

# TI DSP, MCU 및 Xilinx Zynq FPGA 프로그래밍 전문가 과정

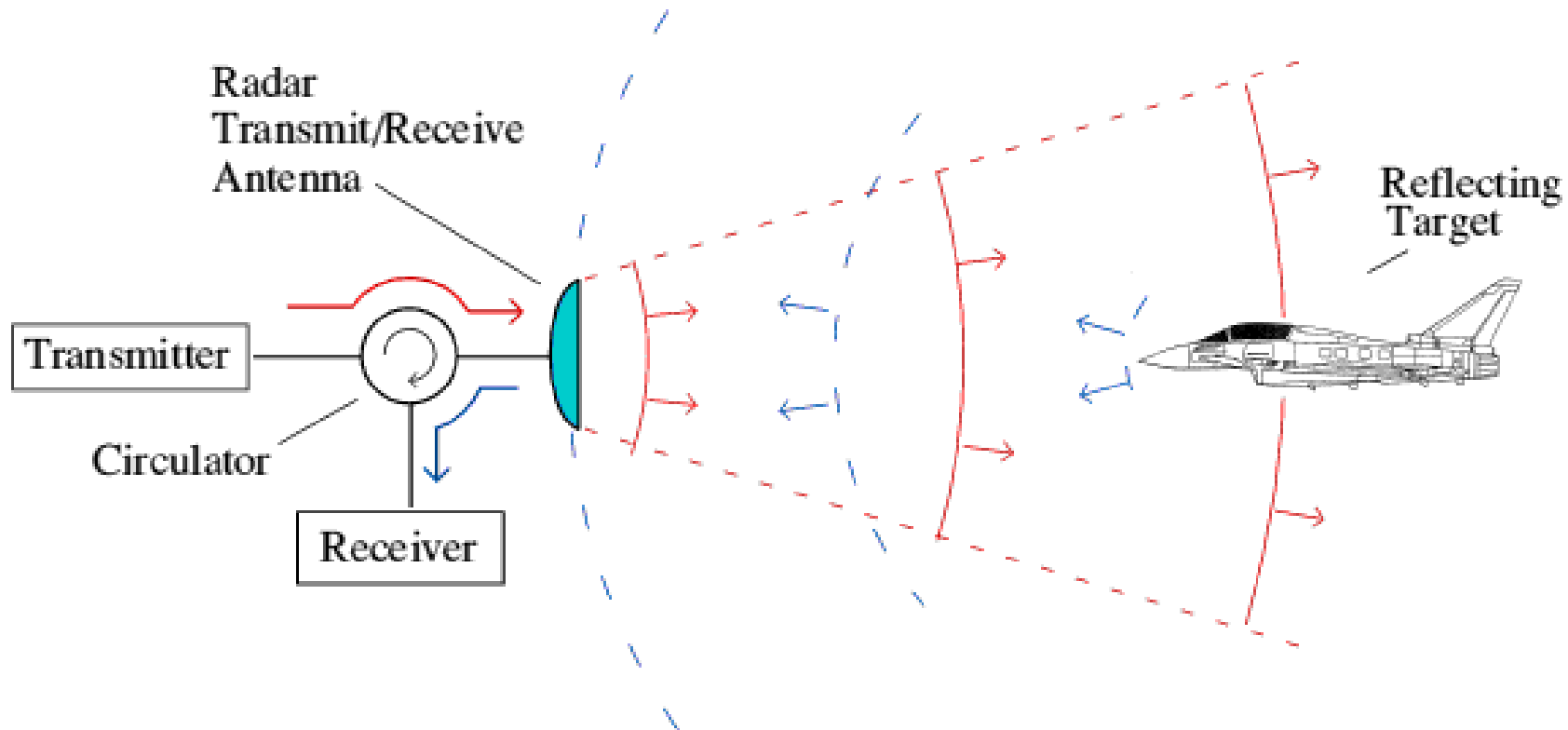
강사 – Innova Lee(이상훈)  
gcccompil3r@gmail.com

# **Radar Lab I**

# Introduction Radar System

군사 시스템에 있어 제공권은 현대전의 핵심중 핵심이 되었고  
이 제공권의 핵심은 바로 Radar System이다.  
뿐만 아니라 이제는 이러한 기술이 민간쪽으로도 내려와 있는 상태다.

Radar System은 원거리의 표적을 탐지 추적하여 타격하는 대표적인 전자전 무기체계다.  
뿐만 아니라 요즘은 무인자동차의 필수적인 장치로 차선을 변경할때  
근처에 달려오는 차량이 있는지 사각지대에서 다가오는 물체가 있는지 등을 판별하는데 사용된다.



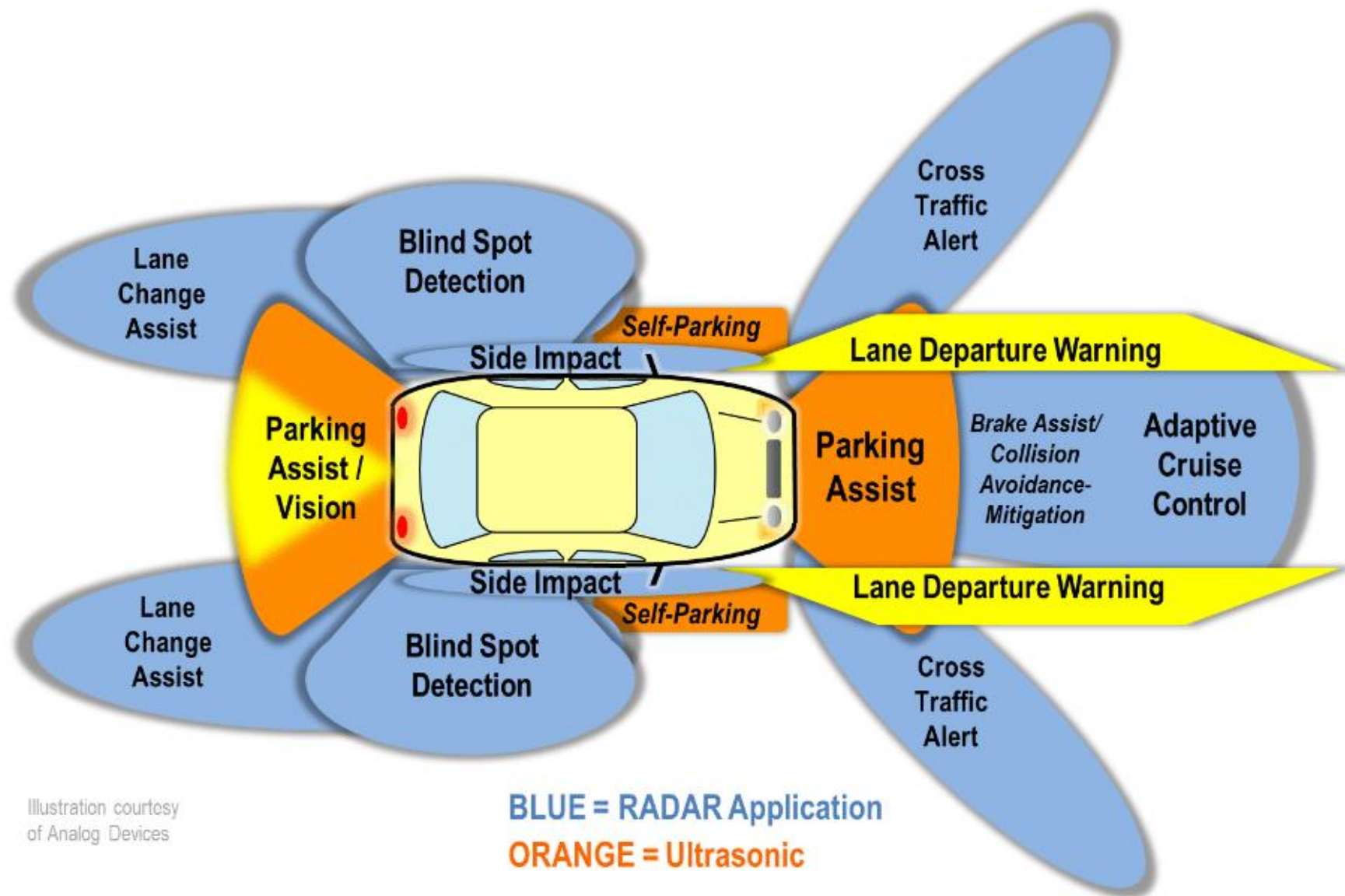
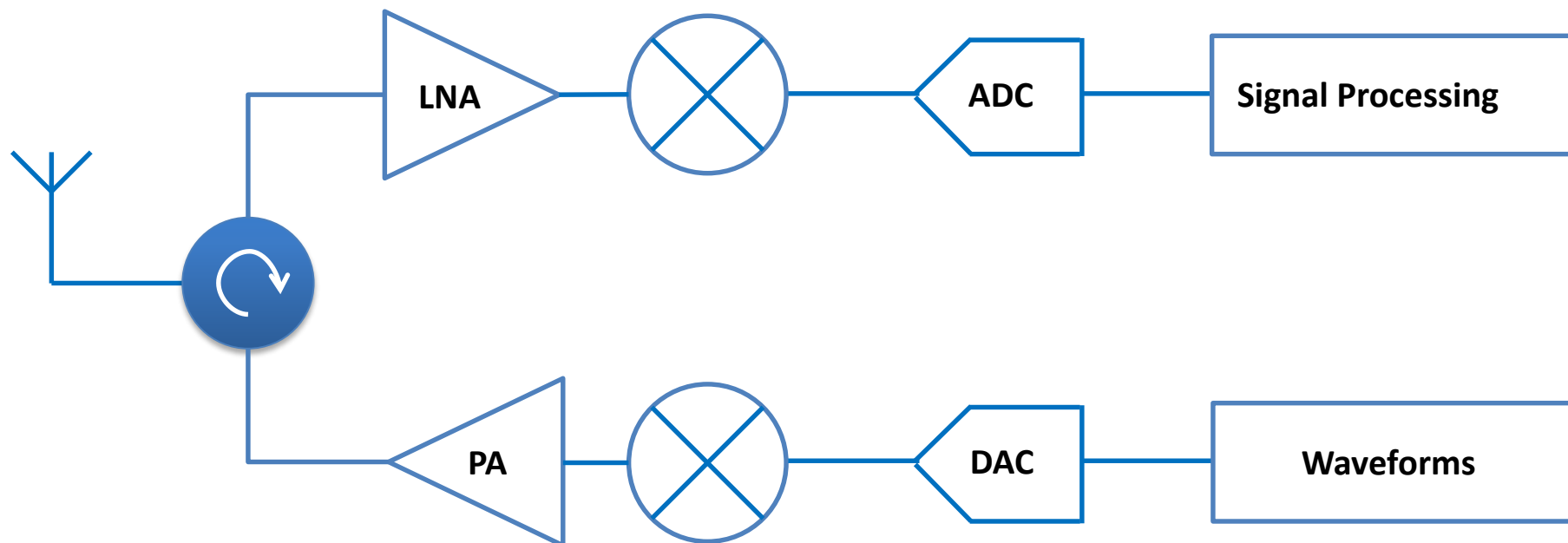


Illustration courtesy  
of Analog Devices

# Radar System Design



# Core Technology of Radar

## 1. Electrodynamics(전자기학)

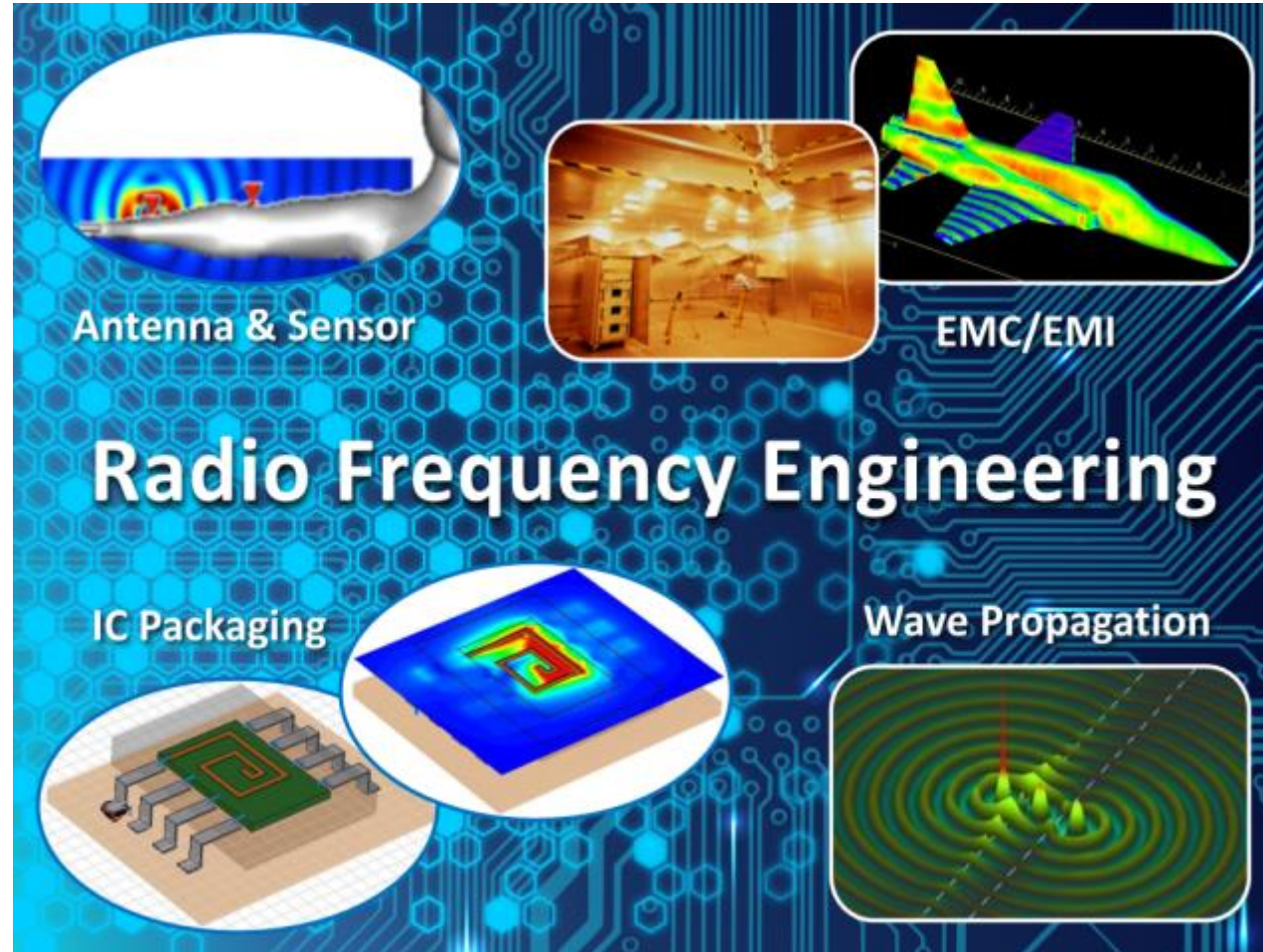
$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

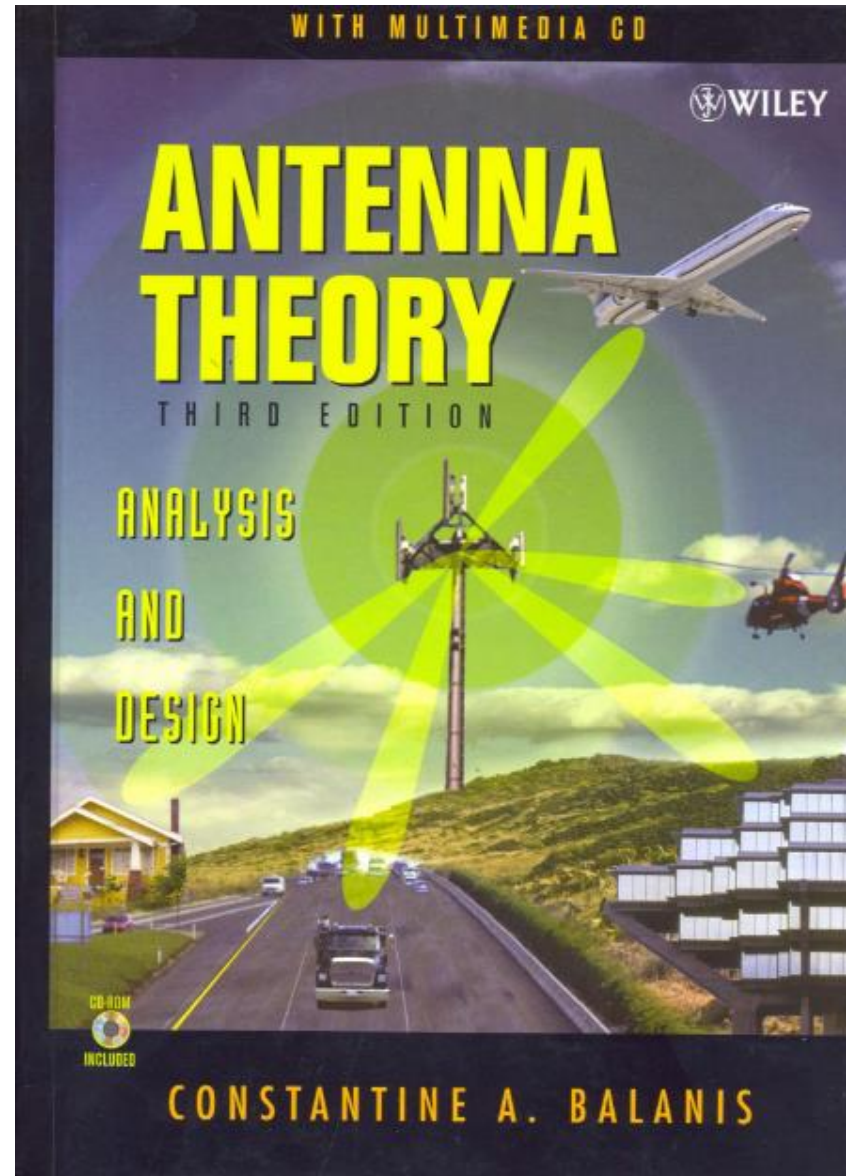
$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

## 2. VHF Engineering(초고주파 공학)

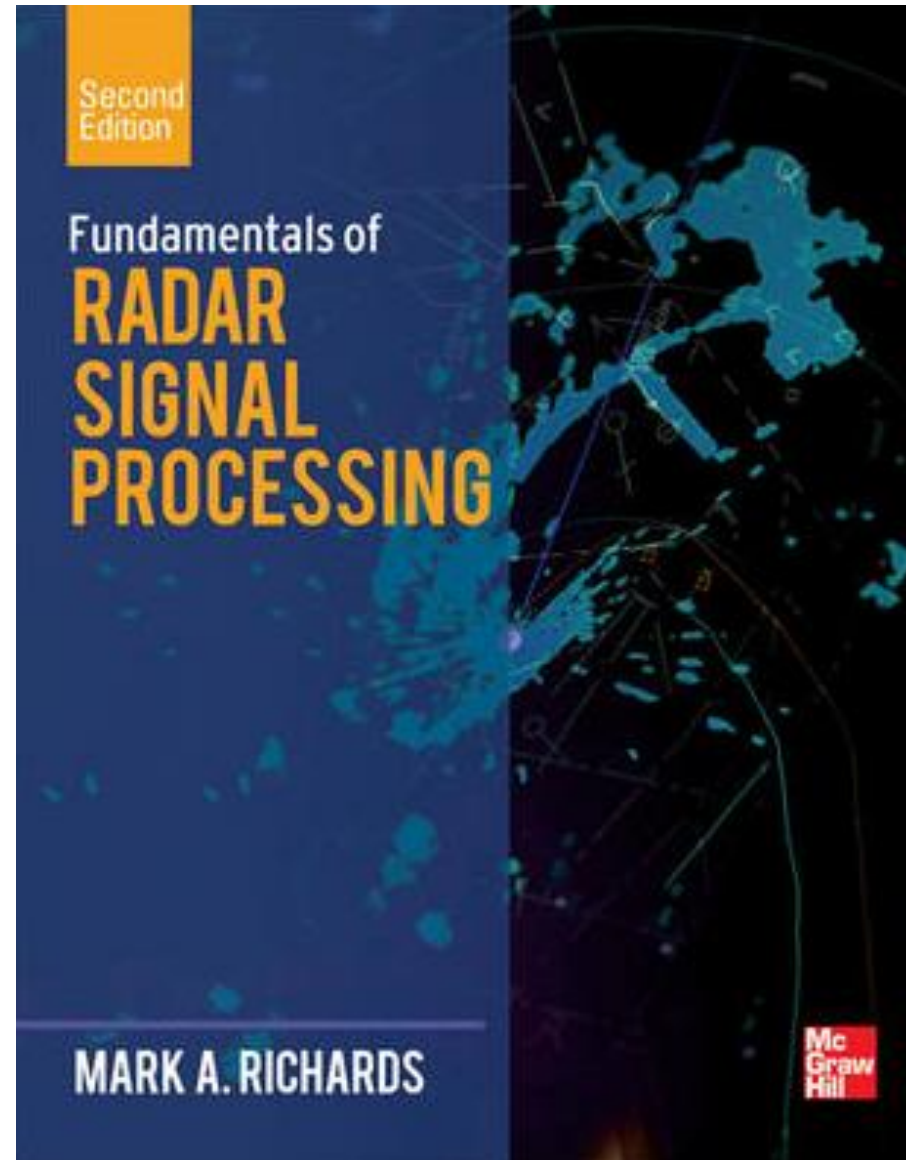


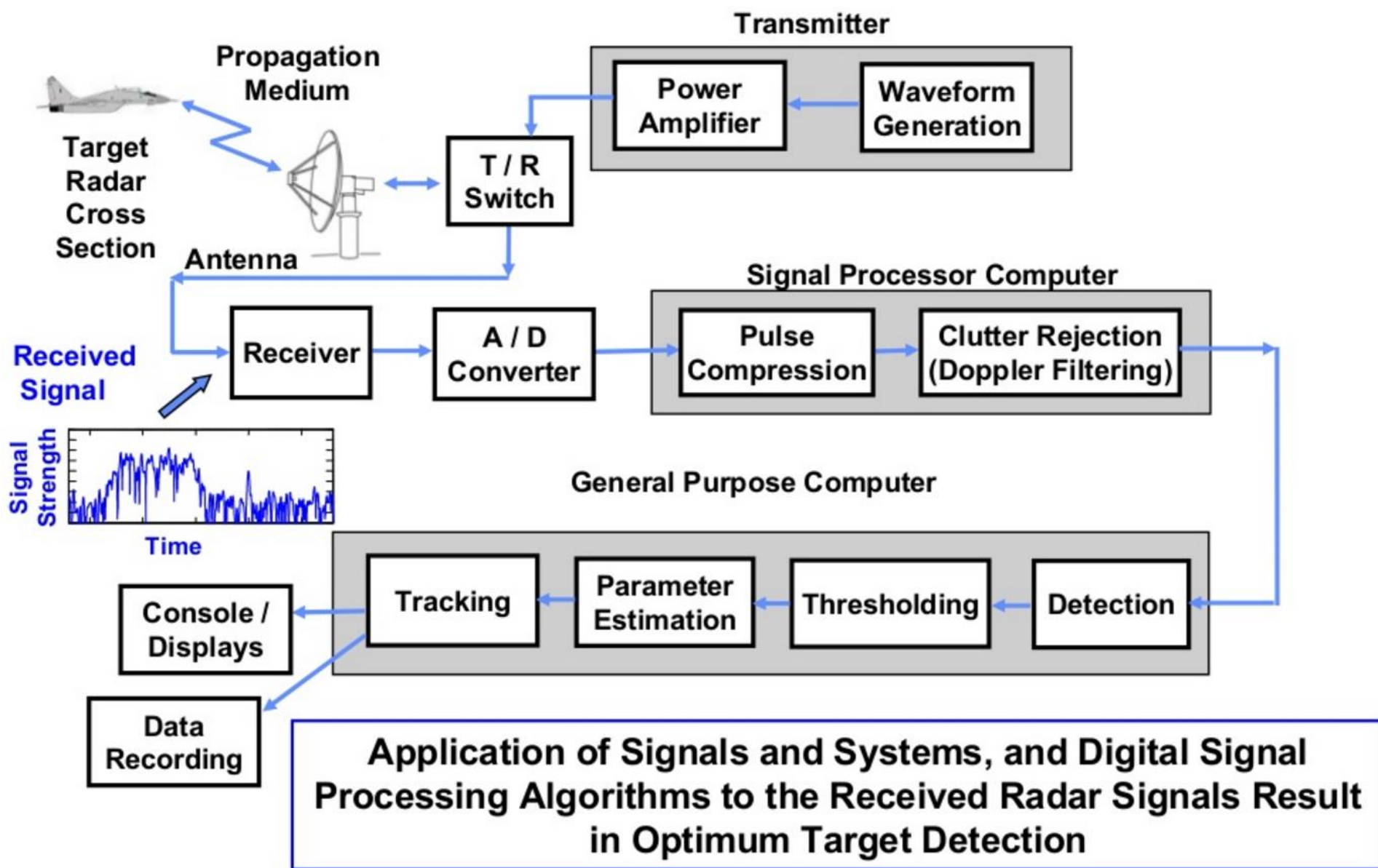
### 3. Antenna Theory(안테나 공학)





#### 4. Radar Signal Processing

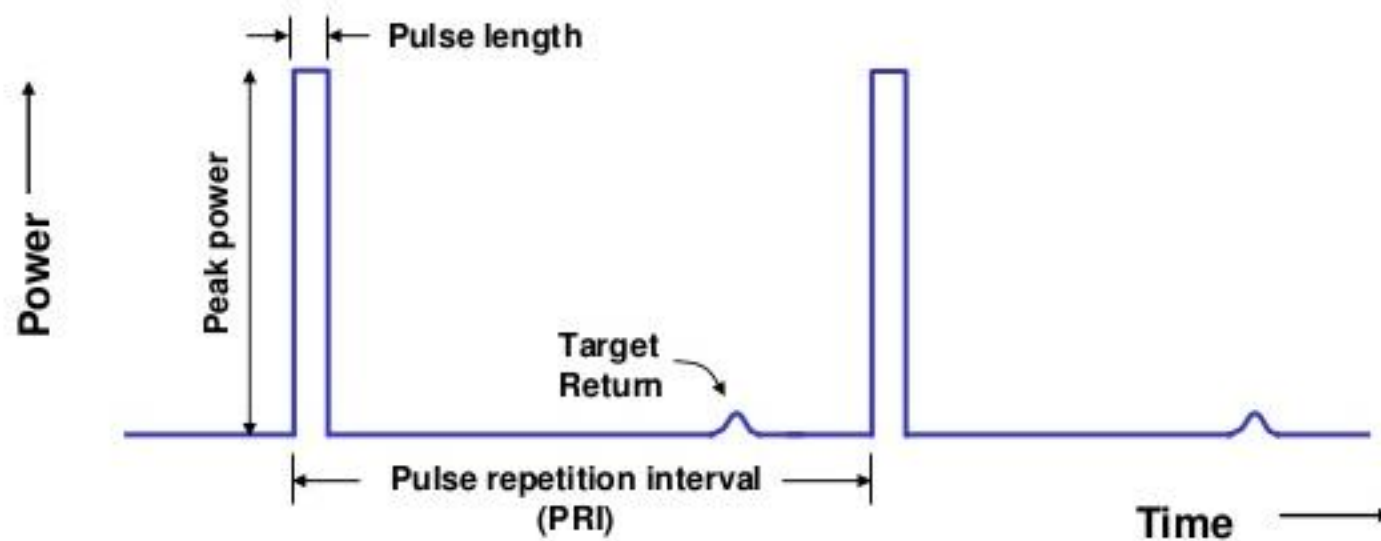




# Kinds of Radar System

Radar System은 크게 2개로 나뉜다.

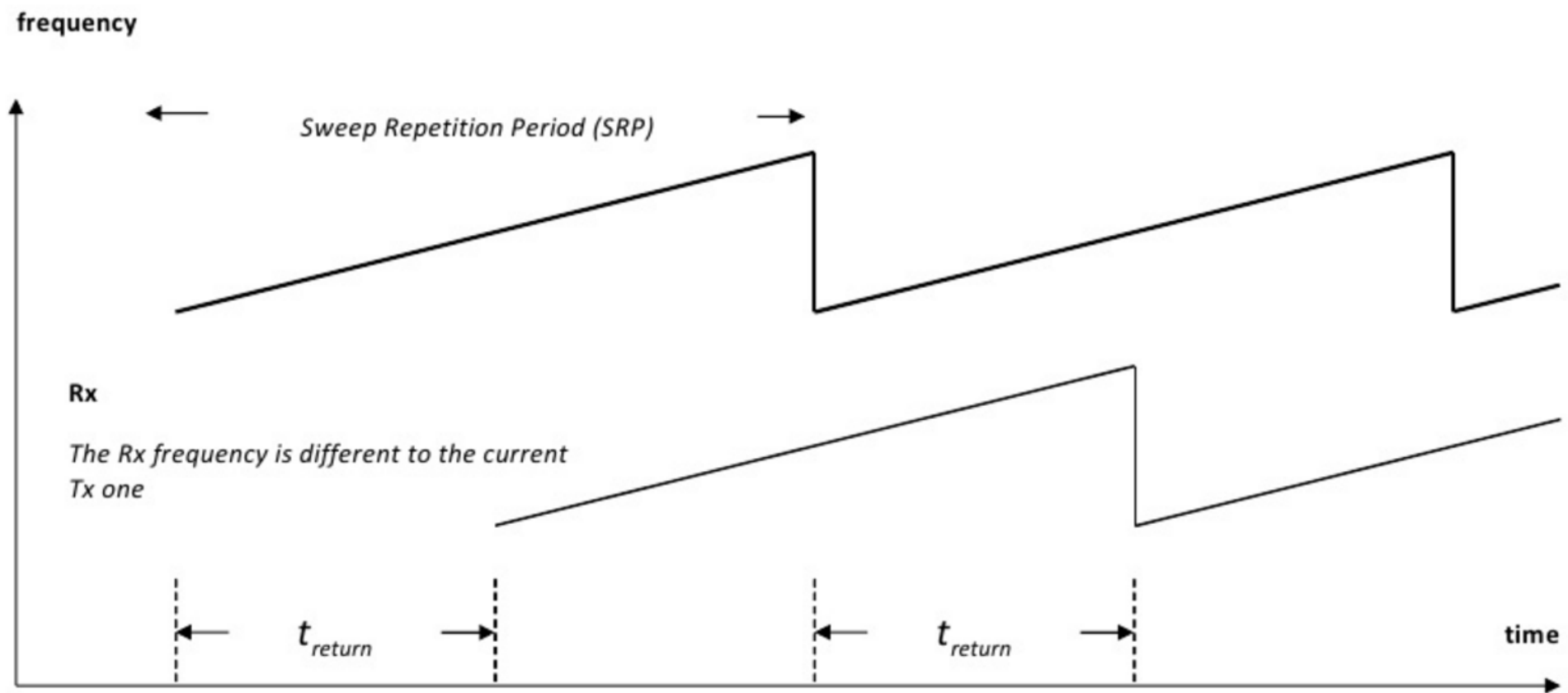
1. Pulse Radar
2. FMCW Radar



$$\text{Duty cycle} = \frac{\text{Pulse length}}{\text{Pulse repetition interval}}$$

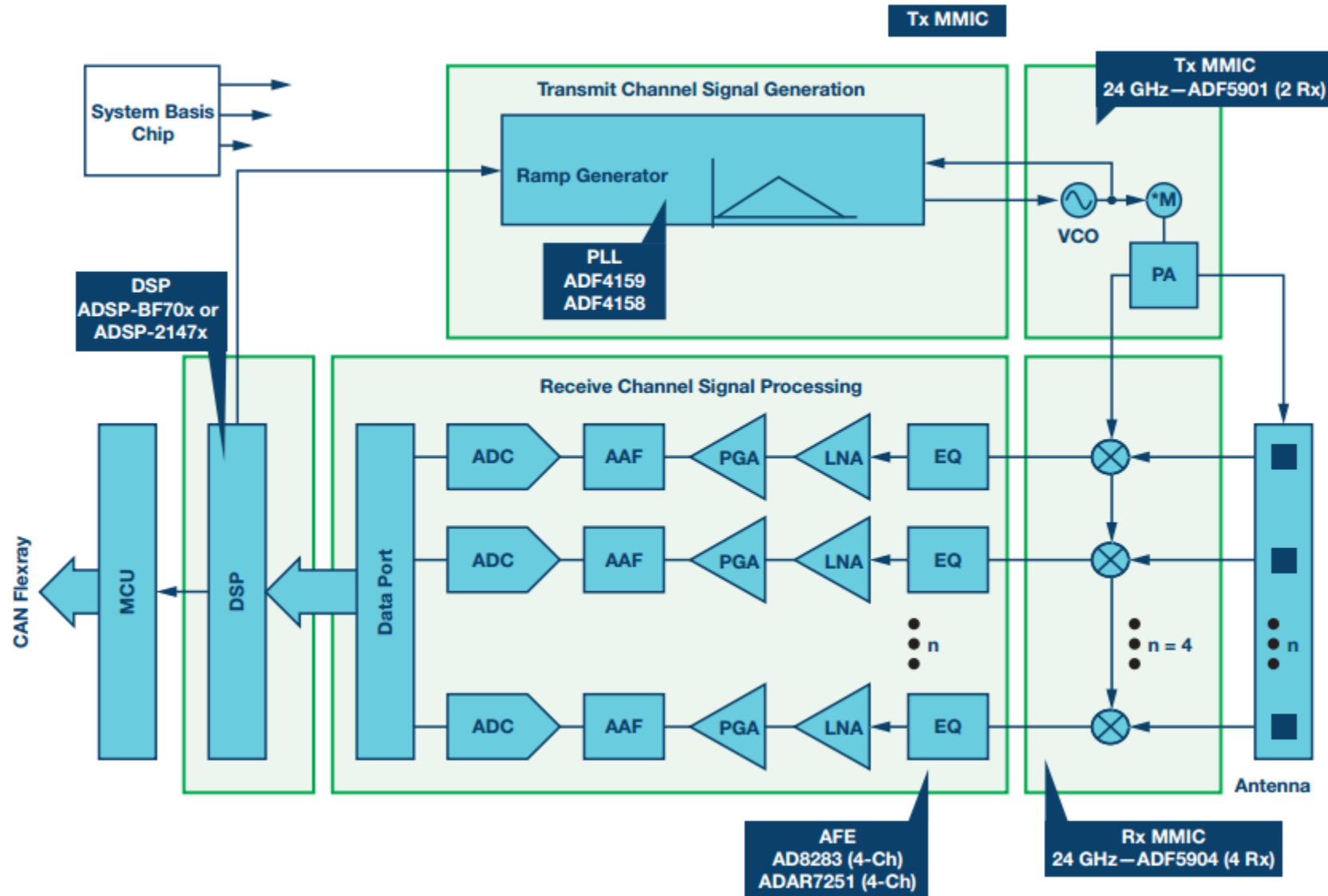
$$\text{Average power} = \text{Peak power} * \text{Duty cycle}$$

$$\text{Pulse repetition frequency (PRF)} = 1/(\text{PRI})$$



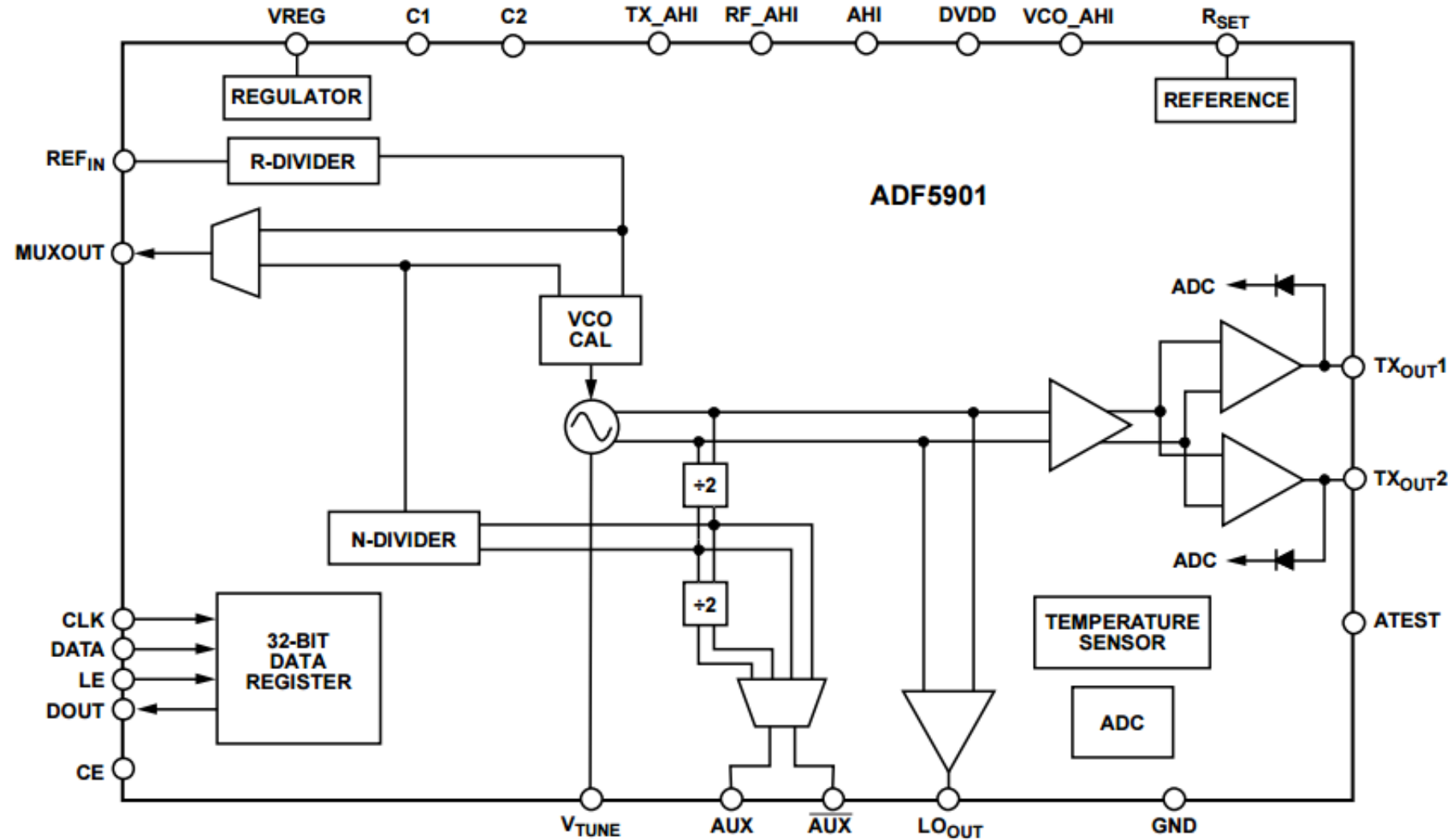
**FMCW (Broadband) Radar**

# Radar System Configuration



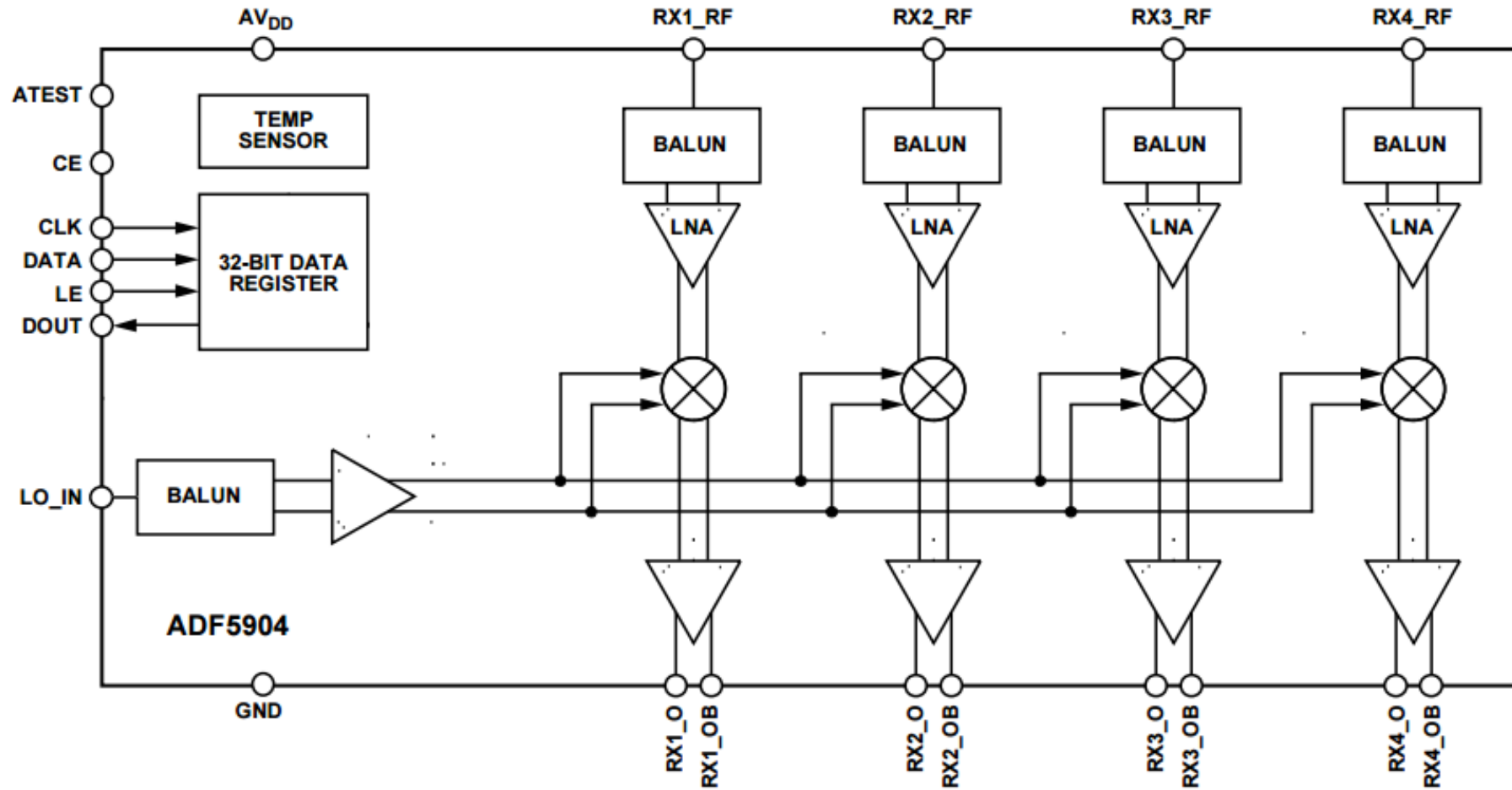
# ADF5901

## FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM



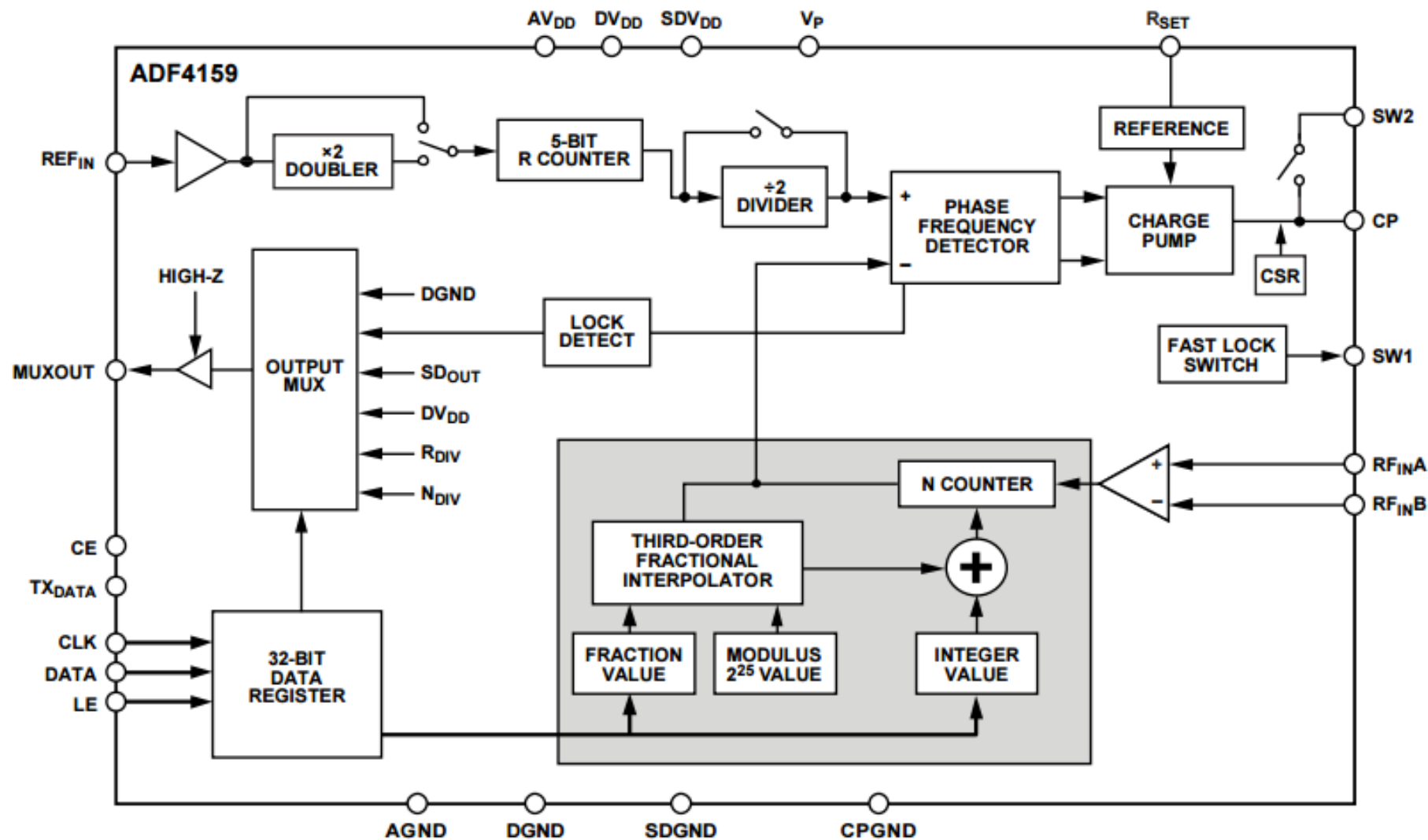
# ADF5904

## FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM



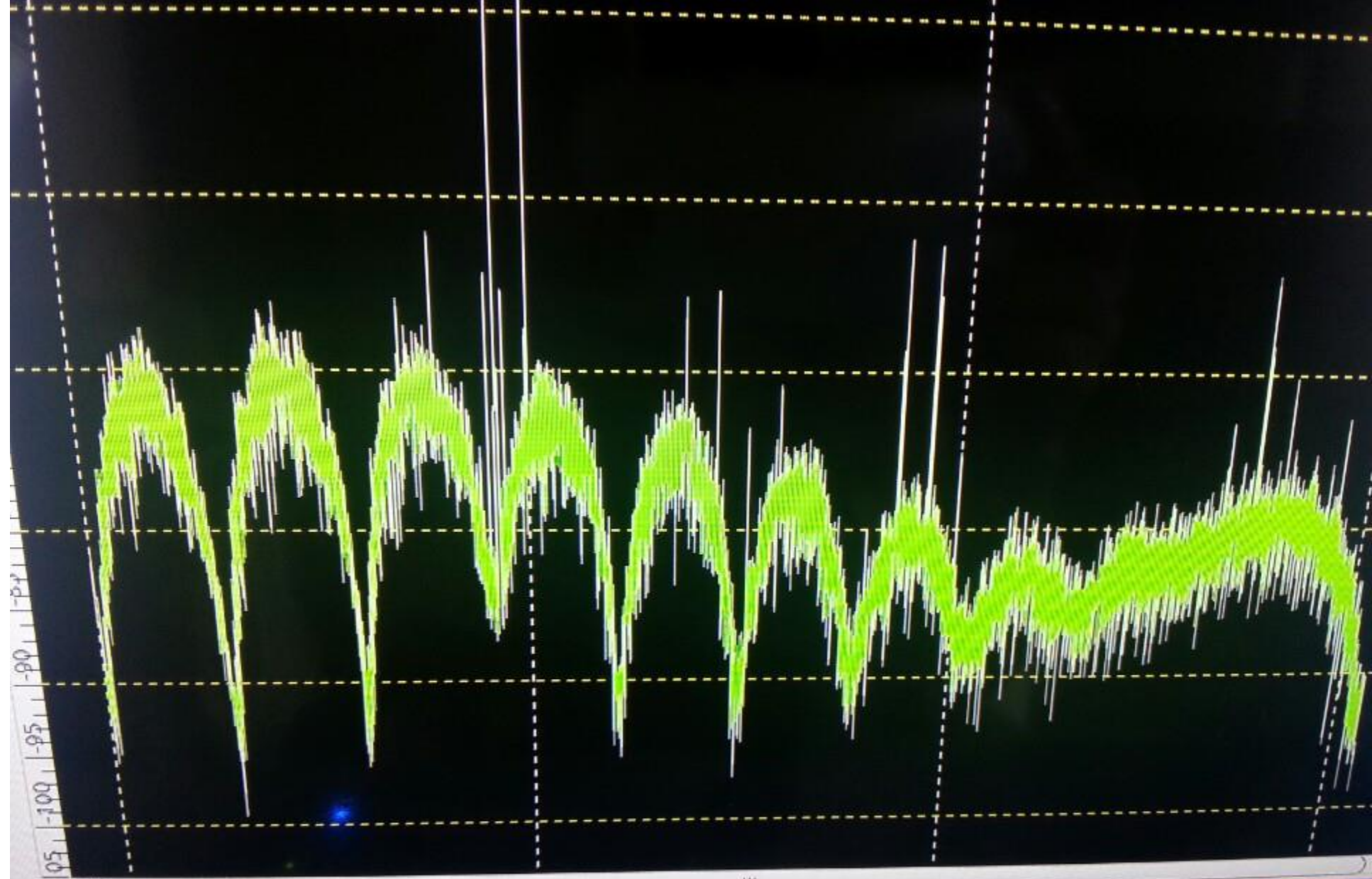
**ADF4159**

## FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM









SAMSUNG

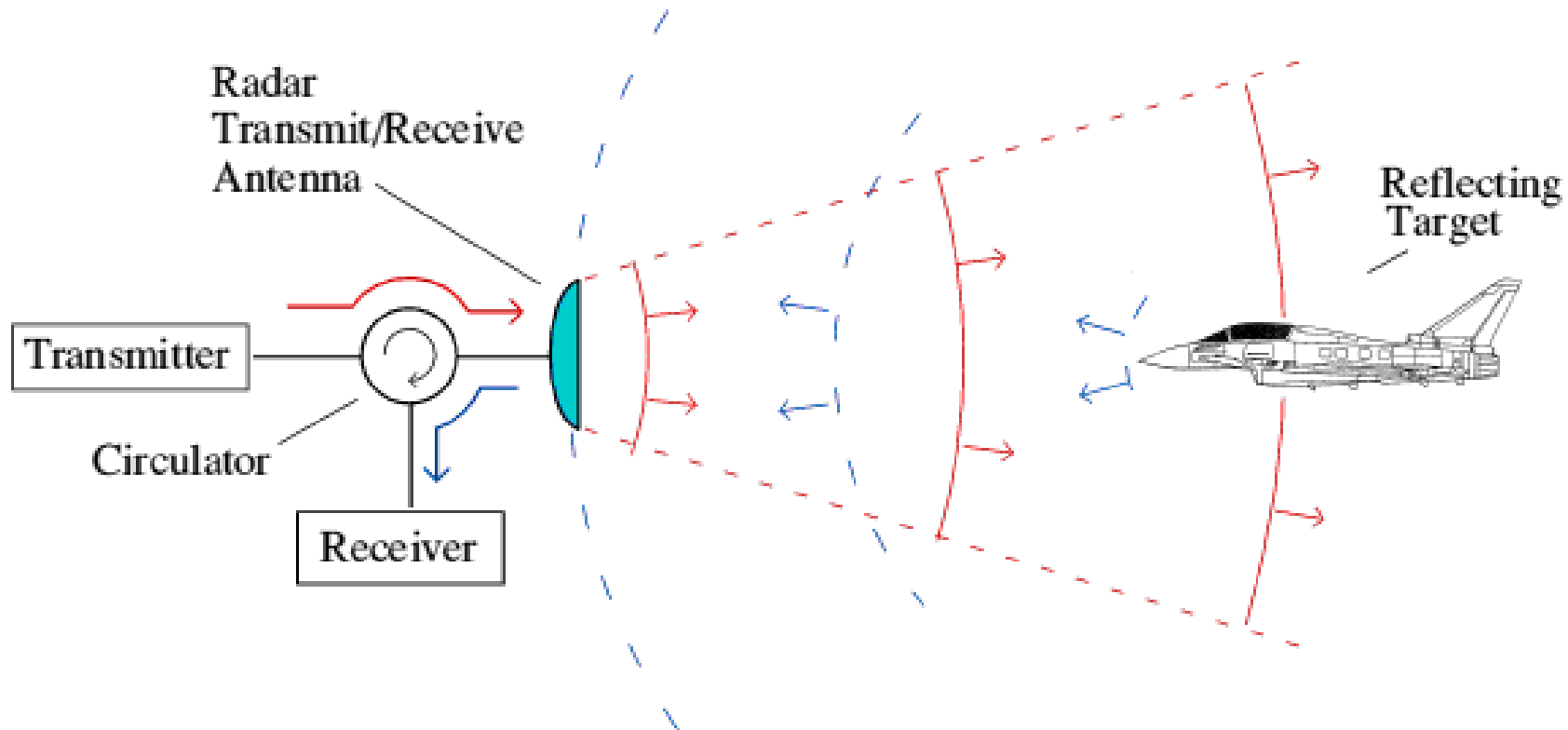




# Introduction Radar System

군사 시스템에 있어 제공권은 현대전의 핵심중 핵심이 되었고  
이 제공권의 핵심은 바로 Radar System이다.  
뿐만 아니라 이제는 이러한 기술이 민간쪽으로도 내려와 있는 상태다.

Radar System은 원거리의 표적을 탐지 추적하여 타격하는 대표적인 전자전 무기체계다.  
뿐만 아니라 요즘은 무인자동차의 필수적인 장치로 차선을 변경할때  
근처에 달려오는 차량이 있는지 사각지대에서 다가오는 물체가 있는지 등을 판별하는데 사용된다.



# Importance Point of Electrodynamics

Radar를 해석하는데 필수적인 전자기학 법칙들이다.

$$S \equiv \frac{1}{\mu_0} (E \times B)$$

단위 시간에 단위 면적을 장에 실려 이동하는 에너지(에너지 흐름 밀도)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

파동 방정식(전자기파의 파형)

$$E(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \left[ \frac{\rho(r', t_{\text{retarded}})}{r'^2} \hat{r} + \frac{\dot{\rho}(r', t_{\text{retarded}})}{c r'} \hat{r} - \frac{\dot{J}(r', t_{\text{retarded}})}{c^2 r'} \right] d\tau'$$

제피맹코 방정식(전기동역학)

$$B(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[ \frac{J(r', t_{\text{retarded}})}{r'^2} + \frac{\dot{J}(r', t_{\text{retarded}})}{c r'} \right] \times \hat{r} d\tau'$$

$$V(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qc}{(rc - r \cdot v)}$$

리나르트-비케르트 전위(전기 동역학)

$$A(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qcv}{(rc - r \cdot v)} = \frac{v}{c^2} V(r, t)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2}{6\pi c}$$

라모어 공식(방사 일률)

$$F_{\text{radiation}} = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} \dot{a}$$

아브라함-로렌츠 공식(방사 반작용력)

# What is Frequency ?

## Frequency(주파수)란 무엇일까 ?

우리는 빛의 속도가 30만 km/s인 것을 알고 있으며 이를 m단위로 환산하면 3 0000 0000 m/s인 것을 알고 있다.  
이는 지구를 1초에 7바퀴 반 돌 수 있는 속도에 해당하는 속도다.

$$f = \frac{1}{T}, \quad \lambda = \frac{c}{f} \Leftrightarrow \lambda = cT$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Leftrightarrow v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \theta = \omega t$$

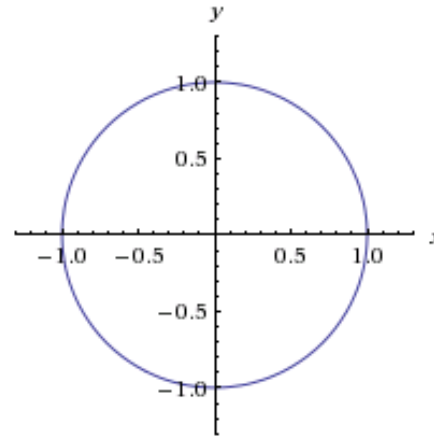
$$S = vt = r\theta \Leftrightarrow v = \frac{r\theta}{t} = r\omega = Sf$$

$$v = 2\pi r f = r\omega \Leftrightarrow \omega = 2\pi f \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$S = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{\omega} r\omega = 2\pi r$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} r\omega = \frac{dr}{dt} \omega + r \frac{d\omega}{dt} = v\omega + 0$$

$$a = v\omega = v \frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$$



$2\pi r$ 은 원의 둘레이고  
한바퀴 돌았다는 것은 0 ~ 360도까지 회전하였다는 뜻이며  
sin파의 입장에서서는 1주기를 동작했음을 의미한다.

sin x, x from -13.2 to 13.2



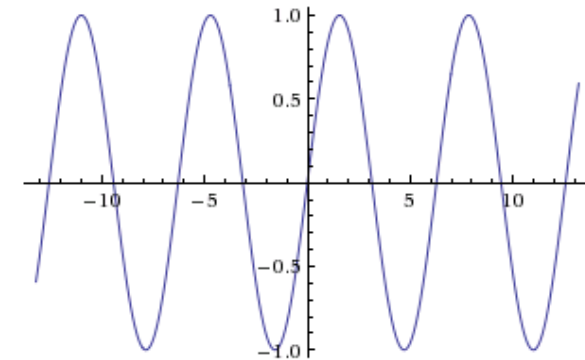
Input interpretation:

plot

sin(x)

x = -13.2 to 13.2

Plot



# Why use High Frequency ?

앞서 살펴보았듯이 무선 기술의 초기에는 많은 서비스가 주로 낮은 주파수에서 이루어졌다.

그러나 주파수 밀집도로 인해 간섭이나 혼선이 발생하게 되서 상대적으로 여유가 있는 높은 주파수로 이동하게 되었다.  
그렇다면 저주파와 고주파를 나눠둔 이유가 있을텐데 고주파의 장단점이 무엇인지 알아보자!

- 고주파의 장점

1. 대용량의 정보 전송을 위한 넓은 Bandwidth 확보가 가능
2. Radar를 위한 High Resolution, CW Radar를 위한 증가된 Doppler Shift Effect, 더욱 상세한 영상과 감지가 가능
3. Antenna와 구성 부품의 크기를 작게 만들 수 있음
4. 근접해있는 응용 서비스간 간섭이 적음
5. 디지털 시스템 신호처리와 데이터 전송을 위한 고속처리가 가능
6. 스펙트럼 확보가 쉬움
7. 전파방해가 어려움(재밍이 어렵다는 의미)

- 고주파의 단점

1. 소자 및 부품의 가격이 상승
2. 높은 대기손실이 발생
3. 실리콘 기술과 비교하여 GaAs의 신뢰성 문제가 발생  
(갈륨 비소가 실리콘에 비해 더 높은 전자 이동도를 가지고 있지만 열처리 과정등에서의 문제점이 발생함)
4. 소자 및 부품의 높은 손실 특성과 그로 발생하게되는 낮은 출력 전력(3번과 연관됨)
5. 설계도구의 정확성과 기술의 안정성 문제가 발생(위의 것들과 일맥상통함)

현재의 실리콘 기반의 소자들은 2GHz까지 사용되는 반면

4GHz 이상에서 원하는 결과를 얻으려면 GaAs 기반의 소자나 부품을 사용해야 한다.

앞서 이야기 했듯이 가격이 비싸고 열 처리 문제가 존재한다.

# Wave Equations

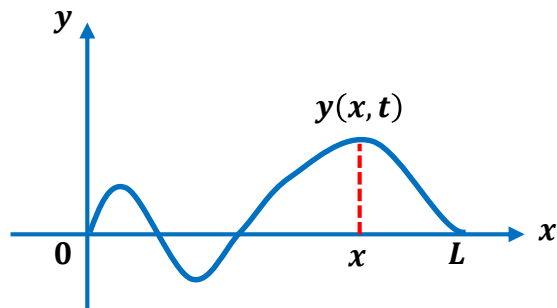
얇은 판이나 북의 진동, 기타 줄이나 바이올린 현의 떨림은 파동방정식으로 나타난다.

기타 줄처럼 양쪽 고정대에 팽팽하게 당겨져 묶여 있는 탄성현을 조금 잡아당겼다가 놓았을 때 현이 어떻게 움직이는지 생각해보자!

현은  $x$  축 상의 0에서  $L$  사이에 놓여 있으며  $xy - Plane$  에서 진동하고 있다 가정하고 이 현의 수직위치를 나타내는 함수  $y(x, t)$  를 구하고자 한다.  
이때 임의의 시간  $t$  에서 함수  $y(x, t)$  의 그래프는 그 현의 모습을 표현하게 된다.  
따라서  $y(x, t)$  를 현의 위치함수라고 부르며 아래는 그 전형적인 예다.

현의 진동을 수학적으로 표현하기 위해 아래를 가정하도록 한다.

1. 현의 장력  $T(x, t)$  이외에는 외부의 힘이 작용하지 않고  
현의 장력은 접선방향으로만 작용하며, 장력의 크기  $\|T(x, t)\| = T$  는 상수다.
2. 현의 각 부분은 수직방향으로만 움직이며 진동의 폭은 작다.
3. 현의 밀도  $\rho$  는 일정하다.





이제 현에서  $x$  와  $x + \Delta x$  사이의 작은 구간 Newton 의 제 2 법칙을 적용해보도록 하자!

장력에 의해 구간에 작용하는 힘 = (구간 질량) (구간의 가속도)

$\Delta x$  가 충분히 작을 때 이 힘의 수직 성분은 근사적으로 아래와 같다.

$$T \sin(\theta_1) - T \sin(\theta) \approx \rho \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t)$$

진동의 폭이 작으므로  $\theta, \theta_1$  은 작고 따라서 근사적으로  $\sin(\theta) \approx \theta \approx \tan(\theta), \sin(\theta_1) \approx \theta_1 \approx \tan(\theta_1)$  이 된다.

$$\tan(\theta) = \frac{\partial u}{\partial x}(x, t), \tan(\theta_1) = \frac{\partial u}{\partial x}(x + \Delta x, t)$$

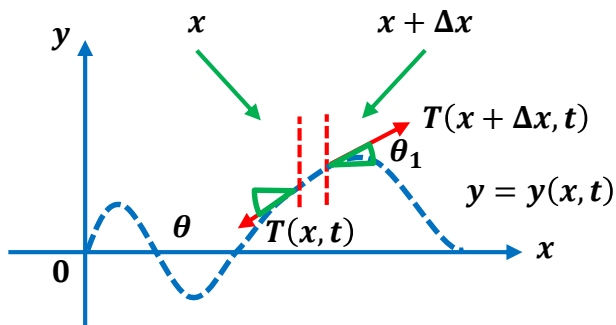
$$\frac{1}{4x} \left[ \frac{\partial u}{\partial x}(x + \Delta x, t) - \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right] \approx \frac{\rho}{T} \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$$

이제  $c^2 = T/\rho$  라 놓고 극한  $\Delta x \rightarrow 0$  을 취하면 위의 식은 아래와 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

위 식을 1차원 파동 방정식이라 한다.

편도함수를  $y_x = \frac{\partial y}{\partial x}, y_t = \frac{\partial y}{\partial t}$  와 같이 첨자를 사용하여 나타내면 파동 방정식은  $y_{tt} = c^2 y_{xx}$  로 쓸 수 있다.



만약 현의 양 끝이 고정되어 있다면 아래와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 Boundary Condition이라 한다.

$$y(0, t) = y(L, t) = 0, \quad t \geq 0$$

시간이 0 일 때 초기위치는 아래와 같다.

$$y(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L$$

초기속도는 아래와 같은데, 이 초기위치와 초기속도를 초기조건이라 한다.

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < L$$

이때  $f$  와  $g$  는 어떤 양립조건을 만족하여야 하기에 만약 현의 양끝이 고정되어 있다면 아래와 같아야 한다.

$$f(0) = f(L) = 0, \quad g(0) = g(L) = 0$$

경계 조건과 초기 조건이 주어진 파동 방정식은 현의 위치함수  $y(x, t)$ 를 구하는 초기값-경계값 문제가 되며 이 2개의 조건은 해  $y(x, t)$ 를 유일하게 결정하는 충분한 정보를 제공한다.

만약 단위 길이당 크기가  $F$  인 힘이 현에 수직방향으로 가해지면 현의 방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} F$$

2차원 공간에서 파동 방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)$$

이 방정식은 2차원 공간의 특정 영역에 놓여 있는 판(예로서, 진동하는 북의 표면)의 수직 변위  $z(x, y, t)$ 에 관한 방정식이다.

이 경우에도 유일한 해를 얻기 위해서 경계 및 초기조건이 주어져야 한다.

경계가 되는 테두리(북의 가장자리)가 고정되어 있다면  $t > 0$  에서 경계점  $(x, y)$ 에 대해 아래를 만족한다.

$$z(x, y, t) = 0$$

또한 초기위치와 초기속도는 아래와 같이 주어진다.

$$z(x, y, 0) = f(x, y), \quad \frac{\partial z}{\partial t}(x, y, 0) = g(x, y)$$

2차원 파동 방정식을 극좌표계를 이용하여 나타내보도록 하자!

$$x = r \cos(\theta), \quad y = r \sin(\theta)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

이렇게 되면 아래와 같이 표기할 수 있을 것이다.

$$z(x, y) = z(r \cos(\theta), r \sin(\theta)) = u(r, \theta)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{y}{x^2 + y^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{x}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{y}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \right) - \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{y}{r^2} \right) + \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{y}{r^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = \frac{y^2}{r^3} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2xy}{r^4} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{2xy}{r^3} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + \frac{y^2}{r^4} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$

마찬가지로 아래와 같은 식도 도출해낼 수 있다.

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{x}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{x^2}{r^3} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2xy}{r^4} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2xy}{r^3} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + \frac{x^2}{r^4} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$

그러므로 아래의 수식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$

그러므로 2차원 파동 방정식을 극좌표로 나타내면 아래와 같이 되며  
여기서  $u(r, \theta, t)$  는 시간  $t$  일 때 북 표면의 점  $(r, \theta)$  의 수직방향 변위다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right)$$

# Fourier Series Solution of Wave Equations

초기속도가 0인 현의 진동을 생각해보자!

길이가  $L$  이고 양끝이  $x$  축상의  $x = 0$  과  $x = L$  에 고정된 탄성현을 생각해보자!  
이 현을 잡아당겼다가 정지시킨 후 가만히 놓으면  $xy - Plane$  에서 진동하게 된다.  
시간  $t$  에서 현의 변위 함수  $y(x, t)$  를 구해보자!

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

$$y(0, t) = y(L, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$y(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq L$$

이때  $f(x)$  는 현의 초기 위치이며 Fourier Solution 혹은 변수 분리법은  $y(x, t) = X(x)T(t)$  인 형태의 해를 구하는 방법이다.  
이를 파동 방정식에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$XT'' = c^2 X''T$$

여기서  $T' = dT/dt$  이고  $X' = dX/dx$  이므로 이 파동 방정식을 아래와 같이 정리하면,  
좌변은  $x$  만의 함수, 우변은  $t$  만의 함수가 된다.

$$\frac{X''}{X} = \frac{T''}{c^2 T}$$

좌변은  $t$  에 무관하고 우변은  $x$  에 무관하므로 양변은  $(x, t)$  에 무관한 상수다.  
이 상수를  $-\lambda$  라 하고 이  $\lambda$  를 분리 상수라 부르며 위 식을 아래와 같이 2 개의 상미분 방정식으로 분리할 수 있다.

$$\frac{X''}{X} = \frac{T''}{c^2 T} = -\lambda \Rightarrow X'' + \lambda X = 0, \quad T'' + \lambda c^2 T = 0$$

이제 Boundary Condition을 생각하면  $t \geq 0$  에서  $y(0, t) = X(0)T(t) = 0$  이다.  
 만약  $X(0) \neq 0$  이면 모든  $t$  에 대해  $T(t) = 0$  이 되므로  $y(x, t) = 0$  이 되어 자명한 해를 얻는다.  
 비자명한 해를 구하려면  $X(0) = 0$  을 만족해야 한다.

마찬가지로  $t \geq 0$  에서  $y(L, t) = X(L)T(t) = 0$  이므로  $X(L) = 0$  을 만족해야 한다.  
 그러므로  $X(t)$  는  $X'' + \lambda X = 0, X(0) = X(L) = 0$  을 만족한다.

이 문제가 비자명한 해를 가질 때,  $\lambda$  를 이 문제의 고유값, 대응하는  $X$  를 고유함수라 한다.  
 정규 Sturm–Liouville 문제를 풀어 고유값과 고유함수를 아래와 같이 얻었다.

$$\lambda_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2}, X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

따라서 분리 상수  $\lambda$  와  $X(x)$  는 무한히 많이 존재한다.  
 이제  $T(t)$  를 고려해 보자!

현의 초기속도가 0이므로  $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = X(x)T'(0) = 0$  이다.

앞서와 같이 비자명한 해를 구하려면  $T'(0) = 0$  이 되어야 하므로  $T(t)$  는 아래를 만족한다.

$$T'' + \lambda c^2 T = 0, \quad T'(0) = 0$$

$\lambda$  가  $\frac{n^2 \pi^2}{L^2}$  형태의 값들만 갖는다는 것을 이용하면 이 문제는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$T'' + \frac{n^2 \pi^2 c^2}{L^2} T = 0, \quad T'(0) = 0$$

$T$ 에 대한 이 미분방정식은  $T(t) = a \cos\left(\frac{n\pi c t}{L}\right) + b \sin\left(\frac{n\pi c t}{L}\right)$  와 같은 일반해를 갖고

$T'(0) = \frac{n\pi c}{L} b = 0$  으로부터  $b = 0$  이므로 아래와 같다.

$$T_n(t) = c_n \cos\left(\frac{n\pi c t}{L}\right)$$

그러므로 파동 방정식을 만족하고 경계값 문제에 대한 해가 될 가능성이 있는 아래의 식을 얻는다.

$$y_n(x, t) = c_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

이 함수들은 파동 방정식과 2개의 경계조건과 초기조건  $y_t(x, 0) = 0$  을 만족한다.

추가로 초기조건  $y(x, 0) = f(x)$  를 만족하면 구하는 해가 된다.

그러므로  $y$  는  $y_n$  의 무한합으로 아래와 같이 표현할 수 있다고 가정한다.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

아래를 만족하도록  $c_n$  을 선택해야 한다!

$$y(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = f(x)$$

그런데 이것은 구간  $[0, L]$  에 대한  $f(x)$  의 Fourier Sine Expansion 이다.

Fourier Sine Coefficient는 아래와 같다.

$$c_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(\xi) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) d\xi$$

그러므로 해는 아래와 같이 구해진다.

$$y(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_0^L f(\xi) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) d\xi \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

이 해법은 구간  $[0, L]$  에서 연속이고 구분적으로 미분가능하며  $f(0) = f(L) = 0$  을 만족하는 모든 초기 위치 함수  $f$  에 대해 적용할 수 있다.

## Example

구간  $[0, \pi]$  에서 양끝이 고정되고 초기속도가 0이며 초기위치가 아래와 같은 탄성현을 생각하자!

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L - x, & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases}$$

이 경우 초기 위치  $f(x)$  에 대한 Fourier Sine Coefficient는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{2}{L} \int_0^L f(\xi) \sin\left(\frac{n\pi\xi}{L}\right) d\xi \\ &= \frac{2}{L} \int_0^{L/2} \xi \sin\left(\frac{n\pi\xi}{L}\right) d\xi + \frac{2}{L} \int_{L/2}^L (L - \xi) \sin\left(\frac{n\pi\xi}{L}\right) d\xi = 4L \frac{\sin(n\pi/2)}{n^2\pi^2} \end{aligned}$$

따라서 아래와 같다.

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \frac{4L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \\ &= \frac{4L}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^2} \sin\left(\frac{(2k-1)\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{(2k-1)\pi ct}{L}\right) \end{aligned}$$

## Example

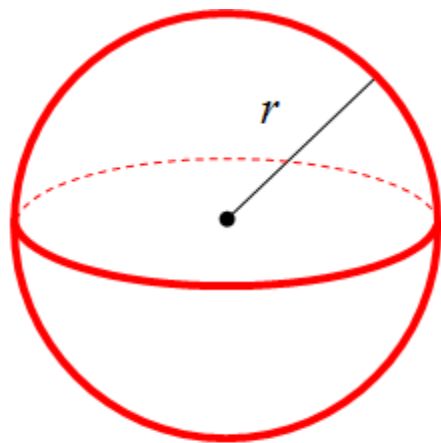
초기속도가 0이고 초기위치가  $f(x) = x \cos\left(\frac{5x}{2}\right)$  인 양끝이 고정된 현의 위치함수  $y(x, t)$  를 구해보자!  
우선 계수는 아래와 같다.

$$c_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \xi \cos\left(\frac{5\xi}{2}\right) \sin(n\xi) d\xi = \frac{8}{\pi} \frac{n(-1)^{n+1}}{(5+2n)^2(5-2n)^2}$$

이 때의 해는 아래와 같다.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi} \frac{n(-1)^{n+1}}{(5+2n)^2(5-2n)^2} \sin(nx) \cos(nct)$$





구의 부피 :  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

구의 표면적 :  $S = 4\pi r^2$

$$S = \int dS$$

$$= \int R^2 \sin\phi d\theta d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi R^2 \sin\phi d\phi d\theta$$

# Isotropic Radiator

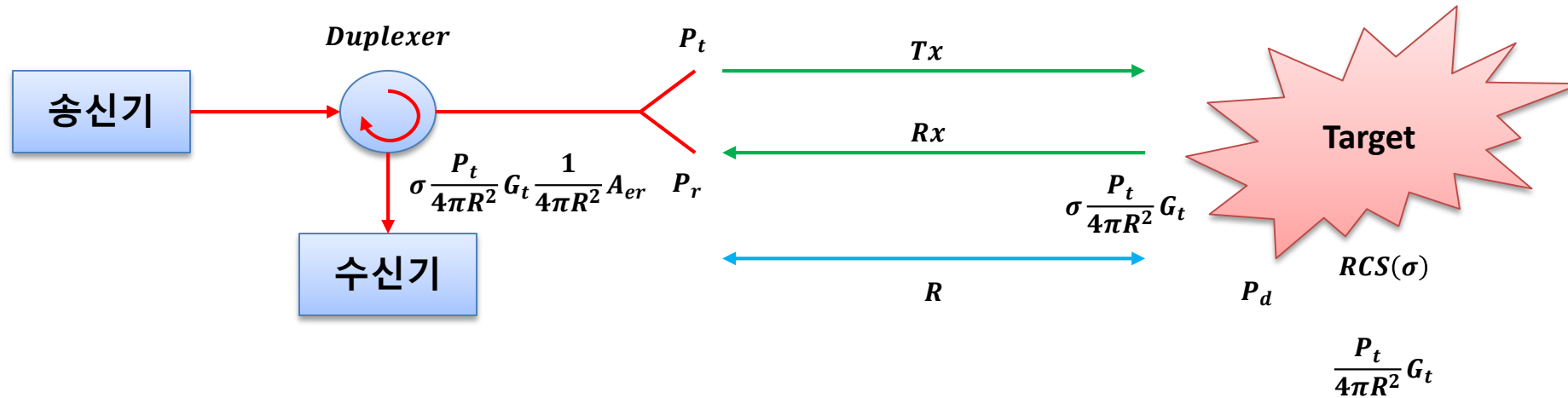
등방성 방사체는 공간 중의 한 점처럼 모든 방향으로  
균일하게 에너지를 방사할 수 있는 특성을 가진 실제로 구현할 수 없는 이론적 안테나다.  
방사하는 에너지는 구면의 형태에 균일하게 분포하여 공과 같은 형태의 모습을 가지게 된다.

Source 의 전력이  $P_t$  라면 거리 R 만큼 떨어진 곳에서 수신되는 전력 밀도는  
아래와 같이 계산하며 단위 제곱미터당 와트로 표시할 수 있다.

$$P_d = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

# Radar Range Equation

레이더 방정식은 송신기, 수신기, 안테나, 표적 그리고 환경의 특성에 따른 탐지 거리를 나타낸다.  
레이더 동작을 이해하기 위한 기본 방정식에 해당한다.  
이 방정식은 몇 가지 다른 형태로 나타낼 수 있으며 아래와 같은 환경에서 동작한다.



$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2} \frac{G_r \lambda_0^2}{4\pi} = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

$$R = \left( \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 P_r} \right)^{\frac{1}{4}}$$