Symulacje w Simulink

Marcin Gruchała 248982
Jan Bronicki 249011

1 Cel ćwiczenia.

Nauka rozwiązywania równań różniczkowych przy pomocy modułu Simulink w programie Matlab.

2 Schemat blokowy Simulink.

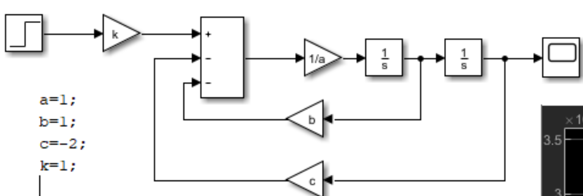
Równanie:

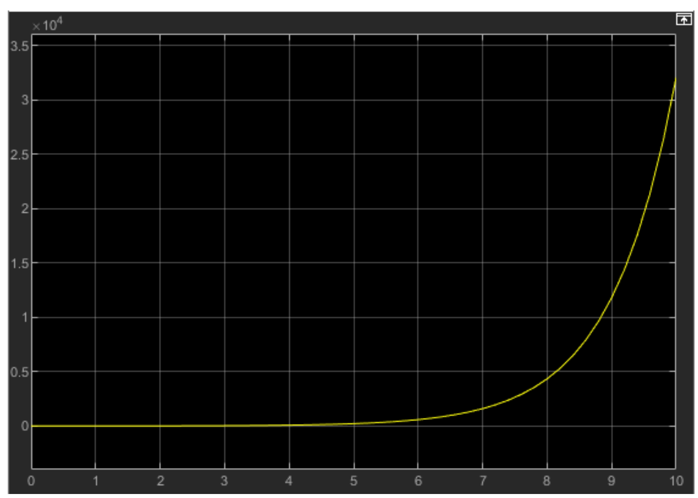
$$a\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = ku(t)$$

Przerzucenie najwyższej pochodenj na lewą stronę:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{a}(-b\dot{x}(t) - cx(t) + ku(t))$$

Schemat blokowy w Simulink:





3 Rozwiązanie - stałe wymuszenie, różne warunki początkowe

Równanie:

$$a_1\dot{x}(t) + a_0x(t) = bu(t)$$

$$\begin{gathered} u(t) = 1 \\ a_0 = 1 \\ a_1 = 1 \\ b = 2 \end{gathered}$$

Rozwiązanie analityczne:

$$\dot{x}(t) + x(t) = 2u(t)$$

Rozwiązanie swobodne:

$$\dot{x}_s(t) + x_s(t) = 0$$

$$x_s(t) = Ae^{\lambda t},\ \dot{x}_s(t) = \lambda Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda Ae^{\lambda t} + Ae^{\lambda t} = 0 / : Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$x_s(t) = Ae^{-t} - \text{rozwiązanie swobodne}$$

Rozwiązanie wymuszone:

$$\dot{x}_w(t) + x_w(t) = 2 \cdot 1$$

$$u(t) = 1,\ \dot{u}(t) = 0$$

$$x_w(t) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0$$

$$x_w(t) = C_1,\ \dot{x}_w(t) = 0$$

$$C_1 = 2 \Rightarrow x_w(t) = 2 - \text{rozwiązanie wymuszone}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s(t) + x_w(t) = Ae^{-t} + 2$$

a) Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 0$

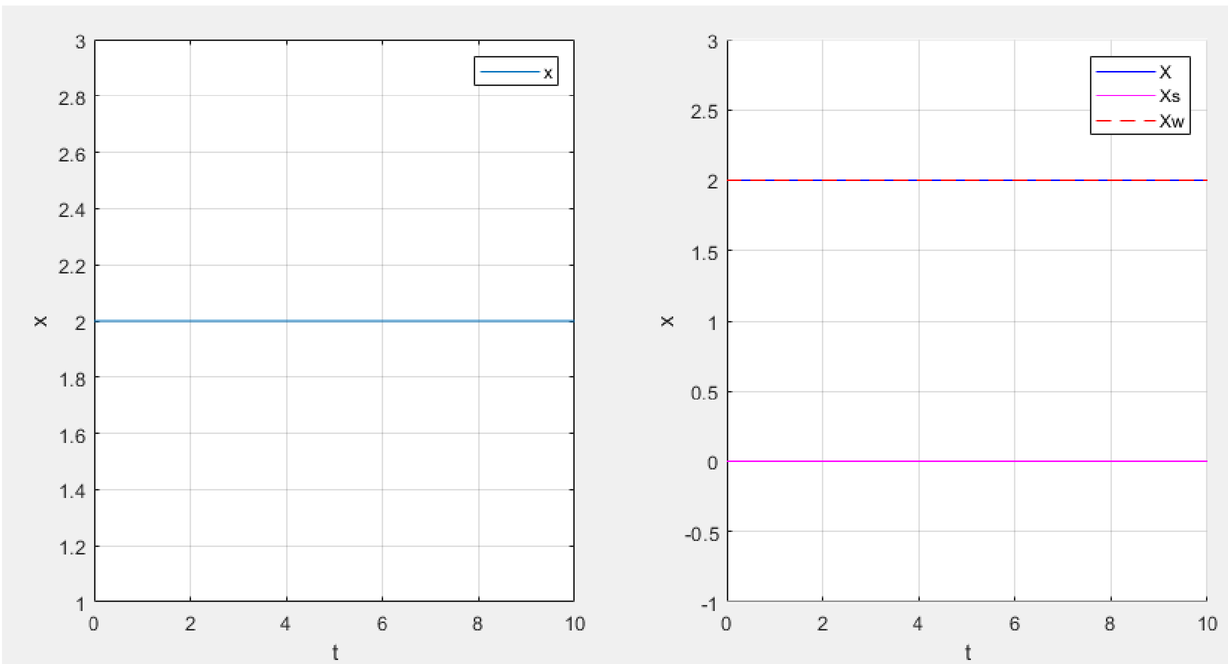
Rozwiązanie analityczne i jego wykres:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2 \Rightarrow \dot{x}(t) = -Ae^{-t}$$

$$\dot{x}(0) = -A = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$x(t) = 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

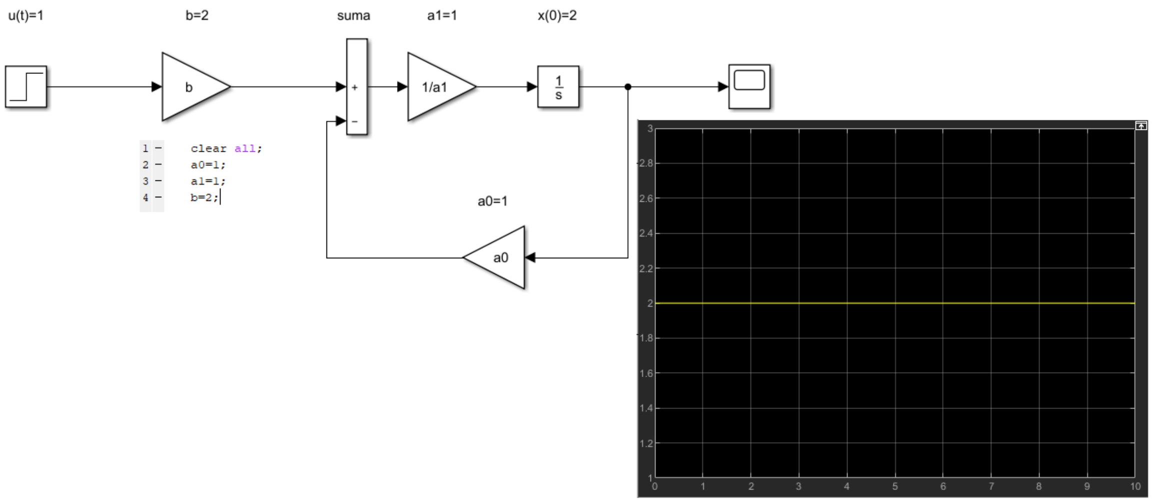
$$x_s(t) = 0,\ x_w(t) = 2$$



Rozwiązanie symulacyjne i jego wykres:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{a_1}(-a_0 x(t) + bu(t))$$

Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow x(0) = 2$



b) Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 4$

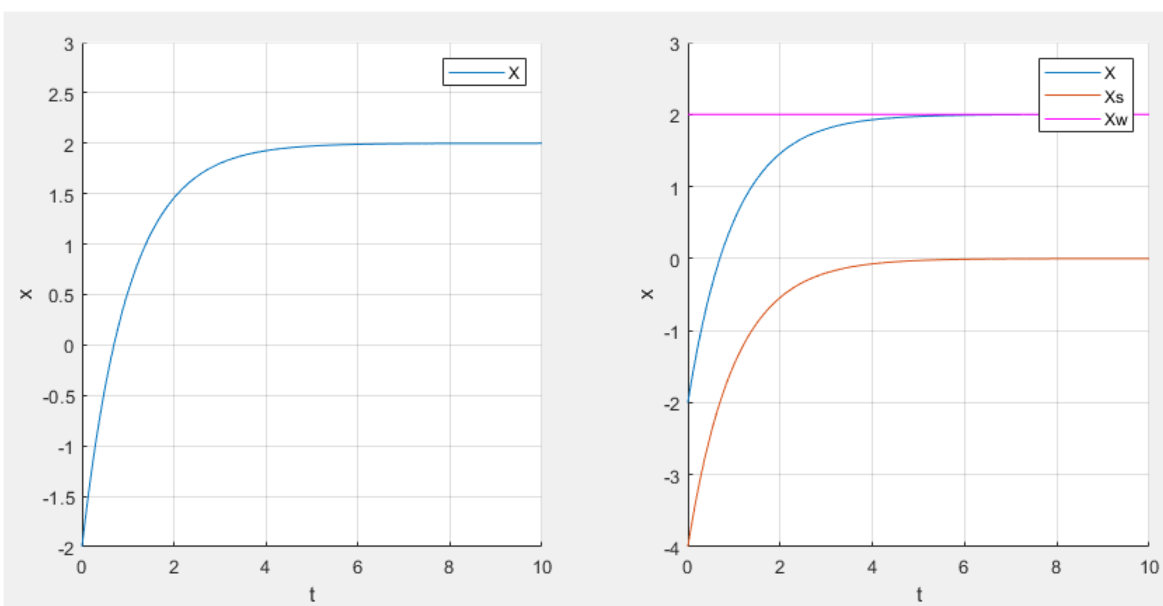
Rozwiązanie analityczne i jego wykres wraz z wykresem składowych rozwiązania:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2 \Rightarrow \dot{x}(t) = -Ae^{-t}$$

$$\dot{x}(0) = -A = 4 \Rightarrow A = -4$$

$$x(t) = -4e^{-t} + 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

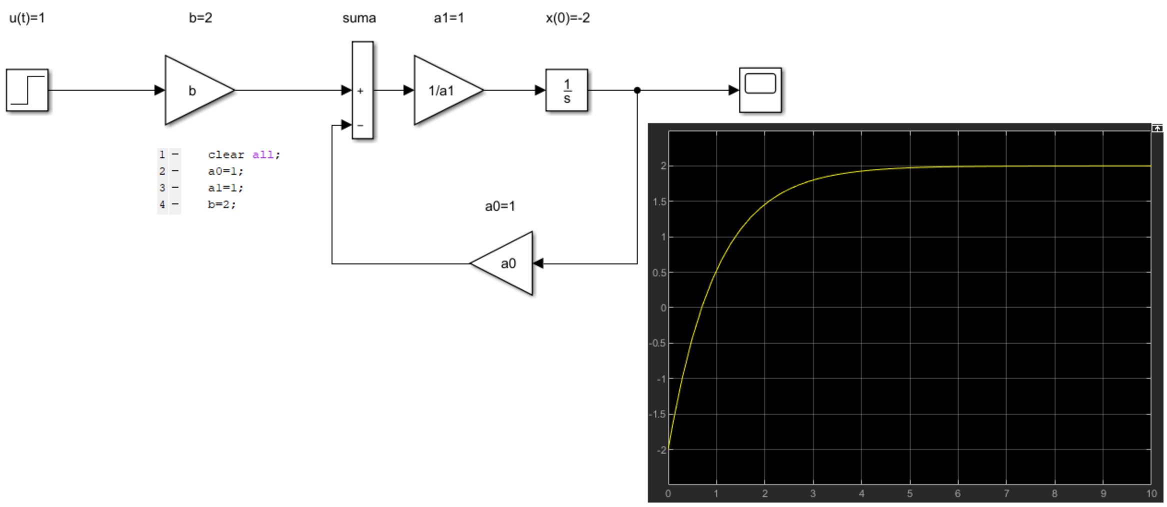
$$x_s(t) = -4e^{-t},\ x_w(t) = 2$$



Rozwiązanie symulacyjne oraz jego wykres:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{a_1}(-a_0 x(t) + bu(t))$$

Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 4 \Rightarrow x(0) = -4e^0 + 2 = -2 \Rightarrow x(0) = -2$



c) Warunek początkowy $x(0) = 0$

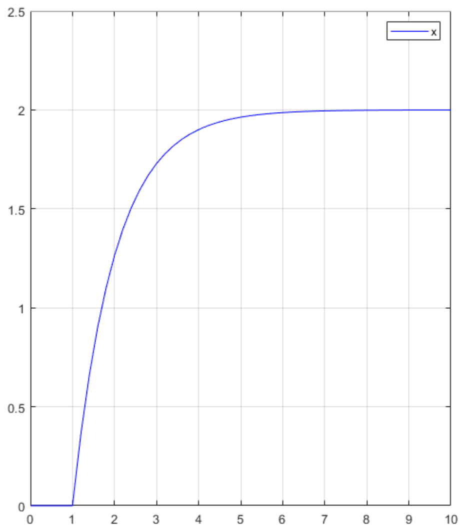
Rozwiązanie analityczne, jego wykres wraz z wykresem skłądowych jego rozwiązania:

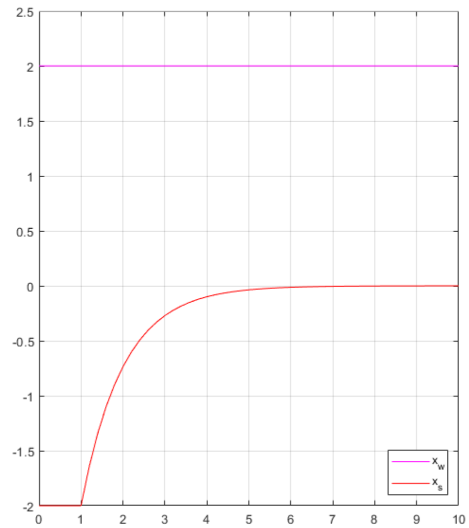
$$x(t) = Ae^{-t} + 2$$

$$0 = A + 2 \Rightarrow A = -2$$

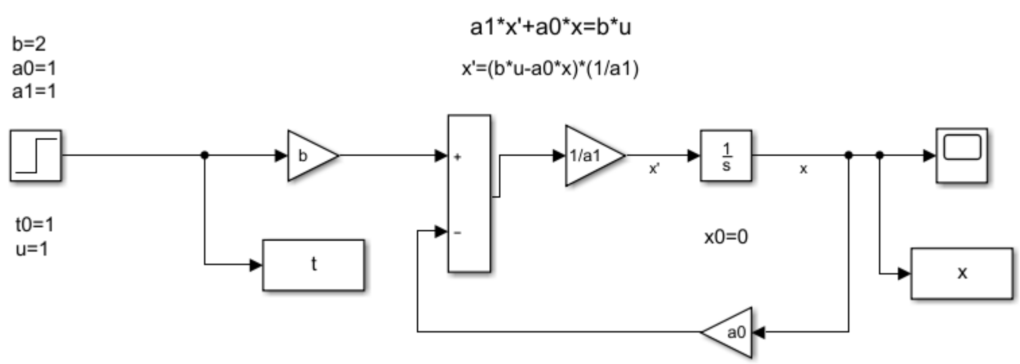
$$x(t) = -2e^{-t} + 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

$$x_s(t) = -2e^{-t},\ x_w(t) = 2$$

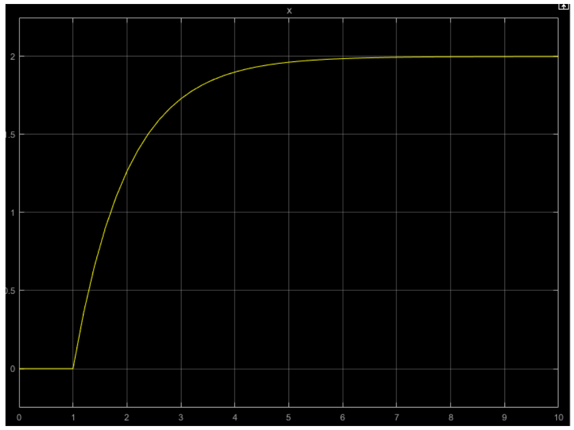




Następnie zajmujemy się zbudowaniem schematu:



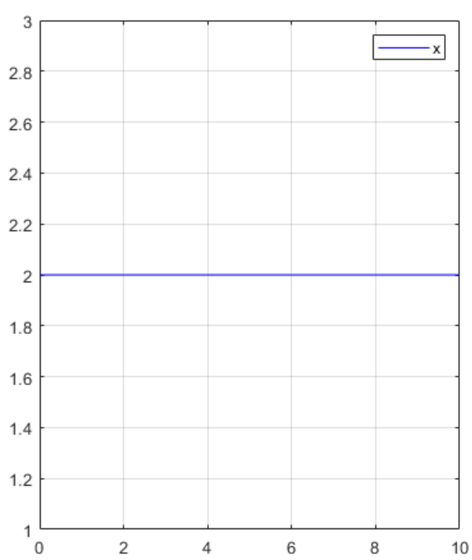
Symulacja daje nam taki wykres:

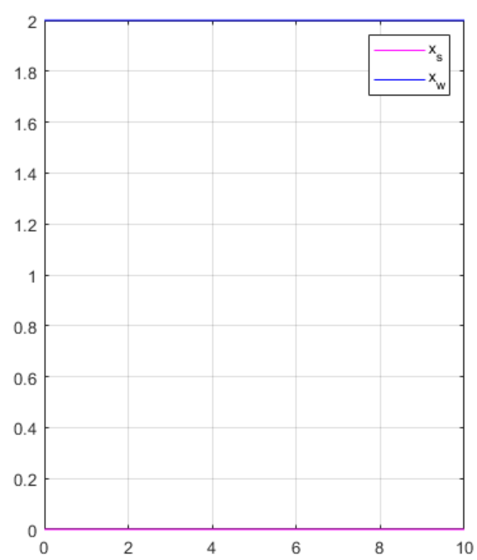


d) Warunek początkowy $x(0) = 2$

Rozwiązanie analityczne, jego wykres wraz z wykresem skłądowych jego rozwiązania:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2$$
$$2 = A + 2 \Rightarrow A = 0$$
$$x(t) = 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$
$$x_s(t) = 0,\ x_w(t) = 2$$





Jak widać wykres jest linią prostą co oznacza ponieważ w równaniu szczególnym pozostało jedynie wymuszenie.

Symulacja daje nam taki wykres: