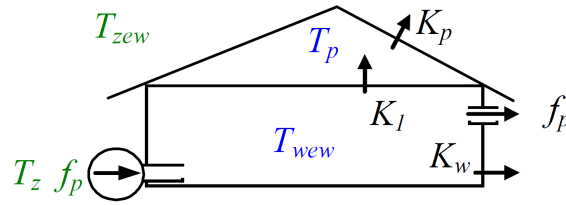


Miniprojekt

Jan Bronicki 249011
E06-61k Wtorek, 15:15-16:55

1 Wstęp



Rysunek 1: Przykład z ogrzewaniem przez nawiew

Oto nieliniowy model obiektu:

$$\begin{cases} C_{vw} \dot{T}_{wew}(t) = c_p \rho_p f_p(t) (T_z(t) - T_{wew}(t)) - K_l (T_{wew}(t) - T_p(t)) - K_w (T_{wew}(t) - T_{zew}(t)) \\ C_{vp} \dot{T}_p(t) = K_l (T_{wew}(t) - T_p(t)) - K_p (T_p(t) - T_{zew}(t)) \end{cases}$$

Właściwości modelu i ich wartości nominalne zadane podczas zajęć:

- Wymiary budynku, który zakładamy, że jest prostopadłościanem z ostrosłupem jako poddasze

$dl = 20m$ - długość budynku

$szer = 10m$ - szerokość budynku

$h_{wew} = 5m$ - wysokość wnętrza

$h_p = 1.5m$ - wysokość poddasza

$V_{wew} = dl \cdot szer \cdot h_w = 1000m^3$ - Objętość wnętrza

$V_p = \frac{dl \cdot szer \cdot h_p}{3} = 100m^3$ - Objętość poddasza

- Zmienne stanu

$T_{wew} = 21^\circ C$ - Temperatura wewnętrzna

$T_p = 19^\circ C$ - Temperatura poddasza

- Zmienne wejściowe

$T_{zew} = -1^\circ C$ - Temperatura na zewnątrz

$T_z = 24^\circ C$ - Temperatura powietrza

$f_p = 1 \frac{m^3}{s}$ - Wdmuchiwane powietrze

- Inne parametry modelu

$$\rho_p = 1.2 \frac{kg}{m^3} - \text{gęstość powietrza}$$

$$c_p = 1000 \frac{J}{kg \cdot K} - \text{ciepło}$$

$$C_{vw} = c_p \cdot \rho_p \cdot V_w = 1200000 \frac{J}{K} - \text{pojemność cieplna}$$

$$C_{vp} = c_p \cdot \rho_p \cdot V_p = 120000 \frac{J}{K} - \text{pojemność cieplna}$$

- Współczynniki przenikalności cieplnej

$$K_1 = ? \frac{W}{K} - \text{z wnętrza na poddasze}$$

$$K_w = ? \frac{W}{K} - \text{z wnętrza na zewnątrz}$$

$$K_p = 0.25 \cdot K_w = ? \frac{W}{K} - \text{z poddasza na zewnątrz}$$

Współczynniki K należy obliczyć podstawiając za pochodne zera, a za pozostałe wartości znane nam wartości nominalne. Otrzymujemy takie oto równanie:

Rozwiązanie Analityczne:

$$\begin{cases} K_w = \frac{c_p \rho_p f_p (T_z - T_{we w})}{0.25 \cdot (T_p - T_{ze w}) + (T_{we w} - T_{ze w})} \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w (T_p - T_{ze w})}{(T_{we w} - T_p)} \end{cases}$$

Rozwiązanie Macierzowe:

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{we w} - T_p) & (T_{we w} - T_{ze w}) \\ (T_{we w} - T_p) & -0.25 (T_p - T_{ze w}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_p \rho_p f_p (T_z - T_{we w}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

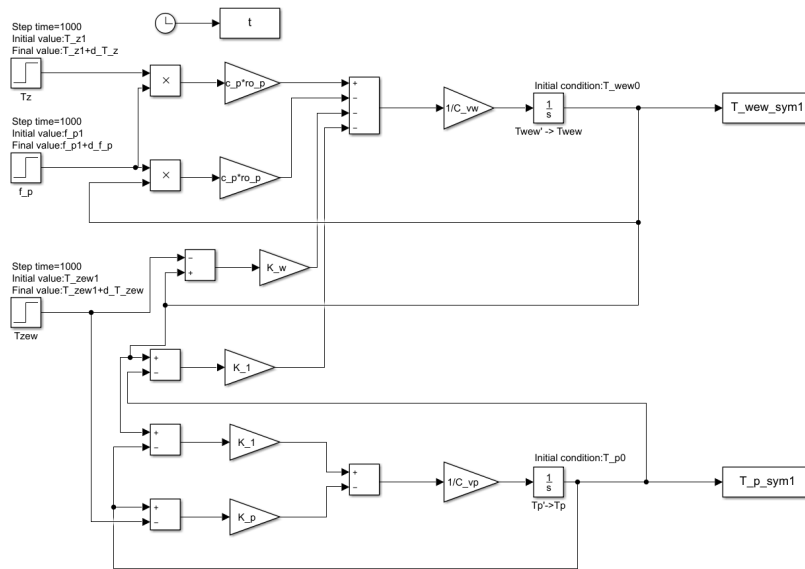
Wyliczone w Matlab:

$$\begin{cases} K_1 \approx 333.33 \frac{W}{K} \\ K_w \approx 133.33 \frac{W}{K} \\ K_p = 0.25 \cdot K_w \approx 33.33 \frac{W}{K} \end{cases}$$

Warunki początkowe:

$$\begin{cases} T_{we w 0} = \frac{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p \cdot T_z + K_1 \cdot K_p \cdot T_{ze w} \cdot (K_1 + K_p) + K_w \cdot T_{ze w})}{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w - (K_1^2) \cdot (K_1 + K_p))} \\ T_{p 0} = (K_1 \cdot T_{we w} + K_p \cdot T_{ze w}) \cdot (K_1 + K_p) \end{cases}$$

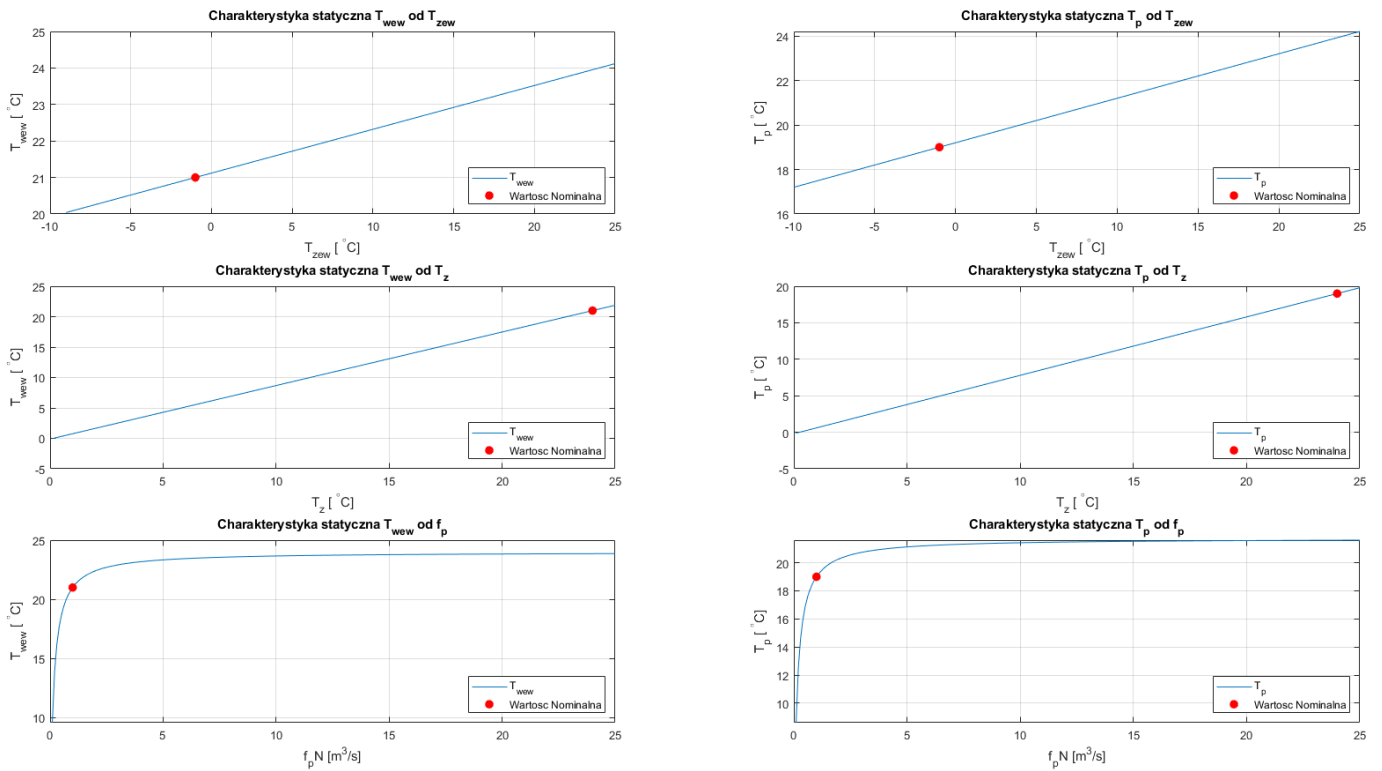
Następnie na podstawie równań konstruujemy trzy modele w simulinku. Pierwszym z nich jest model nieliniowy:



Rysunek 2: Schemat Modelu Nieliniowego

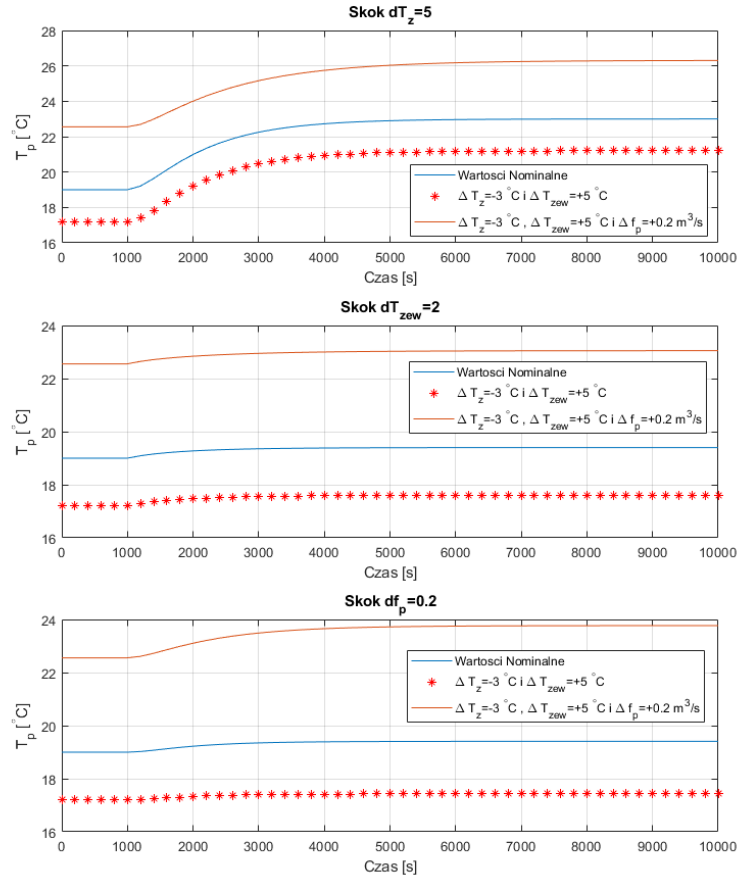
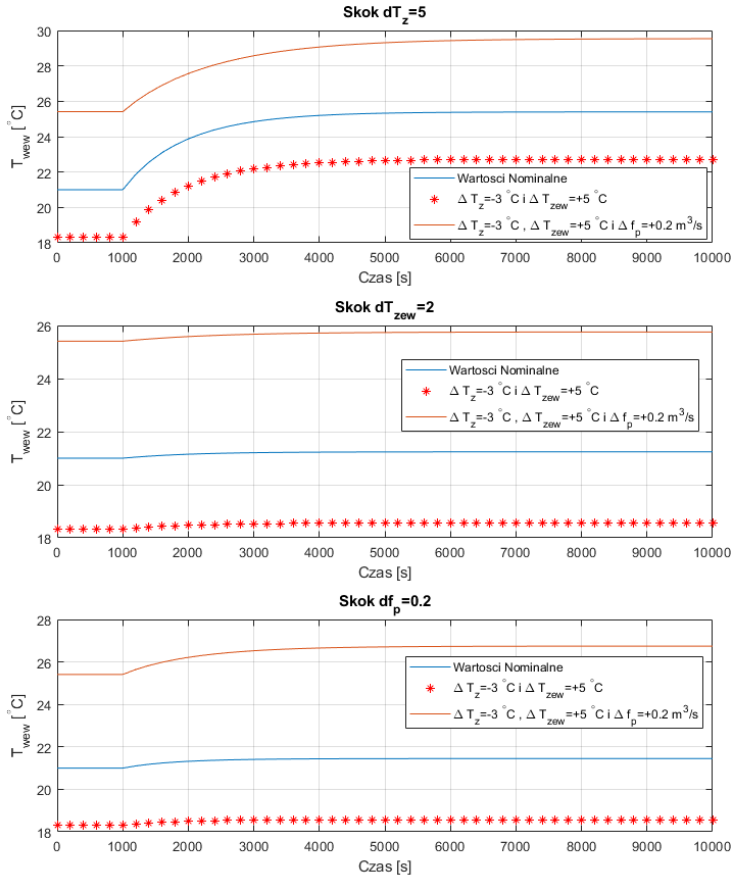
2 Charakterystyki statyczne

Charakterystyki styczne z zaznaczonymi na czerwono punktami nominalnymi:



Rysunek 3: Charakterystyki statyczne

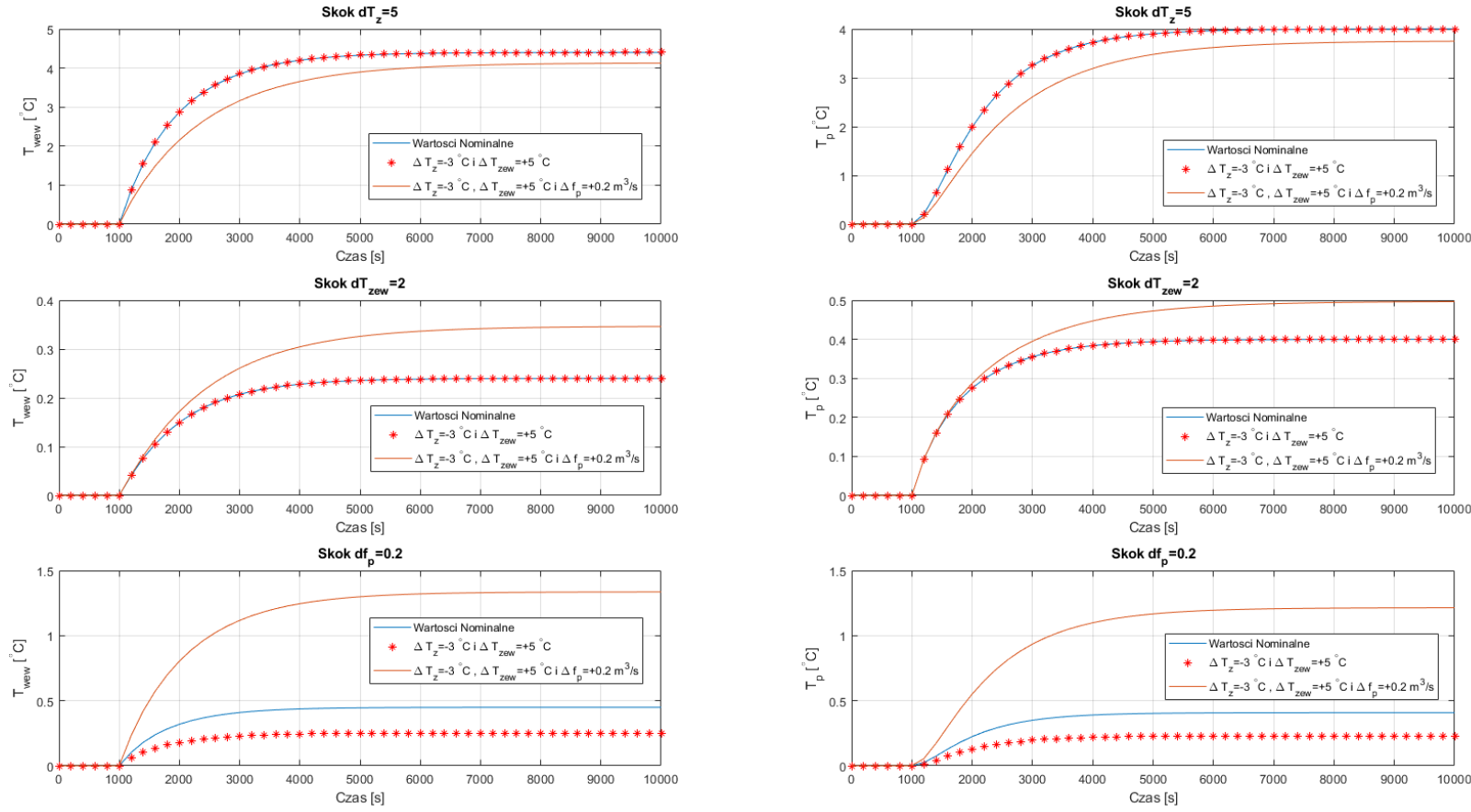
3 Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego



Rysunek 4: Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego, dla trzech różnych punktów pracy

4 Porównanie odpowiedzi skokowych modelu nieliniowego

Można porównać odpowiedzi skokowe sprowadzając je wszystkie do jednego poziomu:



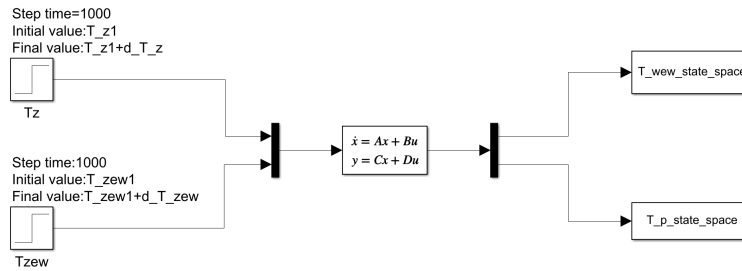
Rysunek 5: Odpowiedzi skokowe modelu nieliniowego, zrównane do tego samego poziomu

5 Odpowiedzi skokowe modeli liniowych

Tworzenie równań potrzebnych do modelu State Space:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w)}{C_{vw}} & \frac{K_1}{C_{vw}} \\ \frac{K_1}{C_{vp}} & \frac{-(K_1 + K_p)}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p)}{C_{vw}} & \frac{K_w}{C_{vw}} \\ 0 & \frac{K_p}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

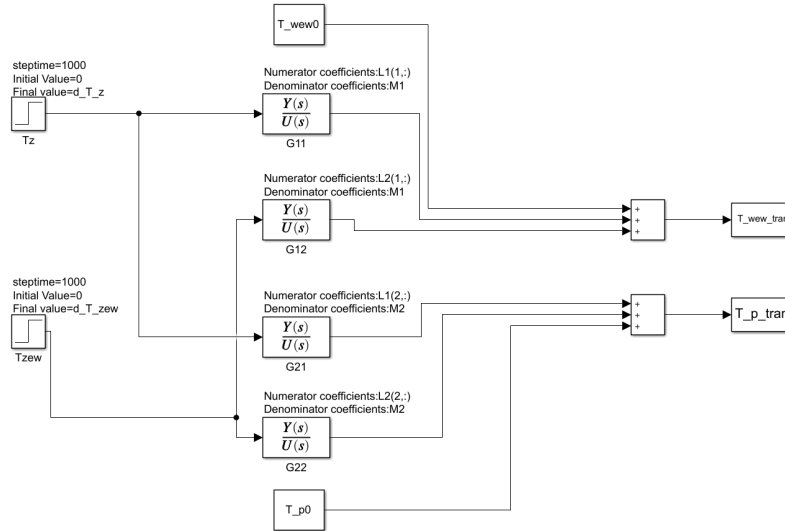


Rysunek 6: Schemat Modelu State Space

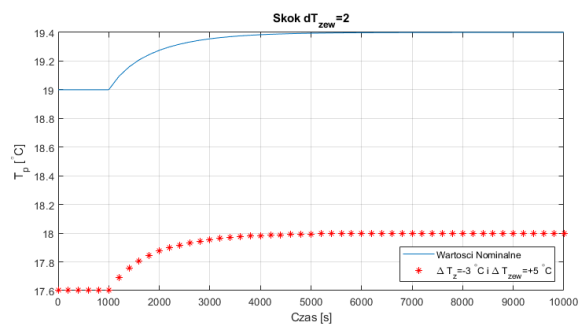
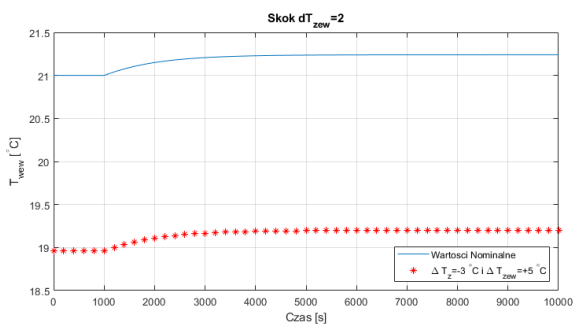
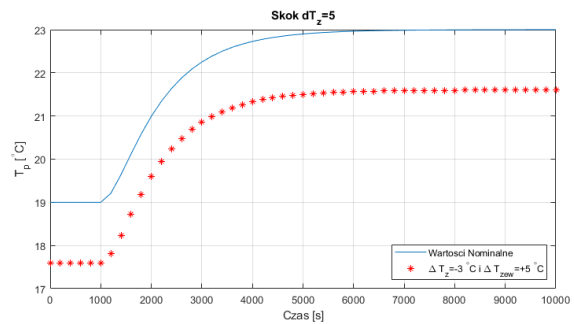
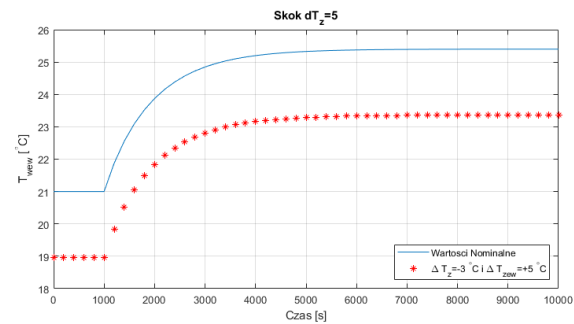
Tworzenie transmitancji na podstawie State Space'a za pomocą funkcji MATLAB'a:

$$\begin{bmatrix} L1, M1 \end{bmatrix} = \text{ss2tf}(A,B,C,D,1)$$

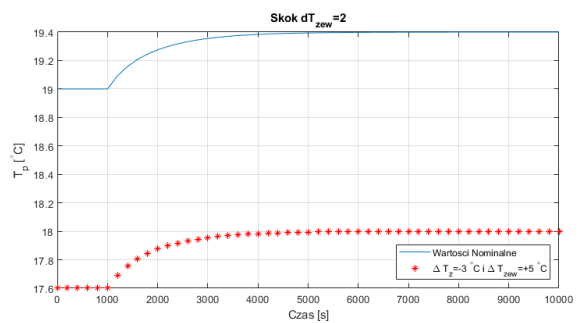
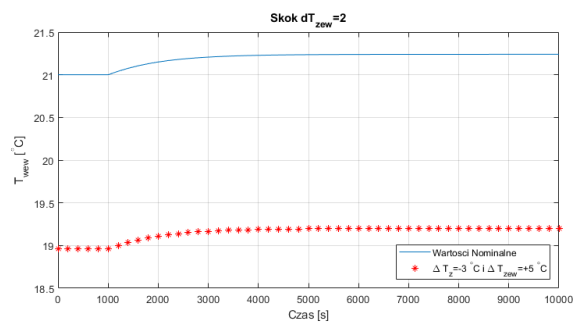
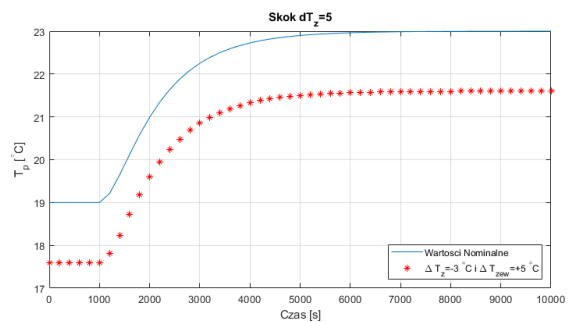
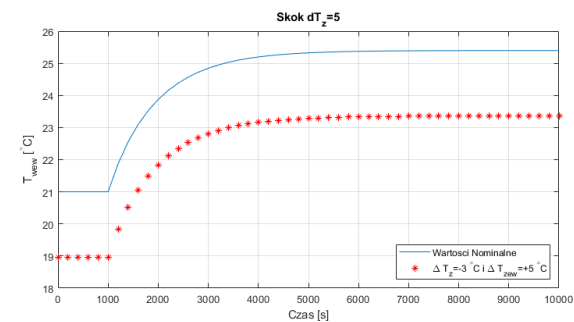
$$\begin{bmatrix} L2, M2 \end{bmatrix} = \text{ss2tf}(A,B,C,D,2)$$



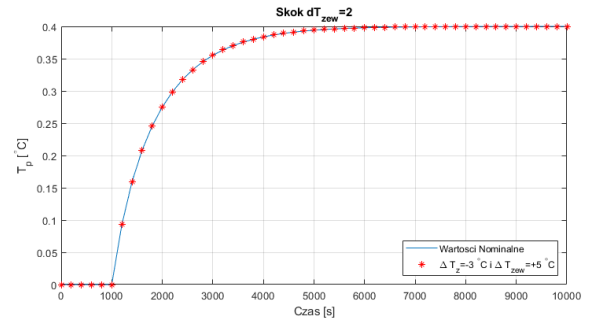
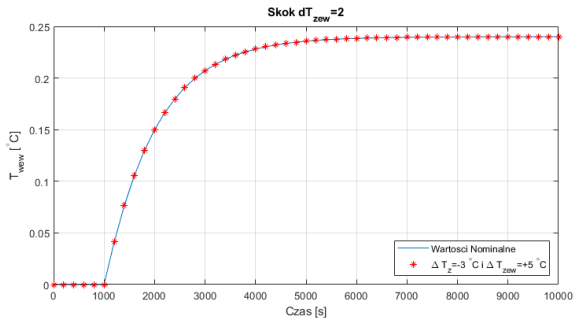
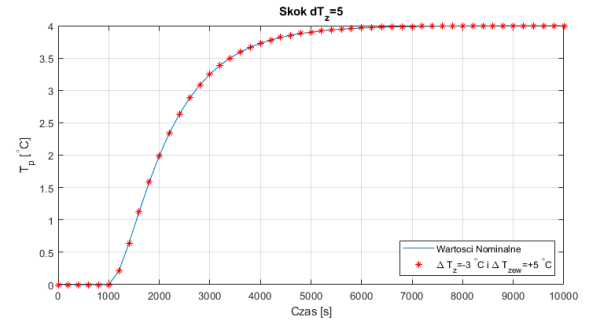
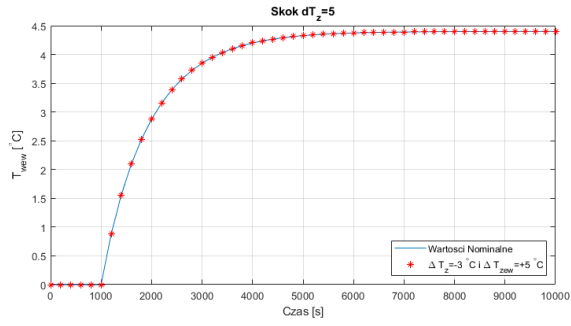
Rysunek 7: Schemat Modelu Transmitacyjnego



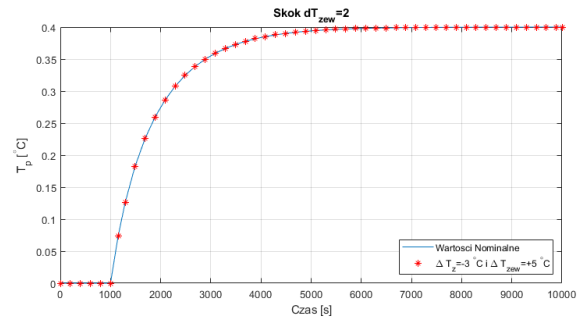
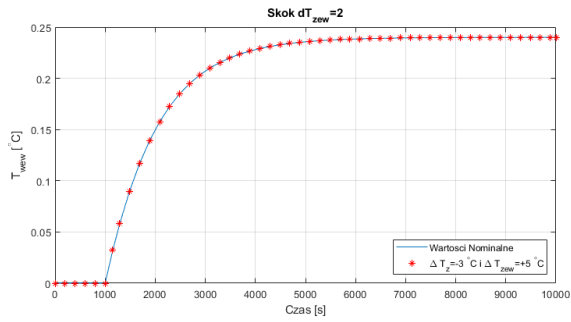
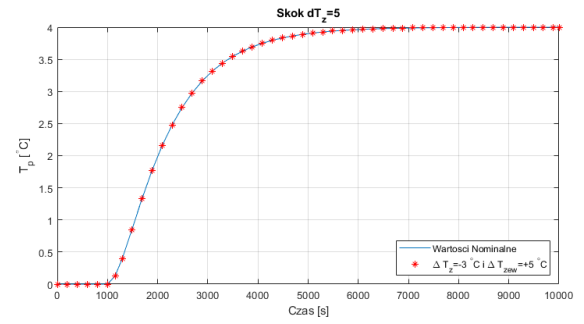
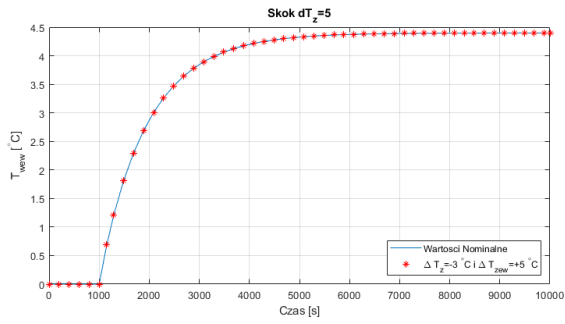
Rysunek 8: Odpowiedzi skokowe modelu liniowego state space, dla dwóch różnych punktów pracy



Rysunek 9: Odpowiedzi skokowe modelu liniowego transmitancji, dla dwóch różnych punktów pracy



Rysunek 10: Sprowadzone do tego samego poziomu odpowiedzi skokowe modelu ze State Space



Rysunek 11: Sprowadzone do tego samego poziomu odpowiedzi skokowe modelu z Transmitancją

6 Wnioski

Na rysunku 2 znajduje się model nieliniowy obiektu z rysunku 1. Jego odpowiedzi skokowe na rysunku 4 przy trzech różnych punktach pracy opisanych w legendzie, pierwszym są wartości nominalne, w drugim zmniejszamy T_z o $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ oraz zwiększamy T_{zew} o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$, w trzecim punkcie pracy oprócz tego co jest w drugim dodatkowo zwiększamy f_p o $0.2\text{ }\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Na rysunku 5, otrzymane wykresy zostały zrównane do jednego poziomu, dla jednakowych wartości siły nawiewu wykresy mają identyczny przebieg. Co oznacza, że szybkość zmian temperatur zależy od f_p .

Następnym etapem jest stworzenie modelu State Space (rysunek 6) oraz Transmittancji (rysunek 7), którą możemy uzyskać odpowiednim poleceniem Matlaba z macierzy użytych do stworzenia State Space. Dla modelu liniowego State Space na rysunku 8 widzimy odpowiedzi skokowe, dla dwóch punktów pracy, gdzie pierwszym jest nominalny, a w drugim zmniejszamy T_z o $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ oraz zwiększamy T_{zew} o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tak samo postępujemy z drugim modelem liniowym (Transmittancją), której odpowiedzi są widoczne na rysunku 9. Po zrównaniu wykresów obu modeli (rysunki 10 i 11) można jasno zaobserwować, że wykresy są takie same. Czas stabilizacji nie zmienia się ponieważ f_p jest stałe. Stabilizacja zachodzi powoli z uwagi na dobrane parametry K.

7 Załączniki

Wyprowadzenia:

Współczynniki K należy obliczyć podstawiając za pochodne zera, a za pozostałe wartości znane nam wartości nominalne. Otrzymujemy takie oto równanie:

$$\begin{cases} 0 = c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew}) - K_1 (T_{zew} - T_p) - K_w (T_{zew} - T_{zew}) \\ 0 = K_1 (T_{zew} - T_p) - K_p (T_p - T_{zew}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew}) = K_1 (T_{zew} - T_p) + K_w (T_{zew} - T_{zew}) \\ 0 = K_1 (T_{zew} - T_p) - 0.25 \cdot K_w (T_p - T_{zew}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew}) = K_1 (T_{zew} - T_p) + K_w (T_{zew} - T_{zew}) \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w (T_p - T_{zew})}{(T_{zew} - T_p)} \end{cases}$$

Rozwiązanie Analityczne:

$$\begin{cases} K_w = \frac{c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew})}{0.25 \cdot (T_p - T_{zew}) + (T_{zew} - T_{zew})} \\ K_1 = \frac{0.25 \cdot K_w (T_p - T_{zew})}{(T_{zew} - T_p)} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{zew} - T_p) & (T_{zew} - T_{zew}) \\ (T_{zew} - T_p) & -0.25 (T_p - T_{zew}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie Macierzowe:

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{zew} - T_p) & (T_{zew} - T_{zew}) \\ (T_{zew} - T_p) & -0.25 (T_p - T_{zew}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_p \rho_p f_p (T_z - T_{zew}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Po przekształceniu oryginalnych równań i ich zlinearyzowaniu otrzymujemy macierze, których używamy w module State Space:

$$\begin{cases} C_{vw}\dot{T}_{wew}(t) = c_p\rho_p f_p(t)(T_z(t) - T_{wew}(t)) - K_1(T_{wew}(t) - T_p(t)) - K_w(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)) \\ C_{vp}\dot{T}_p(t) = K_1(T_{wew}(t) - T_p(t)) - K_p(T_p(t) - T_{zew}(t)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{T}_{wew} = (T_{wew}(c_p\rho_p f_p - K_1 - K_w) + T_p(K_1) + T_z(c_p\rho_p f_p) + T_{zew}(K_w)) \frac{1}{C_{vw}} \\ \dot{T}_p = (T_{wew}(K_1) - T_p(K_1 + L_p) + T_{zew}(K_p)) \frac{1}{C_{vp}} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{wew} \\ \dot{T}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w)}{C_{vw}} & \frac{K_1}{C_{vw}} \\ \frac{K_1}{C_{vp}} & -\frac{(K_1 + K_p)}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p)}{C_{vw}} & \frac{K_w}{C_{vw}} \\ 0 & \frac{K_p}{C_{vp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{wew} \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_z \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} T_{wew0} = \frac{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p \cdot T_z + K_1 \cdot K_p \cdot T_{zew} \cdot (K_1 + K_p) + K_w \cdot T_{zew})}{(c_p \cdot \rho_p \cdot f_p + K_1 + K_w - (K_1^2) \cdot (K_1 + K_p))} \\ T_{p0} = (K_1 \cdot T_{wew} + K_p \cdot T_{zew}) \cdot (K_1 + K_p); \end{cases}$$

Kod w matlabie:

```
%Obliczanie parametrów oraz wartości początkowych
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% NOMINALNE WARTOŚCI
T_zewN = -1; % 'C
T_zN = 24; % 'C
T_pN = 19; % 'C
T_wewN = 21; % 'C
f_pN = 1; % m^3/s
c_p = 1000; % J/(kg*K)
ro_p = 1.2; % kg/m^3
dl = 20; % m
szer = 10; % m
h_w = 5; % m
h_p = 1.5; % m
V_w = dl*szer*h_w; % m
V_p = dl*szer*h_p/3; % m dach jest ostrosłupem
C_vw = c_p*ro_p*V_w; % J/K
C_vp = c_p*ro_p*V_p; % J/K
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Do zmniejszenia zapisu
a=c_p*ro_p*f_pN;
% Proporcja K
p=0.25;
% Obliczanie współczynników K
A = [(T_wewN-T_pN), (T_wewN-T_zewN);
      (T_wewN-T_pN), (-p*(T_pN-T_zewN))];
B = [a*(T_zN-T_wewN); 0];
K_matrix = inv(A)*B;
% Współczynniki przenikalności cieplnej K
K_1=K_matrix(1,1); % W/K
K_w=K_matrix(2,1); % W/K
K_p=p*K_w; % W/K
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T_z1 = T_zN;
T_zew1= T_zewN;
f_p1 = f_pN;
% Sprawdzenie "Prostej kreski"
% Warunki poczatkowe
T_wew0 = T_wewN
T_p0=T_pN
% Wartosci skokw w step'ach
steptime=1000;
d_T_z = 0;
d_f_p = 0;
d_T_zew = 0;
% Warunki poczatkowe dla syulacji w state space
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN;
M=1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+
    K_1+K_w-(K_1^2)*M);
T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;

%Przyk ad symulacji (test prostej kreski)
steptime=1000;
d_T_z = 0;
d_f_p = 0;
d_T_zew = 0;
sim('my_dom_model');
% Test prostej kreski
figure
plot(t,T_wew_sym1)
hold on;
plot(t,T_p_sym1)
grid on;
title('Test prostej kreski, NL');
xlabel('Czas [s]')
ylabel("Temperatura [^\circ C]")
legend('T_{wew}','T_{p}')

%Zmiana punktow pracy
% Zmienione T_zew, T_z i f_p
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN-5;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN-0.35;
T_z1 = T_zN+8;
cfp = c_p*ro_p*f_pN;
M=1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+
    K_1+K_w-(K_1^2)*M);

```

```

T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;
%-----
% T_z
subplot(3,2,1)
d_T_z = 5;
d_T_zew = 0;
d_f_p = 0;
sim('my_dom_model');
plot(t,T_wew_sym1)
xlabel('Czas [s]')
ylabel("T_{wew} [\textcircled{C}]")
hold on;
grid on
legend('Wartosci Nominalne','\Delta T_{z}=-3 \textcircled{C} i \Delta T_{zew}=+5 \textcircled{C}', '\Delta T_{z}=-3 \textcircled{C} , \Delta T_{zew}=+5 \textcircled{C} i \Delta f_{p}=+0.2 m^3/s')

%Obliczenie wspolczynnikow dla State Space
% x' = Ax + Bu
% y = Cx + Du
A = [ -(a+K_1+K_w)/C_vw, K_1/C_vw ;
      K_1/C_vp, -(K_1+K_p)/C_vp ];

B = [ c_p*ro_p*f_pN/C_vw, K_w/C_vw ;
      0, K_p/C_vp ];

C = [1,0;
      0,1];

D = [0,0;
      0,0];
% Warunki poczatkowe dla syulacji w state space
% wartosci poczatkowe2
T_zew1 = T_zewN+5;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN-3;
M = 1/(K_1+K_p);
T_wew0 = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)/(c_p*ro_p*f_p1+K_1+K_w-(K_1^2)*M);
T_p0 = (K_1*T_wew0+K_p*T_zew1)*M;
State_Space_Init=[T_wew0; T_p0];

%Obliczenie Transmitancji
% Funkcja ktora zamienia state space na transmitancje
[L1,M1]=ss2tf(A,B,C,D,1);
[L2,M2]=ss2tf(A,B,C,D,2);
% Badanie modelu skokami
%-----
% T_zN
d_T_z = 5; %5
d_T_zew = 0; %2
d_f_p = 0; %0.2

```

```

%Przykład rysowania wszystkich modeli naraz
sim('my_dom_model')
subplot(1,1,1)
plot(t,T_wew_sym1,'-')
hold on;
sim('my_dom_trans')
plot(T_wew_trans,'*')
hold on;
sim('my_dom_state_space')
plot(T_wew_state_space,'o')
hold on
title('Twew od skoku Tz=2')
legend('NL','State Space','Transmitancja')
grid on;

%Przykład sprowadzenia do tego samego poziomu
% f_p
subplot(3,2,5)
d_T_z = 0;
d_T_zew = 0;
d_f_p = 0.2;
sim('my_dom_model');
plot(t,T_wew_sym1-T_wew_sym1(1,1))
xlabel('Czas [s]')
ylabel("T_{wew} [^\circ C]")
grid on
title('Skok df_p=0.2')
hold on;

%Przykładowe rysowanie charakterystyki
T_zew1 = T_zewN;
T_wew1 = T_wewN;
T_p1 = T_pN;
f_p1 = f_pN;
T_z1 = T_zN;
a = c_p*ro_p*f_pN;
M=1/(K_1+K_p);

subplot(3,2,5);
f_p1=0.1:0.1:25;
T_wewp = (c_p*ro_p*f_p1*T_z1+K_1*K_p*T_zew1*M +K_w*T_zew1)./(c_p*ro_p*f_p1
+K_1+K_w-(K_1^2)*M) ;
T_po = (K_1*T_wewp+K_p*T_zew1)*M;
plot(f_p1,T_wewp);
xlabel('f_pN [m^3/s]');
ylabel('T_{wew} [^\circ C]');
hold on;
plot(f_pN, T_wewN, 'r.','Markersize',25);
title('Charakterystyka statyczna T_{wew} od f_{p}');
grid on;
legend("T_{wew}", "Wartosc Nominalna", 'Location','SouthEast')

```