ważne rzeczy ze skryptu

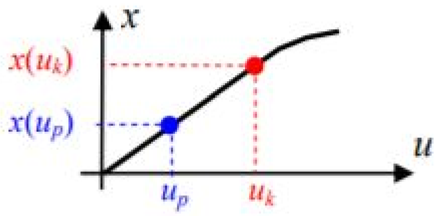
Skrypt 1

Model obiektu opisuje działanie jakiegoś systemu w postaci liczb, wzorów, zmiennych. Parametry te można podzielić na:

Zmienne wejściowe - Nie zależą od tego co się dzieje w układzie.
Zmienne wyjściowe - Są efektem działania modelu.
Parametry - Stałe własności układów.

SKRYPT 1-3

Modele można podzielić na modele statyczne x(u), opisujące układ w stanie równowagi oraz modele dynamiki, przedstawiające reakcję układu x(t) na zmienne wymuszenia u(t).



Model statyczny to najprostszy opis własności obiektu (układu). Przedstawia on zależności pomiędzy zmiennymi wejściowymi i wyjściowymi układu w warunkach równowagi, to znaczy gdy wartości zmiennych wejściowych i wyjściowych stałe. Modele statyczne, opisywane w niniejszym opracowaniu, mają postać równań algebraicznych Graficzna reprezentacja własności statycznych – charakterystyka statyczna (Rys. I-4) pozwala odczytać wartości wyjść na podstawie wartości wejść, np. x(up), x(uk). W najprostszych przypadkach są to funkcje liniowe (np.: x=a·u). W rzeczywistych warunkach zależności liniowe praktycznie nie występują, ale są bardzo często stosowane jako przybliżenie opisu rzeczywistych obiektów.

Model dynamiki układu opisuje sposób reakcji układu na zmianę sygnału wejściowego. W badaniach stosuje się bardzo proste sygnały wejściowe, na przykład wymuszenie skokowe (Rys. I-5). Najprostszą reprezentacją graficzną opisu dynamiki są charakterystyki czasowe, przedstawiające reakcje obiektu na określone wymuszenie, na przykład odpowiedź na skokową zmianę wymuszenia (Rys. I-6). Własności dynamiczne sprawiają, że reakcja obiektu nie jest natychmiastowa, czasem może mieć charakter oscylacyjny, a co najważniejsze nie zawsze kończy się dojściem do stanu równowagi, co nazywamy brakiem stabilności. Stąd wynika konieczność badania dynamiki obiektów.

Model statyczny opisuje układ w warunkach równowagi, to znaczy gdy wszystkie zmienne wejściowe i wyjściowe mają stałe wartości. Natomiast model dynamiki opisuje co się dzieje w układzie gdy nastąpi zmiana wartości wejściowych – czy i jak układ osiągnie nowy stan równowagi.
Funkcja, która jest rozwiązaniem równania różniczkowego dla określonego wymuszenia i określonych warunków początkowych, odpowiada charakterystyce czasowej układu (obiektu). Charakterystyki statyczne i czasowe (dynamiczne) układu są wyznaczane zarówno na podstawie modelu matematycznego (badania analityczne i symulacyjne), jak i „zdejmowane" na rzeczywistym obiekcie przez przeprowadzenie odpowiedniego eksperymentu (pomiary i badania doświadczalne).

Kryteria pozwalają na podstawie prostych operacji na współczynnikach wielomianu stwierdzić czy wszystkie pierwiastki leżą w lewej półpłaszczyźnie. Im(λ) Re(λ) Rys. I-8. Płaszczyzna zespolona Najbardziej znane to **kryteria Hurwitza i Routha.** **Kryterium Hurwitza** stwierdza, że wszystkie pierwiastki równania a + ...+ a1 + a0 = 0 n nλ λ leżą w lewej półpłaszczyźnie, jeśli wszystkie współczynniki wielomianu są różne od zera i mają jednakowy znak, a wszystkie minory główne wielomianu są dodatnie. Minory główne to kolejne wyznaczniki ∆1..n,
Kryterium nie określa ile jest pierwiastków dodatnich jeśli nie są spełnione wszystkie warunki. Podstawową wadą kryterium jest konieczność liczenia dużych wyznaczników
Według **kryterium Routha** wszystkie pierwiastki równania a + ...+ a1 + a0 = 0 n nλ λ leżą w lewej półpłaszczyźnie, jeśli wszystkie współczynniki wielomianu są różne od zera i mają jednakowy znak, a wszystkie współczynniki pierwszej kolumny tablicy Routha są dodatnie

Model obiektu często obejmuje kilka równań, które pozwalają wyznaczyć kilka niezależnych zmiennych wyjściowych. Układ równań może być **oznaczon**y (skończona ilość rozwiązań) lub **nieoznaczon**y (nieskończona ilość rozwiązań), ale nie powinien być **sprzeczn**y (brak rozwiązań).

Równanie różniczkowe zwyczajne - klasyfikacja

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \ldots + a_1 \dot{x} + a_0 x = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \ldots + b_1 \dot{u} + b_0 u$$

Współczynniki a_i i b_i	*Równanie różniczkowe*
stałe	liniowe stacjonarne
stałe lub funkcje czasu	liniowe niestacjonarne
zależne od x, u lub ich pochodnych	nieliniowe

Równanie różniczkowe zwyczajne liniowe - rozwiązanie

zasada superpozycji

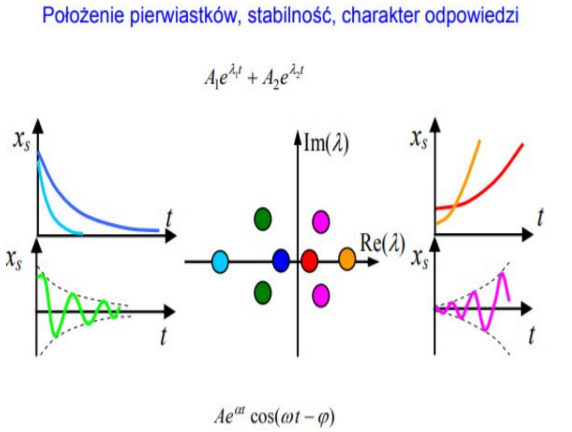
$$x(t) = \underbrace{x_s(t)}_{\text{rozwiązanie swobodne (składowa przejściowa)}} + \underbrace{x_w(t)}_{\text{rozwiązanie wymuszone (składowa ustalona)}}$$

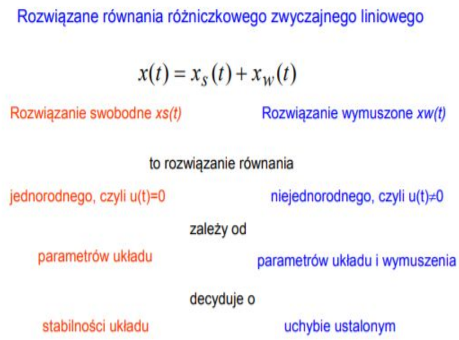
Rozważmy liniowe równanie różniczkowe gdzie wszystkie ai i bi są stałe, wymuszenie u=u(t), rozwiązanie x=x(t). Rozwiązanie równania, czyli funkcja x(t) składa się rozwiązania swobodnego xs(t) i rozwiązania wymuszonego xw(t). Algorytm rozwiązywania opiera się na zasadzie superpozycji i składa się z czterech etapów.
I. Wyznaczenie rozwiązania swobodnego (składowej swobodnej) xs(t)
II. Wyznaczenie rozwiązania wymuszonego (składowej wymuszonej) xw(t)
III. Ogólne rozwiązanie równania różniczkowego (całka ogólna), czyli suma rozwiązania swobodnego (z parametrami Ai) i wymuszonego
IV.Rozwiązanie szczególne (całka szczególna) wymaga wyznaczenia wartości parametrów Ai na podstawie wartości warunków początkowych

Typowym przykładem zastosowania szeregów funkcyjnych jest szereg Taylora, wykorzystywany do linearyzowania funkcji nieliniowych, czy szereg Fouriera stosowany w analizie częstotliwościowej układów1 .

Elementarne liniowe układy dynamiki 1 i 2 rzędu mają duże znaczenie teoretyczne, ale nie występują w rzeczywistych warunkach. Zastosowanie tak prostych modeli zawsze jest efektem przyjętych założeń, które pozwalają uprościć opis, kosztem ograniczenia dokładności modelu. Prostszy model to nie tylko łatwiejsze obliczenia, ale także mniejsza ilość parametrów, których wartości trzeba wyznaczyć. Tak więc w praktyce inżynierskiej kluczową rolę odgrywa przygotowanie dobrego i w miarę prostego model

1wsza prezentacja najważniejsze slajdy





SKRYPT 4-6

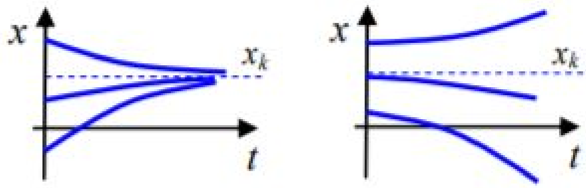
Statyczny model układu powstaje przez uproszczenie modelu dynamiki (p. 1.1.2), przy czym to uproszczenie może być wykonane: - na etapie konstrukcji modelu - pomija się zjawiska, które decydują o własnościach dynamicznych, czyli magazyny masy, energii, ... (p. 2), - jako uproszczenie równań modelu, przez wyzerowanie wszystkich funkcji pochodnych1 . Charakterystyka statyczna jest graficzną prezentacją zależności pomiędzy zmiennymi wejściowymi i wyjściowymi modelu statycznego. Określenie, które ze zmiennych układu są wejściami a które wyjściami wynika z interpretacji fizycznej modelu – wartości na wejściach są zdeterminowane przez źródła niezależne od stanu obiektu (ustalane poza granicami obiektu) a wartości na wyjściach są efektem działania opisywanych procesów. Wartości pozostałych parametrów modelu wynikają głównie z wymiarów geometrycznych obiektu i własności fizycznych materiałów w określonych warunkach. To, że są to wartości stałe, jest zawsze wynikiem przyjętych założeń (np. własności materiałów nie zależą od temperatury, ciśnienia, itp.).

We wszystkich tych przypadkach rozwiązanie wymuszone xw(t) jest wartością stałą, o ile tylko a0≠0. Współrzędne (uk, xk), które opisują układ w stanie równowagi, nazywamy **końcowym punktem równowagi**. Równanie liniowe ma tylko jeden punkt równowagi dla danego wymuszenia uk (poza szczególnym przypadkiem, gdy a0=0). Wartość b0/a0 nazywamy **wzmocnieniem układu** przy stałym wymuszeniu

!!!Współrzędne (uk, xk), które opisują układ w stanie równowagi, nazywamy **punktem równowagi**. Układ liniowy może mieć tylko **jeden punkt równowagi** (jest jedno rozwiązanie równania statycznego).**!!!(**xk=b/a * uk - po wyzerowaniu pochodnych równania to jest z zasady superpozycji z części wymuszonej rozwiązania)

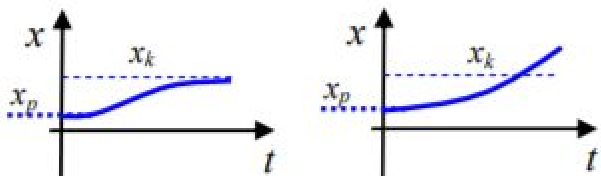
W rozwiązaniu ogólnym występują dwa parametry A1 i A2, które są wyznaczane dla konkretnych warunków początkowych. Wybór warunków początkowych zależy od celu badania.

Badania z wymuszeniem o stałej wartości (uk) zazwyczaj służą do pokazania **ewolucji stanu** układu od różnych warunków początkowych do/od punktu równowagi



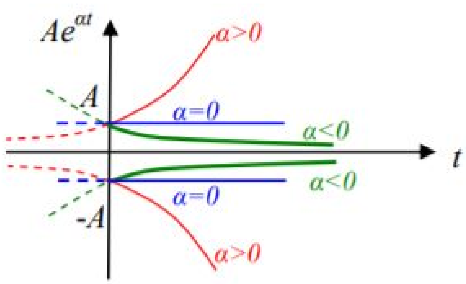
Rys. II-6. Przykłady ewolucji stanu układu

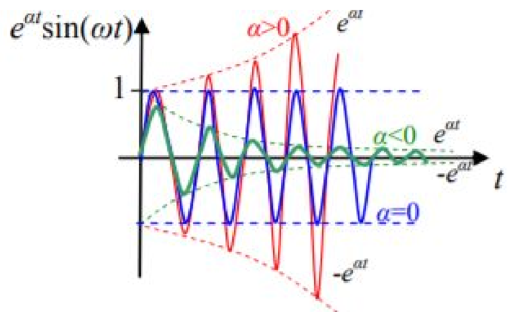
Badania z wymuszeniem skokowym są typowymi badaniami w automatyce, a ich celem jest wyznaczenie reakcji układu na skokową zmianę wartości wejściowej (up→ uk), zadawaną w stanie równowagi układu. Ponieważ zazwyczaj analiza zachowania układów dotyczy reakcji na niewielkie zakłócenia wokół tego stanu, to początkowy punkt równowagi nazywa się również **punktem pracy**. To oznacza, że w warunkach początkowych wszystkie pochodne są równe zero



Badania z wymuszeniem impulsowym są także typowe dla automatyki i polegają na wyznaczeniu reakcji na impulsowe zakłócenie pojawiające się w stanie równowagi układu. W badaniach analitycznych wykorzystuje się odpowiedź impulsową, czyli odpowiedź na teoretyczny impuls δ(t). Podczas obliczeń pojawia się jednak problem, który wynika ze szczególnych własności funkcji impulsowej w chwili 0, co wymaga zastosowania rozszerzonego pojęcia funkcji (dystrybucji).W praktyce wykorzystuje się własność układów liniowych, z której wynika, że odpowiedź impulsowa jest pochodną odpowiedzi skokowej

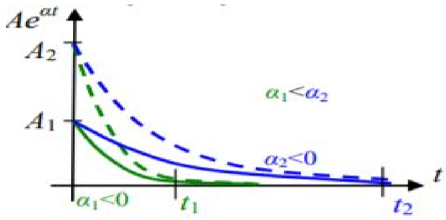
Własności dynamiki układu liniowego (stabilność, czas są zdeterminowane przez rozwiązanie swobodne

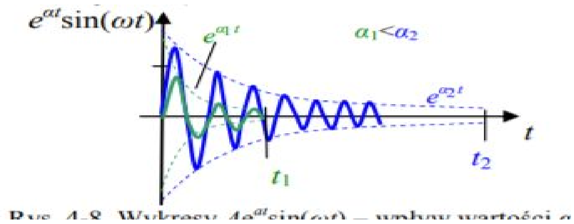




Najistotniejsza cecha funkcji $Ae^{\alpha t}$ i $Ae^{\alpha t}\sin(\omega t+\varphi)$ wiąże się ze znakiem współczynnika α w wykładniku funkcji eksponencjalnej. Jeśli współczynnik α jest ujemny, to funkcje te z biegiem czasu praktycznie zanikają do zera, a jeśli dodatni, to funkcje zmierzają do +∞ lub -∞. W przypadku gdy α=0, to funkcja Aeαt ma wartość stałą, a funkcja Aeαtsin(ωt+φ) to niegasnące drgania

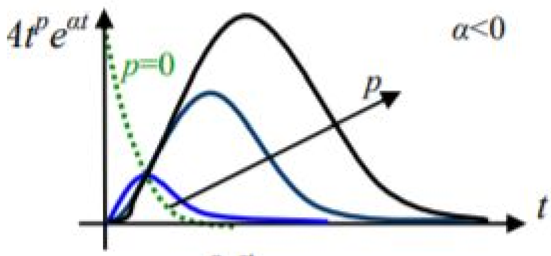
Im większa wartość bezwzględna α, tym te zmiany następują szybciej (w krótszym czasie).





Teoretycznie funkcja e αt zanika do zera dla t→∞, ale w praktyce przyjmuje się, że poniżej pewnej wartości funkcja e αt praktycznie nie ma znaczenia. Czas zanikania zależy przede wszystkim od wartości α, natomiast wartość A (warunki początkowe) ma drugorzędne znaczenie

W szczególnych przypadkach w rozwiązaniu swobodnym mogą pojawić się funkcje Atp e αt , gdzie p≥1. Także w tych wypadkach ujemna wartość α gwarantuje zanikanie funkcji do zera, choć większa wartość p wydłuża czas zanikania (Rys. 4-9). o "górce"???(niby mało ważne ale warto wspomnieć)



- wszystkie bieguny leżą po lewej stronie - xs zanika do zera dla t→∞ (układ jest stabilny), - wszystkie bieguny leżą na osi rzeczywistej - xs nie zawiera oscylacji.

W badaniach dynamiki układu stosuje się **ograniczenie analizy** do najbardziej znaczących biegunów: - najistotniejsze są bieguny po prawej stronie - jeśli są, to decydują o **niestabilności układu** (nawet pojedynczy biegun o minimalnej dodatniej wartości układu determinuje niestabilność), - jeśli nie ma biegunów w prawej półpłaszczyźnie, to najistotniejsze są bieguny leżące na osi urojonej - jeśli są to wprowadzają do rozwiązania składniki, które nie rosną, ale też nie zanikają (**układ na granicy stabilności**), - jeśli wszystkie bieguny leżą w lewej półpłaszczyźnie (**układ stabilny**), to najistotniejsze są bieguny leżące najbliżej osi – decydują o czasie zanikania najwolniejszego składnika rozwiązania swobodnego, a tym samym o czasie ustalania1 się odpowiedzi układu. Najmniej znaczącymi biegunami są te leżące najbardziej na lewo (o najmniejszej części rzeczywistej), ponieważ wprowadzają do rozwiązania swobodnego składniki, które zanikają najszybciej. Stąd wynika możliwość upraszczania modeli poprzez pominięcie najmniej znaczących biegunów

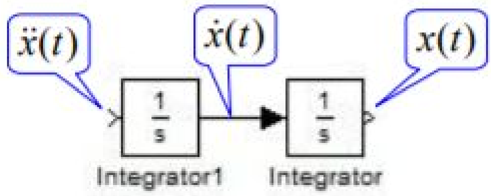
Pierdolenie o simulinku ale były o to pytania na egzaminie więc wstawiam

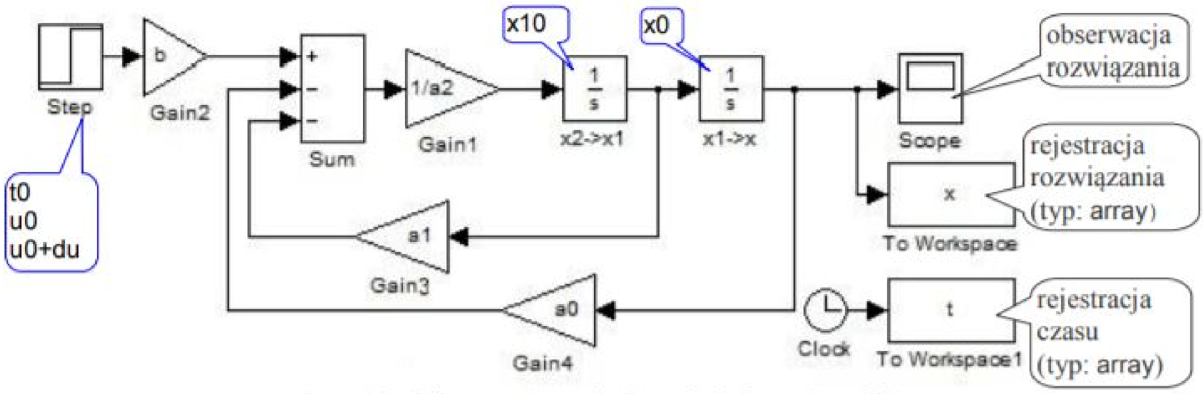
JAK ROZWIĄZAĆ RÓWNANIE RÓŻN W SIM

Równanie (układ równań) należy przekształcić w ten sposób, aby po lewej stronie została najwyższa pochodna zmiennej wyjściowej, np.:

$$a_2\ddot{x}(t)+a_1\dot{x}(t)+a_0x(t)=bu(t) \quad \rightarrow \quad \ddot{x}(t)=\frac{1}{a_2}\left(-a_1\dot{x}(t)-a_0x(t)+bu(t)\right)$$

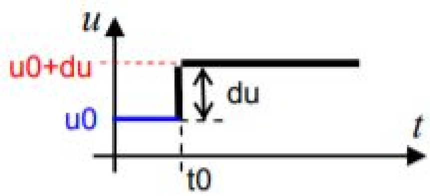
Rysowanie schematu powyższego równania rozpoczyna się od łańcucha bloków całkujących (Integrator) – na wyjściu ostatniego bloku będzie dostępne x , czyli szukane rozwiązanie, a na wejściu pierwszego będzie podany sygnał najwyższej pochodnej badanego równania (x)





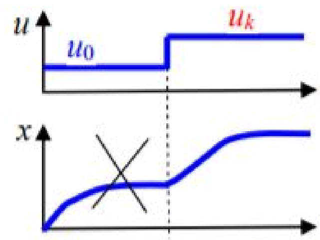
Rys. 5-2. Schemat równania 2.rzędu i skrypt (m-plik)

Każdy sygnał wejściowy u(t) będzie definiowany jako wymuszenie skokowe sparametryzowane za pomocą zmiennych typu stan początkowy u0 i zmiana wartości du. Jeśli du=0, to na wyjściu bloku Step będzie stała wartość

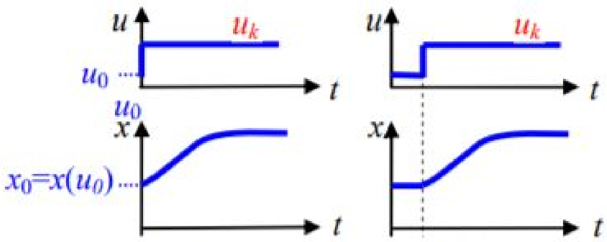


!!!Poprawne wykonanie podstawowego badania dynamiki, czyli badania reakcji na skokową zmianę sygnału wejściowego wymaga, aby ten skok był jedyną przyczyną zmian obserwowanych w układzie, to znaczy, że **skok musi być podany na układ w czasie, gdy znajduje się on w stanie równowagi**. W badaniach symulacyjnych można to zrealizować na dwa sposoby:

- uruchomić symulację od dowolnych warunków początkowych, poczekać aż układ dojdzie do stanu równowagi i wówczas podać skok (Rys. 5-4)
- wykres do momentu podania skoku nie liczy się, z równania statycznego wyznaczyć stan równowagi x0 dla początkowej wartości sygnału wejściowego u0 i uruchomić symulację przyjmując jako warunki początkowe punkt równowagi – skok można podać od razu na początku symulacji lub przesunąć w czasie (Rys. 5-5). !!!



5-4. Symulacja od stanu domyślnego (przypadkowego)



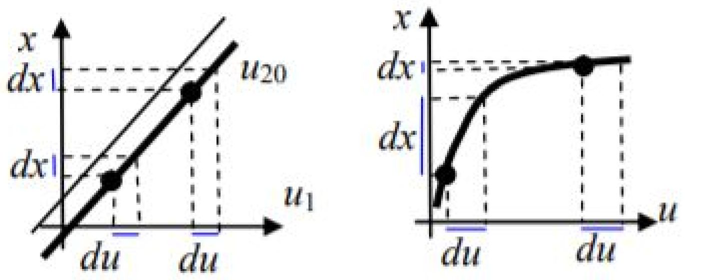
Rys. 5-5. Symulacja od stanu ustalonego

W badaniach dynamiki układów wyznacza się również odpowiedź na zakłócenie impulsowe i jeśli jest to impuls Diraca δ(t), to mówimy o odpowiedzi impulsowej układu. Funkcja δ(t) to impuls o jednostkowej powierzchni, ale nieskończenie krótki i nieskończenie wysoki, więc praktycznie niewykonalny (i fizycznie, i symulacyjnie). Wobec tego stosuje się przybliżenia, na przykład impuls prostokątny o powierzchni równej 1, zrealizowany za pomocą dwóch sygnałów skokowych przesuniętych w czasie.

Stan równowagi w przypadku układu liniowego oznacza stan po zaniku składowej swobodnej (przejściowej), gdy w rozwiązaniu zostaje tylko składowa wymuszona (ustalona). Na podstawie rozwiązań równań różniczkowych można stwierdzić, że jeśli na wejście układu liniowego podawane jest stałe wymuszenie, to w stanie równowagi na wyjściu też jest stała wartość - punkt równowagi , a jeśli na wejście układu liniowego podawany jest sygnał sinusoidalny, to w stanie równowagi na wyjściu też jest sygnał sinusoidalny. Zastosowanie punktu równowagi w badaniach dynamiki występuje podczas wyznaczenia i analizy charakterystyk statycznych oraz podczas wyznaczenia i analizy reakcji obiektu na wymuszenia skokowe i impulsowe

Charakterystyki statyczne pozwalają często stwierdzić liniowość lub nieliniowość modelu, ponieważ nieliniowość w modelach procesów technologicznych dotyczy zazwyczaj części statycznej. Na podstawie tych charakterystyk wyznacza się wzmocnienia układu (k=b/a) pomiędzy poszczególnymi wyjściami i wejściami. Wzmocnienie układu odpowiada nachyleniu danej charakterystyki statycznej i jest wyznaczane na podstawie przyrostów

W układach liniowych wzmocnienie jest stałe w całym zakresie pracy. W układach nieliniowych wzmocnienie układu zależy od punktu pracy (punktu równowagi)



Rys. 6-2. Wzmocnienie układu liniowego i nieliniowego

Ustalenie punktu równowagi jest konieczne
podczas wyznaczania reakcji układu na wymuszenia skokowe i impulsowe - badania te wymagają aby zmianą układ znajdował się w stanie równowagi przed skokową/impulsową. Nieliniowość modelu, w tym nieliniowość charakterystyk statycznych, powoduje, że reakcja układu na taką samą zmianę du zależy od punktu pracy.

o stablisności
-układ stabilny przy stałym wymuszeniu (uk) dąży do punktu równowagi (xk),

-układ niestabilny trwa w punkcie równowagi tylko wówczas, gdy jest to jego stan początkowy – najmniejsze zakłócenie powoduje trwałe oddalenie od tego punktu.

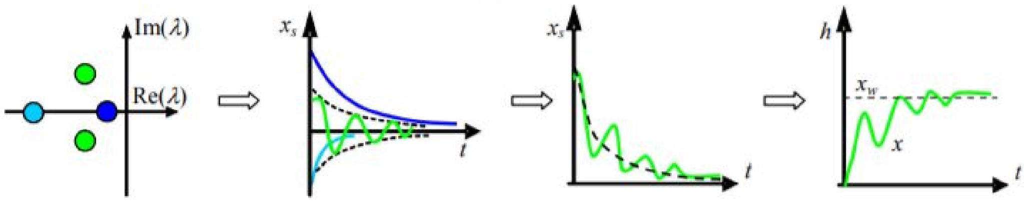
Jeśli **stabilność/niestabilność** nie zależy od warunków początkowych, to mówimy o **stabilności/niestabilności globalne**j, a jeśli występuje tylko dla warunków początkowych z pewnego obszaru wokół punktu równowagi to jest to **stabilność/niestabilność lokalna**

Stabilności nie można stwierdzić na podstawie modelu statycznego - konieczny jest model dynamiki (równanie różniczkowe). To, że układ ma punkt równowagi, nie oznacza, że będzie do niego dążył. Badanie dynamiki układów liniowych i nieliniowych przeprowadza się na podstawie: ewolucji stanu układu od różnych warunków początkowych przy stałym wymuszeniu (w tym też przy braku wymuszenia), reakcji na wymuszenia skokowe i impulsowe podawane w stanie w stanie równowagi. Stabilność układu oznacza, że końcowym stanem w tych badaniach jest stan równowagi.

!!!Stabilność układów liniowych jest prosta do zbadania, ponieważ nie zależy ani od warunków początkowych, ani od wymuszenia (a więc także od punktu pracy i wielkości skoku). Jeśli układ liniowy jest stabilny, to jest **stabilny globalnie**, a jeśli jest niestabilny, to jest **niestabilny globalnie**.!!!

– składowa xs(t) decyduje o stabilności układu,
 -składowa xw(t) opisuje zachowanie układu w stanie równowagi.

Z własności rozwiązania wynikają różne kryteria (warunki) stabilności układu liniowego (Rys. 6-4).



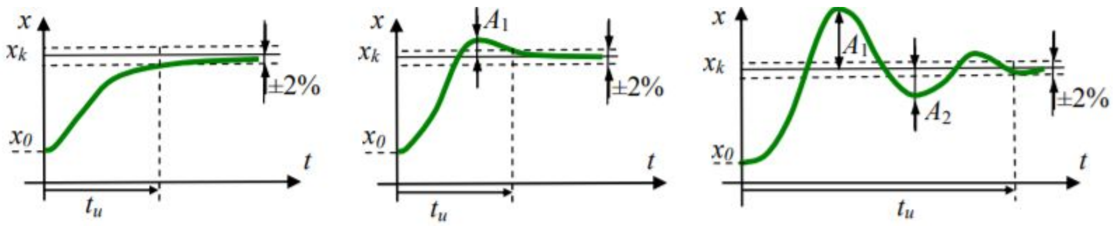
Rys. 6-4. Przykładowe wykresy układu stabilnego

Układ liniowy jest stabilny (osiąga stan równowagi), jeśli:
1 wszystkie bieguny układu (pierwiastki równania charakterystycznego) leżą w lewej półpłaszczyznie zespolonej (mają ujemną część rzeczywistą),
2 każdy ze składników rozwiązania swobodnego xs(t) zanika z czasem,
 3 rozwiązanie swobodne xs(t) zanika z czasem do zera - zostaje tylko rozwiązanie wymuszone
4 przy braku wymuszenia samoistnie wraca do stanu równowagi,
 5 odpowiedź impulsowa zanika z czasem do zera.
 Są to **kryteria** określające klasyczną **stabilność w sensie Lapunowa** . Kryteriów tych nie spełniają bieguny, które leżą na osi Im, ponieważ powodują, że składowa swobodna nie zanika do zera (chociaż też nie ucieka nie ±∞). W monografii pojęcie stabilność oznacza domyślnie **stabilność w sensie Lapunowa**, natomiast układ, który posiada bieguny lewej

półpłaszczyźnie (Re(λ)<0) oraz biegun/bieguny na osi Im (Re(λ)=0) jest nazywany **układem na granicy stabilności.**
W praktyce inżynierskiej stosowane jest także pojęcie **stabilności w sensie BIBO** - **układ jest stabilny**, jeśli na ograniczone wymuszenie u(t) (np. stałe, skokowe, impulsowe, sinusoidalne) reaguje ograniczonym sygnałem wyjściowym x(t). Jest to „słabsza" wersja stabilności, ponieważ obejmuje także przypadki graniczne (bieguny na osi Im)

Czas stabilizacji i oscylacje

Jeśli układ jest stabilny (osiąga stan równowagi), to kolejnymi parametrami opisującymi dynamikę układu jest czas ustalania odpowiedzi oraz wielkość oscylacji. Parametry te są często stosowane w automatyce i pełnią rolę wskaźników jakości. Są one definiowane na podstawie przebiegów przejściowych, na przykład odpowiedzi układu na skokową zmianę wymuszenia

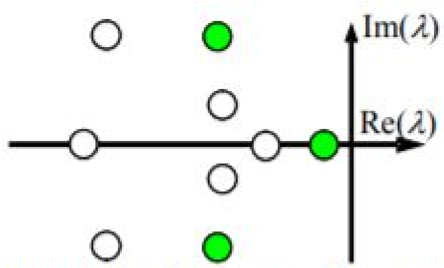


Rys. 6-5. Parametry przebiegów aperiodycznych i oscylacyjnych

Jeśli w odpowiedzi stabilnego układu nie występują oscylacje (przeregulowania, drgania), to mówimy o przebiegu **aperiodycznym** (**stabilności asympotycznej**). Wielkość oscylacji (**przeregulowania**) w reakcjach układu mierzona jako bezwzględna wielkość amplitudy (A1, A2)

!!!Własności całego stabilnego układu (wszystkie bieguny w lewej półpłaszczyźnie) określa się na podstawie najbardziej istotnych biegunów (na zielono)w następujący sposób:
- **stopień stabilności układu** = min|Re(λk)| - ujemny biegun najbliższy osi Im decyduje o stabilności i o czasie ustalania odpowiedzi tu,
-**stopień oscylacyjności układu** = max|Im(λk) / Re(λk)| - o wielkości i szybkości oscylacji nie decyduje największa bezwzględna wartość części urojonej, ale biegun, który ma największy stosunek części urojonej do rzeczywistej.

Układ jest stabilny asymptotycznie, jeśli wszystkie jego bieguny leżą w lewej półpłaszczyźnie i nie ma wśród nich biegunów zespolonych**!!!**



Rys. 6-6. Najbardziej istotne bieguny układu

SKRYPT 7-9
układ drugiego rzędu jest to najprostszy model, który może reprezentować prawie wszystkie przypadki reakcji układu

Jeśli więc dysponujemy liniowym modelem układu drugiego rzędu, to dostępnych jest wiele metod przeznaczonych do stosowania w praktyce inżynierskiej. Tak prosty opis można uzyskać poprzez:
- odpowiedni zestaw założeń upraszczających model na etapie konstrukcji
- ograniczenie analizy do najbardziej istotnych biegunów (Rys. 6-6)
, - zastosowanie metod upraszczania modeli przez obniżanie rzędu modelu

Najbardziej charakterystyczną postacią modelu drugiego rzędu (7-1) jest równanie oscylacyjne zapisywane w postaci:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\ \dot{x}(t) + \omega_n^2\ x(t) = b_0 u(t)\ ,\ \omega_n > 0 \qquad (7\text{-}13)$$

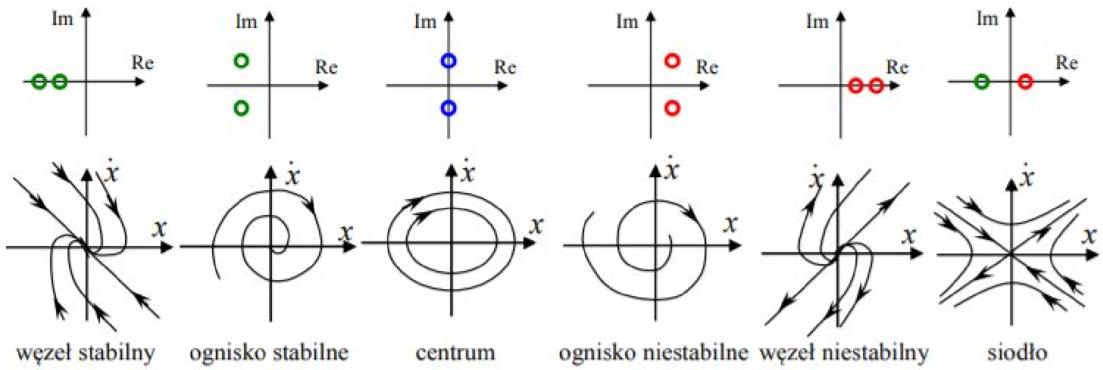
gdzie: ξ - współczynnik tłumienia, ω_n – pulsacja układu ($\omega_n = 2\pi f_n$, gdzie f_n to częstotliwość drgań własnych nietłumionych). Założenie o dodatniej wartości pulsacji ω_n wynika z fizycznej interpretacji

o równanie oscylacyjne sensu stricto, to znaczy, że jego rozwiązanie ma charakter oscylacyjny (**zawiera składową sinusoidalną**), ponieważ bieguny zawierają część rzeczywistą (α) i urojoną (ωr)

O PORTRETACH

Portret fazowy to rodzina trajektorii w układzie współrzędnych [x, x], przedstawiających zachowanie obiektu obserwowane przy stałym wymuszeniu ale dla różnych warunków początkowych, które są wówczas jedyną przyczyną zmian obserwowanych w układzie. Jest to graficzny sposób zobrazowania własności dynamicznych obiektów 1. lub 2 rzędu liniowych i nieliniowych. Portrety fazowe mają szczególne zastosowanie w przypadku występowania nieliniowości typu nasycenie, strefa nieczułości, przekaźnik, … , czyli funkcji nieróżniczkowalnych1 . dodać więcej Portrety fazowe najłatwiej jest uzyskać metodami symulacyjnymi na podstawie równań różniczkowych (). Ilość trajektorii koniecznych do odtworzenia portretu można znacznie ograniczyć ze względu na jedną z podstawowych własności – trajektorie nie przecinają się ponieważ badane są **układy deterministyczne** (przejście z jednego punktu przestrzeni do kolejnego jest jednoznaczne - nie ma czynnika losowego lub możliwości wyboru)

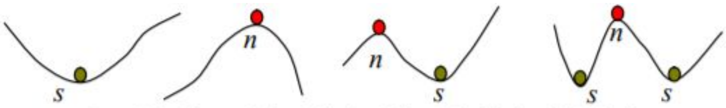
W układach liniowych można wyróżnić sześć charakterystycznych typów portretów, związanych położeniem biegunów układu



Rys. 8-1. Charakterystyczne typy portretów fazowych układów liniowych

Każda trajektoria portretu reprezentuje ewolucję stanu obiektu od określonego warunku początkowego (przy stałym wymuszeniu). Jeśli układ jest stabilny, to dąży do punktu równowagi, a jeśli jest niestabilny to oddala się od tego punktu. Kierunek zmian (strzałkę czasu na trajektorii) określa się jednoznacznie na podstawie własności funkcji pochodnej – jeśli pochodna jest dodatnia (obszar nad osią x) to funkcja rośnie ($x > 0$ $x\uparrow$), jeśli pochodna jest ujemna (obszar pod osią x) to funkcja maleje ($x < 0$ $x\downarrow$), pochodna równa 0 (na osi x) oznacza maksimum lub minimum funkcji. Portrety fazowe układów liniowych dobrze ilustrują własność **globalnej stabilności** lub niestabilności tych układów. Ponieważ w układzie liniowym jest możliwy tylko jeden punkt równowagi (), więc układ stabilny dąży do tego punktu niezależnie od warunków początkowych (jest stabilny globalnie).

Portrety fazowe układów nieliniowych mogą mieć jeden lub więcej punktów równowagi – w zależności od rozwiązania równania statycznego. Układ nieliniowy może być stabilny/niestabilny globalne, ale jeśli układ ma więcej punktów równowagi, to może być stabilny w jednych a niestabilny w innych punktach, i wówczas rozróżniamy stabilność/niestabilność lokalną i globalną
Wyznaczenie portretu fazowego układu nieliniowego w odpowiednio dużym otoczeniu punktów równowagi umożliwia określenie obszarów stabilnych warunków początkowych (obszarów stabilności).



Rys. 8-2. Idee stabilności/niestabilności globalnej/lokalnej

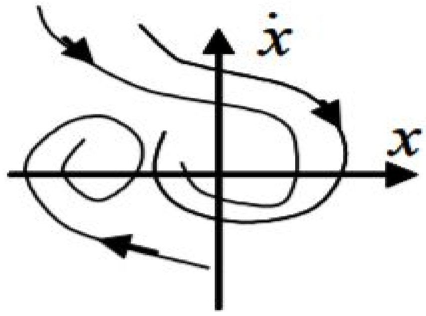
W pobliżu punktów równowagi portrety układów nieliniowych ale różniczkowalnych[1] są zbliżone do liniowych wzorców (stabilne/niestabilne węzły, ogniska, siodła). To spostrzeżenie potwierdza możliwość analizy stabilności układu nieliniowego w ograniczonym zakresie wokół punktów równowagi za pomocą linearyzacji modelu w otoczeniu tych punktów (⇨). W ten sposób można również zidentyfikować punkty równowagi na portretach układów nieliniowych.

Eksperymentalne wyznaczanie portretu fazowego wymaga przemyślanego wybierania warunków początkowych i czasu trwania eksperymentu (początku i długości trajektorii), tak aby można było jednoznacznie wnioskować o globalnej i lokalnej stabilności badanego obiektu. Informacje na o ilości punktów równowagi czy o charakterze nieliniowości znacznie ułatwiają zadanie płaszczyzna fazowa $(\dot{x}, x)$

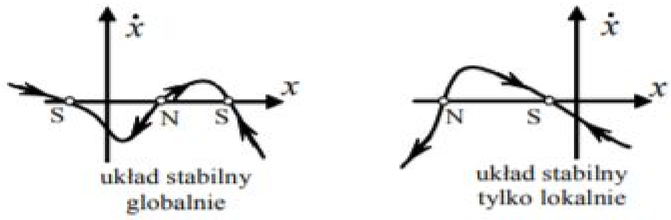
trajektoria fazowa (obraz ewolucji stanu)

- stałe wymuszenie

portret fazowy



- punkt(y) równowagi
- kierunek czasu
- przecięcie z osią x
- determinizm
- układy 1-2 rzędu
- układy liniowe/nieliniowe
- stabilność



SKRYPT 10-11

Modele dynamiki układów analizowane w części III miały postać pojedynczego równania różniczkowego z jednym wejściem i jednym wyjściem (ang. SISO[1]). Na ich podstawie można w prosty sposób określić:

- liniowość modelu oraz rząd modelu, który odpowiada rzędowi równania różniczkowego,
- równanie statyczne, które powstaje po wyzerowaniu pochodnych i pozwala wyznaczyć charakterystykę statyczną i punkt równowagi (stan ustalony),
- a dla układów liniowych – równanie charakterystyczne i jego pierwiastki (bieguny układu), które decydują o stabilności.

Analogiczne możliwości występują dla modeli o wielu wejściach i wyjściach (ang. MIMO[2]). Typową postacią modeli typu MIMO są **równania stanu**, to znaczy układ równań różniczkowych pierwszego rzędu, liniowych lub nieliniowych:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots, u_m(t)\right) \\ \dot{x}_2(t) = f_2\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots, u_m(t)\right) \\ \ldots\ldots \\ \dot{x}_n(t) = f_n\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots, u_m(t)\right) \end{cases} \tag{IV-1}$$

nic w tej częsci nie ma interesującego.

SKRYPT 12-17

dt

Tak więc liniowe równanie różniczkowe:

$$a_n x^{(n)}(t) + \ldots + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_m u^{(m)}(t) + \ldots + b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t) \tag{11-5}$$

z zerowymi warunkami początkowymi można przekształcić na równanie operatorowe:

$$a_n s^n x(s) + \ldots + a_1 s x(s) + a_0 x(s) = b_m s^m u(s) + \ldots + b_1 s u(s) + b_0 u(s) \tag{11-6}$$

Stąd po uporządkowaniu:

$$\left(a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0\right) x(s) = \left(b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0\right) u(s) \tag{11-7}$$

i podzieleniu stronami:

$$\frac{x(s)}{u(s)} = \boxed{\frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0} = G(s)} \tag{11-8}$$

otrzymujemy model dynamiki nazywany **transmitancją układu** $G(s)$, definiowaną jako stosunek transformaty funkcji wyjściowej $x(s)$ do transformaty funkcji wejściowej $u(s)$, ale wyznaczaną na podstawie wielomianów równania operatorowego. Transmitancje powstające na podstawie równań różniczkowych mają postać funkcji wymiernych, przy czym w większości rzeczywistych obiektów stopień licznika jest mniejszy niż stopień mianownika[1].

Na podstawie transmitancji $G(s)$ i transformaty funkcji wejściowej $u(s)$ można wyznaczyć transformatę funkcji wyjściowej:

$$x(s) = G(s)u(s), \tag{11-9}$$

Stąd transmitancję nazywa się też funkcją przejścia, która opisuje sposób przetwarzania sygnału przez układ. Na podstawie transformaty $x(s)$ można odtworzyć oryginał funkcji wyjściowej $x(t)$ – jeśli istnieje taka potrzeba[2]. Zazwyczaj nie jest to konieczne, bo podstawowe badania własności obiektu (stabilność, punkt równowagi) można wykonać na podstawie transmitancji. O stabilności układu decydują **bieguny** transmitancji, czyli pierwiastki równania charakterystycznego układu wyznaczonego przez przyrównanie do zera mianownika transmitancji (11-8) (pierwiastki mianownika):

$$a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0 = 0 \tag{11-10}$$

Jest to takie samo równanie jak to wyznaczone na podstawie pierwotnego równania różniczkowego. Poprawne przekształcenia modelu nigdy nie zmieniają wielomianu charakterystycznego (w szczególności stopnia wielomianu), co można wykorzystać do weryfikacji poprawności przekształceń. **Zera** transmitancji (pierwiastki wielomianu w liczniku) nie mają wpływu na stabilność układu.

Aby wyznaczyć **punkt równowagi** na podstawie transmitancji należy skorzystać z własności przekształcenia Laplace'a – twierdzenia o wartości końcowej:

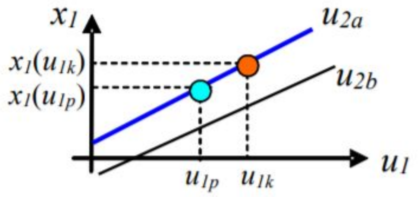
$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} s x(s) = \lim_{s\to 0} s G(s) u(s), \tag{11-11}$$

Różne transmitancje tego samego obiektu mają taki sam mianownik jeśli obiekt jest tak zwanym **układem współdziałającym**, co można stwierdzić także na podstawie współzależności równań różniczkowych opisujących obiekt – pomiędzy zmiennymi stanu występują wzajemne sprzężenia. W **układzie niewspółdziałającym** sprzężenia występują tylko w jednym kierunku – zależności są unilateralne. Typ sprzężeń można ocenić na podstawie znajomości zjawisk występujących na obiekcie.

pewnie myslisz że mało o transmitancjach ale cóż w tych rozdziałach były tłumaczone metody ich rozwiązywania metodą macierzową której nigdy nie użyjesz .

Najważniejsze slajdy prezentacja o transmitancjach

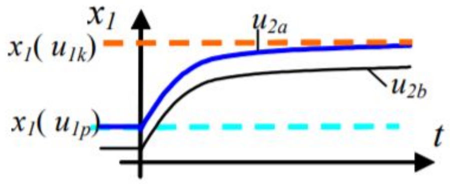
Charakterystyki statyczne i dynamiczne (czasowe)



$$x_1 = f(u_1, u_2)$$

$$x_1 = f_1(u_1);\ u_2 = u_{2a}$$

$$x_1 = f_2(u_1);\ u_2 = u_{2b}$$



Eksperymentalne wyznaczanie charakterystyk czasowych

Transmitancja

$$a_n x^{(n)} + \ldots + a_1\dot{x} + a_0 x = b_m u^{(m)} + \ldots + b_1\dot{u} + b_0 u$$

$$a_n\lambda^n + \cdots + a_1\lambda + a_0 = 0$$

$$a_n x^{(n)}(t) + \ldots + a_1\dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_m u^{(m)}(t) + \ldots + b_1\dot{u}(t) + b_0 u(t)$$

$\mathscr{L}[f(t)] = f(s)$	$\mathscr{L}[af(t)] = af(s)$	$\mathscr{L}[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(0_+)$

$$a_n s^n X(s) + \ldots + a_1 sX(s) + a_0 X(s) = b_m s^m U(s) + \ldots + b_1 sU(s) + b_0 U(s)$$

$$(a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0)X(s) = (b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0)U(s)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \ldots + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_0} = \frac{L(s)}{M(s)}}$$

Transmitancja – równanie charakterystyczne

$$M(s) = 0$$

$$a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

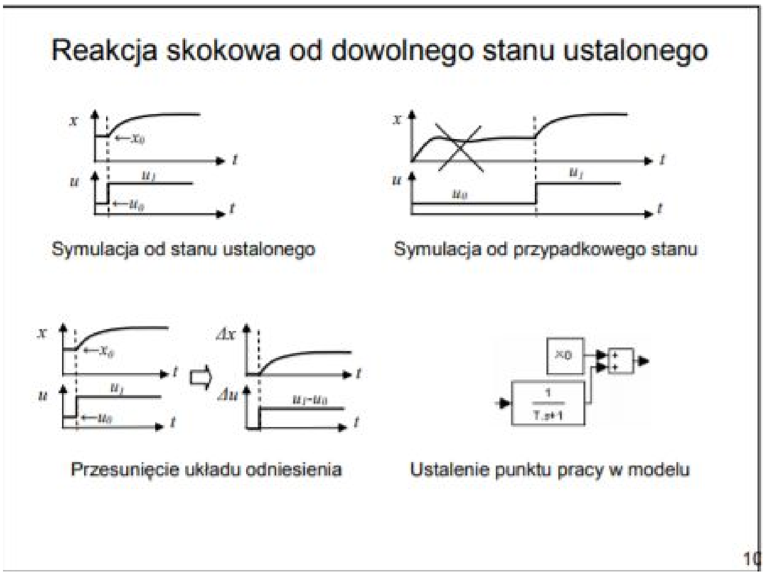
Transmitancja – stan ustalony (punkt równowagi)

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} \longrightarrow X(s) = G(s)U(s)$$

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)U(s)$$, jeśli granica istnieje

Dla $u(t)=1(t)$, czyli $U(s) = 1/s$	$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} G(s)$
Dla $u(t)=\delta(t)$, czyli $U(s) = 1$	$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)$
Dla $u(t)=\sin t$, czyli $U(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

Granica?



Własności układów liniowych

- zasada superpozycji - składowe swobodne i wymuszone
- znana postać rozwiązania swobodnego
- parametry rozwiązania swobodnego - algebraiczne równanie charakterystyczne
- stabilność układu - kryteria położenia pierwiastków równania charakter.
- rozwiązanie swobodne decyduje o własnościach dynamicznych układu
- własności dynamiczne układu nie zależą od wymuszenia
- odpowiedź na pochodną sygnału = pochodnej odpowiedzi na ten sygnał
  - $u(t)=1(t)$ $x(t)$ $u(t)=\delta(t)$ $dx(t)/dt$
- jeden punkt równowagi
- stabilność / niestabilność globalna
- transmitancja (przekształcenie Laplace'a / Fourier'a)

15

Charakterystyki częstotliwościowe

Poza wymuszeniem stałym, skokowym i impulsowym, duże znaczenie w badaniach dynamiki obiektów praktyczne ma również wymuszenie sinusoidalne. Oczywiście pełne (kompletne?) rozwiązanie równania różniczkowego z wymuszeniem sinusoidalnym obejmuje składową swobodną i składową wymuszoną, ale szczególne znaczenie praktyczne ma składowa wymuszona, nazywana w tym przypadku **odpowiedzią częstotliwościową**.

Transmitancję Fouriera można w praktyce traktować jako szczególny przypadek transmitancji Laplace'a (), ze względu na prosty związek pomiędzy zmienną s w przekształceniu $\mathscr{L}$ i pulsacją[1] ω w przekształceniu $\mathscr{F}$:

$$s = j\omega \qquad \text{(V-46)}$$

Stosując powyższe podstawienie do transmitancji $G(s)$ uzyskuje się wyrażenia na zmiennych zespolonych. Transmitancja $G(j\omega)$, która ma postać funkcji wymiernej można przekształcić do różnych postaci:

$$G(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{M(j\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \qquad \text{(V-47)}$$

Można wykazać[2], że wielkości występujące w przekształceniach (V-47) mają następującą interpretację fizyczną – jeśli na wejście układu jest podawane wymuszenie sinusoidalne o pulsacji ω, to na wyjściu układu występuje przebieg sinusoidalny o tej samej pulsacji ω, przesunięty w fazie i o wzmocnionej amplitudzie. Dynamiczne własności układu przejawiają się w tym, że współczynnik wzmocnienia amplitudy (A) i kąt przesunięcia fazowego (φ) zależą od częstotliwości sygnału.

Interpretacja zmiennej ω i różne postacie transmitancji Fouriera (V-47) są podstawą do konstrukcji kilku typów charakterystyk częstotliwościowych:

- charakterystyki części rzeczywistej P(ω) i części urojonej Q(ω) transmitancji,
- charakterystyka amplitudowo-fazowa P(Q) – wykres Nyquista,
- charakterystyka amplitudowa A(ω), - charakterystyka fazowa φ(ω) ,
- logarytmiczna charakterystyka modułu M (ω) = 20lg A(ω),
- logarytmiczna charakterystyka amplitudowo-fazowa M (φ)

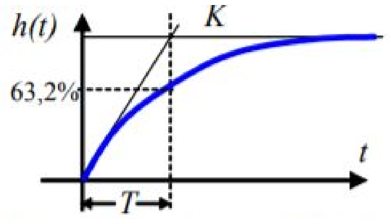
Najłatwiej jest wykonać (zwłaszcza odręcznie) operację dodawania wykresów, dlatego do analizy dynamiki układów często stosuje się logarytmiczne charakterystyki modułu M(ω) i fazy φ(ω), nazywane charakterystykami **Bodego**.
Charakterystyki przedstawiające dynamikę obiektów w dziedzinie częstotliwości () nie są tak naturalnym sposobem prezentacji własności dynamicznych jak odpowiedzi czasowe ale są bardziej precyzyjne. Szczególnie użyteczne są logarytmiczne charakterystyki modułu i fazy, które można przybliżyć prostymi asymptotami () umożliwiającymi odręczną analizę czy projektowanie własności układów.

PODSTAWOWE OBIEKTY DYNAMIKI

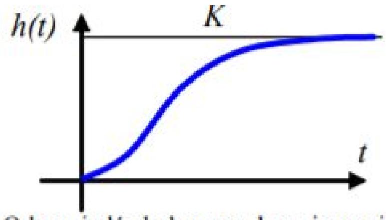
Najprostsze przypadki transmitancji nazywane są **podstawowymi członami dynamiki**. Służą one do opisu najprostszych obiektów lub jako składniki złożonych schematów. Są też wykorzystywane jako podstawa do opracowania metod różnych projektowania np. układów regulacji

Człon proporcjonalny (wzmacniający, bezinercyjny) to proste wzmocnienie sygnału wejściowego – bez opóźnienia i zniekształcenia. Tak prosty opis obiektu stosuje się wówczas gdy jego reakcja na zmiany jest bardzo szybka. Dla porządku zalicza się go do członów dynamiki choć jest to jednocześnie statyczny opis prostych obiektów.

Człon inercyjny z dodatnią stałą czasową T odpowiada stabilnemu obiektowi pierwszego rzędu, który w aperiodyczny sposób osiąga stan ustalony (Rys. VI-1). Analizując wzór na odpowiedź skokową układu można wykazać, że styczna w punkcie t=0 przecina poziom stanu ustalonego po czasie równym stałej czasowej T, natomiast wartość rozwiązania w chwili t=T wynosi 63,2% wartości stanu ustalonego



Rys. VI-1. Interpretacja parametrów złonu inercyjnego dla odpowiedzi skokowej



Rys. VI-2. Odpowiedź skokowa członu inercyjnego rzędu większego niż 1

nazywa się członem inercyjnym n-tego rzędu. Jeśli stałe czasowe są dodatnie, to układ osiąga stan ustalony a odpowiedź skokowa (Rys. VI-2) ma aperiodyczny przebieg z punktem przegięcia2 . Człony inercyjne są podstawowym sposobem opisu własności dynamicznych większości obiektów technologicznych (), stąd też znajdują szczególne zastosowanie w eksperymentalnych metodach identyfikacji modelu

15.2.3. Człon oscylacyjny

opisuje układy 2 rzędu i jest przedstawiany w dwóch wariantach:

$$\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{T_n^2 s^2+2\xi T_n s+1}, \text{ gdzie } T=\frac{1}{\omega_n}>0 \qquad \text{(VI-2)}$$

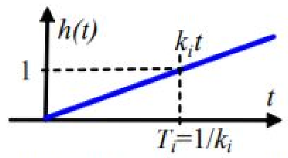
z zastosowaniem pulsacji ω_n lub okresu T drgań własnych członu oscylacyjnego.
Dodać komentarz do T – okresu drgań własnych – w zasadzie to współczynnik okresu (okres $T_{osc}=2\pi T$),

Parametr T_n nazywa się w członie oscylacyjnym (tradycyjnie) okresem drgań własnych nietłumionych, choć ściśle rzecz biorąc nie jest to „okres" - w sensie okresu w przebiegu sinusoidalnego - T_{osc}

Można czasem spotkać określenie T_n jako „współczynnik okresu oscylacji" (trzeba by więc mówić „współczynnik okresu drgań własnych nietłumionych")

15.2.4. Człon całkujący

realizuje operację idealnego całkowania (Rys. VI-3) i w zapisie operatorowym ma postać:



Rys. VI-3. Interpretacja parametrów członu całkującego dla odpowiedzi skokowej

$$\frac{1}{T_i s} \quad \text{lub} \quad \frac{k_i}{s} \qquad \text{(VI-5)}$$

gdzie: T_i – czas całkowania, k_i – wzmocnienie.
Stosuje się również człony całkujące n-tego rzędu:

$$\frac{1}{T_i s^n} \quad \text{lub} \quad \frac{k_i}{s^n} \qquad \text{(VI-6)}$$

Specyficzną cechą transmitancji (VI-5), (VI-6) są bieguny o wartości zero, leżące na osi Im, czyli na granicy stabilności. Członu całkującego nie można zaliczyć do obiektów stabilnych, ponieważ przetwarza stały sygnał wejściowy na nieograniczony sygnał na wyjściu[1]. Można wskazać proste obiekty fizyczne o własnościach całkujących (⇨), ale szczególne znaczenie ma ten człon w konstrukcji urządzeń sterujących ⓘ[2].

15.2.5. Człon różniczkujący

Podobne zastosowanie ma idealny **człon różniczkujący**, reprezentowany za pomocą transmitancji:

$$T_d s \quad \text{lub} \quad k_d s \qquad \text{(VI-7)}$$

z parametrem nazywanym czasem różniczkowania (T_d) lub wzmocnieniem (k_d). W układach fizycznych idealne różniczkowanie praktycznie nie występuje (⇨) – zawsze jest związane z występowaniem pewnej (niewielkiej) inercji, co opisuje rzeczywisty człon różniczkujący:

$$\frac{T_d s}{Ts+1} \quad \text{lub} \quad \frac{k_d s}{Ts+1}$$

15.2.6. Opóźnienie

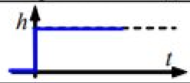
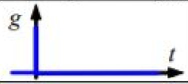
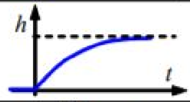
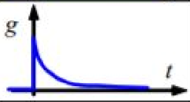
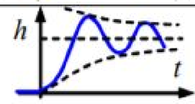
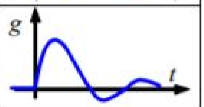
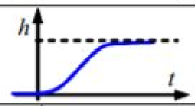
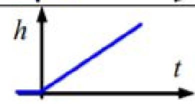
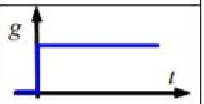
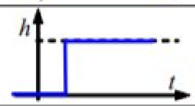
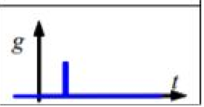
Uzupełnieniem kolekcji podstawowych członów dynamiki jest **opóźnienie** (Rys. VI-4), które przenosi sygnał wejściowy bez zmian, tylko przesunięty w czasie (⇨).

Rys. VI-4. Odpowiedź skokowa członu opóźniającego

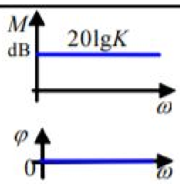
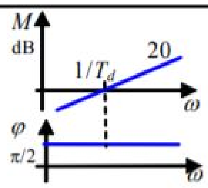
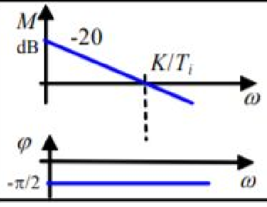
Transmitancja członu opóźniającego jest funkcją liniową ale niewymierną. Jeśli to konieczne można ją przybliżyć za pomocą funkcji wymiernej, stosując aproksymację Padé, zwykle pierwszego rzędu ⓘ[1]:

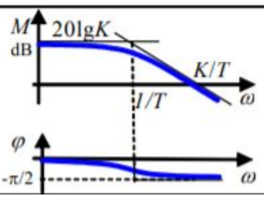
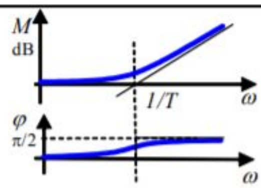
$$e^{-sT_0} \approx \frac{1-sT_0/2}{1+sT_0/2} \qquad \text{(VI-9)}$$

Podstawowe człony dynamiki opisujące nawet najprostsze obiekty fizyczne są tylko przybliżeniem rzeczywistości, ale często są stosowane w praktyce inżynierskiej.

człon	transmitancja $G(s)$	parametry	odp.skokowa $h(t)$	odp.impulsowa $g(t)$
proporcjonalny	K	K – wzmocnienie		
inercyjny	$\frac{K}{Ts+1}$	K – wzmocnienie T – stała czasowa, $T>0$		
oscylacyjny	$\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	ξ – tłumienie (damping ratio) ω_n – pulsacja drgań własnych nietłumionych (pulsacja własna), undamped natural frequency $\omega_n>0$		
				
całkujący	$\frac{1}{T_i s}$	T_i – czas całkowania		
różniczkujący	$T_d s$	T_d – czas różniczkowania		
opóźniający	e^{-sT_0}	T_0 – czas opóźnienia, $T_0>0$		

Charakterystyki podstawowych członów w dziedzinie czestotliwosci, charakterystyki bodego

Transmitancja	cz.proporcjonalny	cz.różniczkujący	cz.całkujący
$G(s)=$	K	sT_d	$\frac{K}{sT_i}$
$G(j\omega)=$	K	$j\omega T_d$	$\frac{K}{j\omega T_i}=-j\frac{K}{\omega T_i}$
$M(\omega)=20\lg A(\omega)$	$20\lg\lvert K\rvert$	$20\lg\lvert\omega T_d\rvert$	$20\lg\left\lvert\frac{K}{\omega T_i}\right\rvert=20\lg\frac{K}{T_i}-20\lg\omega$
log.ch.amplitudy log.ch.fazy			

Transmitancja	cz.inercyjny	cz.forsujący
$G(s)=$	$\frac{K}{1+sT}$	$1+sT$
$G(j\omega)=$	$\frac{K}{1+j\omega T}$	$1+j\omega T$
dla $\omega<<1/T$	$G(j\omega)\approx K$	$G(j\omega)\approx 1$
dla $\omega>>1/T$	$G(j\omega)\approx\frac{K}{j\omega T}$	$G(j\omega)\approx j\omega T$
log.ch.amplitudy log.ch.fazy		

Logarytmiczne charakterystyki modułu i fazy są często wykorzystywane do rozwiązywania różnych zadań ze względu na następujące własności:
- charakterystyki członów połączonych szeregowo sumują się,
- asymptoty charakterystyki amplitudowej mają nachylenie o wielokrotności +/- 20 dB/dek,
- każdy biegun objawia się załamaniem asymptot o -20 dB/dek,
- każde zero objawia się załamaniem asymptot o +20 dB/dek,
- charakterystyki asymptotyczne członu inercyjnego i forsującego mają określone błędy (dla pulsacji załamania maksymalny błąd 3dB a w odległości oktawy od pulsacji załamania błąd 1 dB).

SKRYPT 18-22

Opisane metody analizy dynamiki układów dotyczą prawie zawsze układów liniowych. Ta różnorodność metod jest wynikiem charakterystycznych własności układów liniowych:

!!!1º W układach liniowych ma zastosowanie zasada superpozycji, co sprawia, że rozwiązanie równania różniczkowego opisującego dynamikę układu jest sumą składowej swobodnej i wymuszonej.
2º Znana postać rozwiązania swobodnego każdego liniowego układu dynamiki, a parametry tego rozwiązania są wyznaczane na podstawie algebraicznego równania charakterystycznego.
3º Kryterium położenia pierwiastków równania charakterystycznego wystarcza do określenia stabilności układu liniowego.
4º Rozwiązanie swobodne decyduje o własnościach dynamicznych układu liniowego.
5º Własności dynamiczne układu liniowego nie zależą od wymuszenia.
6º Odpowiedź na pochodną sygnału równa się pochodnej odpowiedzi na ten sygnał.
7º Układ liniowy ma jeden punkt równowagi.
8º Stabilność lub niestabilność układu nie zależy od warunków początkowych – jeśli układ liniowy jest stabilny to jest stabilny globalnie, a jeśli jest niestabilny to również globalnie.
9º Układy liniowe można opisać za pomocą transmitancji dzięki zastosowaniu przekształcenia Laplace'a / Fourier'a. **!!!**

Własności dynamiczne układów liniowych zależą jedynie od ich biegunów (składowej swobodnej rozwiązania). W układach nieliniowych nie można zastosować zasady superpozycji, a tym samym nie podziału rozwiązania na składowe swobodne i wymuszone. W efekcie bardzo trudno jest znaleźć rozwiązanie równania różniczkowego nieliniowego. Poza tym własności dynamiczne, takie jak choćby stabilność, mogą zależeć od warunków początkowych i od funkcji wymuszającej na wejściu. W układach nieliniowych można jednak w prosty sposób określić równanie statyczne (zerując pochodne zmiennych wejściowych i wyjściowych) i wyznaczyć punkt równowagi układu dla danej wartości na wejściu. Równania nieliniowe mogą mieć jednak więcej niż jeden punkt równowagi
Analityczne metody badania dynamiki układów nieliniowych są bardzo ograniczone i złożone. Stosuje się więc różne zabiegi aby sprowadzić problem do przypadku liniowego, czyli **zlinearyzować**
W modelach konstruowanych na potrzeby automatyki problem nieliniowości rozwiązuje się bardzo często dzięki zastosowaniu **opisów przybliżonych**. Modele te nie służą do

tworzenia wirtualnej rzeczywistości, tylko do opisania podstawowych zjawisk, zazwyczaj istotnych z punktu widzenia sterowania obiektem

No ogólnie to ten skrypt jest w chuj krótki i już mi się kurwa nie chce
 poradzicie sobie