

# Laboratorium

## Modeli Układów Dynamicznych

Imię i nazwisko	Jacek Zalewski
Termin	Wtorek 11:15
Termin oddania	09.01.2016
Nr albumu:	218598

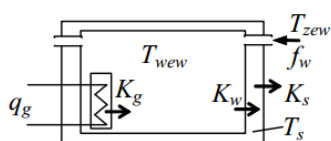
### Spis treści

<b>Część 1:</b> Identyfikacja.....	2
<b>Część 2:</b> Model dokładny .....	3
<b>Część 3:</b> Równania stanu i transmitancje .....	6
a) Równania stanu.....	6
b) Transmitancje .....	6
<b>Część 4:</b> Tryb tekstowy .....	10
<b>Część 5:</b> Charakterystyki statyczne.....	11
<b>Część 6:</b> Charakterystyki Bodego .....	13
<b>Część 7:</b> Model Kupfmullera .....	18
<b>Część 8:</b> Inny wariant projektu .....	21

# Część 1: Identyfikacja

Zadany obiekt i wariant założeń:

## 6.3.1. Pomieszczenie z ogrzewaniem elektrycznym i wentylacją (pojemności $C_{vw}$ , $C_{vs}$ , $C_{vg}$ )



Grzejnik elektryczny o mocy  $q_g$  ogrzewa pomieszczenie o kubaturze  $V_w$ . W modelu trzeba uwzględnić dwie najistotniejsze pojemności cieplne. W warunkach obliczeniowych ( $T_{zewN} = -20^\circ\text{C}$ ,  $T_{wewN} = 20^\circ\text{C}$ ) grzałka pracuje z mocą  $q_{gN} = 20\text{kW}$ .

Model opisuje przewodzenie ciepła powietrze-ściana  $K_w$  i ściana-powietrze  $K_s$ , oraz wentylację  $f_w$  (wymianę powietrza przez nieszczelności).

$$\begin{cases} C_{vg} \dot{T}_g(t) = q_g(t) - K_g(T_g(t) - T_{wew}(t)) \\ C_{vw} \dot{T}_{wew}(t) = K_g(T_g(t) - T_{wew}(t)) - K_w(T_{wew}(t) - T_s(t)) - c_p \rho_p f_w(t)(T_{wew}(t) - T_{zew}(t)) \\ C_{vs} \dot{T}_s(t) = K_w(T_{wew}(t) - T_s(t)) - K_s(T_s(t) - T_{zew}(t)) \end{cases}$$

c) Pomijalna pojemność cieplna pomieszczenia ( $C_{vw} = 0$ ). Zakłada się, że przepływ powietrza wentylacyjnego w warunkach obliczeniowych wynosi  $10\text{ m}^3/\text{godz}$ , współczynnik  $K_s$  jest o połowę większy niż  $K_w$ , a temperatura grzejnika w warunkach nominalnych wynosi  $60^\circ\text{C}$

Wariant założeń pozwala na uproszczenie układu równań do drugiego stopnia. Dodatkowo wiedząc, że 2 współczynniki są w zależności:  $K_s = \frac{3}{2} K_w$ , można wyznaczyć temperaturę nominalną ścian.

Zmienne wejściowe:  $T_{zew}$ ,  $Q_g$ ,  $F_p$

Zmienne wyjściowe:  $T_g$ ,  $T_s$ ,  $T_{wew}$  (dodatkowo)

Parametry modelu:  $C_{vg}$ ,  $C_{vs}$ ,  $K_g$ ,  $K_w$ ,  $K_s$ ,  $c_p$ ,  $\rho_p$

Równania statyczne w stanie ustalonym:

$$\begin{cases} 0 = Q_{gN} - K_g \cdot (T_{gN} - T_{wewN}) \\ 0 = K_g \cdot (T_{gN} - T_{wewN}) - K_w \cdot (T_{wewN} - T_{sN}) - c_p \cdot \rho_p \cdot F_{pN} \cdot (T_{wewN} - T_{zewN}) \\ 0 = K_w \cdot (T_{wewN} - T_{sN}) - K_s \cdot (T_{sN} - T_{zewN}) \end{cases}$$

Mając 4 niewiadome ( $K_w$ ,  $K_s$ ,  $K_g$  i  $T_{sN}$ ) i tylko 3 równania, trzeba użyć informacji z wariantu założeń:

$$K_s = a \cdot K_w \quad \text{gdzie} \quad a = \frac{3}{2}$$

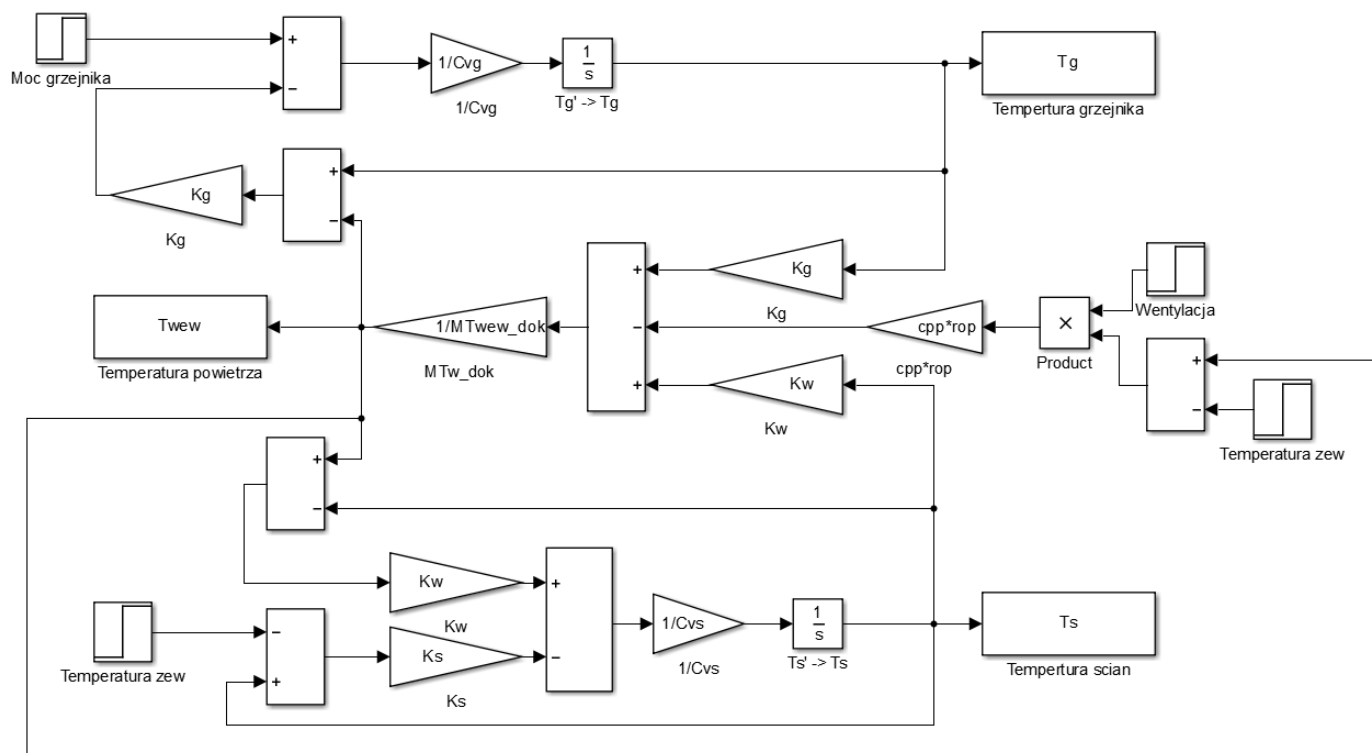
Wtedy po rozwiązaniu układu równań:

$$\begin{cases} T_{sN} = \frac{T_{wewN} + a \cdot T_{zewN}}{a + 1} \\ K_g = \frac{Q_{gN}}{T_{gN} - T_{wewN}} \\ K_w = \frac{Q_{gN} - F_{pN} \cdot c_{pp} \cdot \rho_p \cdot (T_{zewN} - T_{wewN})}{T_{wewN} - T_{sN}} \\ K_s = a \cdot \frac{Q_{gN} - F_{pN} \cdot c_{pp} \cdot \rho_p \cdot (T_{zewN} - T_{wewN})}{T_{wewN} - T_{sN}} \end{cases}$$

[Skrypyt w MATLABIE: Identyfikacja](#)

## Część 2: Model dokładny

Model w Simulinku:



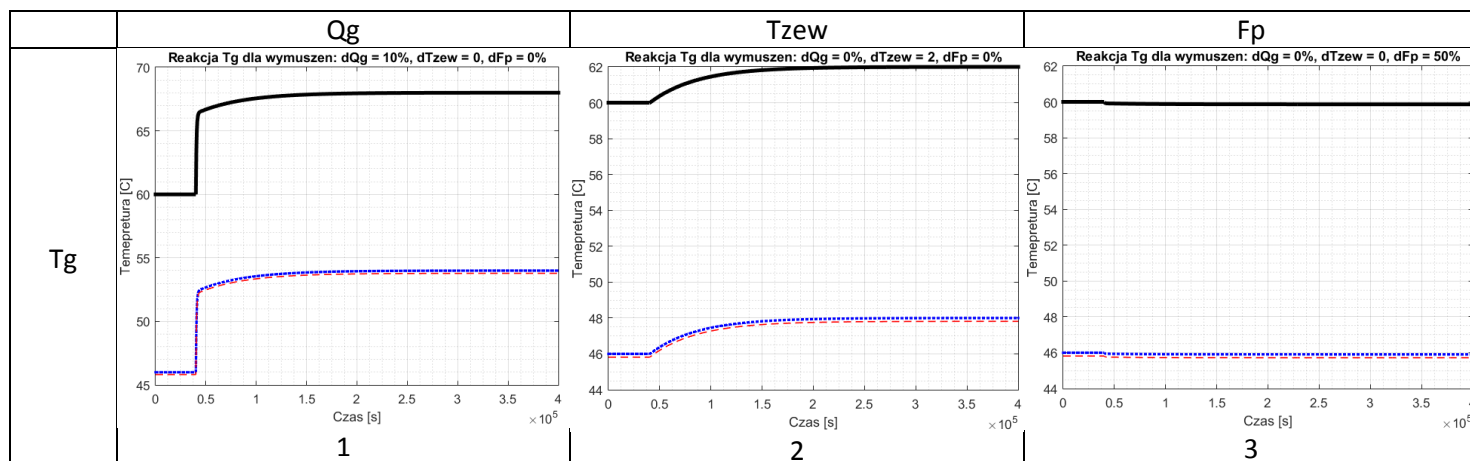
### [Skrypt w MATLABIE: Model dokładny](#)

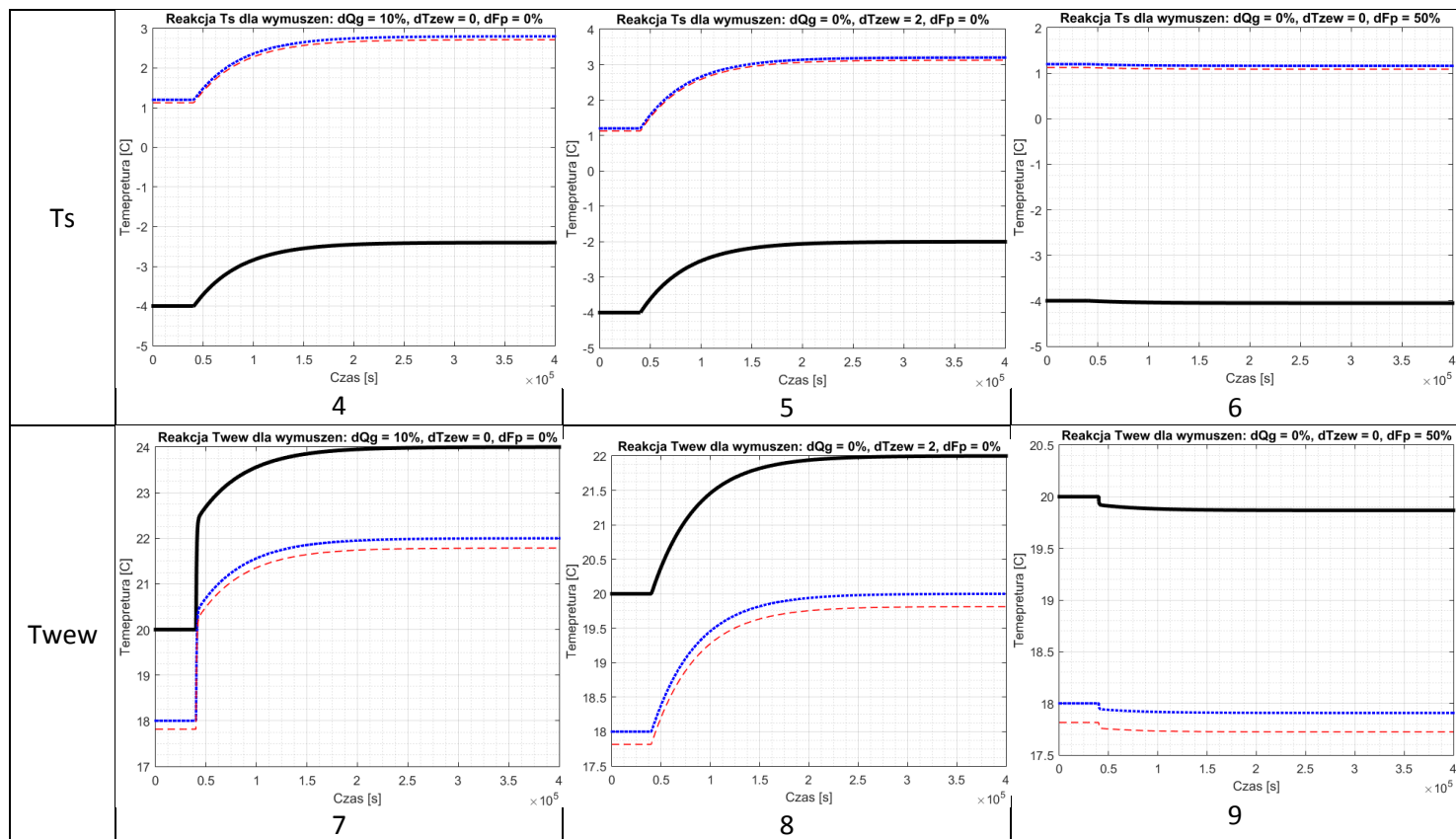
Analiza czasowa obiektu dla trzech różnych punktów pracy (odpowiednio kolory wykresów czarny, niebieski, czerwony):

- warunki nominalne
- 70% mocy grzejnika, temperatura na zewnątrz o 10°C wyższa, przepływ powietrza bez zmian
- 70% mocy grzejnika, temperatura na zewnątrz o 10°C wyższa, przepływ powietrza zwiększony dwukrotnie

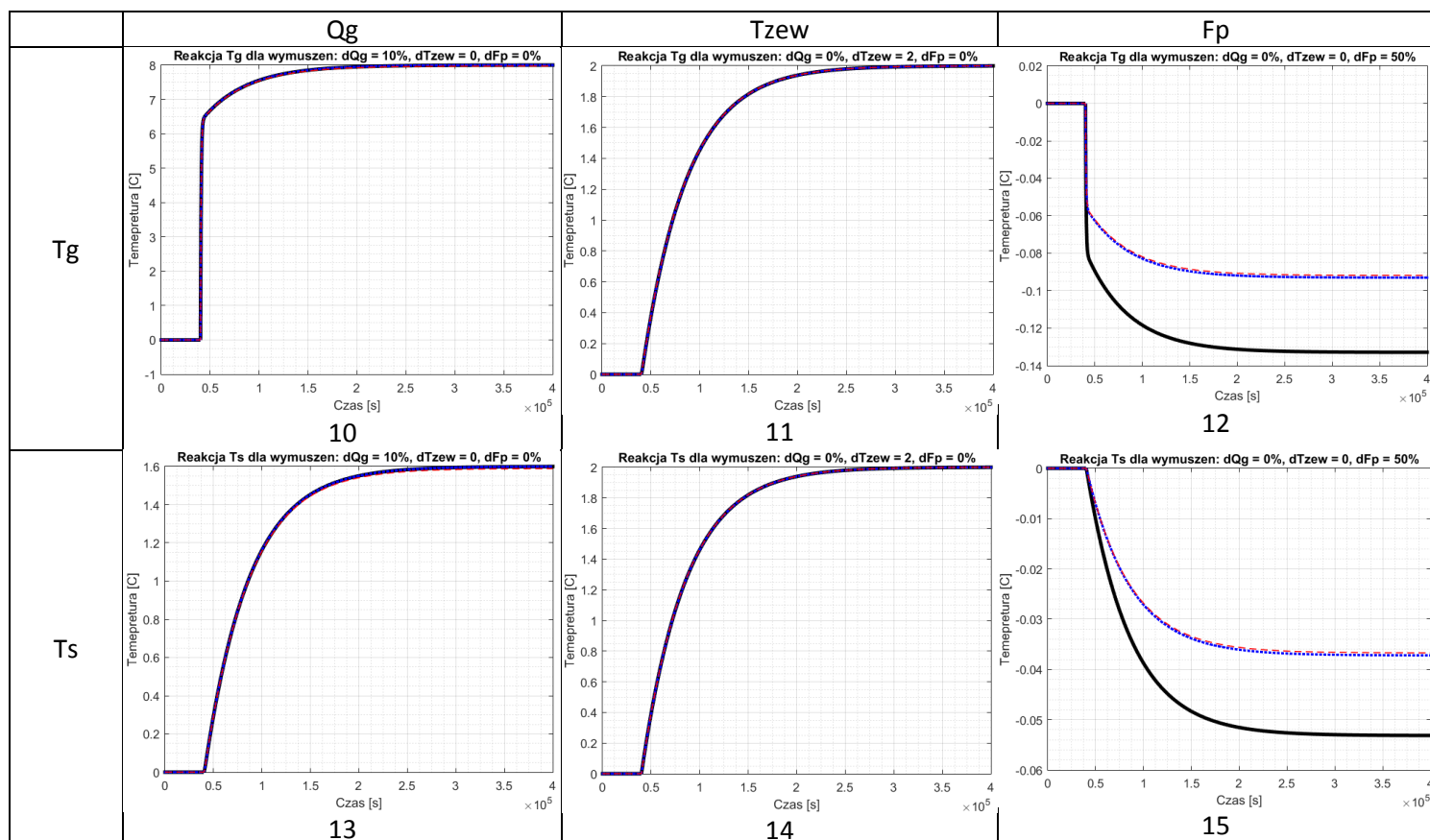
Obserwacja odpowiedzi skokowej układu dla każdego z wymuszeń o odpowiednio:

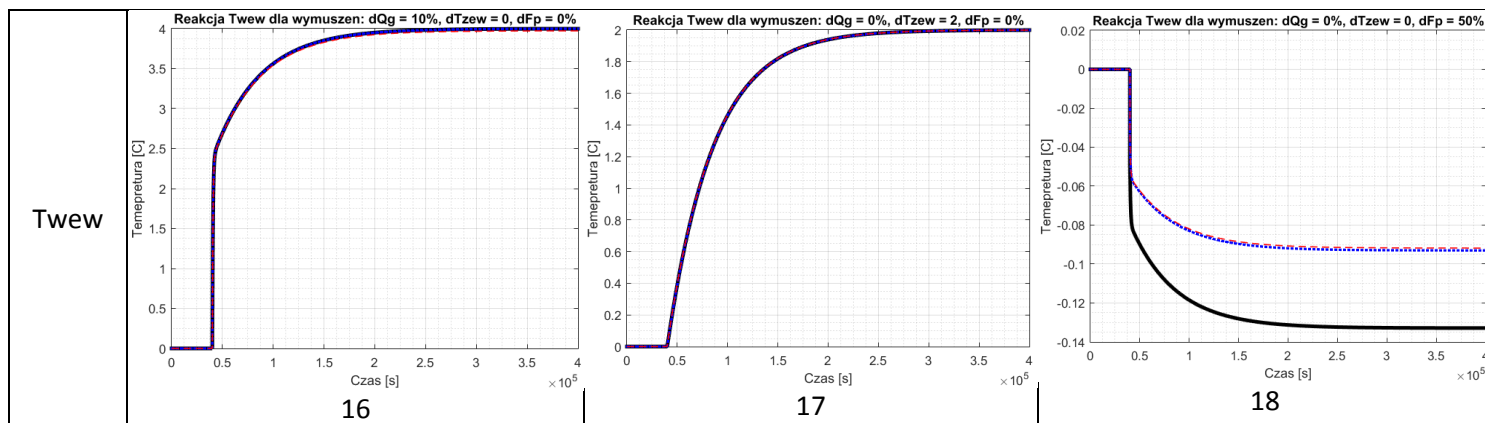
- +10 % mocy grzejnika
- +2°C temperatury na zewnątrz
- +50% przepływu powietrza (z 10 m<sup>3</sup>/godz na 15 m<sup>3</sup>/godz)





Wyniki tych samych symulacji ze sformatowanymi wykrzesami:





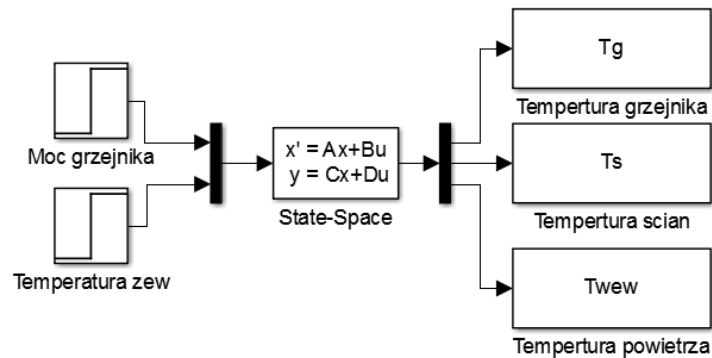
## Wnioski

- 1) Powyższa analiza czasowa jest wystarczająca, aby odpowiedzieć na pytanie czy model jest poprawny. Świadczy o tym linia prosta, czyli stan ustalony przed wymuszeniem i to w dowolnym punkcie pracy. Dodatkowo, układ zawsze osiąga nowy punkt równowagi po skoku dowolnego wejścia o dowolną wartość, czyli jest stabilny.
- 2) Szybkość zmian temperatur grzejnika i powietrza różni się od szybkości zmian temperatury ścian. Dzieje się tak, ponieważ zmiana mocy grzejnika bezpośrednio wpływa tylko na grzejnik. Przepływ energii cieplnej do ścian odbywa się niejako przez grzejnik. Należy także zauważyć, że pojemność cieplna ścian jest o rząd wielkości większa niż pojemność cieplna grzejnika.
- 3) Punkty pracy dla zestawu 2 i 3 (wykresy czerwone i niebieskie) są prawie identyczne. Wynika to z tego, iż różnią się tylko przepływem powietrza, który w warunkach nominalnych jest na tyle mały, że zwiększenie go nawet o 50% niewiele zmienia. Oznacza to, iż badany obiekt powinien być rozumiany jako bardzo szczelne pomieszczenie. Przepływ powietrza w przykładowym domu z kominem o średnicy 0,2 m i przy temperaturach wewnątrz i na zewnątrz takich jak nominalne, wynosi około 300-350 m<sup>3</sup>/godz (naturalny ciąg powietrza).
- 4) Nieliniowość modelu jest widoczna w trzeciej kolumnie, czyli zmianie przepływu powietrza.

## Część 3: Równania stanu i transmitancje

### a) Równania stanu

Model w Simulinku dla równań stanu:



Wektory wejścia/wyjścia i macierze we wzorze:

$$x' = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Należy rozumieć jako:

$$x' = \begin{bmatrix} \dot{T}_g \\ \dot{T}_s \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} T_g \\ T_s \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} Q_g \\ T_{zew} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} T_g \\ T_s \\ T_{wew} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Kg^2 - M \cdot Kg}{m_1} & \frac{Kg \cdot Kw}{m_1} \\ \frac{Kg \cdot Kw}{m_2} & \frac{Kw^2 - M \cdot Kw - M \cdot Ks}{m_2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{Cvg} & \frac{Kg \cdot P}{m_1} \\ 0 & \frac{Ks \cdot M + Kw \cdot P}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{Kg}{M} & \frac{Kw}{M} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{M} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_g \\ \dot{T}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Kg^2 - M \cdot Kg}{m_1} & \frac{Kg \cdot Kw}{m_1} \\ \frac{Kg \cdot Kw}{m_2} & \frac{Kw^2 - m \cdot Kw - M \cdot Ks}{m_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_g \\ T_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Cvg} & \frac{Kg \cdot P}{m_1} \\ 0 & \frac{Ks \cdot m + Kw \cdot P}{m_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_g \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T_g \\ T_s \\ T_{wew} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{Kg}{m} & \frac{Kw}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_g \\ T_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_g \\ T_{zew} \end{bmatrix}$$

Gdzie:

$$m_1 = Cvg \cdot (Kg + Kw + Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p)$$

$$m_2 = Cvs \cdot (Kg + Kw + Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p)$$

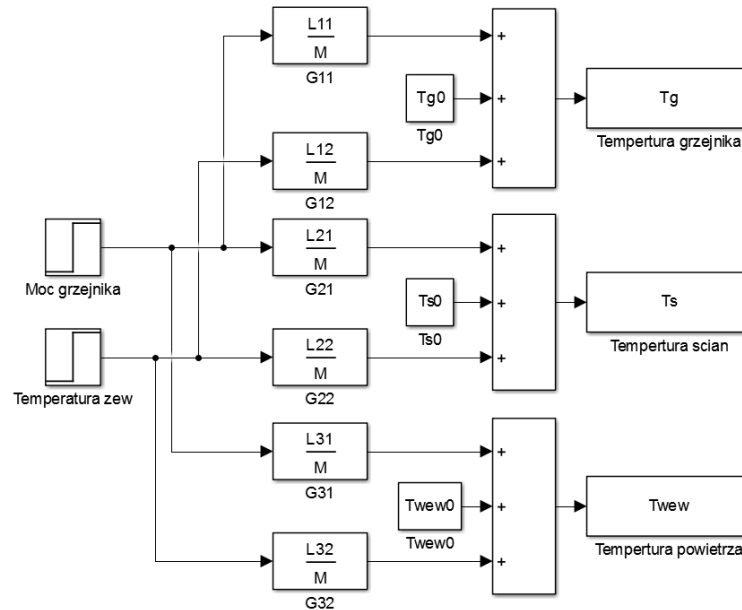
$$m = Kg + Kw + Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p$$

$$P = Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p$$

[Skrypt w MATLABIE: Równania stanu](#)

## b) Transmitancje

Model w Simulinku dla transmitancji:



Równania transmitancji:

$$T_g(s) = \frac{(C_{vs}m) \cdot s + (mK_w + mK_s - K_w^2)}{M} Qg(s) + \frac{(C_{vs}K_gP) \cdot s + (K_g(K_sK_w + K_sP + K_wP))}{M} Tzew(s)$$

$$T_s(s) = \frac{K_gK_w}{M} Qg(s) + \frac{(C_{vg}(K_s m + K_wP)) \cdot s + (K_g(K_s m - K_gK_s + K_wP))}{M} Tzew(s)$$

$$T_{wew}(s) = \frac{(C_{vs}K_g) \cdot s + K_g(K_s + K_w)}{M} Qg(s) + \frac{(C_{vg}C_{vs}P) \cdot s^2 + (C_{vs}K_gP + C_{vg}(K_sK_w + K_sP + K_wP)) \cdot s + K_g(K_sK_w + K_sP + K_wP)}{M} Tzew(s)$$

Gdzie

$$m = Kg + Kw + Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p$$

$$P = Fp0 \cdot c_{pp} \cdot \rho_p$$

$$M = (C_{vg}C_{vs}m) \cdot s^2 + (C_{vs}(-Kg^2 + mKg) - C_{vg} \cdot (Kw^2 + mK_w + mK_s)) \cdot s + K_g(-K_gK_w - K_sK_g - K_w^2 + mK_w + mK_s)$$

Analiza czasowa obiektu dla 2 par różnych punktów pracy (odpowiednio kolory wykresów: czarny, niebieski, zielony i czerwony):

Przypadek 1:

Przepływ powietrza  $Fp0$  jest traktowany jako parametr i jest równy nominalnemu

- $Tzew0$  i  $Qg0$  mają wartości nominalne
- 70% mocy grzejnika, temperatura na zewnątrz o 10°C wyższa, przepływ powietrza bez zmian

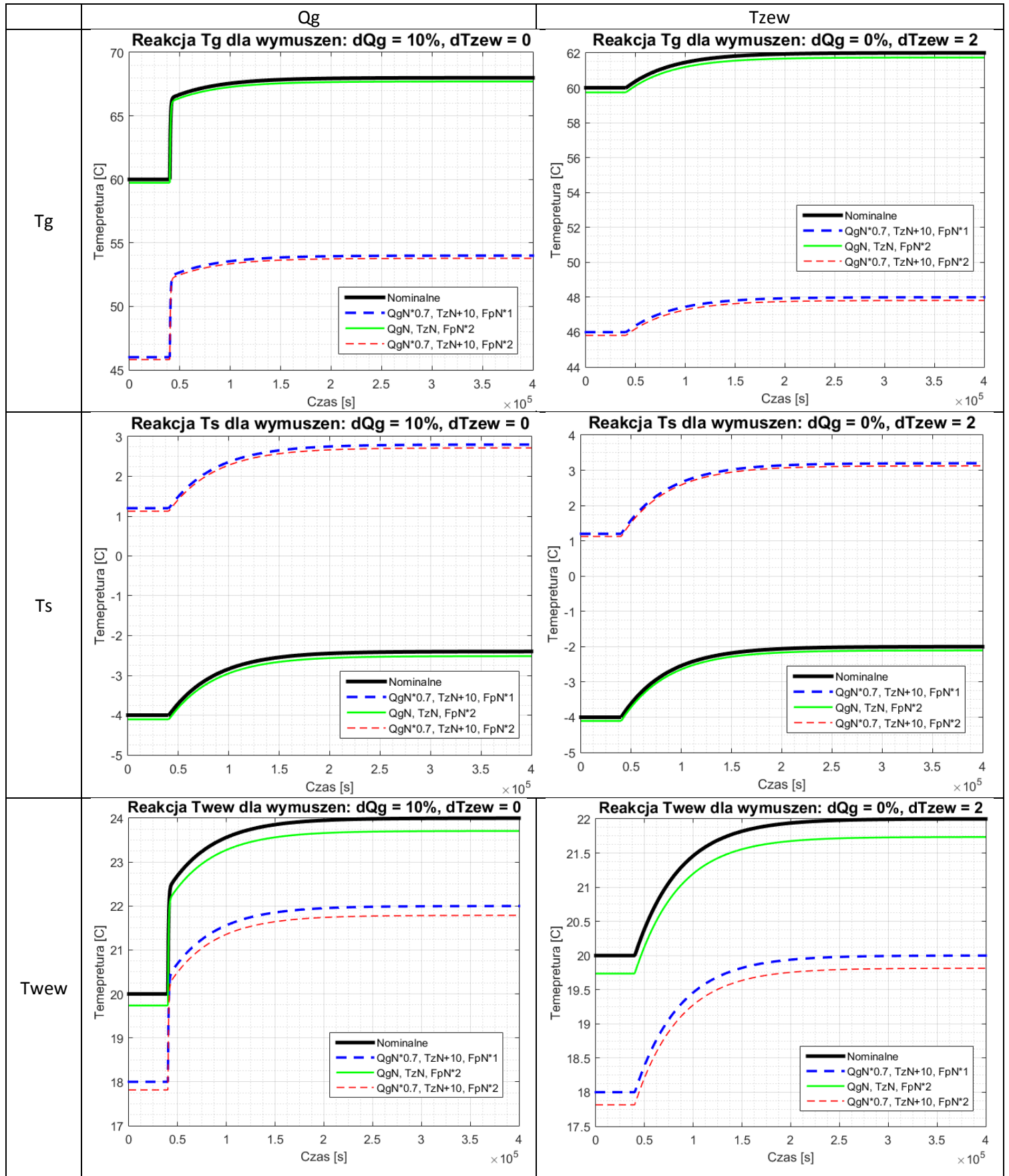
Przypadek 2:

Przepływ powietrza  $Fp0$  jest traktowany jako parametr i jest dwukrotnie większy niż nominalny

- $Tzew0$  i  $Qg0$  mają wartości nominalne
- 70% mocy grzejnika, temperatura na zewnątrz o 10°C wyższa, przepływ powietrza bez zmian

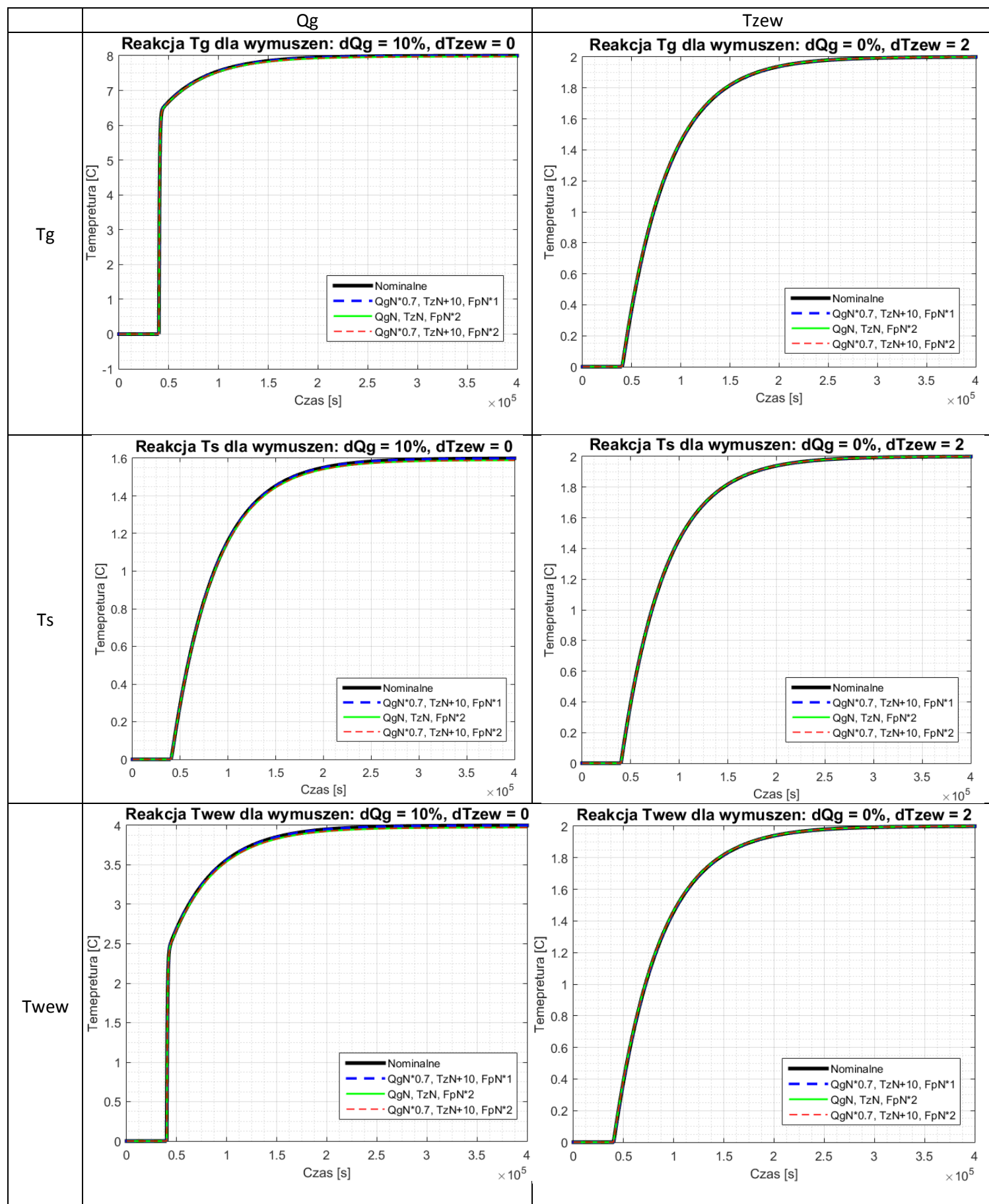
Obserwacja odpowiedzi skokowej układu dla każdego z wymuszeń o odpowiednio:

- +10 % mocy grzejnika
- +2°C temperatury na zewnątrz





Wyniki tych samych symulacji ze sformatowanymi wykrresami:



## Wnioski:

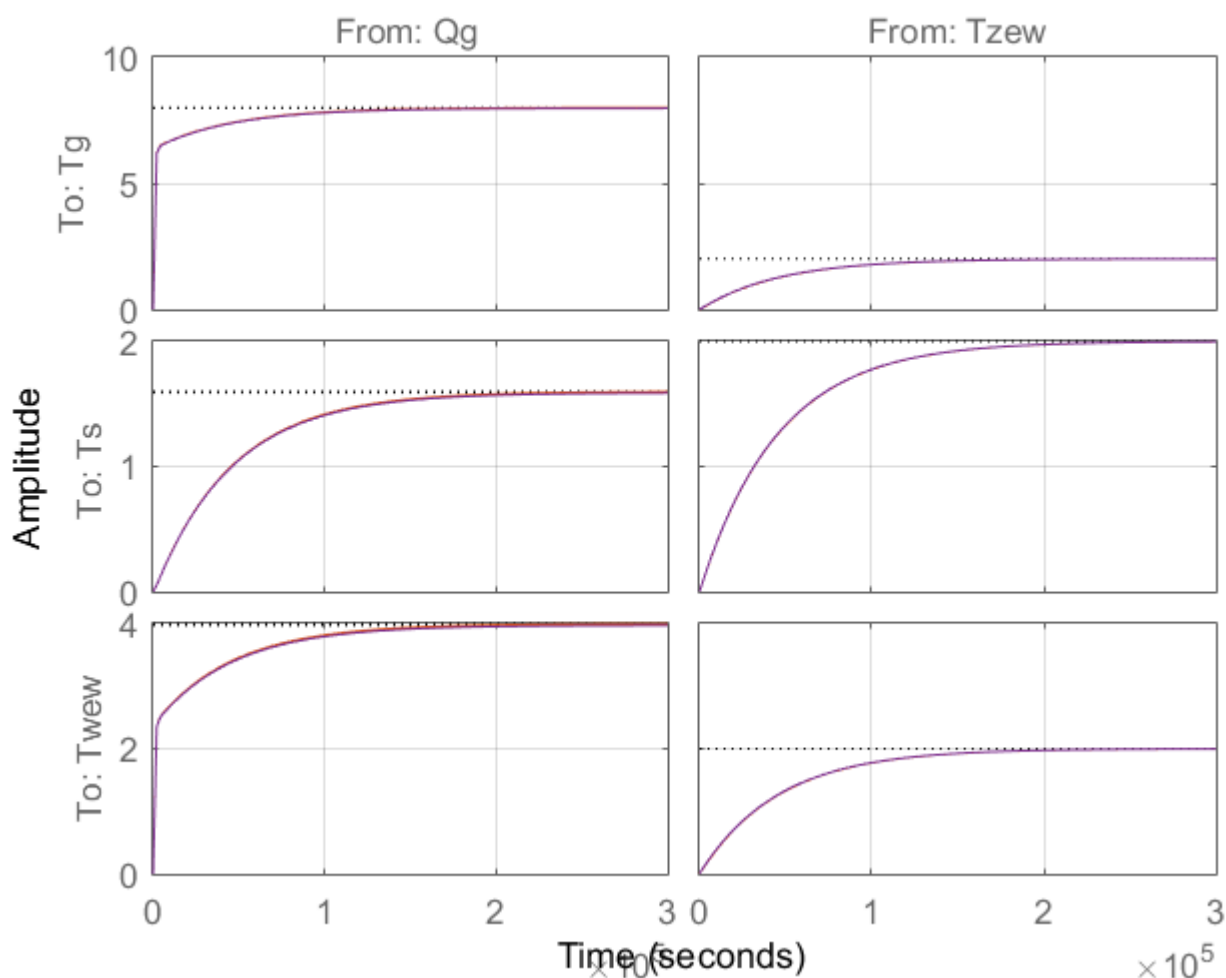
Wyniki na pierwszy rzut oka wyglądają identycznie jak wyniki w 2 części sprawozdania, ale żeby się upewnić czy model został zlinearyzowany poprawnie trzeba sprawdzić to na wynikach, nie wykresach. Tabela obok zawiera wyniki pomiarów z symulacji modelu dokładnego (lewa kolumna) i równań stanu (prawa kolumna), tej samej zmiennej, przy tych samych wymuszeniach, warunkach początkowych, itp. Jak widać wyniki są identyczne, a różnice na 13 miejscu po przecinku wynikają z zaokrągleń. Świadczy to o tym, że model został zlinearyzowany poprawnie. Z tego powodu wnioski można zawrzeć tutaj jeszcze wnioski z 2 części.

Lp.	Model dokładny	Równania stanu
400	23,9489961356345	23,9489961356345
401	23,9495500028867	23,9495500028867
402	23,9500978555174	23,9500978555174
403	23,9506397588415	23,9506397588415
404	23,9511757774643	23,9511757774643
405	23,9517059752897	23,9517059752897
406	23,9522304155276	23,9522304155276
407	23,9527491607014	23,9527491607014
408	23,9532622726558	23,9532622726558
409	23,9537698125635	23,9537698125635
410	23,9542718409333	23,9542718409334

## Część 4: Tryb tekstowy

Używając trybu tekstowego, a co za tym idzie – innego toolboxa, unikamy niespójności wersji modeli z wersją MATLABA, która to uniemożliwia uruchomienie symulacji. Poniższe wykresy przedstawiają analizy czasowe jak w części 3 sprawozdania, różnica jest tylko w metodzie użętej do ich wygenerowania. Pytanie czy są identyczne jak te w części 3? Tak, ponieważ obiekty typu state-space i transfer-function używają identycznych macierzy i transmitancji.

### Odp skokowa obiektu typu ss dla: $dQ_g = 10\%$ , $dT_{zew} = 2$

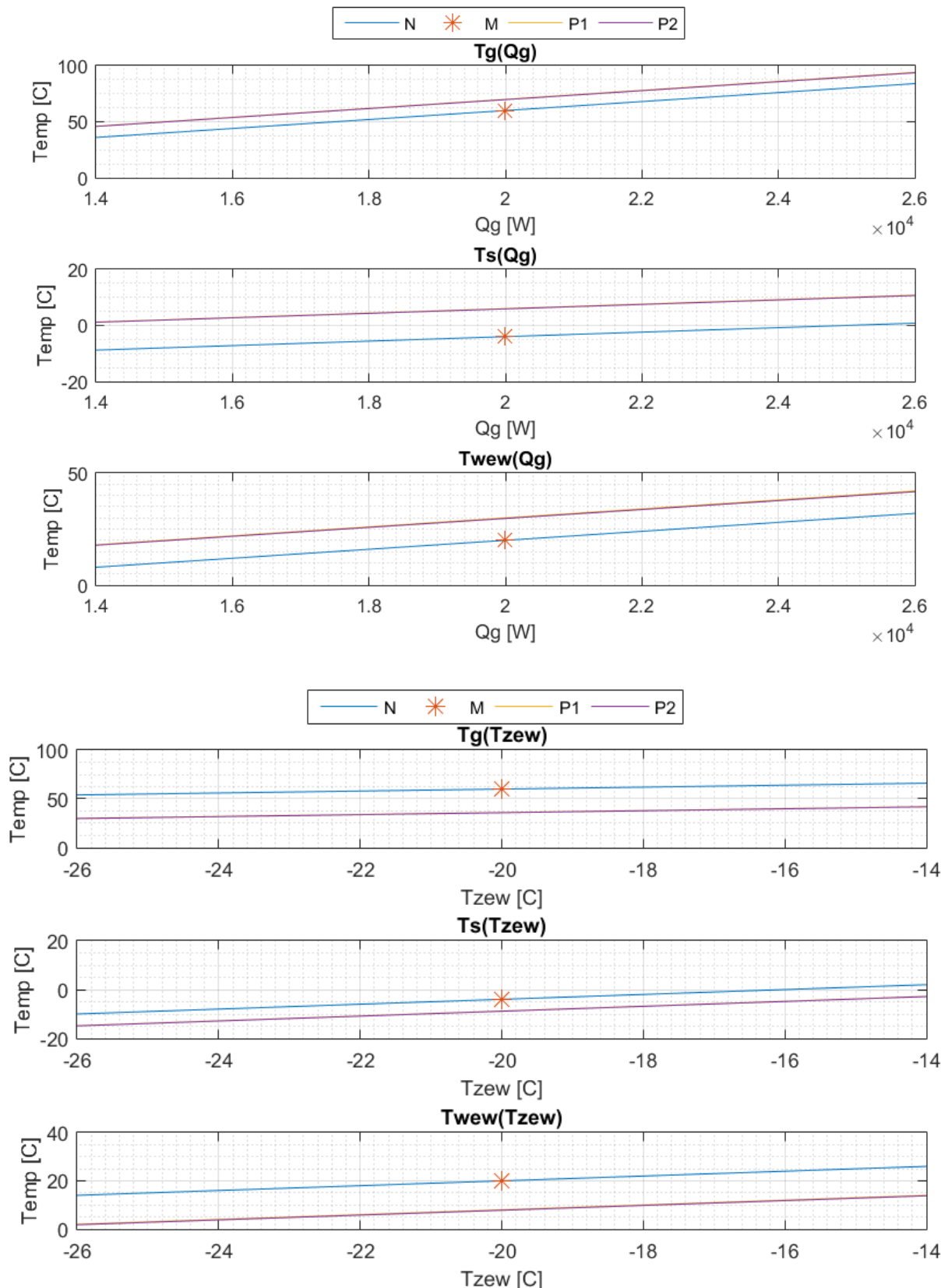


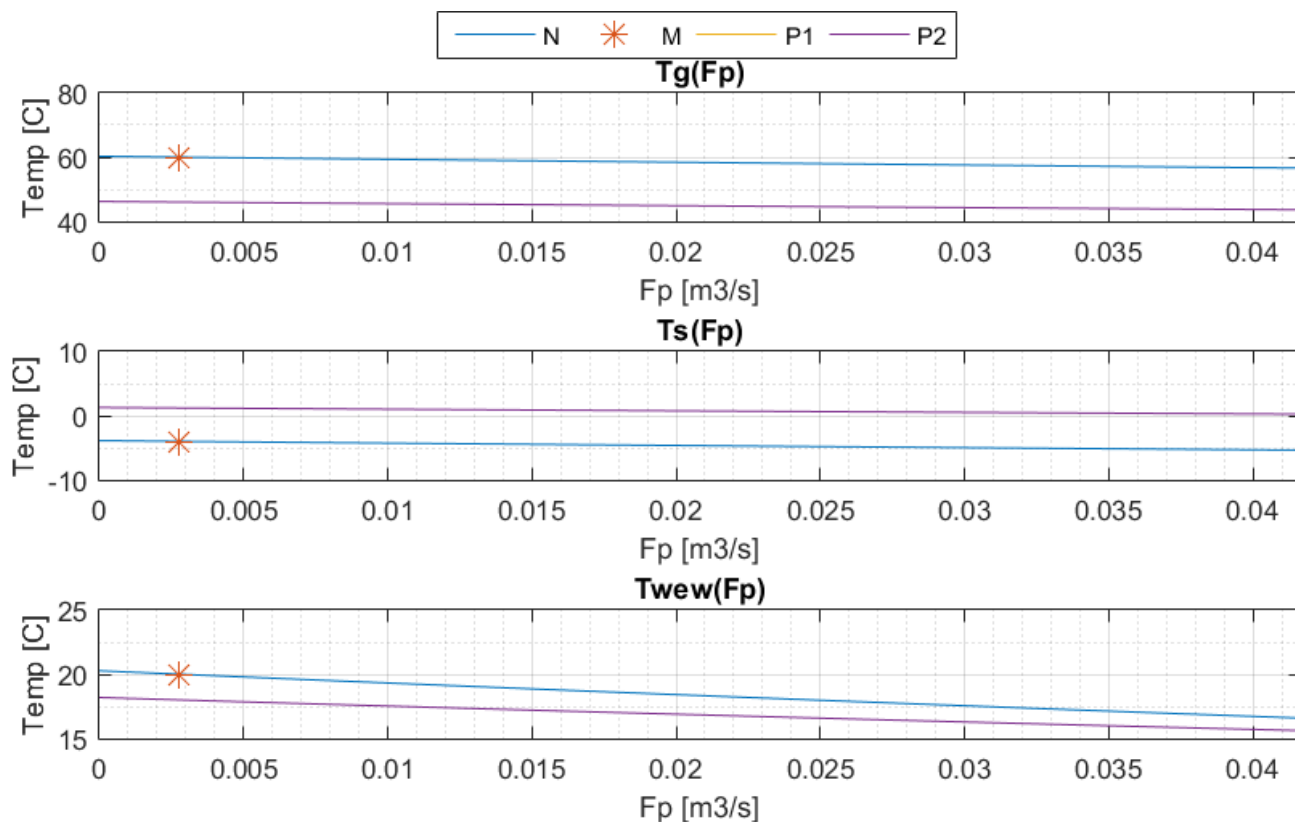
## Część 5: Charakterystyki statyczne

Poniższe charakterystyki statyczne zostały wygenerowane poprzez rozwiązanie układu równań statycznych.

Wykresy przedstawiają rodziny charakterystyk statycznych w zależności od każdego z wejść ( $Q_g$ ,  $T_{zew}$ ,  $F_p$ ) przy założeniu, że dwie pozostałe są traktowane jako parametry i mają ustalone wartości, identyczne jak w poprzednich częściach ( $Q_{g0} = 0.7Q_{gN}$ ,  $T_{zew0} = T_{zewN} + 10$ ,  $F_{p0} = F_{pN}$  lub  $2F_{pN}$ ). N oznacza przebieg dla wartości nominalnych, P1 i P2 dla dwóch zestawów parametrów j/w. Markerem M oznaczono punkt nominalny.

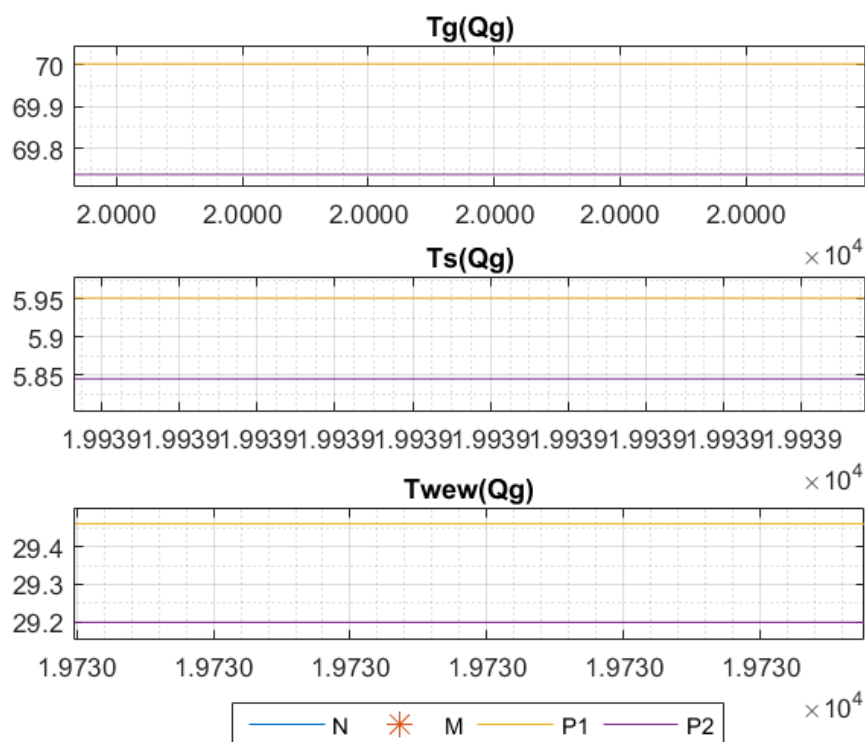
$Q_g$  i  $T_{zew}$  zmieniają się w przedziale od 70% wartości nominalnych do 130%. Przepływ powietrza od 0 do 1500% wartości nominalnej.





## Wnioski

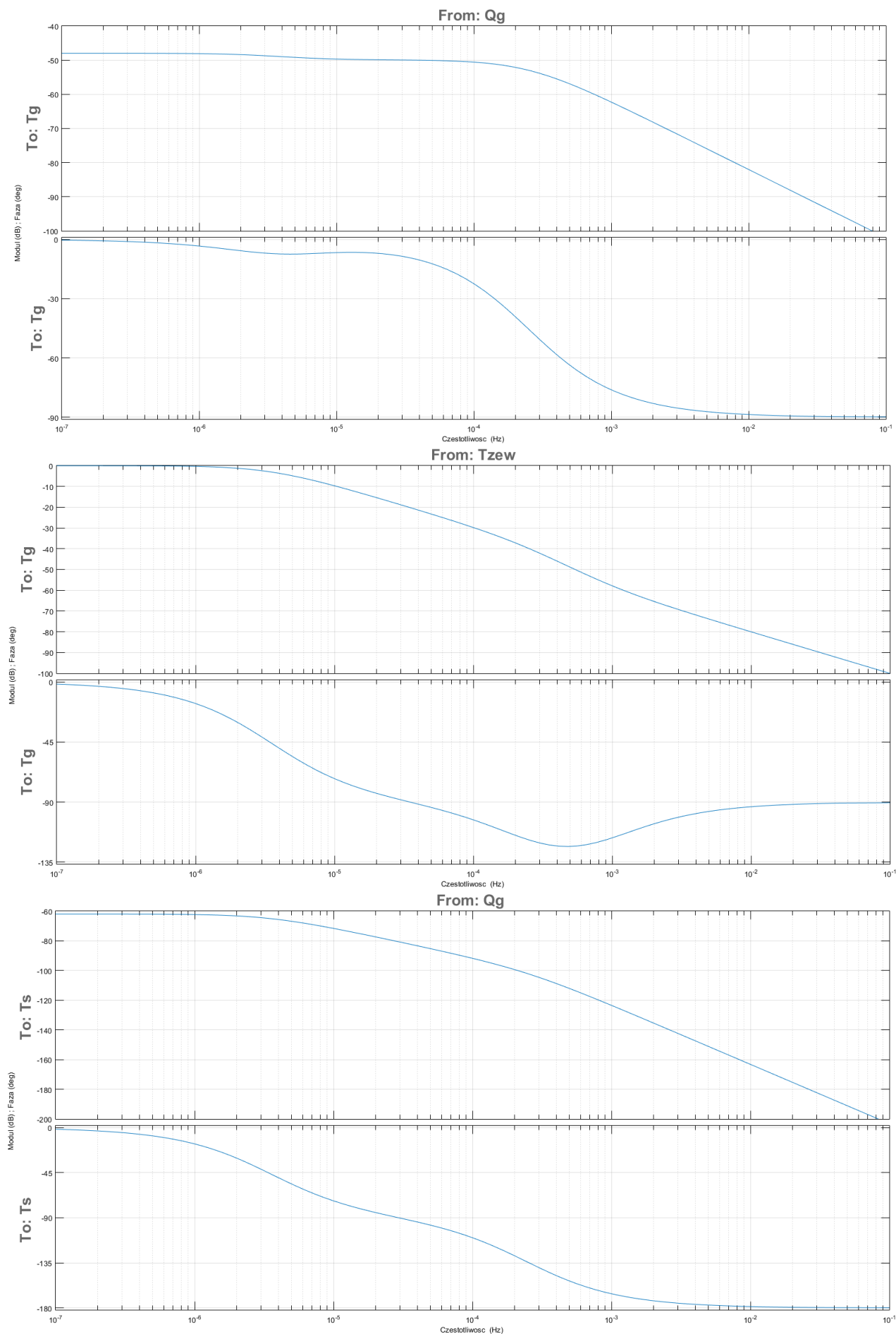
Położenie markera na linii charakterystyki nominalnej, oznacza poprawność wygenerowanych wykresów. Natomiast oczy rzuca się to, że są tylko 2 wykresy, zamiast 3. Jest to wina tego, że – jak już wcześniej zauważono – nominalny przepływ powietrza jest bardzo mały i wykresy praktycznie są prawie takie same. Poniżej przedstawiony pierwszy wykres, ale tym razem z dużym powiększeniem na wykresy P1 i P2:

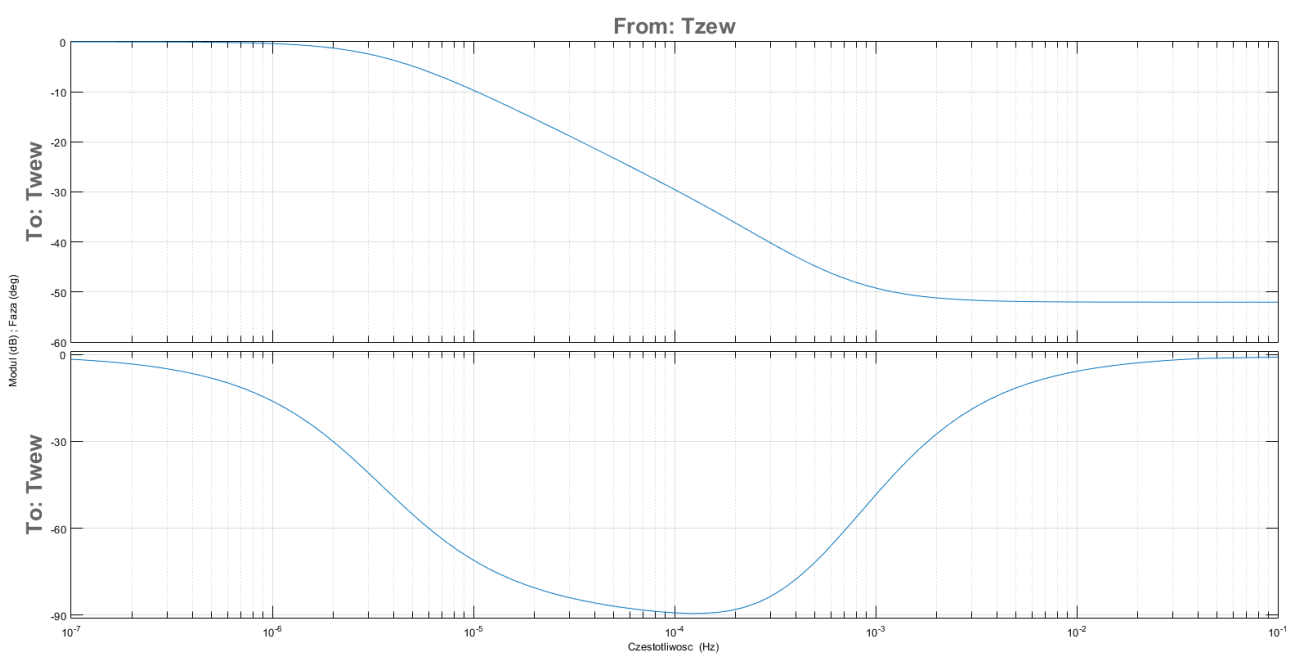
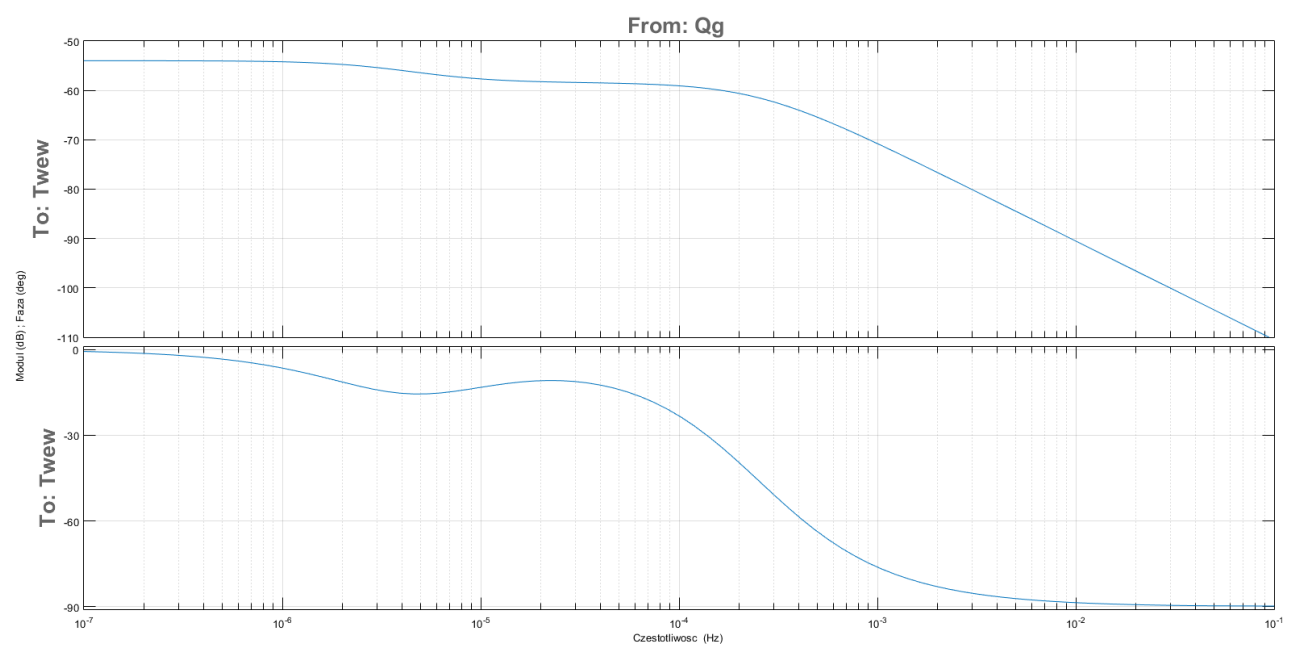
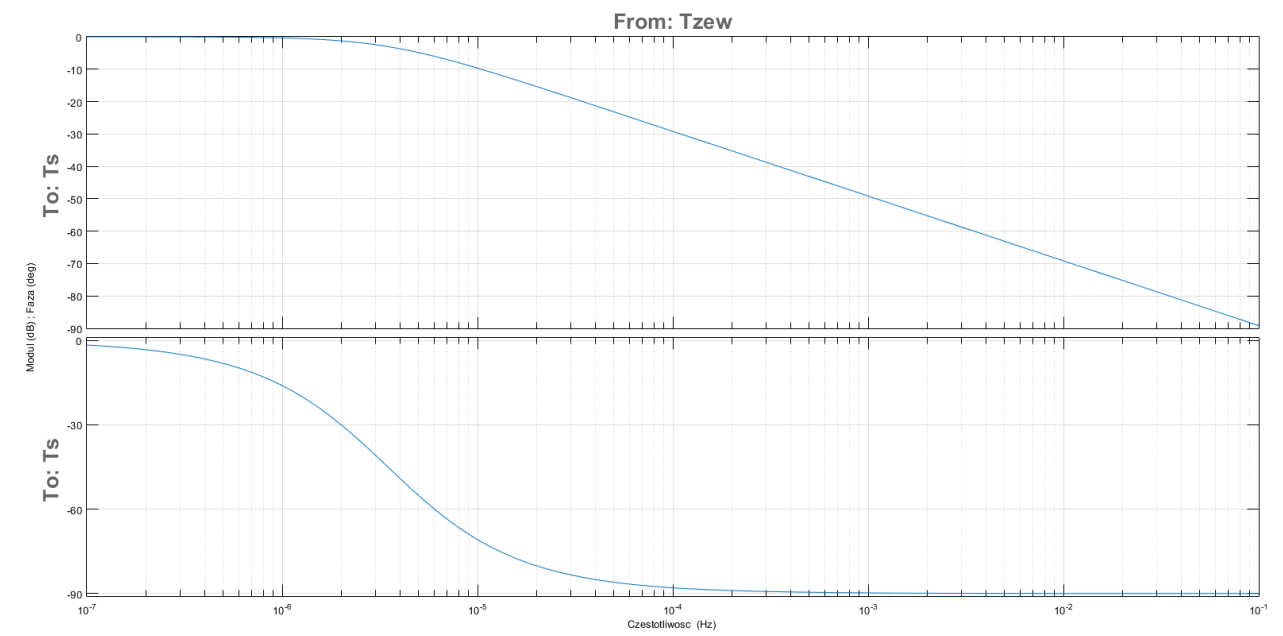


Różnice są, ale rzędu dziesiątych części stopnie Celcjusza.

## Część 6: Charakterystyki Bodego

Kolejną formą badań obiektu są charakterystyki częstotliwościowe. Poniższe 12 wykresów przedstawia wygenerowane charakterystyki Bodego dla każdej z 6 transmitancji. (kolejno parami:  $T_g(s)$ ,  $T_s(s)$  i  $T_{wew}(s)$ )





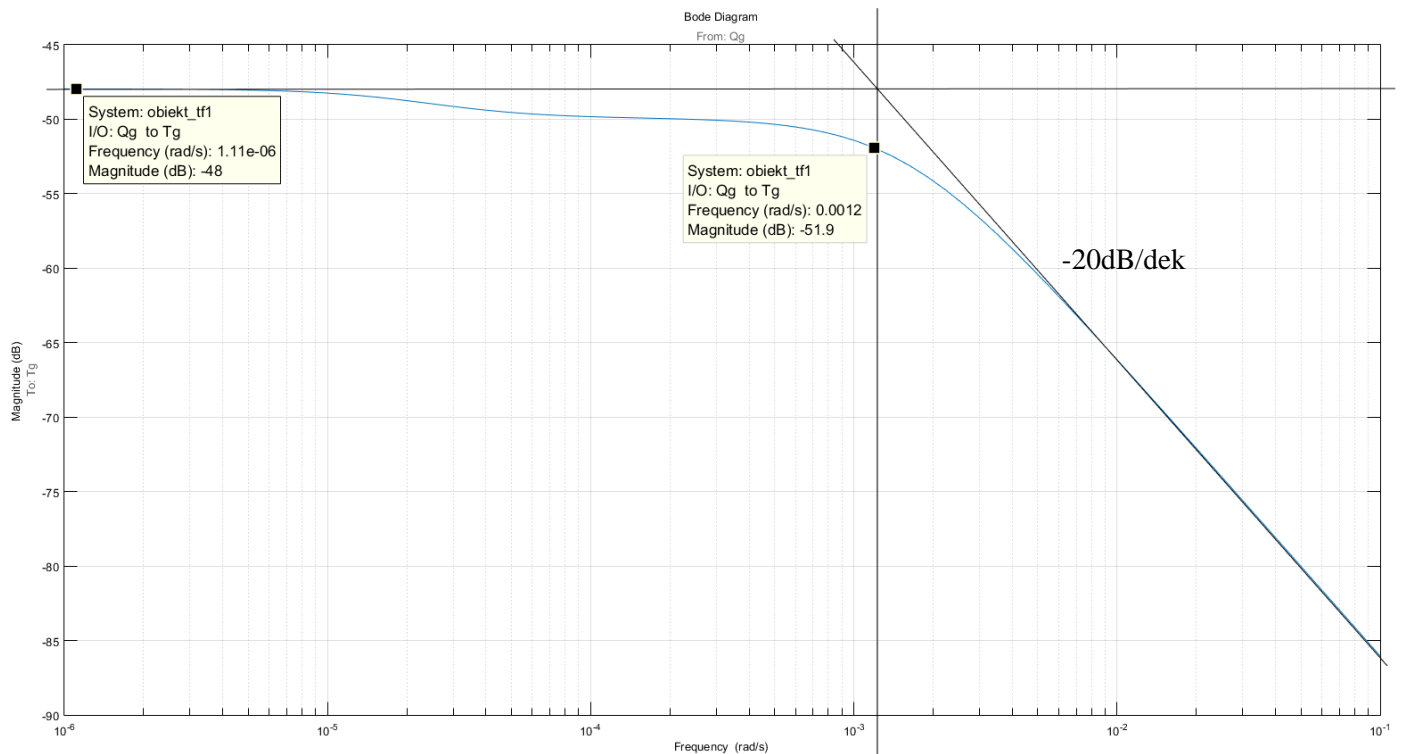
Mając powyższe wykresy można skonstruować bardzo praktyczną rzecz – asymptotyczną charakterystykę modułu, czyli przybliżenia charakterystyki logarytmicznej  $M(\omega)$  za pomocą krzywych łamanych. Następujące transmitancje zostały wybrane z powodu tego, że przedstawiają różne rodzaje członów dynamiki:

$$T_g(s) = \frac{(C_{vs}m) \cdot s + (mK_w + mK_s - K_w^2)}{M} Qg(s) + f_1(s)Tzew(s)$$

$$T_s(s) = \frac{K_g K_w}{M} Qg(s) + f_2(s)Tzew(s)$$

$$T_{zew}(s) = f_3(s)Qg(s) + \frac{(C_{vg}C_{vs}P) \cdot s^2 + (C_{vs}K_gP + C_{vg}(K_sK_w + K_sP + K_wP)) \cdot s + K_g(K_sK_w + K_sP + K_wP)}{M} Tzew(s)$$

Transmitancja przy  $Qg(s)$  dla  $Tg(s)$ :

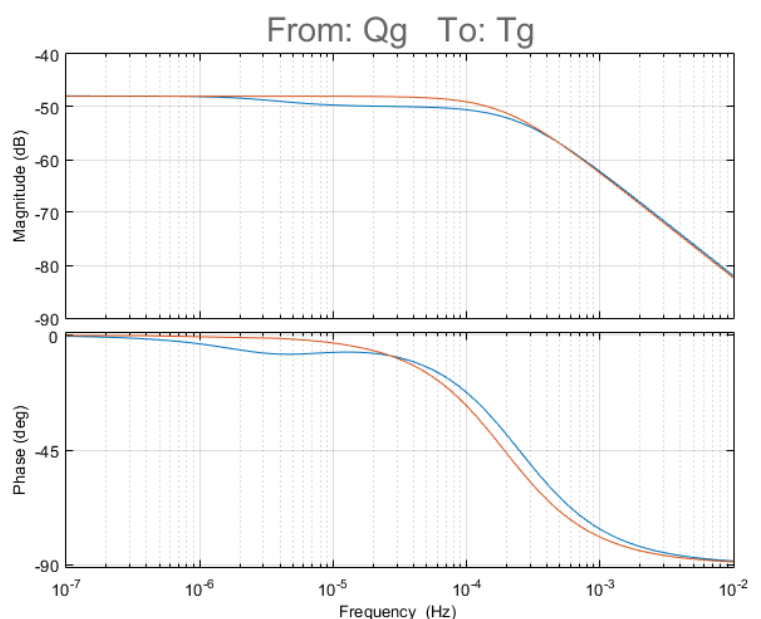


Stała czasowa obliczona ze wzoru  $1/\omega$  wynosi:  $T_1 = 1/0,0012 \approx 833,3$  s

Wzmocnienie wynosi na początku -48 dB, ale przy użyciu wzoru  $K[dB] = 20 \log_{10}(K)$ , można wyliczyć  $K$  potrzebne do skonstruowania członu dynamiki.

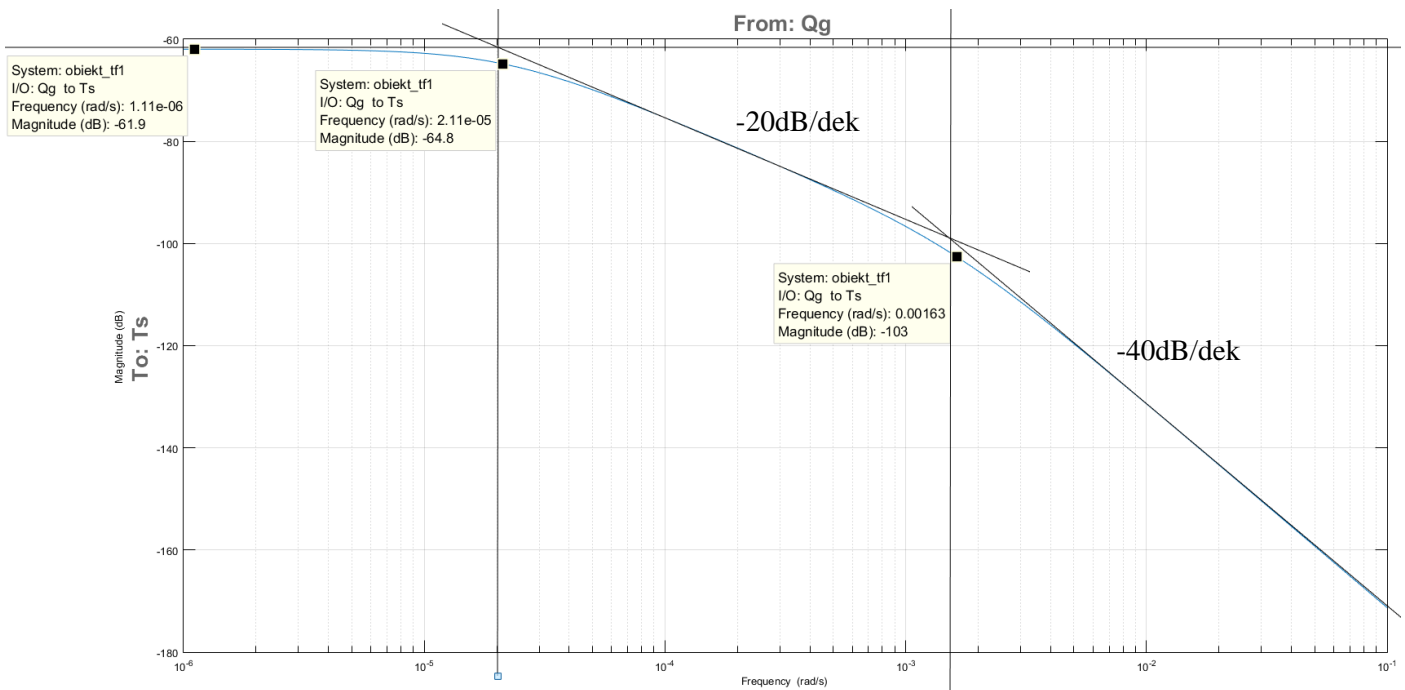
$K_1$  wynosi ok. 0,00398. Wtedy przybliżenie transmitancji wygląda następująco:

$$G_1(s) = \frac{K_1}{T_1s + 1} = \frac{0,00398}{833s + 1}$$





### Transmitancja przy Qg(s) dla Ts(s):

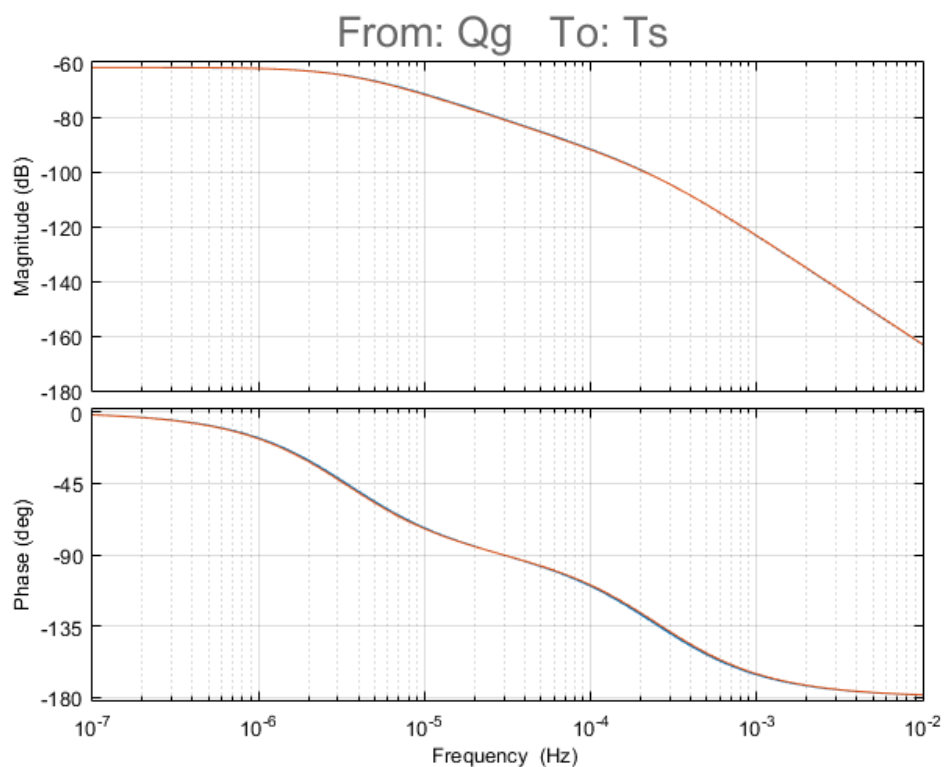


Teraz kreśląc 2 proste o nachyleniach -20dB/dek i -40dB/dek wyznaczono 2 stałw czasowe:

$T_2 \approx 47393$  s oraz  $T_3 \approx 613$  s. Wzmocnienie jest równe ok.  $K_2 \approx 0,0008$ . Wtedy przybliżenie transmitancji wygląda następująco:

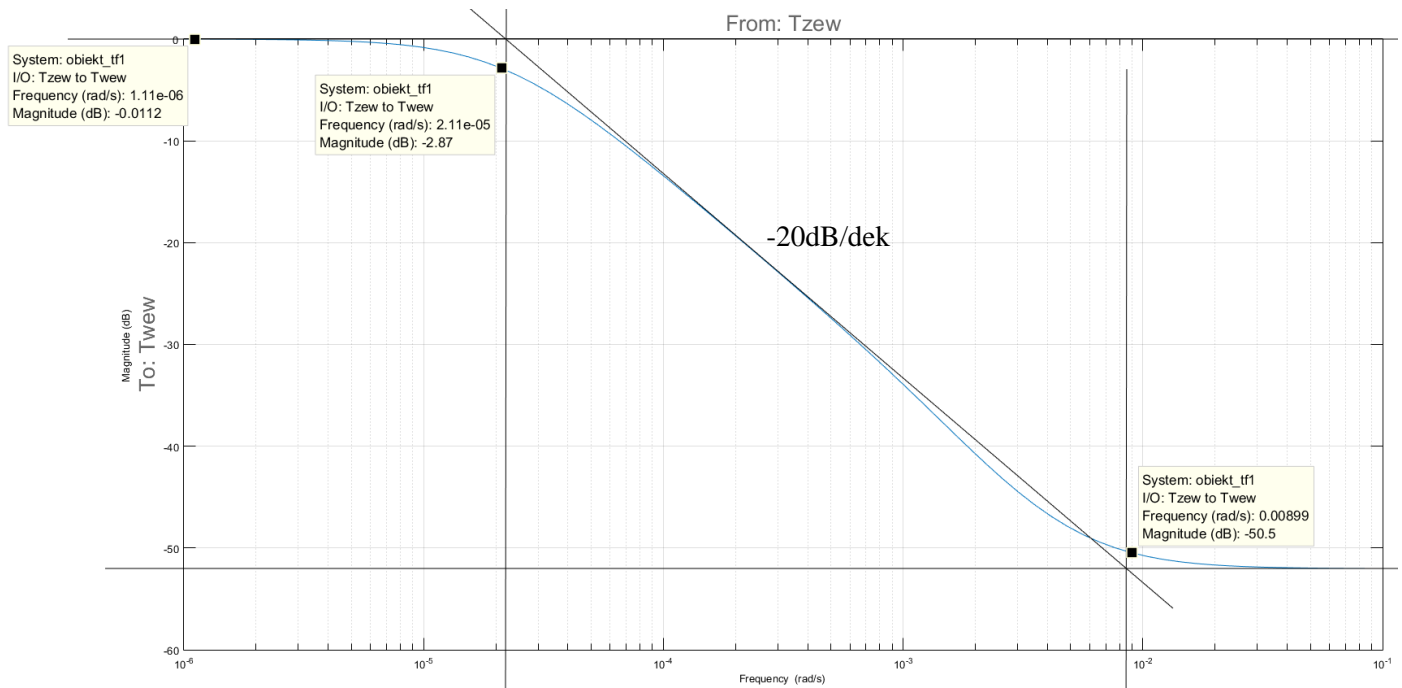
$$G_2(s) = \frac{K_2}{(T_2s + 1)(T_3s + 1)} = \frac{0,0008}{(47393s + 1)(613s + 1)}$$

Jak widać na poniższym wykresie, transmitancja i jej przybliżenie praktycznie się pokrywają.





### Transmitancja przy Tzew(s) dla Twew(s):



Tutaj z kolei widać załamanie o -20dB/dek oraz +20dB/dek. Co za tym idzie, transmitancja przybliżenia powinna mieć licznik i mianownik tego samego stopnia:

$$G_3(s) = K_3 \frac{T_5 s + 1}{T_4 s + 1}$$

Stałe i wzmacnienie wyznaczone z punktów przecięcia:

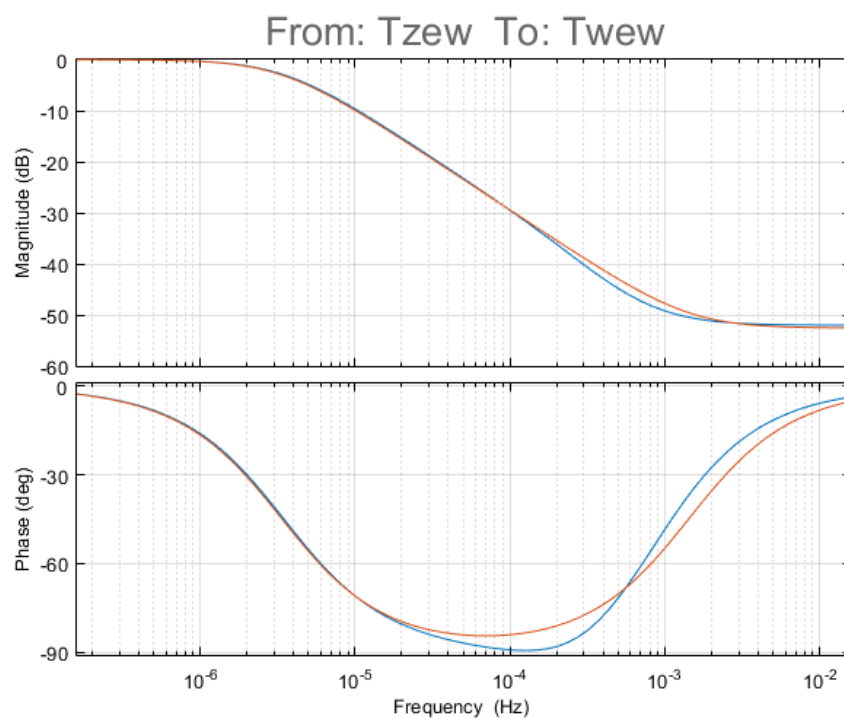
$$T_4 \approx 47393 \text{ s}$$

$$T_5 \approx 111 \text{ s}$$

$$K_3 = 0,9987 \approx 1$$

Wtedy przybliżenie:

$$G_3(s) = \frac{111s + 1}{47393s + 1}$$



## Wnioski

Dzięki charakterystykom częstotliwościowym i znajomości podstawowych członów dynamiki można wystarczająco dobrze odtworzyć oryginalną transmitancję.

Wzmocnienia dla transmitancji przy  $Q_g(s)$  i  $T_{zew}(s)$  są bardzo różne, ponieważ przy skoku  $T_{zew}$  o np.  $2^\circ\text{C}$ , temperatury też zmieniają się o  $\sim 2^\circ\text{C}$ , wzmocnienie jest wtedy równe 1 (pokazane w analizach czasowych – części 1-4), natomiast dla skoku  $Q_g(s)$  o 10% wartości nominalnej, jednostkowo jest to 2000 i przykładowo temperatura ścian wzrośnie o  $1,6^\circ\text{C}$  (strona 4 sprawozdania). W takim razie stosunek wartości wyjścia do wejścia  $k = \frac{1,6}{2000} = 0,0008$ .

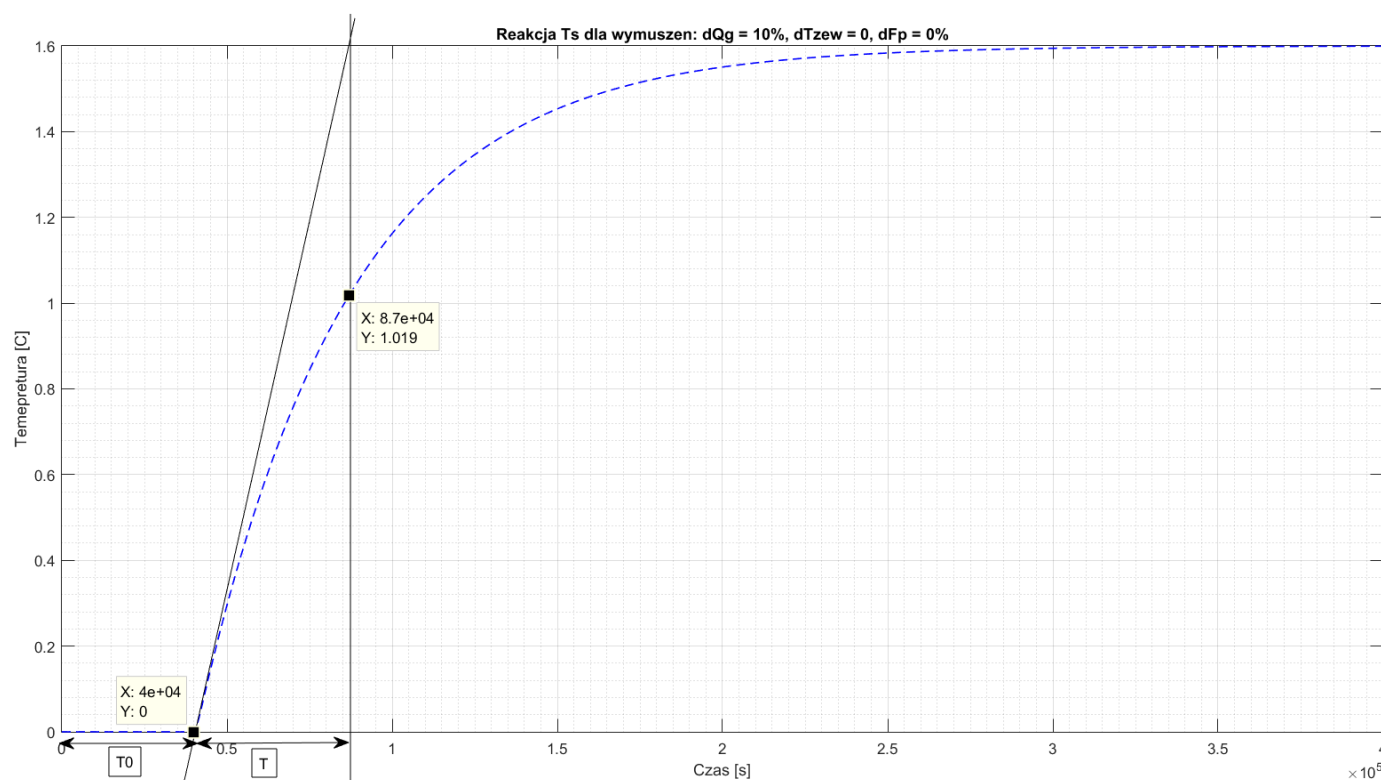
## Część 7: Model Küpfmüllera

Obiekt statyczny wysokiego rzędu opisywany jest transmitancją zastępczą obiektu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem o postaci:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-sT_0}$$

Poniżej przedstawiono dwa takie modele dla reakcji:

- temp. ścian na skok  $Q_g$
- temp. powietrza na skok  $T_{zew}$



Ostatnim punktem, który miał wartość 0 to  $t = 40\,000$  s, dlatego można przyjąć, że zastępczy czas opóźnienia  $T_0 = 40\,000$  s. Zastępcza stała czasowa została wyznaczona na przecięciu stycznej poprowadzonej w punkcie przegięcia i prostej równoległej do osi czasu, i na poziomie stanu ustalonego. Wtedy  $T = x - T_0 = 87\,000 - 40\,000$ , czyli  $T = 47\,000$  s.

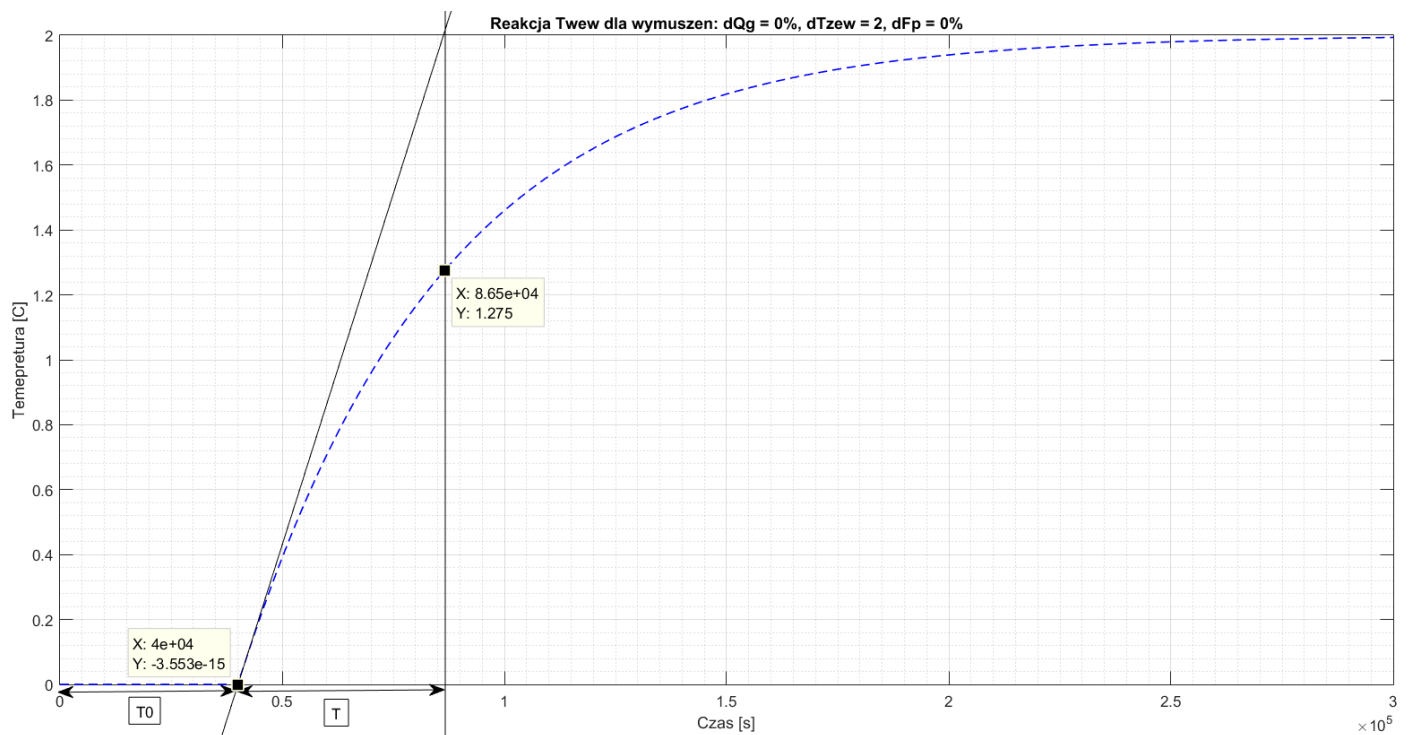
Współczynnik wzmocnienia  $k$  można wyznaczyć poprzez odpowiedni dobór jednostek wielkości wejściowej i wyjściowej sprowadzić do jedności przyjmując na przykład, że 100% zmianie na wyjściu odpowiada 100% zmiana na wejściu. W przypadku stosowania różnych jednostek wejść i wyjść, współczynnik wzmocnienia nie będzie bezwymiarowym.

W tym przypadku będzie to  $k \left[ \frac{W}{^{\circ}C} \right]$ . A sama wartość to dla skoku o 20%  $Q_{gN}$ , czyli 2000 W i wzroście o  $1,6^{\circ}C$ ,  $k = 0,0008$ ;

Transmitancja zastępcza obiektu:

$$G_1(s) = \frac{0,0008}{47000s + 1} e^{-40000s}$$

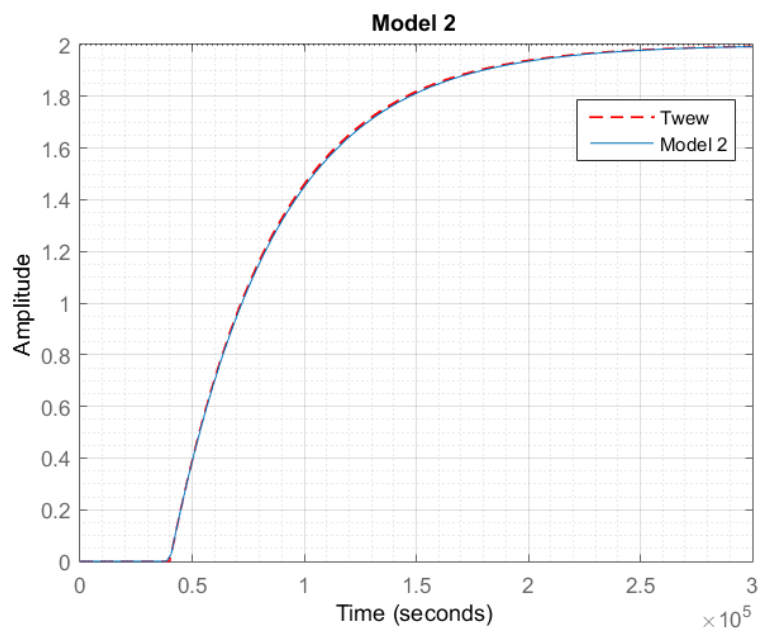
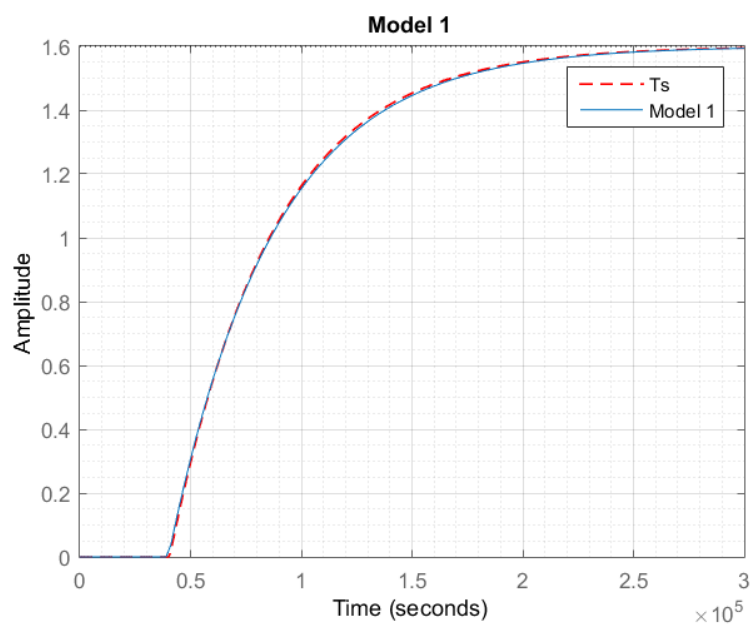
Model 2:



Podobnie jak w pierwszym przypadku, zastępczy czas opóźnienia  $T_0 = 40000s$ . Zastępcza stała czasowa  $T = x - T_0 = 86500 - 40000 = 46500 s$ . Natomiast wzmocnienie  $k$  w tym przypadku wynosi 1, bo skok na wejściu o  $2^{\circ}C$ , daje zwiększenie o tyle samo. Wtedy model ma postać:

$$G_2(s) = \frac{1}{46500s + 1} e^{-40000s}$$

Poniżej znajduje się porównanie odpowiedzi skokowej modeli Kupfmullera z odpowiedziami skokowymi modelu dokładnego użytymi do konstruowania powyższych modeli.



## Wnioski

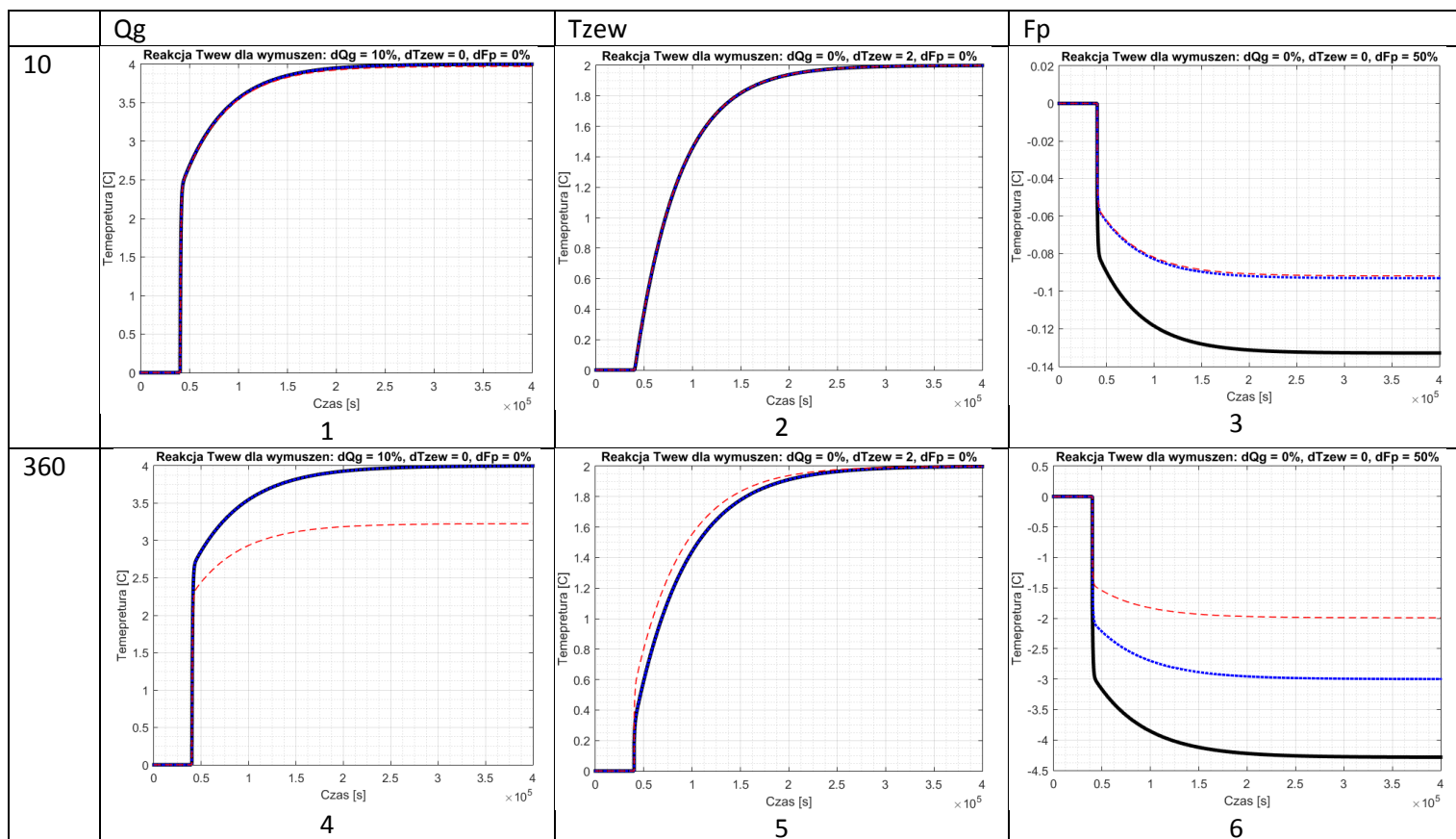
Zaletą modeli tego typu jest ich prostota i szybkość wykonania, a wadą to że nie są funkcjami wymiernymi, jak również są tak dokładne jak dokładny jest człowiek rysujący styczną w punkcie przegięcia. Dla inżyniera, takie modele są w porządku, ale tylko na początku. Znacznie lepiej i dokładniej można wyznaczyć transmitancję zastępczą obiektu mając wykresy Bodego.

## Część 8: Inny wariant projektu

Wracając do części 2 sprawozdania, można sprawdzić jak wyglądałyby odpowiedzi skokowe modelu dokładnego gdyby w pomieszczeniu był mały wentylator albo wspomniany komin. Można przyjąć, że w warunkach nominalnych przepływ powietrza byłby równy np.  $360 \text{ m}^3/\text{godz}$ , zamiast  $10 \text{ m}^3/\text{godz}$ .

Poniżej przedstawione są odpowiedzi skokowe na każde z wymuszeń, pierwszy rząd to wyniki gdy nominalny przepływ powietrza to  $10 \text{ m}^3/\text{godz}$ , drugi rząd  $360 \text{ m}^3/\text{godz}$ .

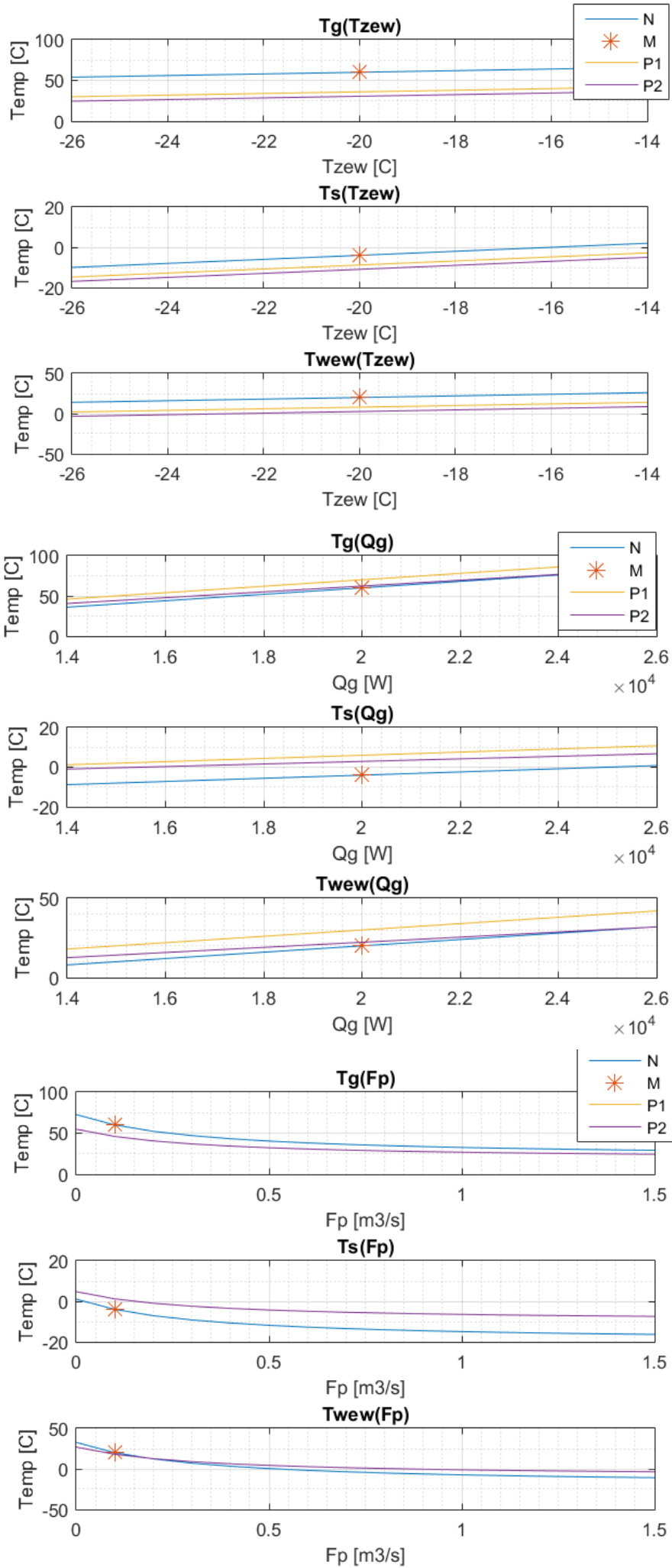
Tak jak wcześniej kolory wykresów: czarny – nominalne, niebieski –  $Q_{gN} \cdot 0,7$ ,  $T_{zewN} + 10$ ,  $F_{pN}$ , czerwony -  $Q_{gN} \cdot 0,7$ ,  $T_{zewN} + 10$ ,  $2 \cdot F_{pN}$ .



Wyraźnie widać teraz różnice w szybkości zmian i wartościach stanów ustalonych w różnych punktach pracy.

W przypadku gdy  $F_{pN} = 360$  i skoku  $Q_g$  lub  $T_{zew}$ , wykresy czarny i niebieski nadal są takie same, ponieważ  $F_{p0}$  się nie zmienia, ale wykres czerwony gdzie  $F_{p0} = 2 \cdot F_{pN}$ , ma inną dynamikę i inny stan ustalony. Trzecia kolumna wykresów świadczy o tym, że model jest nieliniowy (w drugim rzędzie widać to znacznie wyraźniej – wykres 6). Można także zauważyć spadki o kilka  $^{\circ}\text{C}$ , zamiast dziesiątych części  $^{\circ}\text{C}$  (wykres 6).

Poniżej przedstawione charakterystyki statyczne tak jak w części 5, różni się tylko wartość  $F_{pN}$ :



Skrypty:

## 1. Identyfikacja (powrót)

%% Warunki nominalne

TzewN = -20; % temp na zewnątrz -20 C

TwewN = 20; % temp wewnątrz 20 C

TgN = 60; % temp grzejnika 60 C

QgN = 20000; % moc grzejnika 20 kW

%% wnioski z wariantu

a = 3/2; % Ks jest o polowe wiekszy niz Kw /// Kw\*a = Ks

TsN = (TwewN + a\*TzewN)/(a + 1); % temp nominalna scian

FpN = 10/3600; % wentylacja 10 m^3/godz konwersja na m^3 /s

%% wlasnosci fizyczne materialow

cpp = 1000; % J / (kg \* K) ciepło właściwe powietrza

rop = 1.2; % kg / m^3 gęstość powietrza

cpw = 4175; % J / (kg \* K) ciepło właściwe wody

row = 960; % kg / m^3 gęstość wody

Vg = 0.05; % 50 litrow wody w grzejniku [m^3]

Cvg = cpw\*row\*Vg; % pojemność cieplna grzejnika

cpb = 880; % J / (kg \* K) ciepło właściwe cegieł

rob = 1400; % kg / m^3 gęstość cegieł dziurawka

Vb = (10.4 \* 10.4 \* 3.2) - (10 \* 10 \* 3); % m^3 cegieł w ścianach (grubość 20 cm)

Cvs = cpb\*rob\*Vb; % pojemność cieplna ścian

%% współczynniki w warunkach nominalnych

Kg = QgN/(TgN - TwewN);

Kw = (QgN - cpp\*rop\*FpN\*(TwewN - TzewN)) / (TwewN - TsN);

Ks = Kw\*a;

## 2. Model dokładny (powrót)

run z\_identyfikacja.m

%% przed symulacją

% zestawy punktów równowagi

wektor\_Qg0 = [QgN, (QgN\*0.7), (QgN\*0.7)];

wektor\_Tzew0 = [TzewN, (TzewN + 10), (TzewN + 10)];

wektor\_Fp0 = [FpN, FpN, FpN\*2];

% zmiany wejść

dQg = QgN\*0.0; % 0 lub 0.1

dTzew = 0; % 0 lub 2

dFp = FpN\*0; % 0 lub 0.5

%% badanie układu

%% punkty równowagi

Qg0 = wektor\_Qg0(i); Tzew0 = wektor\_Tzew0(i); Fp0 = wektor\_Fp0(i);

% warunki początkowe nie zależą od wyjść

P = rop\*cpp\*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorów

MTw = Kg + Kw + P; % mianownik dla uproszczenia wzorów

Tg0 = -(Ks\*MTw\*Qg0 - Kw^2\*Qg0 + Kw\*MTw\*Qg0 + P\*Kg\*Ks\*Tzew0 + P\*Kg\*Kw\*Tzew0 + Kg\*Ks\*Kw\*Tzew0) / ...  
(Kg\*(Kw^2 + Kg\*Ks + Kg\*Kw - Ks\*MTw - Kw\*MTw));

Ts0 = -(Kw\*Qg0 + P\*Kw\*Tzew0 - Kg\*Ks\*Tzew0 + Ks\*MTw\*Tzew0) / (Kw^2 + Kg\*Ks + Kg\*Kw - Ks\*MTw - Kw\*MTw);

```
Twew0 = -(Ks*Qg0 + Kw*Qg0 + Ks*Kw*Tzew0 + Ks*P*Tzew0 + Kw*P*Tzew0)/(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw - Ks*MTw - Kw*MTw);
MTwew_dok = Kg + Kw; % mianownik bez wentylacji
```

```
%% parametry symulacji
```

```
t0 = 40000; % czas wystąpienia skoku wejsc
```

```
czas_sym = 400000; % czas symulacji
```

```
tmax = 500; % maksymalny skok
```

```
sim('dokladny_model.slx');
```

### 3. Równania stanu (powrót)

```
run z_identyfikacja.m
```

```
%% przed symulacja
```

```
% zestawy punktow rownowagi
```

```
wektor_Qg0 = [QgN, (QgN*0.7), QgN, (QgN*0.7)];
```

```
wektor_Tzew0 = [TzewN, (TzewN + 10), TzewN, (TzewN + 10)];
```

```
wektor_Fp0 = [FpN, FpN, FpN*2, FpN*2];
```

```
% zmiany wejsc
```

```
dQg = QgN*0.0; % 0 lub 0.05
```

```
dTzew = 0; % 0 lub 2
```

```
%% badanie ukladu
```

```
%% punkty rownowagi
```

```
Qg0 = wektor_Qg0(i); Tzew0 = wektor_Tzew0(i); Fp0 = wektor_Fp0(i);
```

```
% warunki poczatkowe nie zaleza od wyjsc
```

```
P = rop*cpp*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorów
```

```
MTw = Kg + Kw + P; % mianownik dla uproszczenia wzorów
```

```
Tg0 = -(Ks*MTw*Qg0 - Kw^2*Qg0 + Kw*MTw*Qg0 + P*Kg*Ks*Tzew0 + P*Kg*Kw*Tzew0 +  
Kg*Ks*Kw*Tzew0)/(Kg*(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw - Ks*MTw - Kw*MTw));
```

```
Ts0 = -(Kw*Qg0 + P*Kw*Tzew0 - Kg*Ks*Tzew0 + Ks*MTw*Tzew0)/(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw - Ks*MTw -  
Kw*MTw);
```

```
Twew0 = -(Ks*Qg0 + Kw*Qg0 + Ks*Kw*Tzew0 + Ks*P*Tzew0 + Kw*P*Tzew0)/(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw -  
Ks*MTw - Kw*MTw);
```

```
m1 = Cv*MTw; % mianownik 1
```

```
m2 = Cvs*MTw; % mianownik 2
```

```
%% macierze
```

```
% wspolczynniki przy wyjsciach Tg i Ts
```

```
A = [ (Kg^2 - MTw*Kg)/m1, (Kg*Kw)/m1; ...  
(Kg*Kw)/m2, -(-Kw^2 + MTw*Kw + Ks*MTw)/m2];
```

```
% wspolczynniki przy wejsciach Qg i Tzew
```

```
B = [ 1/Cvg, (Kg*P)/m1; ...  
0, (Ks*MTw + Kw*P)/m2];
```

```
% Twew = (Kg*Tg + Kw*Ts + P*Tzew)/MTw;
```

```
% dodanie trzeciego wiersza do macierzy wyjsciowych
```

```
C = [1, 0; 0, 1; Kg/MTw, Kw/MTw];
```



```
D = [0 , 0; 0, 0; 0, P/MTw];
```

```
% stan rownowagi
```

```
u0 = [Qg0; Tzew0];
```

```
x0 = (-A^-1) * (B*u0);
```

```
%% parametry symulacji
```

```
t0 = 40000; % czas wystapienia skoku wejsc
```

```
czas_sym = 400000; % czas symulacji
```

```
tmax = 500; % maksymalny skok
```

#### 4. Transmitancje (powrót)

```
%% przed symulacja
```

```
% zestawy punktow rownowagi
```

```
wektor_Qg0 = [QgN, (QgN*0.7), QgN, (QgN*0.7)];
```

```
wektor_Tzew0 = [TzewN, (TzewN + 10), TzewN, (TzewN + 10)];
```

```
wektor_Fp0 = [FpN, FpN, FpN*2, FpN*2];
```

```
% zmiany wejsc
```

```
dQg = QgN*0.0; % 0 lub 0.1
```

```
dTzew = 0; % 0 lub 2
```

```
%% badanie ukladu
```

```
%% punkty rownowagi
```

```
Qg0 = wektor_Qg0(i); Tzew0 = wektor_Tzew0(i); Fp0 = wektor_Fp0(i);
```

```
% warunki poczatkowe
```

```
P = rop*cpp*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorow
```

```
MTw = Kg + Kw + P; % mianownik dla uproszczenia wzorow
```

```
Tg0 = -(Ks*MTw*Qg0 - Kw^2*Qg0 + Kw*MTw*Qg0 + P*Kg*Ks*Tzew0 + P*Kg*Kw*Tzew0 +  
Kg*Ks*Kw*Tzew0)/(Kg*(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw - Ks*MTw - Kw*MTw));
```

```
Ts0 = -(Kw*Qg0 + P*Kw*Tzew0 - Kg*Ks*Tzew0 + Ks*MTw*Tzew0)/(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw - Ks*MTw -  
Kw*MTw);
```

```
Twew0 = -(Ks*Qg0 + Kw*Qg0 + Ks*Kw*Tzew0 + Ks*P*Tzew0 + Kw*P*Tzew0)/(Kw^2 + Kg*Ks + Kg*Kw -  
Ks*MTw - Kw*MTw);
```

```
%% transmitancje
```

```
M = [ Cvg*Cvs*MTw, ...
```

```
      - Cvs*Kg^2 + Cvs*MTw*Kg - Cvg*Kw^2 + Cvg*MTw*Kw + Cvg*Ks*MTw, ...
```

```
      Kg*(-Kg*Kw - Ks*Kg - Kw^2 + MTw*Kw + Ks*MTw)];
```

```
L11 = [ Cvs*MTw, ...
```

```
        - Kw^2 + MTw*Kw + Ks*MTw];
```

```
L12 = [ Cvs*Kg*P, ...
```

```
        Kg*Ks*Kw + Kg*Ks*P + Kg*Kw*P];
```

```
L21 = [ Kg*Kw];
```

```
L22 = [ Cvg*Ks*MTw + Cvg*Kw*P, ...
```

```
        Kg*Ks*MTw - Kg^2*Ks + Kg*Kw*P];
```

```
L31 = [ Cvs*Kg, ...
```

```
        Kg*Ks + Kg*Kw];
```

```
L32 = [ Cvg*Cvs*P, ...
```

$Cvg * Ks * Kw + Cvs * Kg * P + Cvg * Ks * P + Cvg * Kw * P, \dots$   
 $Kg * Ks * Kw + Kg * Ks * P + Kg * Kw * P];$

%% parametry symulacji

t0 = 40000; % czas wystąpienia skoku wejsc

czas\_sym = 400000; % czas symulacji

tmax = 500; % maksymalny skok

## 5. Charakterystyki statyczne

% zestawy punktów równowagi

wektor\_Qg0 = [QgN, (QgN\*0.7), (QgN\*0.7)];

wektor\_Tzew0 = [TzewN, (TzewN + 10), (TzewN + 10)];

wektor\_Fp0 = [FpN, FpN, (FpN\*2)];

% zależność od Qg

Tzew0 = wektor\_Tzew0(i); Fp0 = wektor\_Fp0(i);

Qg0 = [0.7\*QgN : 0.1\*QgN : 1.3\*QgN];

P = rop\*cpp\*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorów

MTw = Kg + Kw + P; % mianownik dla uproszczenia wzorów

$Tg0q = -(Ks * MTw * Qg0 - Kw^2 * Qg0 + Kw * MTw * Qg0 + P * Kg * Ks * Tzew0 + P * Kg * Kw * Tzew0 + Kg * Ks * Kw * Tzew0) / (Kg * (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw));$

$Ts0q = -(Kw * Qg0 + P * Kw * Tzew0 - Kg * Ks * Tzew0 + Ks * MTw * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$

$Twew0q = -(Ks * Qg0 + Kw * Qg0 + Ks * Kw * Tzew0 + Ks * P * Tzew0 + Kw * P * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$

% zależność od Tzew

Qg0 = wektor\_Qg0(i); Fp0 = wektor\_Fp0(i);

Tzew0 = [0.7\*TzewN : 0.1\*TzewN : 1.3\*TzewN];

P = rop\*cpp\*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorów

MTw = Kg + Kw + P; % mianownik dla uproszczenia wzorów

$Tg0tz = -((Ks * MTw - Kw^2 + Kw * MTw) * Qg0 + P * Kg * Ks * Tzew0 + P * Kg * Kw * Tzew0 + Kg * Ks * Kw * Tzew0) / (Kg * (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw));$

$Ts0tz = -(Kw * Qg0 + (P * Kw - Kg * Ks + Ks * MTw) * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$

$Twew0tz = -(Ks * Qg0 + Kw * Qg0 + (Ks * Kw + Ks * P + Kw * P) * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$

% zależność od Fp

Qg0 = wektor\_Qg0(i); Tzew0 = wektor\_Tzew0(i);

Fp0 = [0 : FpN : (15\*FpN)];

P = rop\*cpp.\*Fp0; % parametr dla uproszczenia wzorów

MTw = Kg + Kw + rop\*cpp\*Fp0; % mianownik dla uproszczenia wzorów

$Tg0fp = -((Ks * (Kg + Kw + P) - Kw^2 + Kw * (Kg + Kw + P)) * Qg0 + (P * Kg * Ks + P * Kg * Kw + Kg * Ks * Kw) * Tzew0) / (Kg * (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * (Kg + Kw + P) - Kw * (Kg + Kw + rop * cpp * Fp0)));$

$Ts0fp = -(Kw * Qg0 + (P * Kw - Kg * Ks + Ks * MTw) * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$

$Twew0fp = -((Ks + Kw) * Qg0 + (Ks * Kw + Ks * P + Kw * P) * Tzew0) / (Kw^2 + Kg * Ks + Kg * Kw - Ks * MTw - Kw * MTw);$