismo al del Hopfield tradicional salvo por algunas diferencias. Aquí presentamos una síntesis de las diferencias del modelo de Hopfield diluido con el modelo tradicional.

- A diferencia del modelo de Hopfield tradicional, en este modelo, las neuronas tienen un grado de conectividad mucho menor a la cantidad de neuronas y además es variante (para nuestro caso, cada neurona se conecta con otras 20 y el grado de conectividad es igual para todas las neuronas).

$$N^{\circ}vecinos \ll N^{\circ}neuronas$$

- Otra diferencia es que, la matriz de pesos en el conexionado de las neuronas (ω) no es simétrica, lo cual es mas realista desde el punto de vista biológico.
- Este tipo de redes, al igual que las redes de Hopfield tradicionales, son mayormente usado como memoria asociativa. Donde para agregar un concepto ξ^{μ} (representado normalmente por un arreglo de bits) a la matriz de pesos ω se realiza la siguiente operación

$$\omega_{i,j}^{new} = \omega_{i,j}^{old} + (\eta \cdot \xi_i^{\mu} \cdot \xi_j^{\mu})$$

- Para el modelo tradicional de Hopfield, al ser inicializada cerca de un concepto, la red reconoce bien si se cumple:

$$\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}neuronas} \leq 0,138$$

En cambio, en el modelo de Hopfield diluido, al ser inicializada cerca de un concepto, lo importante no es la relación $\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}neuronas}$, sino la relación $\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexionesPromedio}$. El grado de reconocimiento de la red decae paulatinamente y su caída abrupta esta cerca de:

1

$$\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexionesPromedio} \leq \frac{2}{\pi}$$

¹Recordar $\frac{2}{\pi} \simeq 0,6366$

Objetivos

En este informe analizaremos el grado de reconocimiento de las redes neuronales de Hopfield diluido, para distintas cantidades de neuronas y conceptos.

Llamaremos $\langle m \rangle^2$ al promedio de bits acertados respecto del concepto patrón al estabilizarse la red a lo largo del tiempo, siendo inicializada cerca (dentro de la cuenca de atracción) del concepto patrón (mediremos el porcentaje de reconocimiento o porcentaje de bits que coinciden entre el concepto patrón y el resultado de la red).

Analizaremos el $\langle m \rangle$ respecto de la relación $\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexionesPromedio}$ (para nuestro caso el $N^{\circ}conexionesPromedio$ es constante, igual a 20) fijando la cantidad de neuronas y variando la cantidad de conceptos, a su vez tomando el promedio de 30 corridas distintas para cada cantidad de conceptos. Este procedimiento lo realizaremos para tres tamaños distintos de redes.

Detalles de la implementación

En la implementación del modelo de Hopfield diluido, a diferencia de la implementación de Hopfield tradicional, donde utilizamos varias optimizaciones, aquí no se puede aplicar optimizaciones y no son necesarias, ya que por ser una red diluida la cantidad de interacciones con los vecinos son pocas.

Aquí si usamos la matriz de pesos W (la cual, en este caso, no es simétrica). También se aplicó la optimización a nivel de bits lo cual disminuye el uso de memoria.

Red de Hopfield Diluidas

Realizamos experimentos con redes de Hopfield diluidas para $N=\{2500;5000;10000\}$ neuronas y P conceptos variando de 1 a $N^{\circ}conexiones$.³

A cada paso tomamos el promedio de 30 mediciones del grado de reconocimiento, para distintos conceptos aleatorios y graficamos el $\langle m \rangle$ respecto de $\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexiones}$, para cada tamaño de red (diferentes N), obteniendo como resultados gráficos muy similares.

² $\langle m \rangle$ = Grado de reconocimiento de la red.

³ $N^{\circ}conexiones = 20$

A continuación observamos el gráfico para 10000 neuronas con barras de error.

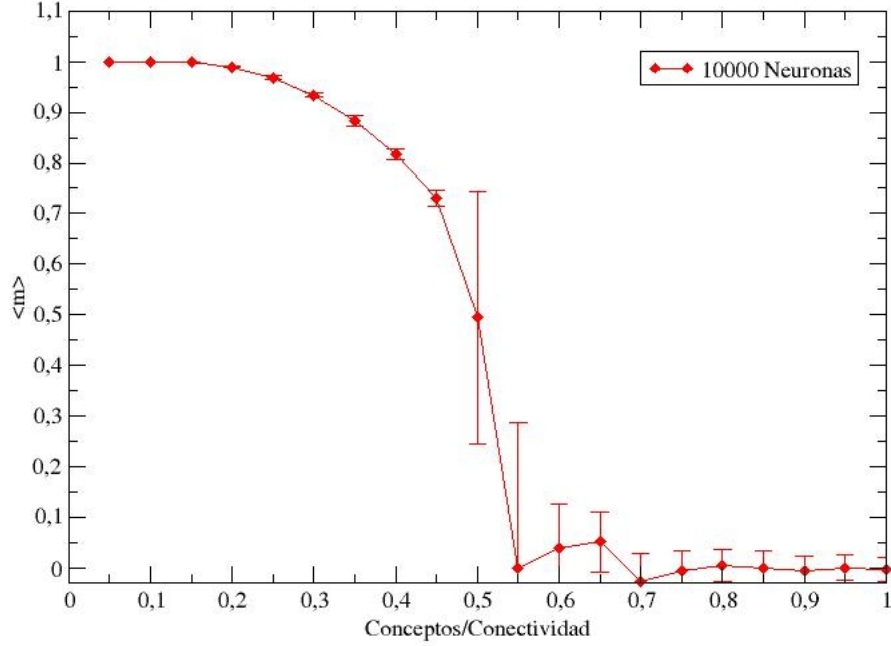


Figura 0.1: $\langle m \rangle$ respecto de $\frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}}$ con barras de error.

- Se puede ver claramente que la pendiente de la curva es paulatinamente decreciente, dándole al gráfico una forma semicircular para $\frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,55$.
- Podemos ver claramente como la red tiene un $\langle m \rangle$ de aproximadamente 1 y su desviación estándar es 0 cuando se da que $\frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,3$ indicando que la red se va al atractor o muy cerca de él.
- Cuando $0,3 \leq \frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,45$ el $\langle m \rangle$ decrece paulatinamente de 0.93 a 0.73 y su desviación estándar es aun mínima. La red tiende a desplazarse del atractor quedando en algún radio dentro de la cuenca de atracción pero cada vez mas alejado a medida que crece la cantidad de conceptos.
- Cuando $0,45 \leq \frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,6$ el $\langle m \rangle$ decrece abruptamente de 0.73 a 0.03 y su desviación estándar es máxima, marcando la caída pronunciada de la curva. La red tiende a desplazarse aun mas del atractor, avces reconoce (quedándose cerca del atractor) y otras veces no reconoce (siendo atrapada en otra cuenca de otro atractor).
- Para $0,6 \leq \frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}}$ se puede observar que $\langle m \rangle$ se mantiene casi constante en el intervalo $[0,053; -0,005]$ decreciendo paulatinamente con una

desviación estándar de 0.08 a 0.02 lo que indica que la red, prácticamente no reconoce y se mantiene lejos del patrón inicial, quizás en la cuenca de otro atractor vecino. Es decir para $0,6 \leq \frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}}$ la red tiende a salir de su cuenca de atracción y ser atraída por otros atractores.

A continuación comparamos los tres gráficos superpuestos sin las barras de error.

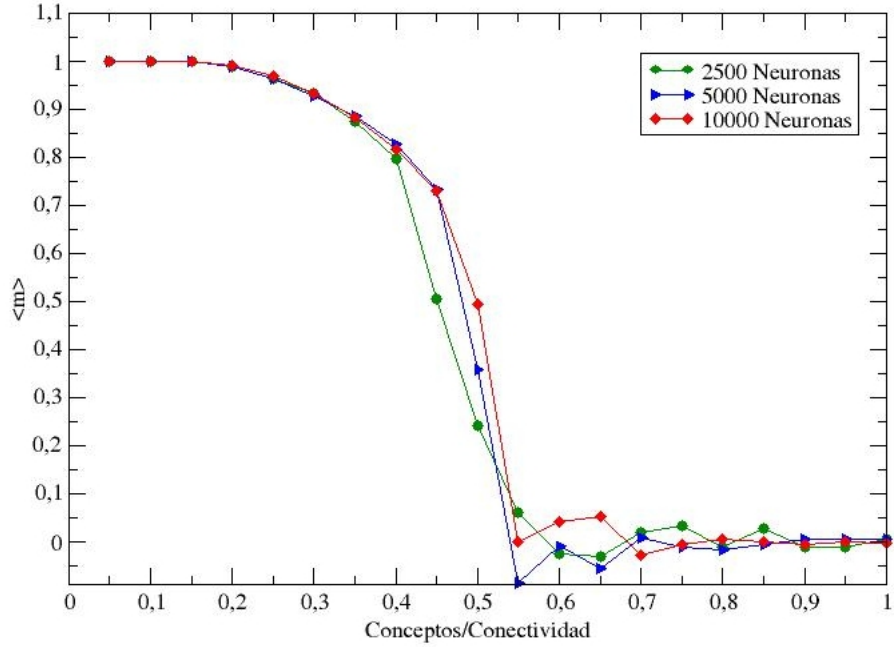


Figura 0.2: 3 curvas $\langle m \rangle$ respecto de $\frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}}$ para distintos N° de neuronas.

- Como se dijo al principio, las 3 curvas son similares y a medida que se incrementa el número de neuronas en la red, se obtienen resultados más nítidos en las curvas.
- Notamos como, manteniendo la relación $\frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,4$, el grado de reconocimiento es mayor al 0.8 independientemente del número de neuronas.
- Podemos ver también que cuando $0,4 \leq \frac{N^{\circ} \text{conceptos}}{N^{\circ} \text{conexiones}} \leq 0,65$, la pendiente de las curvas es cada vez más pronunciada a medida que se aumenta el número de neuronas.

En el siguiente gráfico veremos las 3 curvas, agregando barras de error.

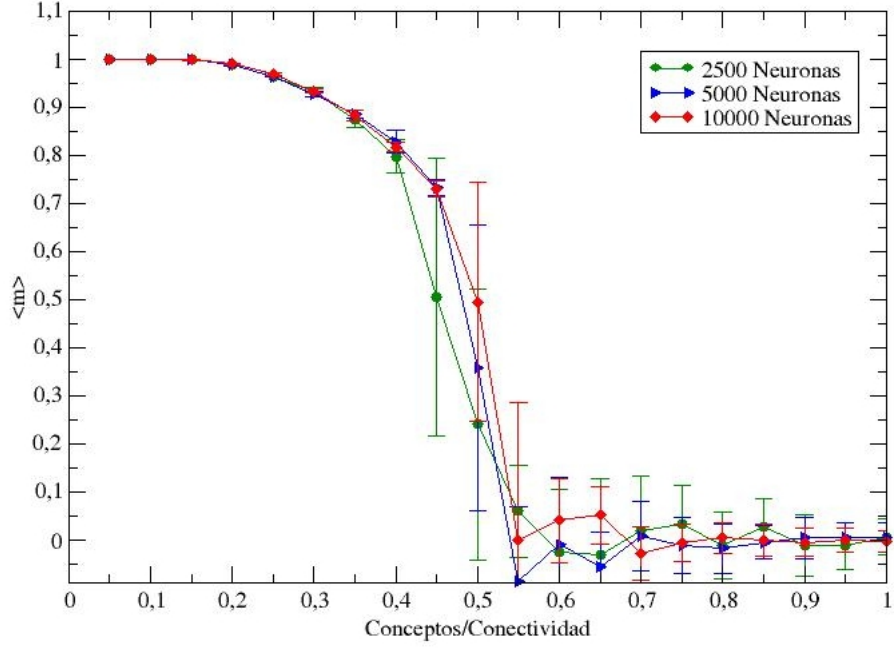


Figura 0.3: Ídem Figura 0.2, con barras de error.

- Aquí observamos que a medida que aumenta el número de neuronas, la máxima desviación estándar se registra para $\frac{N^\circ \text{conceptos}}{N^\circ \text{conexiones}}$ cada vez mayores. Lo que nos evidencia, que en situaciones ideales⁴, el grado de reconocimiento de la red decae paulatinamente y su caída abrupta está cerca de:
5

$$\frac{N^\circ \text{conceptos}}{N^\circ \text{conexiones Promedio}} \leq \frac{2}{\pi}$$

⁴Es decir $N^\circ \text{conexiones} \ll N^\circ \text{neuronas}$

⁵Recordar $\frac{2}{\pi} \simeq 0,6366$

Conclusiones

Redes de Hopfield Diluidas

1. Pudimos ver claramente en los gráficos de las redes de Hopfield diluidas, que cuando $0,45 \leq \frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexiones}$, la red deja de reconocer.
2. A medida que incrementamos el numero de neuronas en la red, los gráficos resultantes se asemejan a los vistos en la teoría.
3. Notamos en los gráficos, que el limite de reconocimiento observado de la red esta cerca de 0.55 lo cual esta por debajo de lo visto en la teoría.

$$\frac{N^{\circ}conceptos}{N^{\circ}conexionesPromedio} \leq \frac{2}{\pi}$$

Suponemos esto se debe a que no respetamos estrictamente el modelo de Hopfield diluido, ya que en el experimento, el numero de conexiones de cada neurona es constante K igual para todas las neuronas y no, como especifica el modelo, numero de conexiones aleatorio con media K.