

Symulacje w Simulink

Marcin Gruchała 248982

Jan Bronicki 249011

1 Cel ćwiczenia.

Nauka rozwiązywania równań różniczkowych przy pomocy modułu Simulink w programie Matlab.

2 Schemat blokowy Simulink.

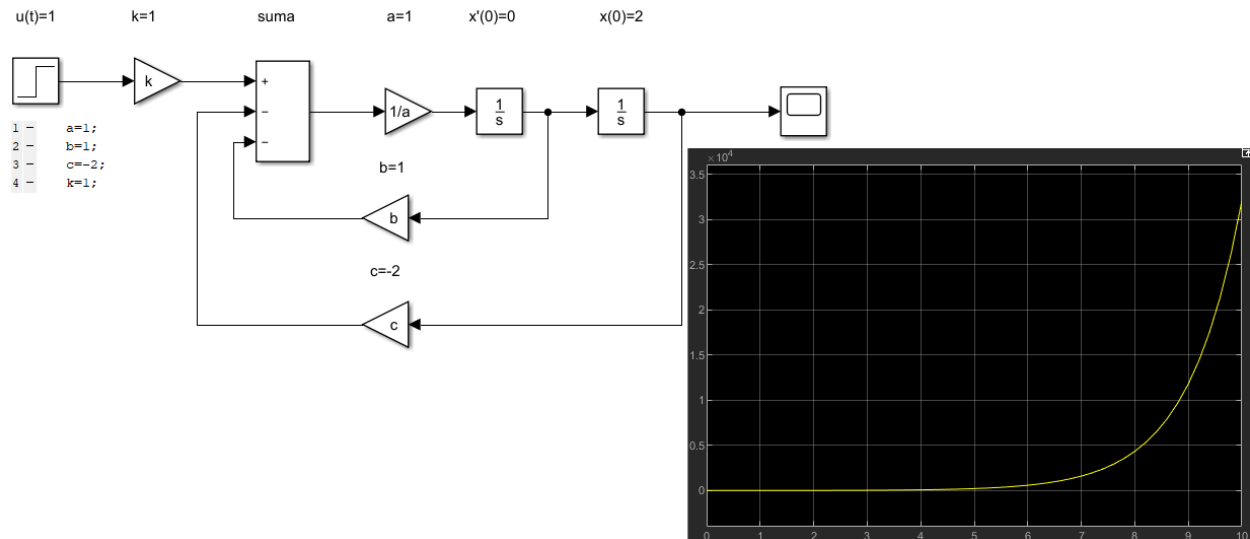
Równanie:

$$a\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = ku(t)$$

Przerzucenie najwyższej pochodnej na lewą stronę:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{a}(-b\dot{x}(t) - cx(t) + ku(t))$$

Schemat blokowy w Simulink:



3 Rozwiązanie - stałe wymuszenie, różne warunki początkowe

Równanie:

$$a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = bu(t)$$

$$u(t) = 1$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 1$$

$$b = 2$$

Rozwiązanie analityczne:

$$\dot{x}(t) + x(t) = 2u(t)$$

Rozwiązanie swobodne:

$$\dot{x}_s(t) + x_s(t) = 0$$

$$x_s(t) = Ae^{\lambda t}, \quad \dot{x}_s(t) = \lambda Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda Ae^{\lambda t} + Ae^{\lambda t} = 0 / : Ae^{\lambda t}$$

$$\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$x_s(t) = Ae^{-t} - \text{rozwiązanie swobodne}$$

Rozwiązanie wymuszone:

$$\dot{x}_w(t) + x_w(t) = 2 \cdot 1$$

$$u(t) = 1, \quad \dot{u}(t) = 0$$

$$x_w(t) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0$$

$$x_w(t) = C_1, \quad \dot{x}_w(t) = 0$$

$$C_1 = 2 \Rightarrow x_w(t) = 2 - \text{rozwiązanie wymuszone}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s(t) + x_w(t) = Ae^{-t} + 2$$

a) Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 0$

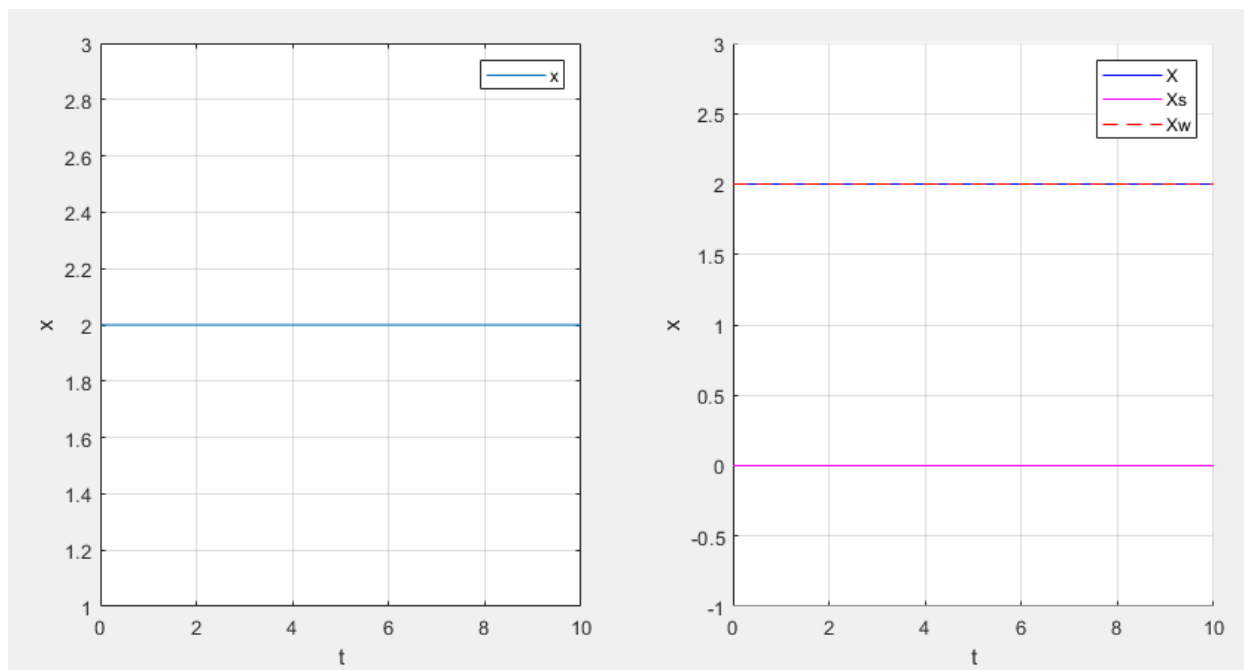
Rozwiązanie analityczne i jego wykres:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2 \Rightarrow \dot{x}(t) = -Ae^{-t}$$

$$\dot{x}(0) = -A = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$x(t) = 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

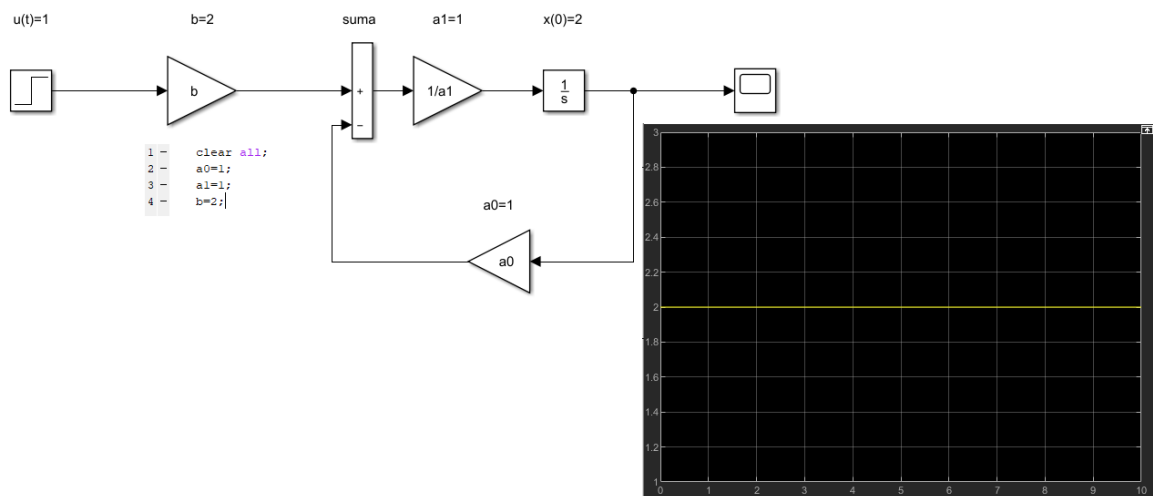
$$x_s(t) = 0, \quad x_w(t) = 2$$



Rozwiązanie symulacyjne i jego wykres:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{a_1}(-a_0x(t) + bu(t))$$

Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow x(0) = 2$



b) Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 4$

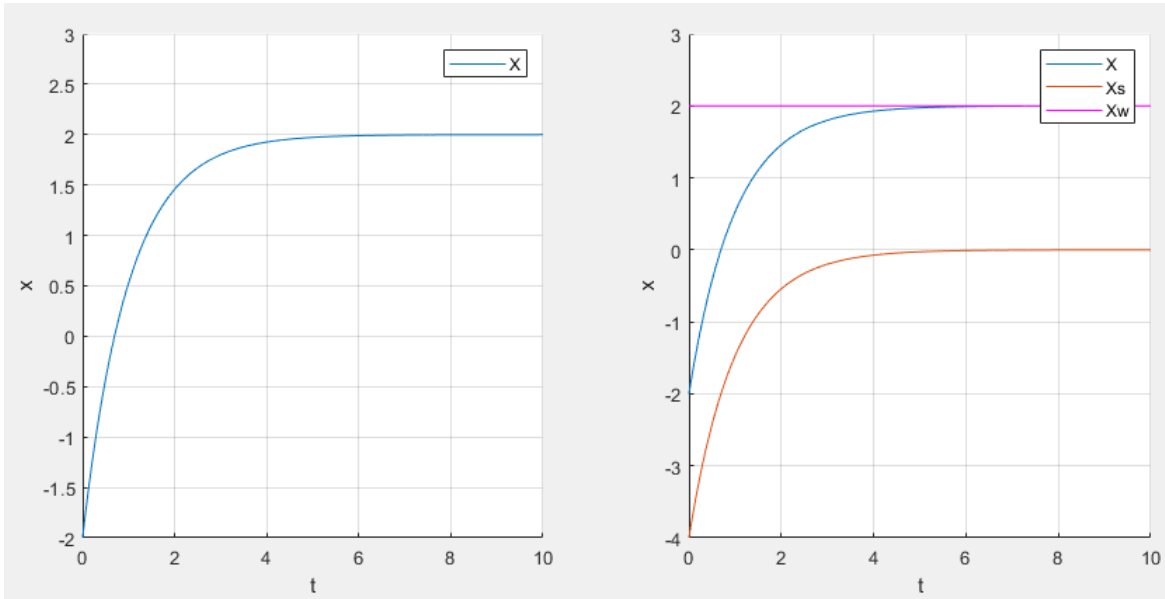
Rozwiązanie analityczne i jego wykres wraz z wykresem składowych rozwiązania:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2 \Rightarrow \dot{x}(t) = -Ae^{-t}$$

$$\dot{x}(0) = -A = 4 \Rightarrow A = -4$$

$$x(t) = -4e^{-t} + 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

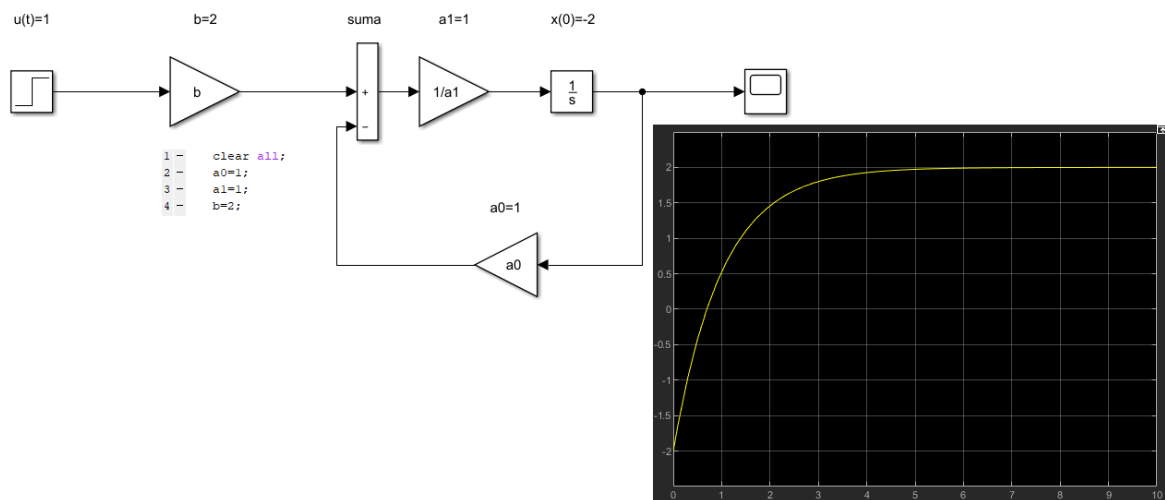
$$x_s(t) = -4e^{-t}, \quad x_w(t) = 2$$



Rozwiązanie symulacyjne oraz jego wykres:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{a_1}(-a_0x(t) + bu(t))$$

Warunek początkowy $\dot{x}(0) = 4 \Rightarrow x(0) = -4e^0 + 2 = -2 \Rightarrow x(0) = -2$



c) Warunek początkowy $x(0) = 0$

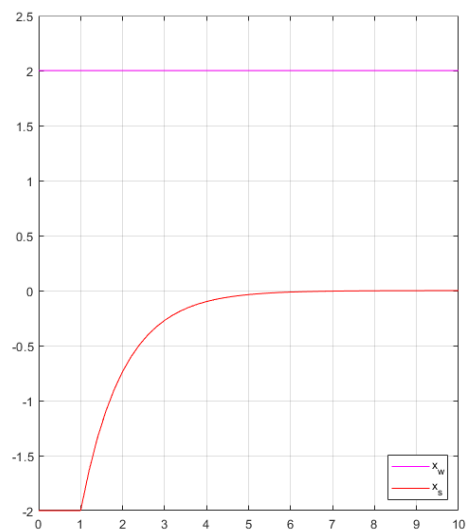
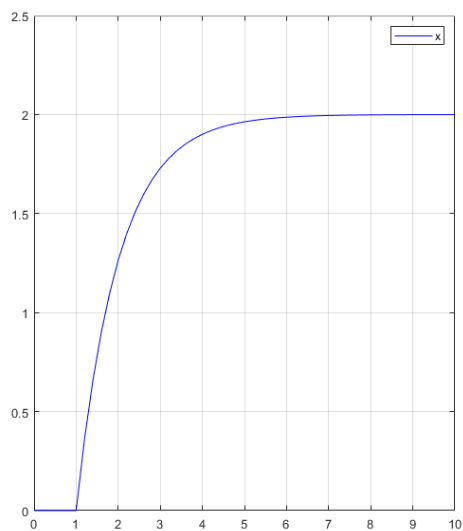
Rozwiązanie analityczne, jego wykres wraz z wykresem składowych jego rozwiązania:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2$$

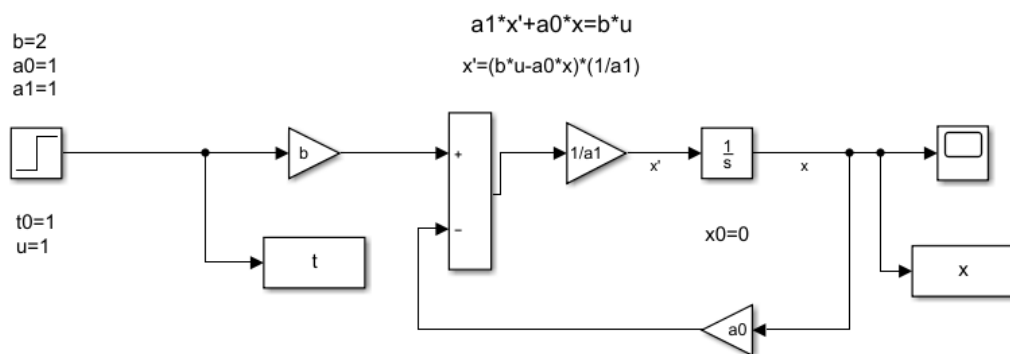
$$0 = A + 2 \Rightarrow A = -2$$

$$x(t) = -2e^{-t} + 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

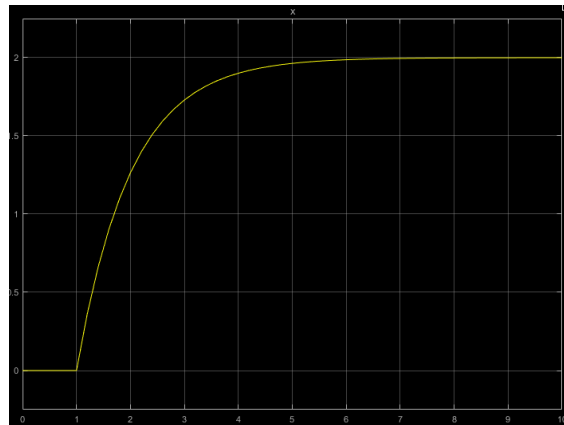
$$x_s(t) = -2e^{-t}, \quad x_w(t) = 2$$



Następnie zajmujemy się zbudowaniem schematu:



Symulacja daje nam taki wykres:



d) Warunek początkowy $x(0) = 2$

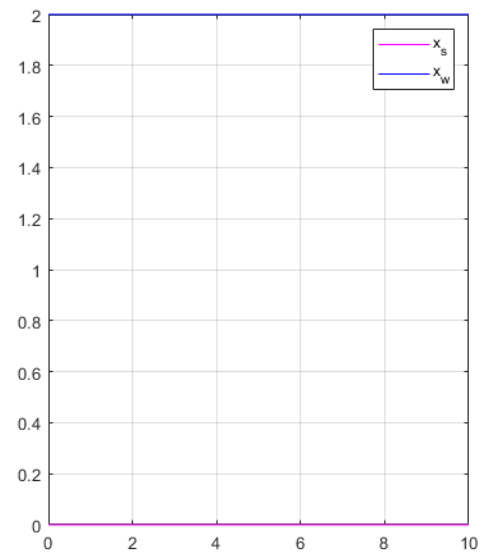
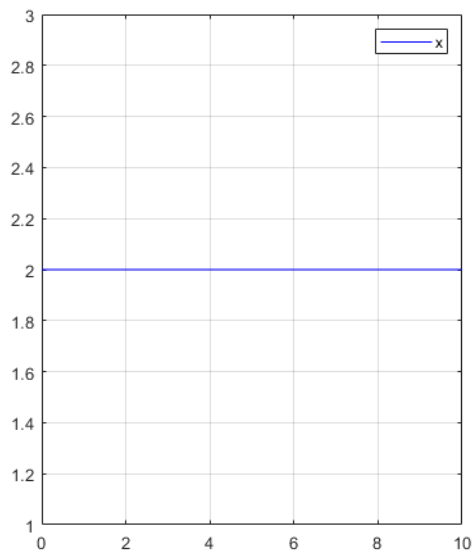
Rozwiązanie analityczne, jego wykres wraz z wykresem składowych jego rozwiązania:

$$x(t) = Ae^{-t} + 2$$

$$2 = A + 2 \Rightarrow A = 0$$

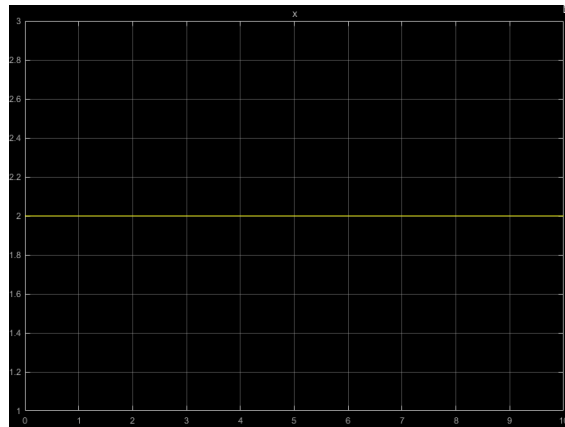
$$x(t) = 2 - \text{rozwiązanie szczególne}$$

$$x_s(t) = 0, \quad x_w(t) = 2$$



Jak widać wykres jest linią prostą co oznacza ponieważ w równaniu szczególnym pozostało jedynie wymuszenie.

Symulacja daje nam taki wykres:



4 Wnioski

Z badań wynika że wyniki uzyskane metodą analityczną oraz metodą symulacyjną są takie same. Podczas zadania przekonaliśmy się jak szybko i wygodnie za pomocą programu Simulink można wyliczyć równanie różniczkowe oraz zbadać jego wykres.

5 Załączniki

```

1 - clear all;
2 - t=0:0.01:10;
3 - subplot(121);
4 - x=0;
5 - for i=1:1:length(t)
6 -     x(i)=2;
7 - end
8 - plot(t,x),grid on;
9 - xlabel('t');
10 - ylabel('x');
11 - legend('x');
12 - subplot(122);
13 - hold on;
14 - x=0;
15 - for i=1:1:length(t)
16 -     x(i)=2;
17 - end
18 - plot(t,x,'b'),grid on;
19 - xs=0;
20 - for i=1:1:length(t)
21 -     xs(i)=0;
22 - end
23 - plot(t,xs,'m'),grid on;
24 - xw=2;
25 - for i=1:1:length(t)
26 -     xw(i)=2;
27 - end
28 - plot(t,xw,'r--'),grid on;
29 - xlabel('t');
30 - ylabel('x');
31 - %biale linie
32 - w1=3;
33 - for i=1:1:length(t)
34 -     w1(i)=3;
35 - end
36 - plot(t,w1,'w'),grid on;
37 - w2=-1;
38 - for i=1:1:length(t)
39 -     w2(i)=-1;
40 - end
41 - plot(t,w2,'w'),grid on;
42 - legend('X','Xs','Xw');

```



```

1 - clear all;
2 - t=0:0.01:10;
3 - %X
4 - x=-4*exp(-t)+2;
5 - subplot(121);
6 - hold on;
7 - plot(t,x),grid on;
8 - %biala linia
9 - w=0;
10 - for i=1:length(t)
11 -     w(i)=3;
12 - end
13 - plot(t,w,'w'),grid on;
14 - xlabel('t');
15 - ylabel('x');
16 - legend('X');
17 - subplot(122);
18 - %X
19 - x=-4*exp(-t)+2;
20 - hold on;
21 - plot(t,x),grid on;
22 - %Xs
23 - xs=-4*exp(-t);
24 - hold on;
25 - plot(t,xs),grid on;
26 - %Xw
27 - xw=0;
28 - for i=1:length(t)
29 -     xw(i)=2;
30 - end
31 - plot(t,xw,'m'),grid on;
32 - %biala linia
33 - w=0;
34 - for i=1:length(t)
35 -     w(i)=3;
36 - end
37 - plot(t,w,'w'),grid on;
38 - xlabel('t');
39 - ylabel('x');
40 - legend('X','Xs','Xw');

```

```

1  %a_1*x'+a_0*x=b*u
2  %x=A*exp((a_0)/(a_1))+((b*u)/(a_0))
3  clear;
4  close all;
5  %Dla warunkow poczatkowych bez pochodnych
6  a0=1;
7  a1=1;
8  b=2;
9  %u odpowiada za obliczenie xw oraz
10 %wartosc jaka obierze skok
11 u=1;
12 t0=1;
13 %wart pocz
14 x0=0;
15
16 [t]=sim('model_1');
17 %biale to pomocna zmienna do ladnego rysowania wykresu
18 biale=ones(size(t));
19 biale=2.5.*biale;
20
21 xs=ones(size(t));
22 xs=x.*xs;
23 xs=xs-2;
24
25 xw=ones(size(t));
26 xw=2.*xw;
27
28
29 figure;
30 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
31 subplot(1,2,1);
32 plot(t,x,'b');
33 grid on;
34 hold on;
35 plot(t,biale,'w');
36 grid on;
37 legend('x');
38
39 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
40 subplot(1,2,2);
41 plot(t,xw,'m');
42 hold on;
43 grid on;
44
45 plot(t,xs,'r');
46 grid on;
47 hold on;
48
49 plot(t,biale,'w');
50 hold on;
51 grid on;
52 legend('x_{w}','x_{s}','location','southeast');
53

```

```

1  %Wart pocz
2  x0=2
3  [t]=sim('model_1');
4  xs=ones(size(t));
5  xs=0.*xs;
6  figure;
7  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8  subplot(1,2,1);
9  plot(t,x,'b');
10 grid on;
11 legend('x');
12 subplot(1,2,2);
13 plot(t,xs,'m');
14 hold on;
15 grid on;
16 plot(t,x,'b');
17 grid on;
18 legend('x_{s}','x_{w}');
19

```