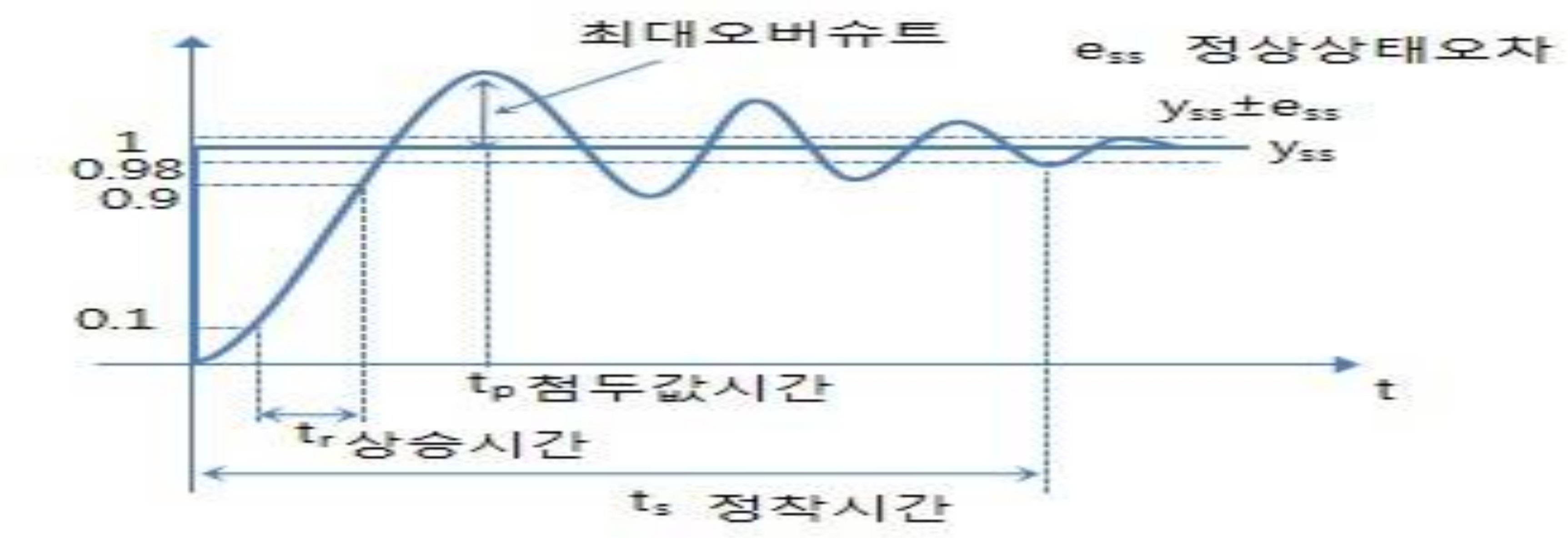
What is steady state error?

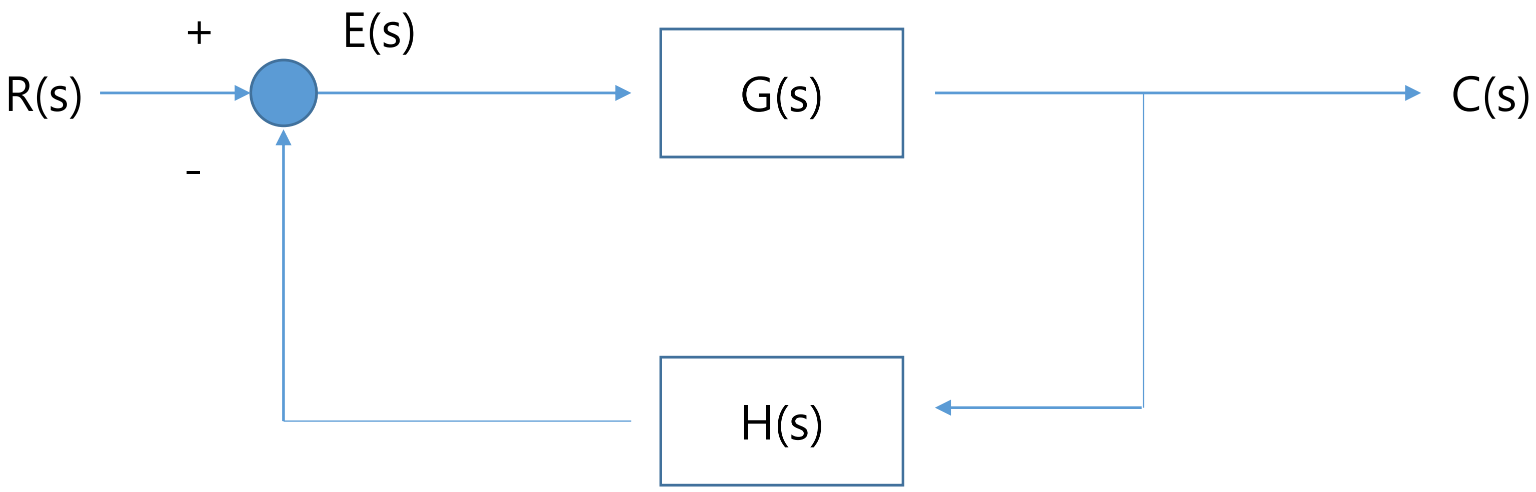
Steady state error(정상상태오차)란?



(출처 : http://www.ktword.co.kr/abbr_view.php?m_temp1=4671)

위 그림처럼 과도 응답이 끝난 후 정상상태에서도 남게 되는 오차를 정상상태 오차라고 하며 이러한 정상상태 오차는 적을 수록 좋다.

지금부터 계단,램프,포물선 입력에 대한 정상상태 오차를 알아 보자



위 궤환 제어 시스템에 대한 오차는 E(s) = $\frac{R(s)}{1+G(s)*H(s)}$ 이다.

세가지 입력의 라플라스 변환은 각각 $\frac{1}{s}$ $\frac{1}{s\text{^}2}$ $\frac{1}{s\text{^}3}$ 이다 위 식의 R(s)에 라플라스 변환된 입력을 넣어보면

E_{k1}(s) = = $\frac{1}{s(1+G(s)*H(s))}$ (계단입력)

E_{k2}(s) = = $\frac{1}{s^2(1+G(s)*H(s))}$ (램프 입력)

E_{k3}(s) = = $\frac{1}{s^3(1+G(s)*H(s))}$ (포물선 입력)

정상상태 오차는 $e(t)$에서 $t = \infty$ 이니까 다음과 같이 최종치 정리를 사용해서 구할 수 있다.

$$\lim_{s \to 0} sE(s)$$

피드백함수 H(s) = 1 로 하고 최종치 정리를 E_{k1}(s) , E_{k2}(s) , E_{k3}(s) 에 적용하면

$e_{k1}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{1+G(s)}$ (계단입력)

$e_{k2}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s^1(1+G(s))}$ (램프 입력)

$e_{k3}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2(1+G(s)}$ (포물선 입력)

$$G(s) = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots}{s^n(s+p_1)(s+p_2)\cdots}$$

여기서 전달함수 G(s)에서 원점에 극점을 가지게 해주는 s^n에 따라 n 형 시스템이라고 한다.

우선 0 형 부터 살펴보자 계단입력부터

$e_{k1}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{1+G(s)}$ = $\frac{1}{1+G(0)}$

즉 G(0)가 무한대가 아니라면 정상상태 오차는 0이 될 수 없고 상수가 된다.

다음으로 램프입력은

$e_{k2}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s*(1+G(s))}$ 인데 분모가 0이 되어서 $e_{k2}(\infty)$ = ∞ 가 된다.

마지막으로 포물선입력은

$e_{k2}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2*(1+G(s))}$ 인데 램프 입력과 마찬가지로 분모가 0이 되어서 $e_{k2}(\infty)$ = ∞ 가 된다.

이어서 1형을 살펴보자

먼저 계단입력부터

$e_{k2}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{(1+G(s))}$ 에서 G(s) = $\frac{(s-z1)\ldots(s-zn)}{s(s-p1)\ldots(s-pn)}$ 인데 G(0) = ∞ 이므로 $e_{k2}(\infty)$ = 0 이다.

그 다음 램프입력

$e_{k2}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s*(1+G(s))}$ 에서 G(s) = $\frac{(s-z1)\ldots(s-zn)}{s(s-p1)\ldots(s-pn)}$ 이면 $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s+sG(s))}$ 가 된다. 따라서 정상상태 오차는 상수가 된다.

마지막으로 포물선입력은

$e_{k3}(\infty)$ = $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2*(1+G(s))}$ 에서 G(s) = $\frac{(s-z1)\ldots(s-zn)}{s(s-p1)\ldots(s-pn)}$ 이면 $\lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2+s^2G(s))}$ 가 된다. 따라서 정상상태 오차는 ∞ 가 된다.

요약하자면

- 0형 시스템은 원점을 지나는 극점이 없으므로 정상상태오차는 항상 남아있다.

-0형 시스템에다가 적분기를 하나 추가해주면 지나는 극점이 하나 생기기때문에 계단입력에대해서는 정상상태 오차가 0 이다.

Reference

http://cemtool.co.kr/products/control/Chap8/Sec8.5/Sec8.5.htm

http://www.academia.edu/13298003/PID_%EA%B8%B0%EC%B4%88_%EC%A0%95%EB%A6%AC

http://www.google.co.kr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwj6jJ2suYLaAhWDQpQKHZpyCEkQFggmMAA&url=http%3A%2F%2Fprof.gwangju.ac.kr%2Fbbs%2Fdownload1.php%3Fgid%3Dyongmin%26no%3D781%26type%3Dlecture_note&usg=AOvVaw2liM6_N0MxTUhEt2mtZKg4

http://hyongdoc.tistory.com/49