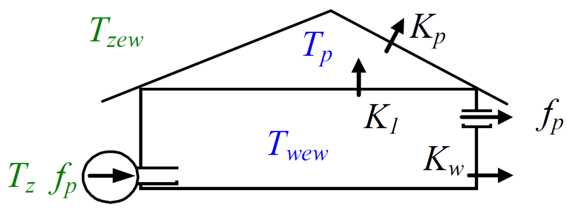
Miniprojekt

Jan Bronicki 249011
E06-61k Wtorek, 15:15-16:55

1 Wstęp



Rysunek 1: Przykład z ogrzewaniem przez nawiew

Oto nieliniowy model obiektu:

$$\begin{cases} C_{vw}\dot{T}_{wew}(t) = c_p\rho_p f_p(t)\Big(T_z(t) - T_{wew}(t)\Big) - K_1\Big(T_{wew}(t) - T_p(t)\Big) - K_w\Big(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\Big) \\ C_{vp}\dot{T}_p(t) = K_1\Big(T_{wew}(t) - T_p(t)\Big) - K_p\Big(T_p(t) - T_{zew}(t)\Big) \end{cases}$$

Właściwości modelu i ich wartości nominalne zadane podczas zajęć:

- Wymiary budynku, który zakładamy, że jest prostopadłościanem z ostrosłupem jako poddasze

  $dl = 20m$ - długośc budynku

  $szer = 10m$ -szerokość budynku

  $h_{wew} = 5m$ - wysokość wnętrza

  $h_p = 1.5m$ - wysokość poddasza

  $V_{wew} = dl \cdot szer \cdot h_w = 1000m^3$ - Objetość wnętrza

  $V_p = \frac{dl \cdot szer \cdot h_p}{3} = 100m^3$ - Objetość poddasza

- Zmienne stanu

  $T_{wewN} = 21°C$ - Nominalna temperatura wewnętrzna

  $T_{pN} = 19°C$ - Nominalna temperatura poddasza

- Zmienne wejściowe

  $T_{zewN} = -1°C$ - Nominalna temperatura na zewnątrz

  $T_{zN} = 24°C$ - Nominalna temperatura powietrza

  $f_{pN} = 1\frac{m^3}{s}$ - Nominalne wdmuchiwane powietrze

- Inne parametry modelu

  $\rho_p = 1.2 \frac{kg}{m^3}$ - gęstość powietrza

  $c_p = 1000 \frac{J}{kg \cdot K}$ - ciepło

  $C_{vw} = c_p \cdot \rho_p \cdot V_w = 1200000 \frac{J}{K}$ - pojemność cieplna

  $C_{vp} = c_p \cdot \rho_p \cdot V_p = 120000 \frac{J}{K}$ - pojemność cieplna

- Współczynniki przenikalności cieplnej

  $K_1 =? \frac{W}{K}$ - z wnętrza na poddasze

  $K_w =? \frac{W}{K}$ - z wnętrza na zewnątrz

  $K_p = 0.25 \cdot K_w =? \frac{W}{K}$ - z poddasza na zewnątrz

Współczynniki K należy obliczyć podstawiając za pochodne zera, a za pozostałe wartości znane nam wartości nominalne. Otrzymujemy takie oto równanie:

Rozwiązanie Analityczne:

$$\begin{cases} K_w = \frac{c_p \rho_p f_{pN} \left(T_{zN} - T_{wewN} \right)}{0.25 \cdot \left(T_{pN} - T_{zewN} \right) + \left(T_{wewN} - T_{zewN} \right)} \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w \left(T_{pN} - T_{zewN} \right)}{\left(T_{wewN} - T_{pN} \right)} \end{cases}$$

Rozwiązanie Macierzowe:

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{wewN} - T_{pN}) & (T_{wewN} - T_{zewN}) \\ (T_{wewN} - T_{pN}) & -0.25 \left(T_{pN} - T_{zewN} \right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_p \rho_p f_{pN} \left(T_{zN} - T_{wewN} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

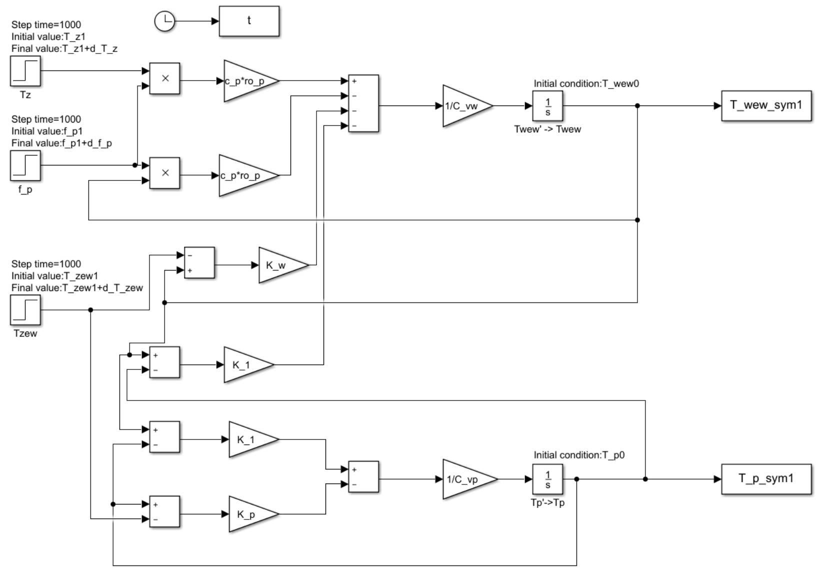
Wyliczone współczynniki K:

$$\begin{cases} K_1 \approx 333.33 \frac{W}{K} \\ K_w \approx 133.33 \frac{W}{K} \\ K_p = 0.25 \cdot K_w \approx 33.33 \frac{W}{K} \end{cases}$$

Warunki początkowe:

$$\begin{cases} T_{wew0} = \frac{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p \cdot T_z + K_1 \cdot K_p \cdot T_{zew} \cdot (K_1 + K_p) + K_w \cdot T_{zew})}{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w - (K_1^2) \cdot (K_1 + K_p))} \\ T_{p0} = (K_1 \cdot T_{wew} + K_p \cdot T_{zew}) \cdot (K_1 + K_p) \end{cases}$$

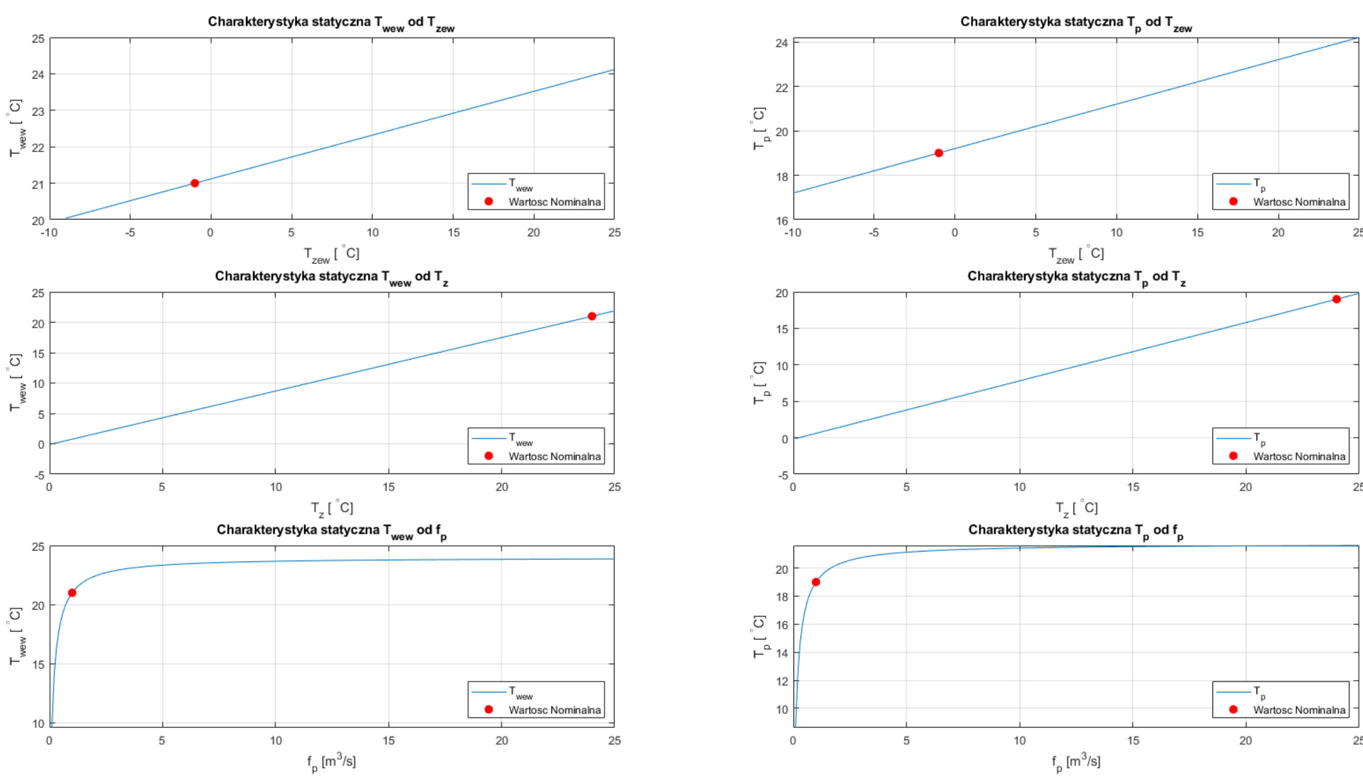
Następnie na podstawie równań konstruujemy trzy modele w simulinku. Pierwszym z nich jest model nieliniowy:



Rysunek 2: Schemat Modelu Nieliniowego

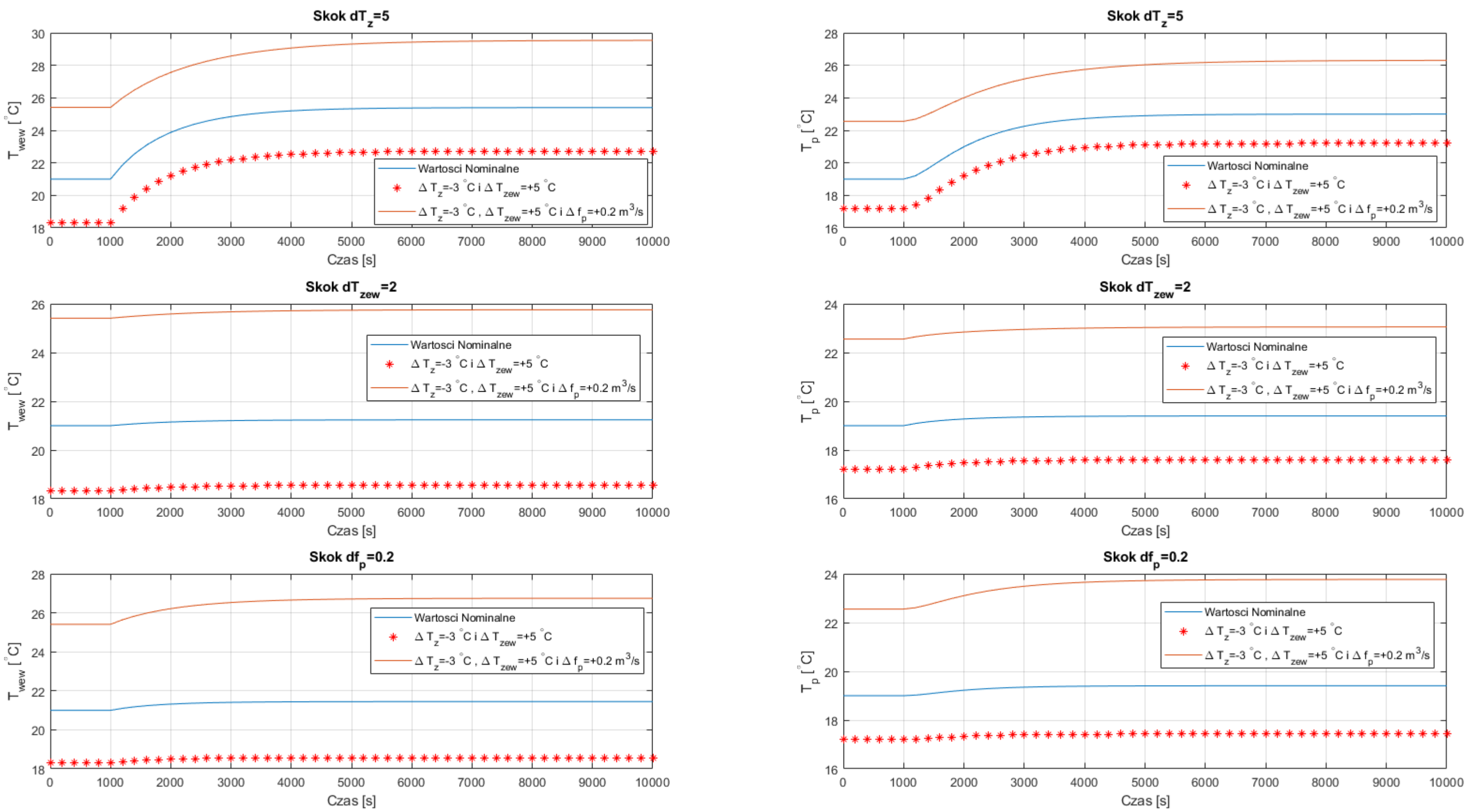
2 Charakterystyki statyczne

Charakterystyki styczne z zaznaczonymi na czerwono punktami nominalnymi:



Rysunek 3: Charakterystyki statyczne

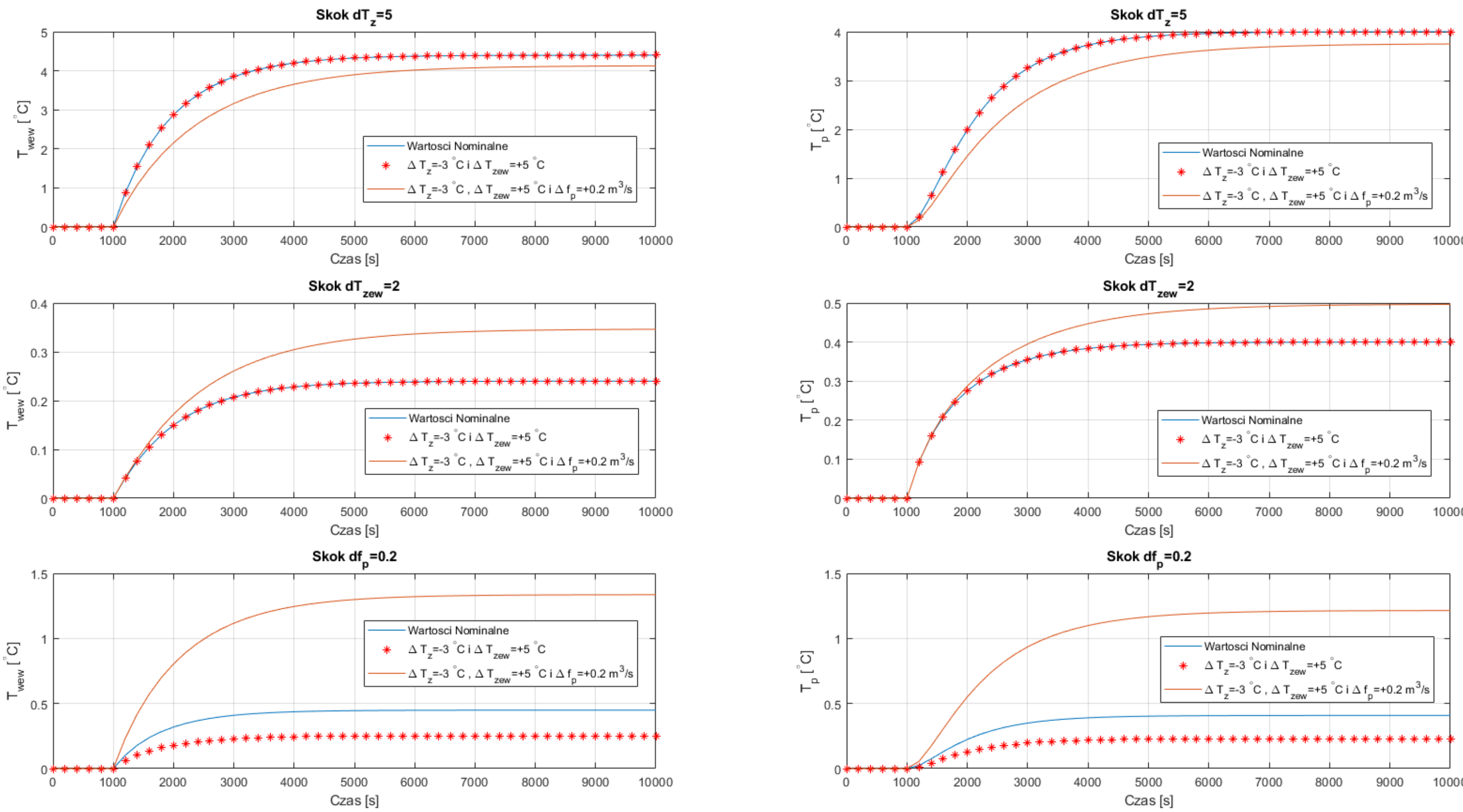
3 Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego



Rysunek 4: Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego, dla trzech różnych punktów pracy

4 Porównanie odpowiedzi skokowych modelu nieliniowego

Można porównać odpowiedzi skokowe sprowadzając je wszystkie do jednego poziomu:



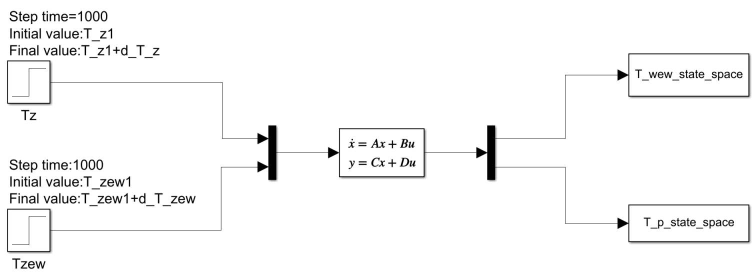
Rysunek 5: Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego, zrównane do tego samego poziomu

5 Odpowiedzi skokowe modeli liniowych

Tworzenie równań potrzebnych do modelu State Space:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\left(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w\right)}{C_{vw}} & \frac{K_1}{C_{vw}} \\ \frac{K_1}{C_{vp}} & \frac{-\left(K_1 + K_p\right)}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\left(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p\right)}{C_{vw}} & \frac{K_w}{C_{vw}} \\ 0 & \frac{K_p}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

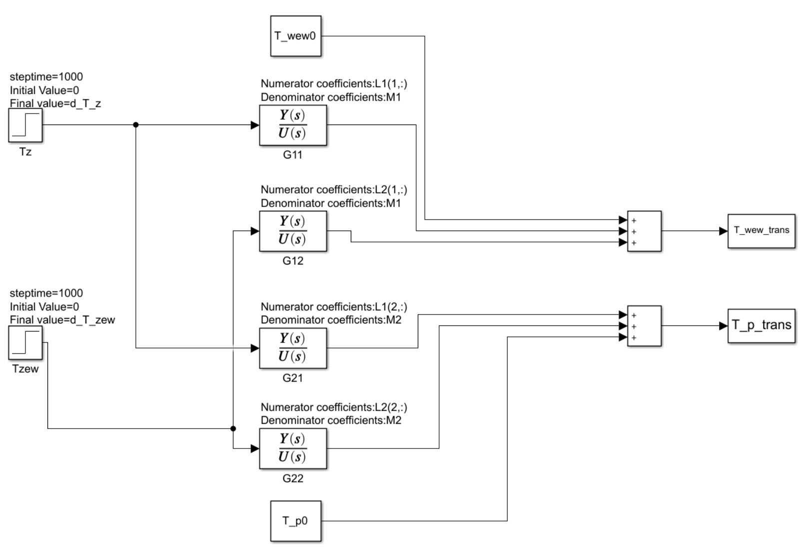
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$



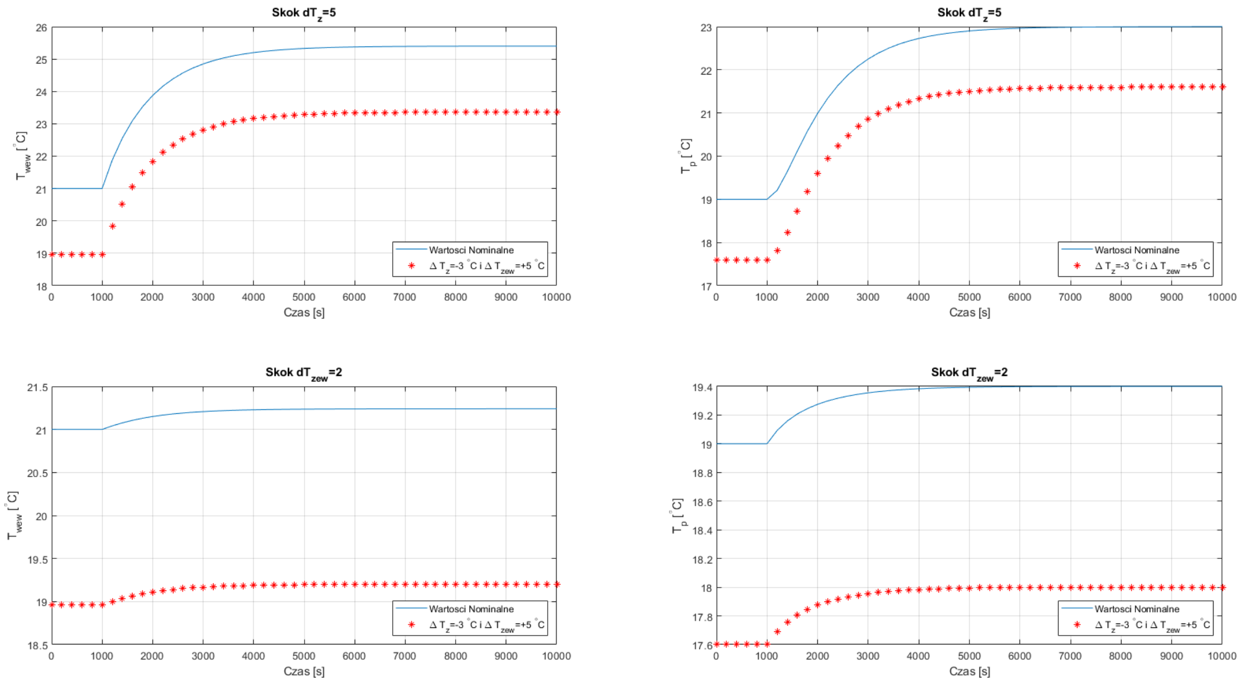
Rysunek 6: Schemat Modelu State Space

Tworzenie transmitancji na podstawie State Space'a za pomocą funkcji MATLAB'a:

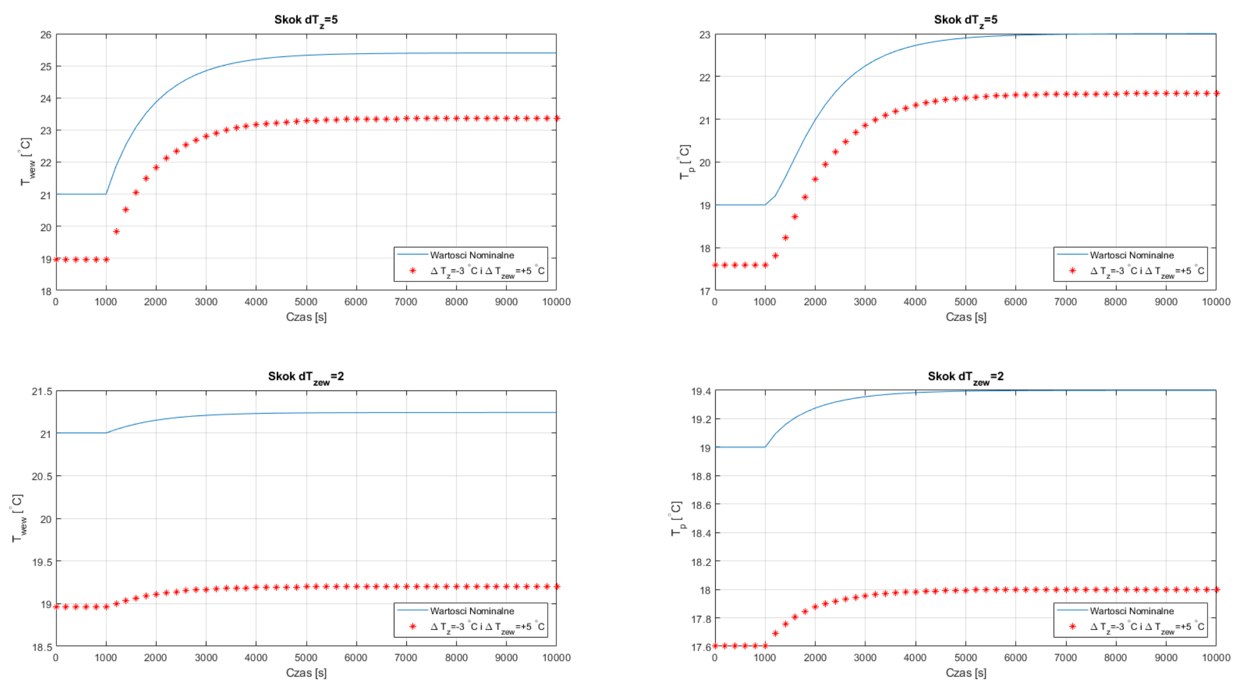
[L1, M1] = ss2tf(A,B,C,D,1)
[L2, M2] = ss2tf(A,B,C,D,2)



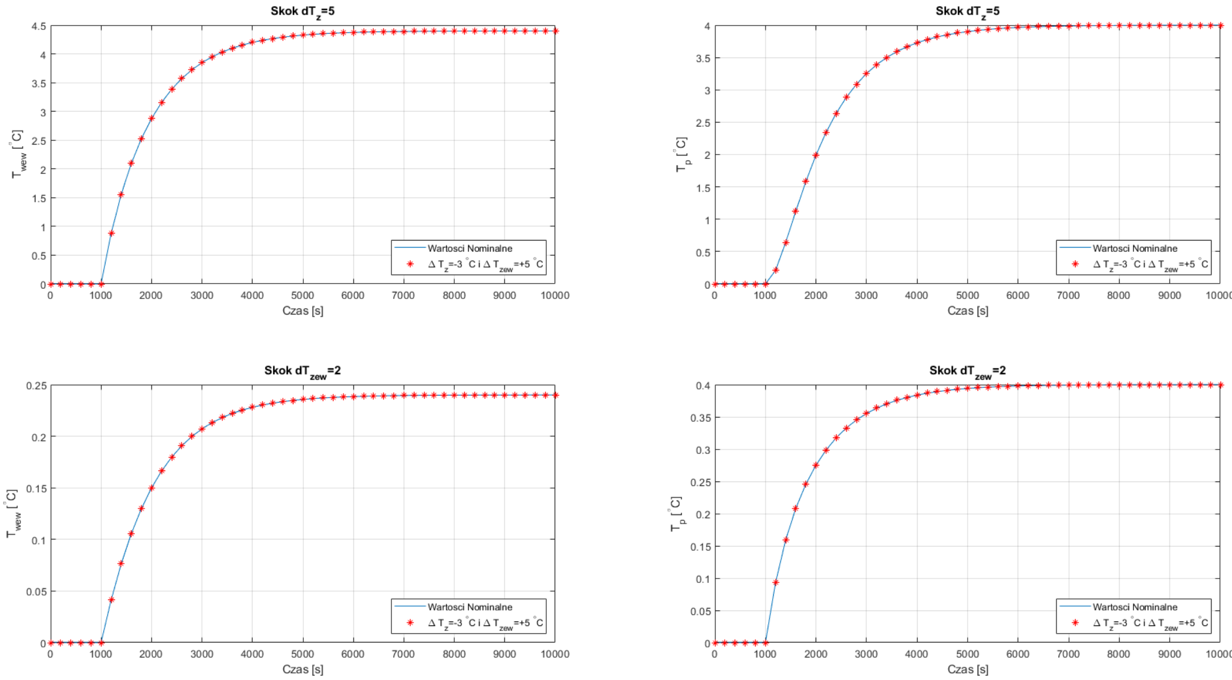
Rysunek 7: Schemat Modelu Transmitacyjnego



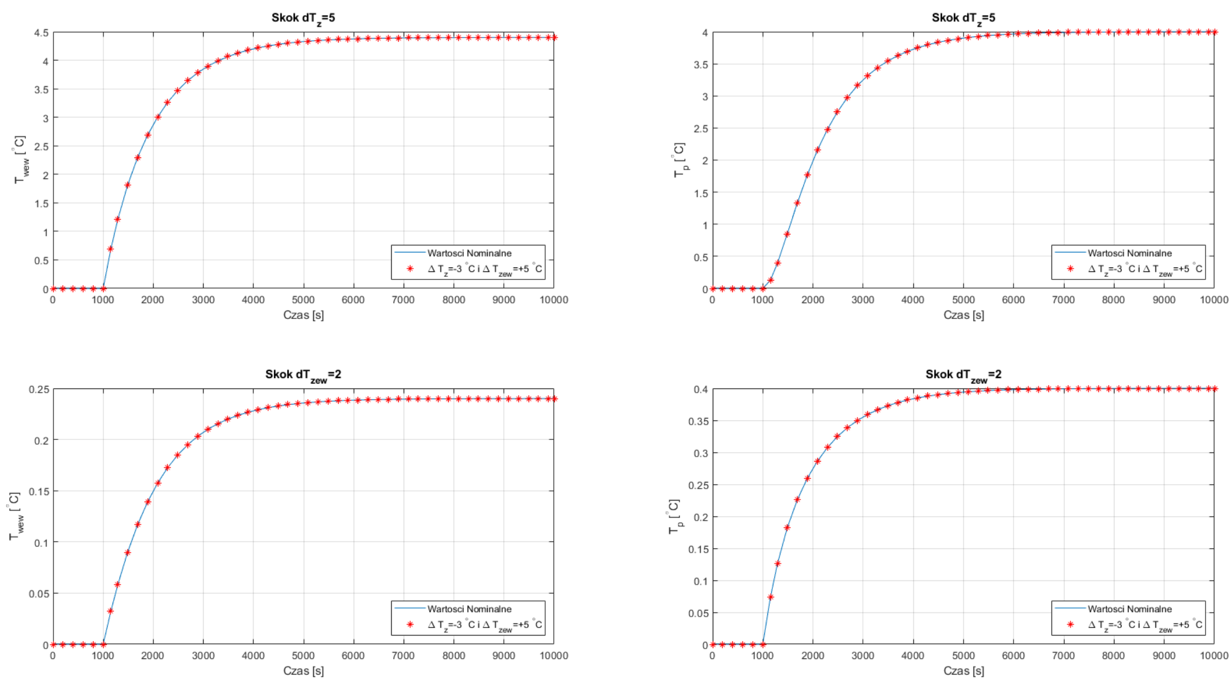
Rysunek 8: Odpowiedzi skokowe modelu liniowego state space, dla dwóch różnych punktów pracy



Rysunek 9: Odpowiedzi skokowe modelu liniowego transmitancji, dla dwóch różnych punktów pracy



Rysunek 10: Sprowadzone do tego samego poziomu odpowiedzi skokowe modelu ze State Space



Rysunek 11: Sprowadzone do tego samego poziomu odpowiedzi skokowe modelu z Transmitancją

6 Wnioski

Na rysunku 2 znajduje się model nieliniowy obiektu z rysunku 1. Jego odpowiedzi skokowe na rysunku 4 przy trzech różnych punktach pracy opisanych w legendzie, pierwszym są wartości nominalne, w drugim zmniejszamy T_z o 3 $°C$ oraz zwiększamy T_{zew} o 5 $°C$, w trzecim punkcie pracy oprócz tego co jest w drugim dodatkowo zwiększamy f_p o 0.2 $\frac{m^3}{s}$. Na rysunku 5, otrzymane wykresy zostały zrównane do jednego poziomu, dla jednakowych wartości siły nawiewu wykresy mają identyczny przebieg. Co oznacza, że szybkość zmian temperatur zależy od f_p.
Następnym etapem jest stworzenie modelu State Space (rysunek 6) oraz Transmitancji (rysunek 7), którą możemy uzyskać odpowiednim poleceniem Matlaba z macierzy użytych do stworzenia State Space. Dla modelu liniowego State Space na rysunku 8 widzimy odpowiedzi skokowe, dla dwóch punktów pracy, gdzie pierwszym jest nominalny, a w drugim zmniejszamy T_z o 3 $°C$ oraz zwiększamy T_{zew} o 5 $°C$. Tak samo postępujemy z drugim modelem liniowym (Transmitancją), której odpowiedzi są widoczne na rysunku 9. Po zrównaniu wykresów obu modeli (rysunki 10 i 11) można jasno zaobserwować, że wykresy są takie same. Czas stabilizacji nie zmienia się ponieważ f_p jest stałe. Stabilizacja zachodzi powoli z uwagi na dobrane parametry K.

7 Załączniki

Wyprowadzenia:
Współczynniki K należy obliczyć podstawiając za pochodne zera, a za pozostałe wartości znane nam wartości nominalne. Otrzymujemy takie oto równanie:

$$\begin{cases} 0 = c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big) - K_1\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) - K_w\Big(T_{wewN} - T_{zewN}\Big) \\ 0 = K_1\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) - K_p\Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big) = K_1\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) \quad + K_w\Big(T_{wewN} - T_{zewN}\Big) \\ \qquad 0 \qquad\qquad = K_1\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) - 0.25 \cdot K_w\Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big) = K_1\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) \; + K_w\Big(T_{wewN} - T_{zewN}\Big) \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w\Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big)}{\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big)} \end{cases}$$

Rozwiązanie Analityczne:

$$\begin{cases} K_w = \frac{c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big)}{0.25 \cdot \Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big) + \Big(T_{wewN} - T_{zewN}\Big)} \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w\Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big)}{\Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big)} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Big(T_{wewN} - T_{pN}\Big) & \Big(T_{wewN} - T_{zewN}\Big) \\ \Big(T_{wewN} - T_p\Big) & -0.25\Big(T_{pN} - T_{zewN}\Big) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie Macierzowe:

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{wewN} - T_{pN}) & (T_{wewN} - T_{zewN}) \\ (T_{wewN} - T_{pN}) & -0.25\,(T_{pN} - T_{zewN}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_p \rho_p f_{pN}\Big(T_{zN} - T_{wewN}\Big) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Po przekształceniu oryginalnych równań i ich zlinearyzowaniu otrzymujemy macierze, których używamy w module State Space:

$$\begin{cases} C_{vw}\dot{T}_{wew}(t) = c_p\rho_p f_p(t)\Big(T_z(t) - T_{wew}(t)\Big) - K_1\Big(T_{wew}(t) - T_p(t)\Big) - K_w\Big(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)\Big) \\ C_{vp}\dot{T}_p(t) = K_1\Big(T_{wew}(t) - T_p(t)\Big) - K_p\Big(T_p(t) - T_{zew}(t)\Big) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{T}_{wew} = \Big(T_{wew}\Big(c_p\rho_p f_p - K_1 - K_w\Big) + T_p\Big(K_1\Big) + T_z\Big(c_p\rho_p f_p\Big) + T_{zew}\Big(K_w\Big)\Big)\frac{1}{C_{vw}} \\ \dot{T}_p = \Big(T_{wew}\Big(K_1\Big) - T_p\Big(K_1 + L_p\Big) + T_{zew}\Big(K_p\Big)\Big)\frac{1}{C_{vp}} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\Big(c_p\cdot\rho_p\cdot f_p + K_1 + K_w\Big)}{C_{vw}} & \frac{K_1}{C_{vw}} \\ \frac{K_1}{C_{vp}} & \frac{-\Big(K_1 + K_p\Big)}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Big(c_p\cdot\rho_p\cdot f_p\Big)}{C_{vw}} & \frac{K_w}{C_{vw}} \\ 0 & \frac{K_p}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} T_{wew0} = \frac{(c_p\cdot\rho_p\cdot f_p\cdot T_z + K_1\cdot K_p\cdot T_{zew}\cdot(K_1+K_p) + K_w\cdot T_{zew})}{(c_p\cdot\rho_p\cdot f_p + K_1 + K_w - (K_1^2)\cdot(K_1+K_p))} \\ T_{p0} = (K_1\cdot T_{wew} + K_p\cdot T_{zew})\cdot(K_1+K_p); \end{cases}$$

Kod w matlabie:

```
%Obliczanie parametr w oraz warto ci poczatkowych
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% NOMINALNE WARTOSCI
T_zewN = -1;  % 'C
T_zN = 24;    % 'C
T_pN = 19;    % 'C
T_wewN = 21;  % 'C
f_pN = 1;     % m^3/s
c_p = 1000; % J/(kg*K)
ro_p = 1.2; % kg/m^3
dl = 20;   % m
szer = 10; % m
h_w = 5;   % m
h_p = 1.5; % m
V_w = dl*szer*h_w;   % m
V_p = dl*szer*h_p/3; % m dach jest ostroslupem
C_vw = c_p*ro_p*V_w;   % J/K
C_vp = c_p*ro_p*V_p;   % J/k
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Do zmniejszenia zapisu
a=c_p*ro_p*f_pN;
% Proporcja K
p=0.25;
% Obliczanie wspolczynnikow K
A = [(T_wewN-T_pN), (T_wewN-T_zewN);
     (T_wewN-T_pN), (-p*(T_pN-T_zewN))];
B = [a*(T_zN-T_wewN); 0];
K_matrix = inv(A)*B;
% Wspolczynniki przenikalnosci cieplnej K
K_1=K_matrix(1,1); % W/K
K_w=K_matrix(2,1); % W/K
K_p=p*K_w;         % W/K
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T_z1 = T_zN;
T_zew1= T_zewN;
f_p1 = f_pN;
% Sprawdzenie "Prostej kreski"
% Warunki poczatkowe
T_wew0 = T_wewN
T_p0=T_pN
% Wartosci skokw w step'ach
steptime=1000;
d_T_z = 0;
d_f_p = 0;
d_T_zew = 0;
% Warunki poczatkowe dla sylulacji w state space
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN;
M=1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+
    K_1+K_w-(K_1^2)*M);
T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;

%Przykad symulacji (test prostej kreski)
steptime=1000;
d_T_z = 0;
d_f_p = 0;
d_T_zew = 0;
sim('my_dom_model');
% Test prostej kreski
figure
plot(t,T_wew_sym1)
hold on;
plot(t,T_p_sym1)
grid on;
title('Test prostej kreski, NL');
xlabel('Czas [s]')
ylabel("Temperatura [^{\circ}C]")
legend('T_{wew}','T_{p}')

%Zmiana punktow pracy
% Zmienione T_zew, T_z i f_p
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN-5;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN-0.35;
T_z1 = T_zN+8;
cfp = c_p*ro_p*f_pN;
M=1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+
    K_1+K_w-(K_1^2)*M);
```

```
T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;
%-----------------------------------
% T_z
subplot(3,2,1)
d_T_z = 5;
d_T_zew = 0;
d_f_p = 0;
sim('my_dom_model');
plot(t,T_wew_sym1)
xlabel('Czas [s]')
ylabel("T_{wew} [^{\circ}C]")
hold on;
grid on
legend('Wartosci Nominalne','\Delta T_{z}=-3 ^{\circ}C i \Delta T_{zew}=+5
    ^{\circ}C','\Delta T_{z}=-3 ^{\circ}C , \Delta T_{zew}=+5 ^{\circ}C i
   \Delta f_{p}=+0.2 m^3/s')

%Obliczenie wspolczynnikow dla State Space
% x'= Ax + Bu
% y = Cx + Du
A =[ -(a+K_1+K_w)/C_vw,    K_1/C_vw    ;
          K_1/C_vp    , -(K_1+K_p)/C_vp];

B =[ c_p*ro_p*f_pN/C_vw, K_w/C_vw ;
             0        , K_p/C_vp ];
C=[1,0;
   0,1];

D=[0,0;
   0,0];
% Warunki poczatkowe dla syulacji w state space
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN+5;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN-3;
M=1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+
   K_1+K_w-(K_1^2)*M);
T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;
State_Space_Init=[T_wew0; T_p0];

%Obliczenie Transmitancji
% Funkcja ktora zamienia state space na transmitancje
[L1,M1]=ss2tf(A,B,C,D,1);
[L2,M2]=ss2tf(A,B,C,D,2);
% Badanie modelu skokami
%-----------------------------------
% T_zN
d_T_z = 5; %5
d_T_zew = 0; %2
d_f_p = 0; %0.2
```

```
%Przyklad rysowania wszystkich modeli naraz
sim('my_dom_model')
subplot(1,1,1)
plot(t,T_wew_sym1,'-')
hold on;
sim('my_dom_trans')
plot(T_wew_trans,'*')
hold on;
sim('my_dom_state_space')
plot(T_wew_state_space,'o')
hold on
title('Twew od skoku Tz=2')
legend('NL','State Space','Transmitancja')
grid on;

%Przyklad sprowadzenia do tego samego poziomu
% f_p
subplot(3,2,5)
d_T_z = 0;
d_T_zew = 0;
d_f_p = 0.2;
sim('my_dom_model');
plot(t,T_wew_sym1-T_wew_sym1(1,1))
xlabel('Czas [s]')
ylabel("T_{wew} [^{\circ}C]")
grid on
title('Skok df_{p}=0.2')
hold on;

%Przykladowe rysowanie charakterystyki
T_zew1 = T_zewN;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN;
a = c_p*ro_p*f_pN;
M=1/(K_1+K_p);

subplot(325);
f_p1=0.1:0.1:25;
T_wewp = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)./(c_p*ro_p*f_p1
    +K_1+K_w-(K_1^2)*M) ;
T_po = (K_1*T_wewp+K_p*T_zew1)*M;
plot(f_p1,T_wewp);
xlabel('f_pN [m^3/s]');
ylabel('T_{wew} [ ^{\circ}C]');
hold on;
plot(f_pN, T_wewN, 'r.','Markersize',25);
title('Charakterystyka statyczna T_{wew} od f_{p}');
grid on;
legend("T_{wew}","Wartosc Nominalna",'Location','SouthEast')
```