Model zbiorników

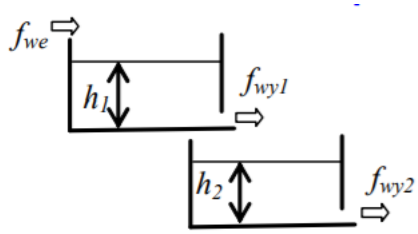
Marcin Gruchała 248982
Jan Bronicki 249011

1 Cel sprawozdania.

Badanie liniowych i nieliniowych modeli kaskady niewspółdziałającej.

2 Opis modelu.

W ćwiczeniu badamy kaskadę niewspółdziałającą przedstawioną poniżej:



$$\begin{cases} A_1\dot{h}_1(t) = f_{we}(t) - A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)} \\ A_2\dot{h}_2(t) = A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)} - A_{w2}\sqrt{2gh_2(t)} \end{cases}$$

$$f_{wy1}(t) = A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)}$$

$$f_{wy2}(t) = A_{w1}\sqrt{2gh_2(t)}$$

gdzie:

A_1, A_2 - szerokość zbiorników 1 i 2
Aw_1, Aw_2 - wielkość otworów w zbiornikach przez które wypływa woda
h_1, h_2 - wysokość słupa wody w zbiorniku 1 i 2
h_{max} - maksymalny poziom wody
fwe, fwe_{max} - wpływ wody do zbiornika oraz jego maksymalna wartość
f_{wy1}, f_{wy2} - wypływ wody ze zbiornkó 1 i 2
W ćwiczeniu oba zbiorniki mają take same wymiary.

3 Model nieliniowy.

Model nieliniowy opisują równania:

$$\begin{cases} A_1\dot{h}_1(t) = f_{we}(t) - A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)} \\ A_2\dot{h}_2(t) = A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)} - A_{w2}\sqrt{2gh_2(t)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{h}_1(t) = \frac{1}{A_1}\left(f_{we}(t) - A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)}\right) \\ \dot{h}_2(t) = \frac{1}{A_2}\left(A_{w1}\sqrt{2gh_1(t)} - A_{w2}\sqrt{2gh_2(t)}\right) \end{cases}$$

Parametry zbiorników:
$A_1 = 4$
$A_2 = 4$
$Aw_1 = 0.5$
$Aw_2 = 0.5$
$h_{max} = 6$
$fwe_{max} = A_{w1}\sqrt{2gh_{max}}$

Warunki początkowe dla $h_1(0)$ i $h_2(0)$ można obliczyć z równania statycznego:

$$\begin{cases} 0 = f_{we} - A_{w1}\sqrt{2gh_1(0)} \\ 0 = A_{w1}\sqrt{2gh_1(0)} - A_{w2}\sqrt{2gh_2(0)} \end{cases}$$

Dla $h_1(0)$:

$$f_{we} = A_{w1}\sqrt{2gh_1(0)}$$

$$h_1(0) = \frac{{f_{we}}^2}{{A_{w1}}^2 2g}$$

Dla $h_2(0)$:

$$A_{w1}\sqrt{2gh_1(0)} = A_{w2}\sqrt{2gh_2(0)}$$

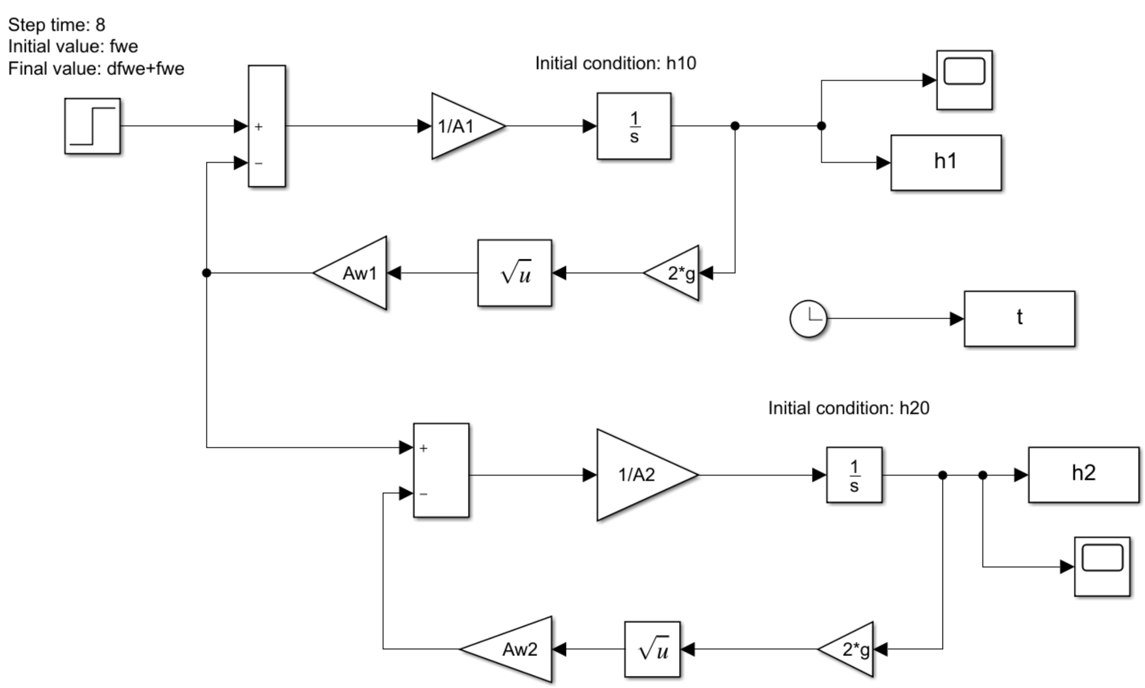
$${A_{w1}}^2 2gh_1(0) = {A_{w2}}^2 2gh_2(0)$$

$${A_{w1}}^2 h_1(0) = {A_{w2}}^2 h_2(0)$$

$$h_2(0) = \frac{{A_{w1}}^2 h_1(0)}{{A_{w2}}^2} = \frac{{A_{w1}}^2}{{A_{w2}}^2} \cdot \frac{{f_{we}}^2}{{A_{w1}}^2 2g}$$

$$h_2(0) = \frac{{f_{we}}^2}{{A_{w2}}^2 2g}$$

Schemat:



4 Model liniowy.

Model liniowy opisują równania:

$$\begin{cases} A_1\dot{h}_1(t) = f_{we}(t) - a_1h_1(t) \\ A_2\dot{h}_2(t) = a_1h_1(t) - a_2h_2(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{h}_1(t) = \frac{1}{A_1}\left(f_{we}(t) - a_1h_1(t)\right) \\ \dot{h}_2(t) = \frac{1}{A_2}\left(a_1h_1(t) - a_2h_2(t)\right) \end{cases}$$

Model liniowy polega na uproszczeniu modelu do równania prostej.

$$f_{wy} = A_w\sqrt{2gh} \approx ah$$

Współczynnik a można obliczyć podstawiając do równania fwy_{max} i h_{max}, wiedząc że $fwy_{max} = A_w\sqrt{2gh_{max}}$ otrzymujemy:

$$A_w\sqrt{2gh_{max}} = ah_{max}$$

$$a = \frac{A_w\sqrt{2gh_{max}}}{h_{max}}$$

$$a = A_w\sqrt{\frac{2g}{h_{max}}}$$

dla a_1:

$$a_1 = A_{w1}\sqrt{\frac{2g}{h_{max}}}$$

dla a_2:

$$a_1 = A_{w2}\sqrt{\frac{2g}{h_{max}}}$$

Parametry zbiorników:
$A_1 = 4$
$A_2 = 4$
$Aw_1 = 0.5$
$Aw_2 = 0.5$
h_{max}= 6
$fwe_{max} = A_{w1}\sqrt{2gh_{max}}$

Warunki początkowe dla $h_1(0)$ i $h_2(0)$ można obliczyć z równania statycznego:

$$\begin{cases} 0 = f_{we} - a_1h_1(0) \\ 0 = a_1h_1(0) - a_2h_2(0) \end{cases}$$

Dla $h_1(0)$:

$$f_{we} = a_1h_1(0)$$

$$h_1(0) = \frac{f_{we}}{a_1}$$

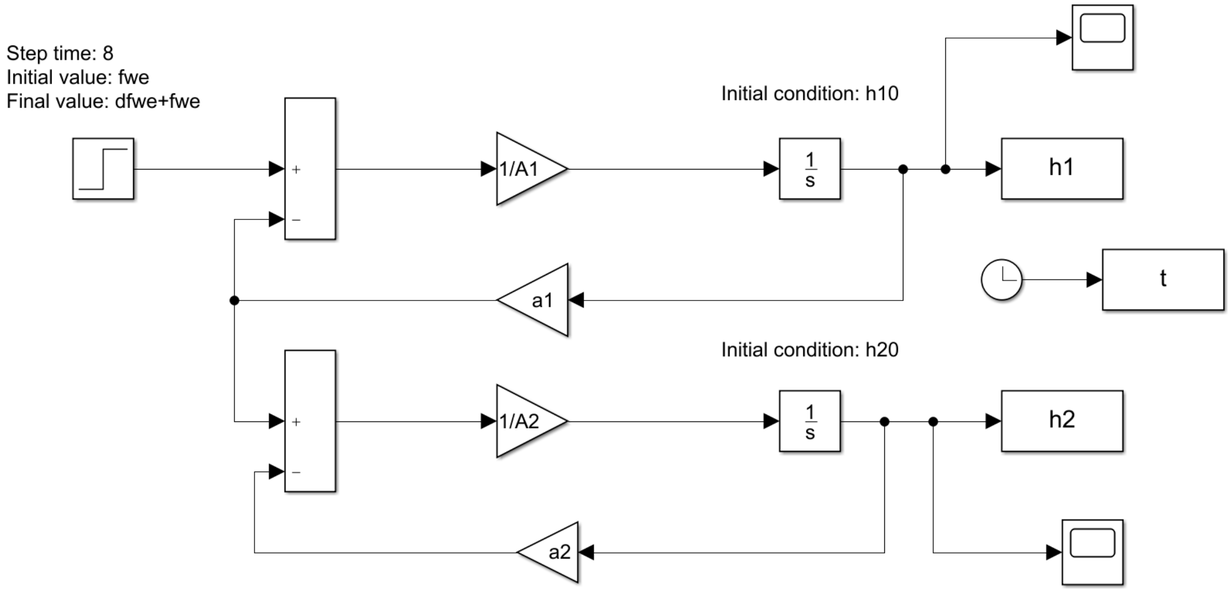
Dla $h_2(0)$:

$$a_1h_1(0) = a_2h_2(0)$$

$$h_2(0) = \frac{a_1h_1(0)}{a_2} = \frac{a_1}{a_2}\cdot\frac{f_{we}}{a_1}$$

$$h_2(0) = \frac{f_{we}}{a_2}$$

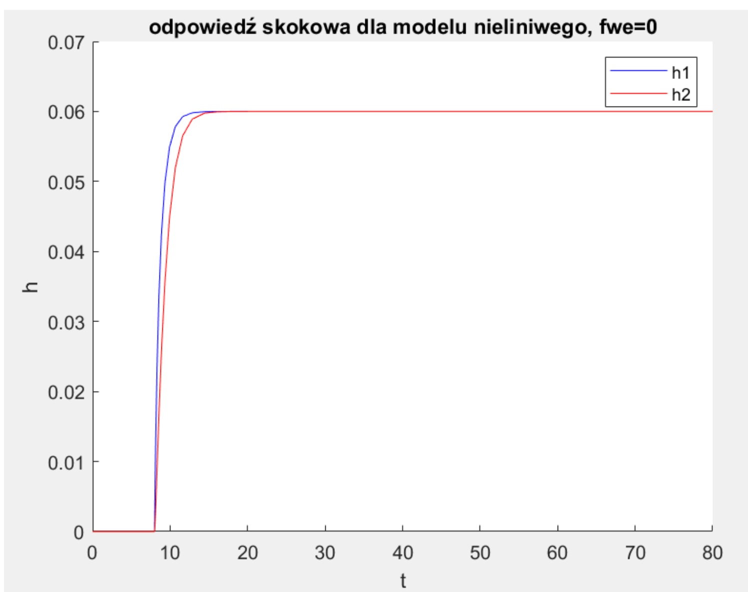
Schemat:



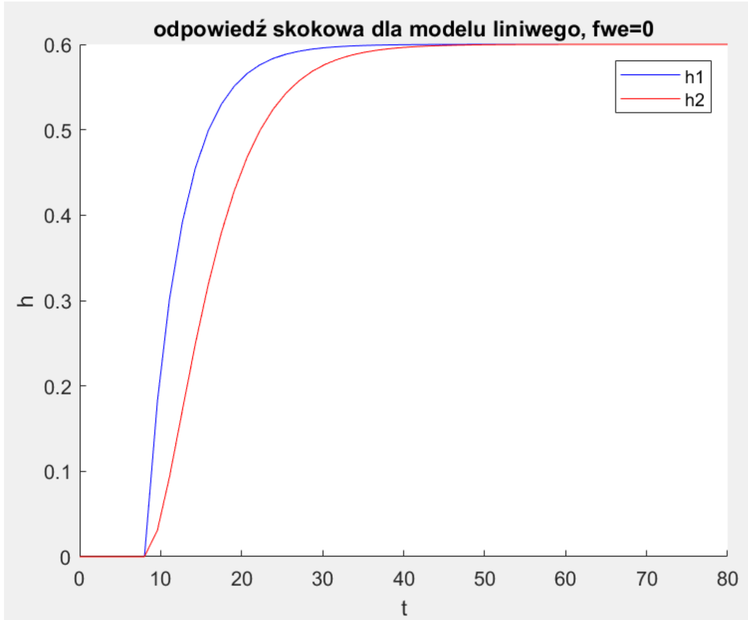
5 Odpowiedzi skokowe.

$$df_{we} = 10\% \cdot f_{wemax}$$

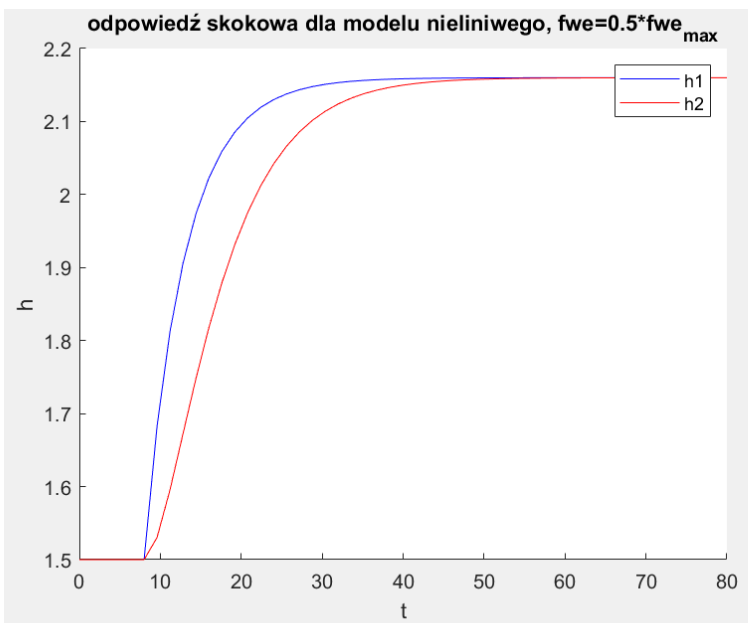
a)$fwe = 0$
dla modelu nieliniowego:



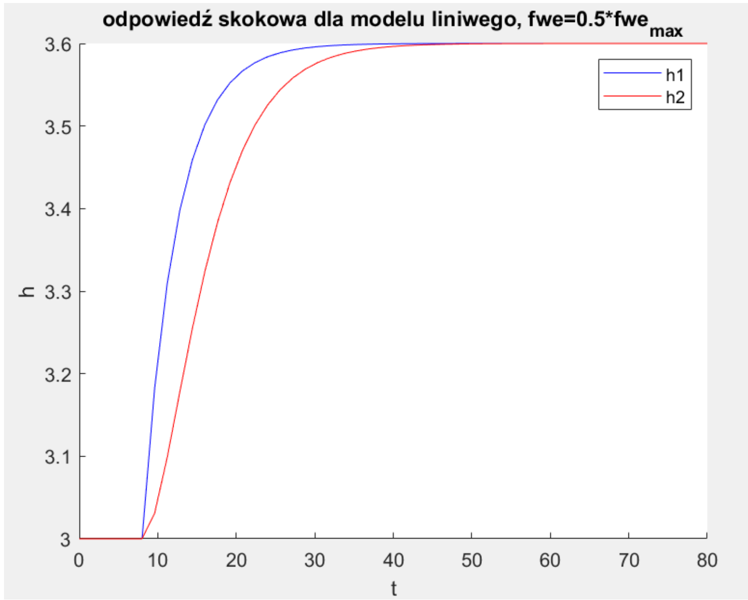
dla modelu liniowego:



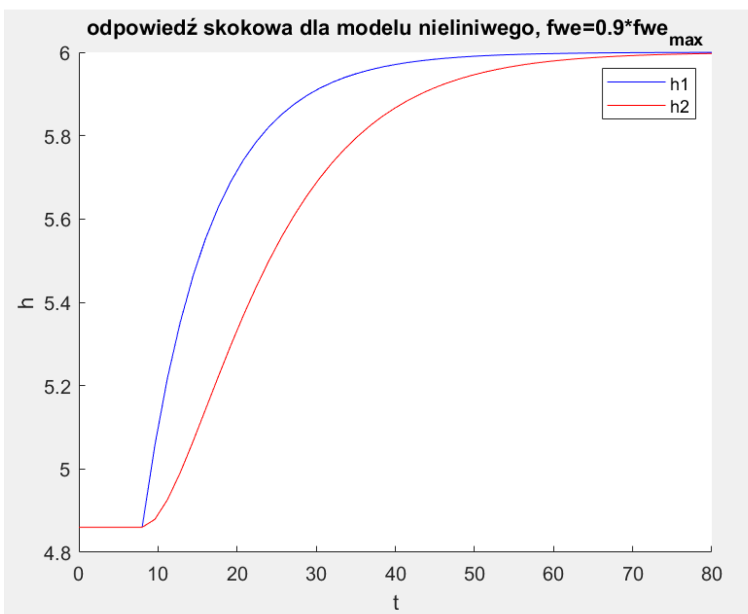
b)$fwe = 0,5 \cdot fwe_{max}$
dla modelu nieliniowego:



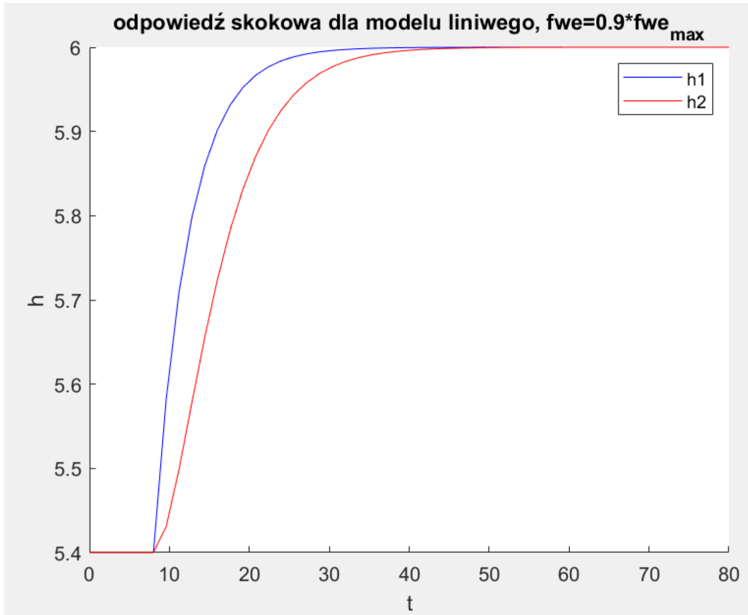
dla modelu liniowego:



c)$fwe = 0,9 \cdot fwe_{max}$
dla modelu nieliniowego:



dla modelu liniowego:



6 Wnioski.

Wykresy odpowiedzi skokowej dla modeli liniowych i nieliniowych różnią się w od siebie. W modelu nieliniowym wraz ze zmianą skoku zmienia się zarówno wartość na której układ się ustabilizuje jak i czas w którym do tego dochodzi, w modelu liniowym wraz ze zminą skoku zamianie ulega tylko wartość na któej układ się ustabilizuje.

7 Załącznik.

```
%model liniowy
clear all;
g=9.81;
A1=4;
A2=4;
Aw1=0.5;
Aw2=0.5;
h_max=6;
a1=Aw1*sqrt((2*g)/h_max);
a2=Aw2*sqrt((2*g)/h_max);
fwe_max=Aw1*sqrt(2*g*h_max);
fwe=0.9*fwe_max;
dfwe=0.1*fwe_max;
h10=fwe/a1;
h20=fwe/a2;
czas=80;
[t]=sim('schemat_liniowy',czas);
hold on;
plot(t,h1,'b');
plot(t,h2,'r');
legend('h1','h2');
xlabel('t');
ylabel('h')
title('odpowiedź skokowa dla modelu liniwego, fwe=0.9*fwe_{max}');
```

```
%model nieliniowy
clear all;
g=9.81;
A1=4;
A2=4;
Aw1=0.5;
Aw2=0.5;
h_max=6;
fwe_max=Aw1*sqrt(2*g*h_max);
fwe=0.9*fwe_max;
dfwe=0.1*fwe_max;
h10=(fwe^2)/((Aw1^2)*2*g);
h20=(fwe^2)/((Aw2^2)*2*g);
czas=80;
[t]=sim('schemat_nieliniowy',czas);
hold on;
plot(t,h1,'b');
plot(t,h2,'r');
legend('h1','h2');
xlabel('t');
ylabel('h');
title('odpowiedź skokowa dla modelu nieliniwego, fwe=0.9*fwe_{max}');
```