Charakterystyka czasowa

Marcin Gruchała 248982
Jan Bronicki 249011

1 Cel ćwiczenia.

Badanie charakterystyk czasowych, dla różnych równań

2 Rozwiązanie analityczne równania różniczkowego i jego wykres.

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) - 2x(t) = u(t), u(t) = 1, \dot{x}(0) = 0, x(0) = 2$$

Rozwiązanie swobodne:

$$\ddot{x}_s(t) + \dot{x}_s(t) - 2x_s(t) = 0$$

$$x_s(t) = Ae^{\lambda t}, \dot{x}_s(t) = \lambda Ae^{\lambda t}, \ddot{x}_s(t) = \lambda^2 Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda^2 Ae^{\lambda t} + \lambda Ae^{\lambda t} - 2Ae^{\lambda t} = 0/ : Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$$

$$\Delta = 9, \lambda_1 = -2, \lambda_2 = 1$$

$$x_s(t) = A_1 e^{-2t} + A_2 e^t - \text{rozwiązanie swobodne}$$

Rozwiązanie wymuszone:

$$\ddot{x}_w(t) + \dot{x}_w(t) - 2x_w(t) = 1$$

$$u(t) = 1, \dot{u}(t) = 0, \ddot{u}(t) = 0$$

$$x_w(t) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 0$$

$$\dot{x}_w(t) = 0, \ddot{x}_w(t) = 0$$

$$-2C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow X_w(t) = -\frac{1}{2} - \text{rozwiązanie wymuszone}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s(t) + x_w(t)$$

$$x(t) = A_1 e^{-2t} + A_2 e^t - \frac{1}{2} - \text{rozwiązanie ogólne}$$

Rozwiązanie szczególne:

$$x(t) = A_1 e^{-2t} + A_2 e^t$$

$$\dot{x}(t) = -2A_1 e^{-2t} + A_2 e^t$$

$$x(0) = A_1 + A_2 - \frac{1}{2} = 2$$

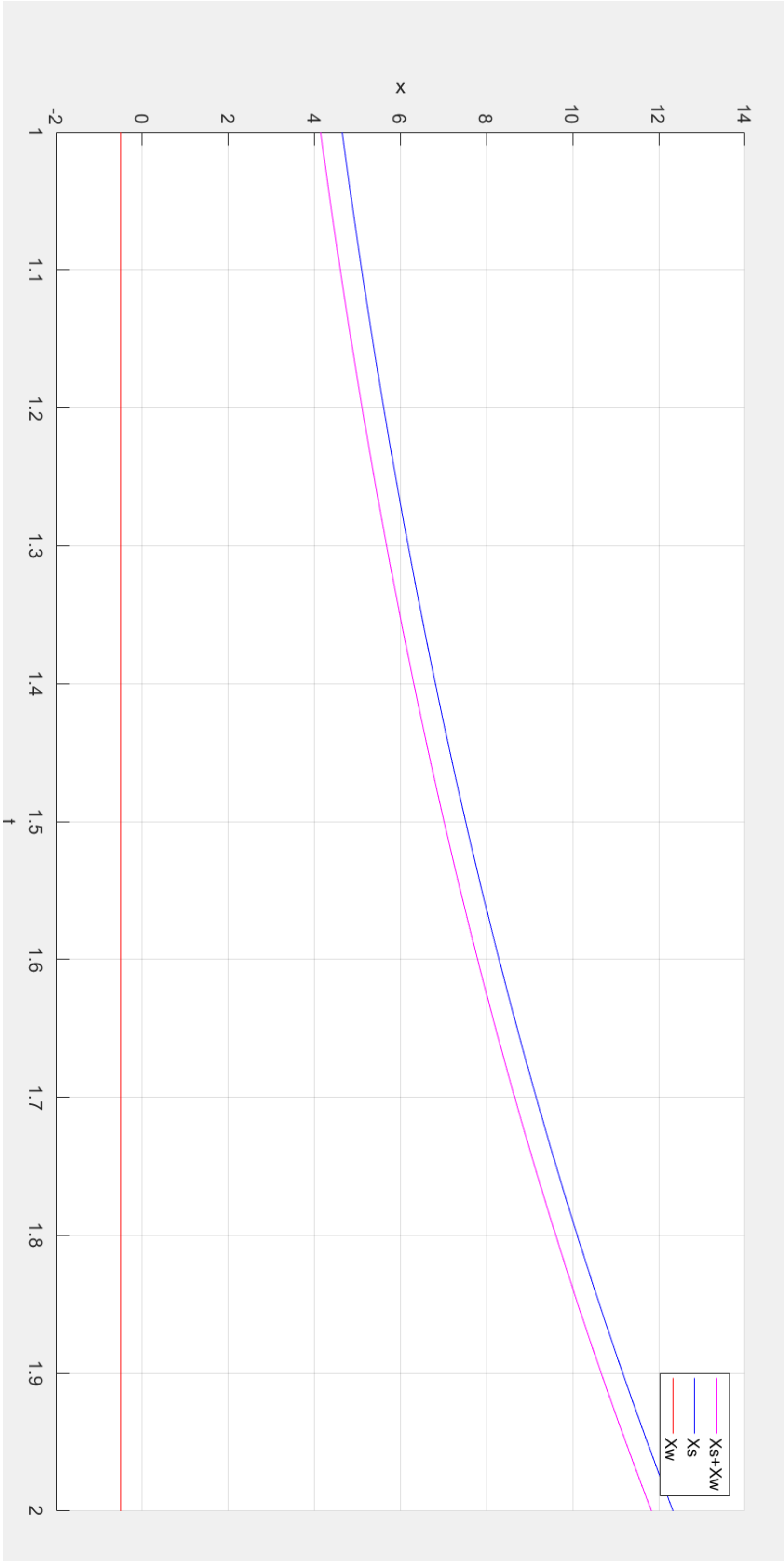
$$\dot{x}(0) = -2A_1 + A_2 = 0$$

$$A_1 = \frac{A_2}{2}$$

$$\frac{A_2}{2} + A_2 - \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow A_2 = \frac{5}{3} = \frac{10}{6} \Rightarrow A_1 = \frac{5}{6}$$

$$x(t) = \frac{5}{6} e^{-2t} + \frac{10}{6} e^t - \frac{1}{2} - \text{rozwiązanie szczególne}$$

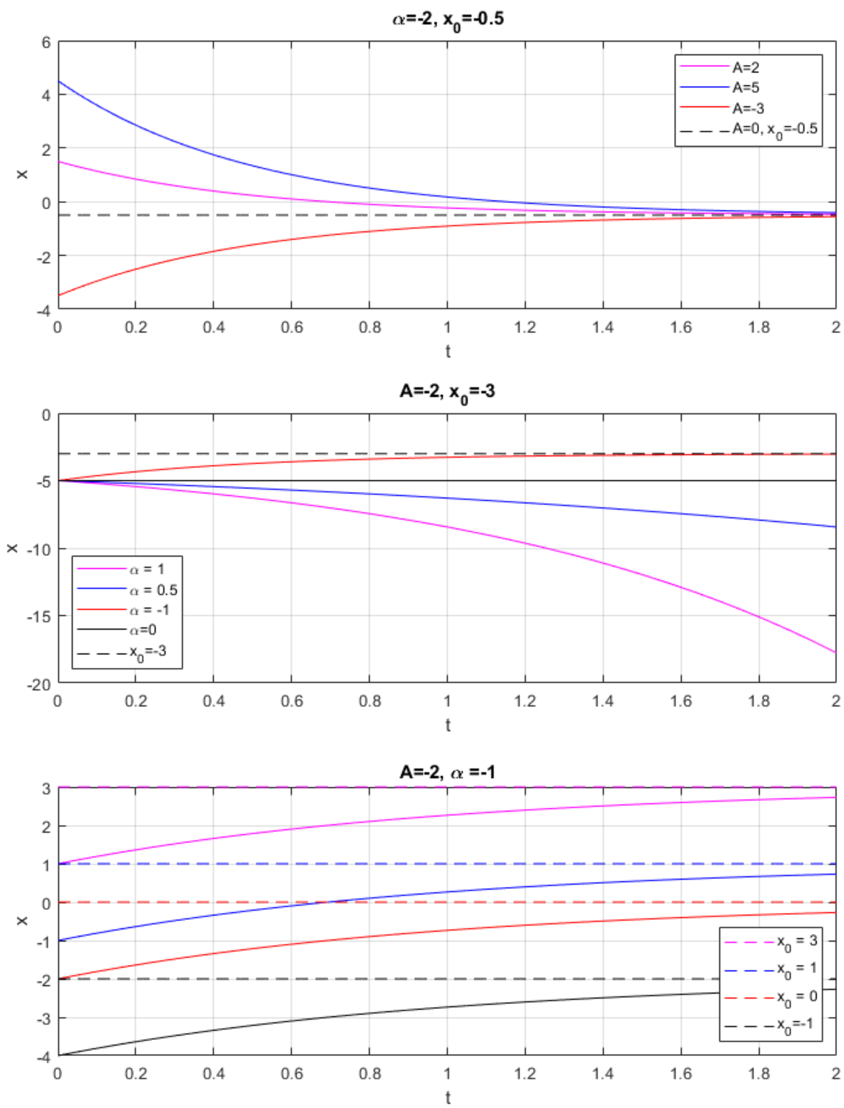
Wykres:



3 Badanie wpływu parametrów.

3.1 A, α, x_0

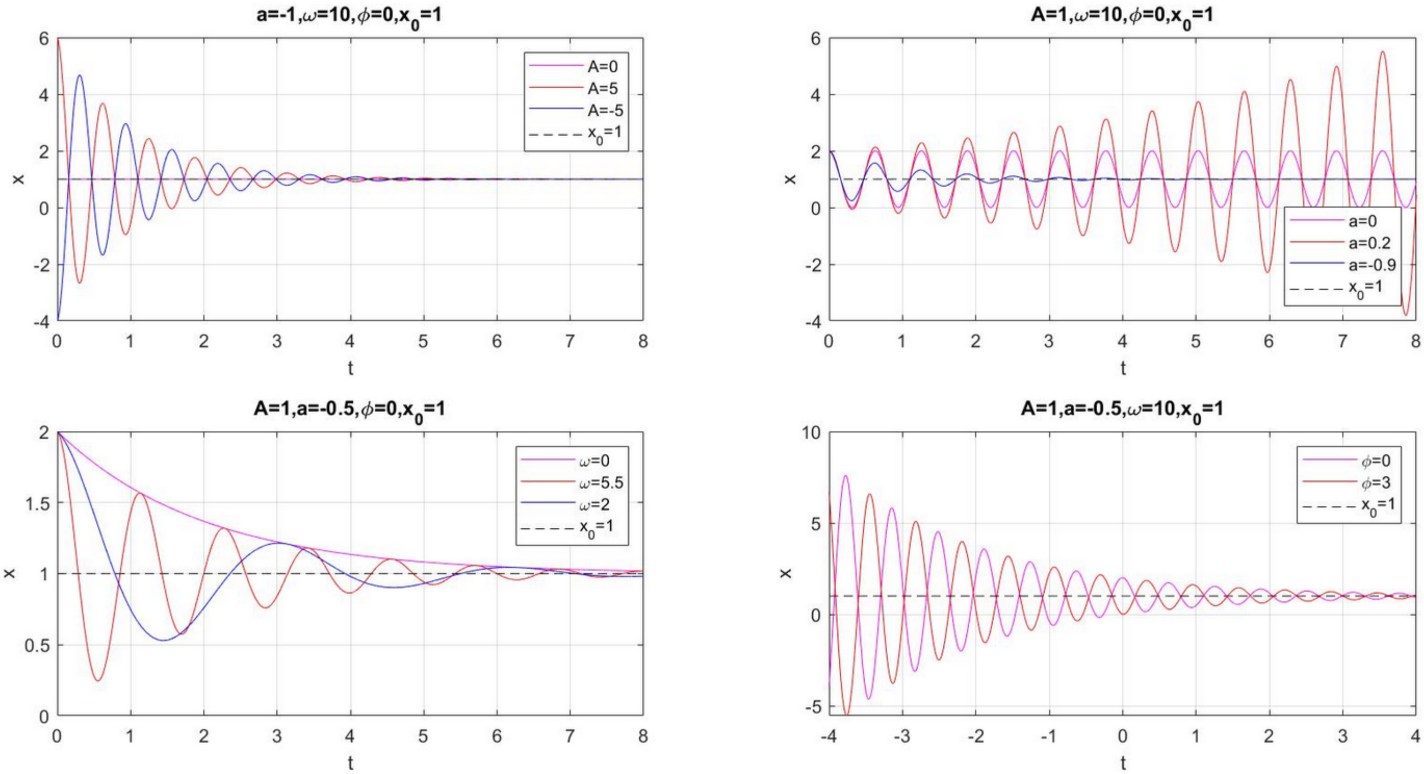
$$x(t) = Ae^{\alpha t} + x_0$$



Wnisoki:
Parametr A nie ma wpływu na stabilność układu. Wpływa na to czy wkyres maleje czy rośnie w zależności od tego czy jest ujemny czy dodatni oraz gdzie spotyka się z osią pionową.
Parametr α wpływa na stabilnosc układu. Dla $\alpha > 0$ układ jest nie stabilny a dla $\alpha < 0$ układ jest stabilny.
Parametr x_0 nie wpływa na stabilość układu. Decydyuje o wartości na jakiej układ się ustabilizuje.
Przesuwa wykres w górę lub w dół zależnie od wartości parametru.

3.2 α, ω, φ

$$x(t) = Ae^{\alpha t}cos(\omega t + \phi) + x_o$$

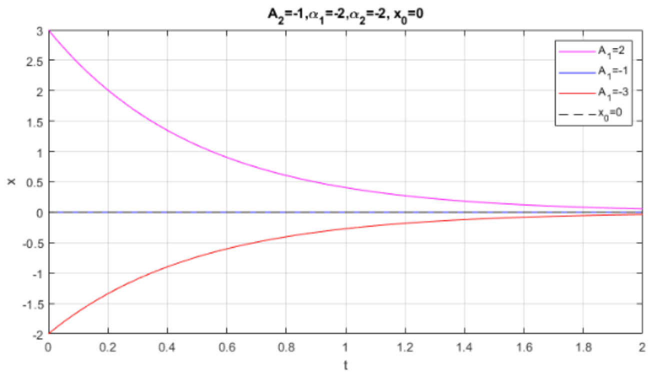


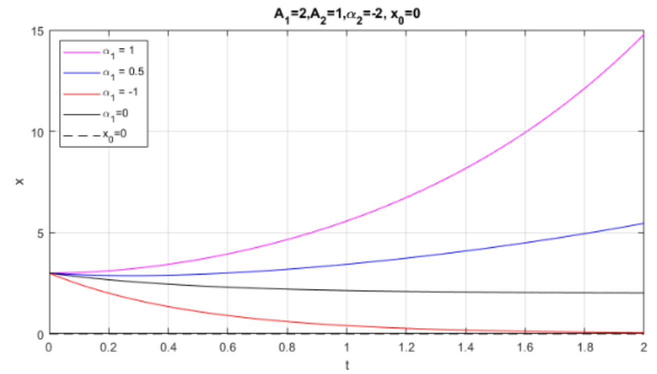
Wnioski:
Parametr α wpływa znacząco na zanikanie funkcji. Dla $\alpha < 0$ funkcja zanika do zera (układ się stabilizuje). Dla $\alpha > 0$ funkcja będzie uciekać od zera(układ jest nie stabilny).
Parametr ω wpływa na częstotliwośc oscylacji funkcji. Dla dużych ω oscylacje funkcji będą się pojawiać częściej funkcja będzie bardzije zagęszczona.
Parametr ϕ wpływa na przesunięcie fazowe funkcji.

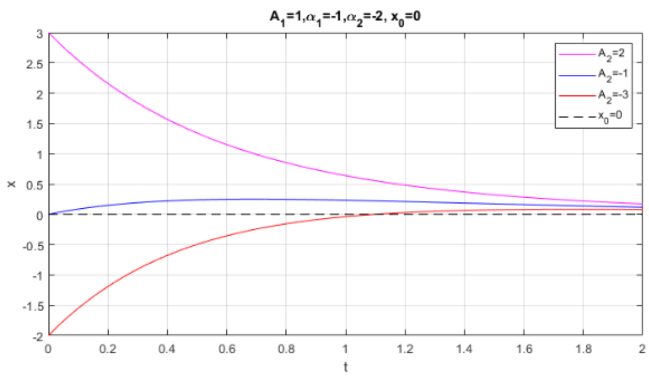
3.3 α_i, A_i

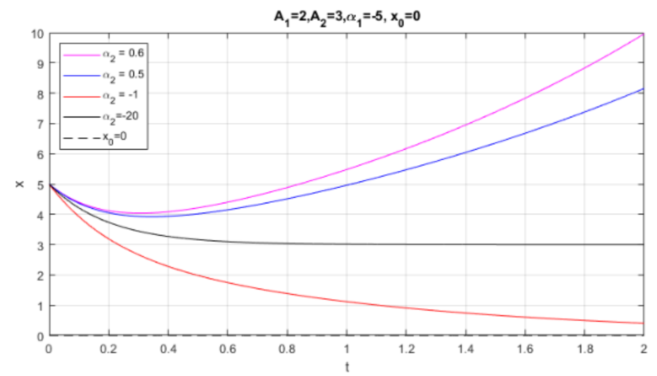
a)

$$x(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + x_o$$





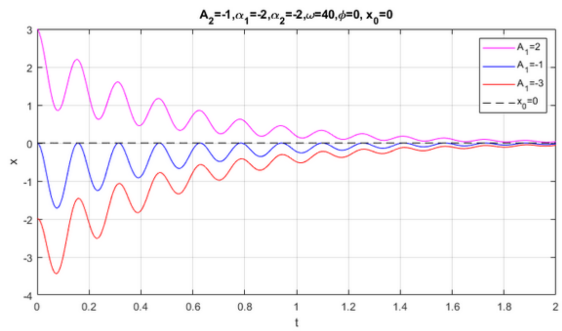


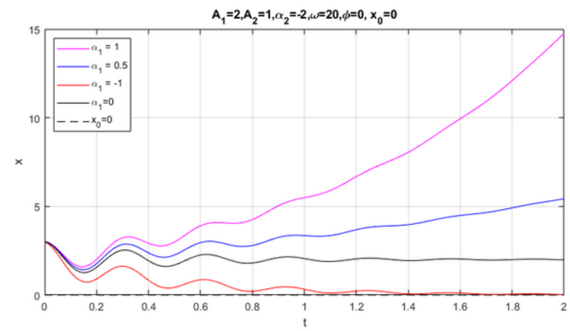


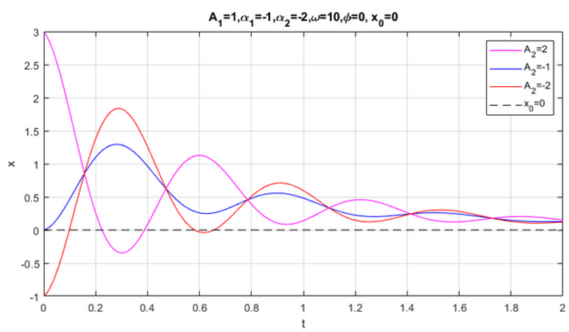
Wnioski:
Sumowanie parametr α_i wpływa znacząco na to czy funkcja zanika. Dla dwuch parametrów α_i o ujemnych znakach funkcja zanika, lecz gdzy tylko jeden z parametrów α_i jest dodatni to funkcja już nie zanika. Sumowanie parametru A_i jest bardzo intuicyjne. Gdy dwie składowe mają taki sam znak ich wpływ na kształt funkcji jest zsumowany. W przypadku gdzie parametry A_i mają różne znaki najbardziej znaczący jest ten który ma większą wartość bezwzględną.

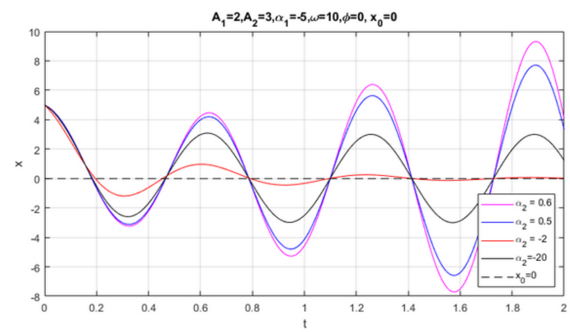
b)

$$x(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} cos(\omega t + \varphi)$$









Wnioski:
Sumowanie parametru α_i ma duży wpływ na to czy funkcja zanika. Dla dwuch parametrów $\alpha_i < 0$ funkcja zanika, w sytuacji gdzie tylko jeden z parametrów $\alpha_i < 0$ a drugi parametr $\alpha_i > 0$ to funkcja nie zanika. Sumowanie parametru A_i w tej funkcji działa analogicznie do funkcji w podpunkcjie 3.3a. Jeśli znaki parametrów A_i są takie same ich efekt się dodaje, jeśli znaki parametrów A_i są różne to najważniejszy jest parametr z większą wartością bezwzględną.

4 Wnioski.

Jak pokazują powyższe przykłady znając jeden z parametrów funkcji możliwe jest w mniejszym lub większym stopniu oszcacowanie jej wyglądu. Może być to przełożone na ocenianie opisów modeli i szybki sposób stwierdzania czy model się ustabilizuje czy nie, ponieważ niektóre parametry w przeciwieństwie do innych mają wpływ na to czy funkcja zanika do jakiejś wartości (stabilizuje się) czy nie.

5 Załączniki.

```
clear all;
t=1:0.001:2;
x=5/6*exp(-2*t)+10/6*exp(t)-1/2;
hold on;
plot(t,x,'m');
v=5/6*exp(-2*t)+10/6*exp(t);
plot(t,v,'b');
xw=0;
for i=1:1:length(t)
    xw(i)=-1/2;
end
plot(t,xw,'r');
legend('Xs+Xw','Xs','Xw');
ylabel('x');
xlabel('t');
```

```
clear;
close all;


%x_sz=Ae^alpha*t+x0;
%AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
subplot(3,1,1);
x_sz=0:0.001:2;
t=0:0.001:2;
a=-2;
xw=-0.5;

A1=2;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'m-');
hold on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1=5;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'b-');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1=-3;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'r-');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'k--');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
title('\alpha=-2, x_{0}=-0.5');
legend('A=2','A=5','A=-3','A=0, x_{0}=-0.5');
xlabel('t');
ylabel('x');
grid on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%






%aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa
subplot(3,1,2);

A1=-2;
xw=-3;

a=1;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'m-');
hold on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=0.5;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'b-');
hold on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
a=0.5;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'b-');
hold on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=-2;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'r-');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'k-');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'k--');
title('A=-2, x_{0}=-3');
legend({'\alpha = 1','\alpha = 0.5','\alpha = -1','\alpha=0','x_{0}=-3'},
'Location','southwest');
xlabel('t');
ylabel('x');
grid on;




%x0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
subplot(3,1,3);
A1=-2;
a=-1;

xw=3;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'m-');

hold on;
A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
A1=-2;
p1=plot(t,x_sz,'m--');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xw=1;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'b-');

hold on;
A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
A1=-2;
p2=plot(t,x_sz,'b--');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xw=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'r-');
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xw=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'r-');

A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
A1=-2;
p3=plot(t,x_sz,'r--');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xw=-2;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
plot(t,x_sz,'k-');
A1=0;
for i=1:1:(length(t))
    x_sz(i)=A1*exp(a*t(i))+xw;
end
A1=-2;
p4=plot(t,x_sz,'k--');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

title('A=-2, \alpha =-1');
legend([p1,p2,p3,p4],{'x_{0} = 3','x_{0} = 1','x_{0} = 0','x_{0}=-1'},'Location',
'southeast');
xlabel('t');
ylabel('x');
grid on;
```