

Carga de un Capacitor en un Circuito RC

Brayan Miguel Hernández Rivas, Adrian Arredondo Rodriguez.

10 de Febrero 2025

*Ingeniería Mecatrónica.
Grupo: IMT-802*

1. Introducción

El análisis de circuitos eléctricos es fundamental en la ingeniería, ya que permite comprender y predecir el comportamiento de los componentes electrónicos en diversas aplicaciones. Entre estos, los circuitos RC, conformados por una resistencia y un capacitor, juegan un papel crucial en sistemas de almacenamiento de energía, filtrado de señales y generación de retardos temporales. En este experimento, se estudia el proceso de carga de un capacitor en un circuito RC mediante el planteamiento y resolución de la ecuación diferencial que describe su comportamiento. Se utiliza el método del factor integrante para obtener una expresión matemática que relacione el voltaje en el capacitor con el tiempo. A partir de esta ecuación, también se determina la corriente en el circuito y se analiza su evolución a lo largo del tiempo. Además del análisis teórico, se lleva a cabo una validación experimental en la que se mide el voltaje del capacitor a través de una entrada analógica de un microcontrolador, como Arduino o ESP32. Los datos obtenidos se comparan con los valores teóricos para verificar la precisión del modelo matemático y evaluar posibles discrepancias debido a factores como la resistencia interna de los componentes o errores en la medición. Este estudio no solo refuerza el conocimiento sobre circuitos RC y su modelado matemático, sino que también permite aplicar herramientas de adquisición de datos y procesamiento de señales en experimentos prácticos, habilidades esenciales en el campo de la electrónica y la automatización.

2. Marco teórico

2.1. Capacitores y su Función en Circuitos Electrónicos

Un capacitor es un componente pasivo diseñado para almacenar energía en forma de campo eléctrico entre dos placas conductoras separadas por un material dieléctrico. Su capacidad de almacenamiento, denominada capacitancia, se mide en faradios (F) y depende de la superficie de las placas, la distancia entre ellas y las propiedades del dieléctrico utilizado. Existen diversos tipos de capacitores, como cerámicos, electrolíticos y de tantalio, cada uno con características y aplicaciones específicas en circuitos electrónicos. Los capacitores tienen una amplia gama de aplicaciones, incluyendo filtrado de señales, acoplamiento y desacoplamiento de circuitos, almacenamiento de energía y corrección del factor de potencia en sistemas eléctricos. Su comportamiento dinámico en circuitos depende de la resistencia en serie y del voltaje aplicado, lo que determina su tiempo de carga y descarga.

2.2. Circuitos RC: Principios Fundamentales

Un circuito RC está compuesto por una resistencia (R) y un capacitor (C) dispuestos en serie o en paralelo. La interacción entre estos componentes introduce un parámetro clave conocido como la constante de tiempo (τ), definida por la ecuación:

$$V_c = V_{\text{fuente}} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (1)$$

Este valor representa el tiempo necesario para que el voltaje en el capacitor alcance aproximadamente el 63%. En un circuito RC en serie, la corriente es la misma en todos los elementos, y la variación del voltaje en el capacitor está determinada por la resistencia, que limita el flujo de corriente. En configuraciones en paralelo, el capacitor actúa como un almacenamiento de carga en función del voltaje aplicado.

2.3. Dinámica de Carga y Descarga del Capacitor

2.3.1. Carga del Capacitor

Cuando se aplica una fuente de voltaje a un capacitor en serie con una resistencia, el voltaje en el capacitor aumenta de manera exponencial conforme se acumula carga en sus placas. La ecuación matemática que describe este proceso es:

$$V_c = V_{\text{fuente}} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (2)$$

Donde:

- $V_c(t)$ representa el voltaje del capacitor en el instante t .
- V_{fuente} es el voltaje suministrado por la fuente.

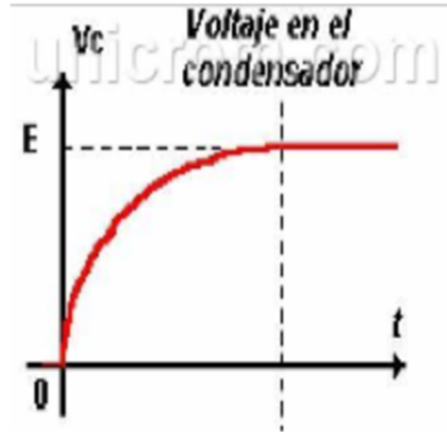


Figura 1: voltaje de condensador.

- $\tau = R \cdot C$ es la constante de tiempo del sistema.

La figura 1 muestra la evolución temporal del voltaje en el capacitor, mostrando cómo este se aproxima asintóticamente al voltaje de la fuente conforme transcurre el tiempo. Este comportamiento es clave en circuitos electrónicos que emplean capacitores para el almacenamiento de energía y el control de señales.

2.3.2. Descarga del Capacitor

Cuando se retira la fuente de voltaje y el capacitor se descarga a través de la resistencia, el voltaje disminuye exponencialmente siguiendo la ecuación:

$$V_c(t) = V_{\text{inicial}} e^{-t/\tau} \quad (3)$$

Este comportamiento implica que la carga almacenada en el capacitor decrece gradualmente hasta disiparse por completo a través de la resistencia. La rapidez con la que ocurre esta descarga depende de la constante de tiempo del circuito. Este fenómeno es utilizado en múltiples aplicaciones, como temporizadores, circuitos de retardo y osciladores electrónicos.

2.4. Aplicación de un Divisor de Voltaje en la Medición Experimental

En el experimento, se utiliza un divisor de voltaje conformado por un capacitor y una resistencia en serie. Esta configuración permite medir el voltaje en el capacitor a través de una entrada analógica de un microcontrolador como Arduino o ESP32. Al monitorear estos valores en tiempo real, es posible registrar la evolución de la carga del capacitor y comparar los resultados obtenidos con los valores teóricos predichos por la ecuación diferencial del circuito. Los divisores

de voltaje son fundamentales en circuitos de medición y adquisición de datos, ya que permiten reducir niveles de voltaje para que puedan ser interpretados por microcontroladores y otros dispositivos electrónicos sin riesgo de daño. En este caso, el divisor de voltaje facilita la conversión de señales analógicas en valores discretos procesables.

2.5. Microcontroladores en la Adquisición de Datos

Los microcontroladores, como Arduino y ESP32, poseen convertidores analógico-digitales (ADC) que permiten muestrear el voltaje en el capacitor en diferentes instantes de tiempo. Estos valores pueden ser transmitidos al monitor serial y posteriormente procesados para la generación de gráficas mediante software como Excel, MATLAB o Python, facilitando el análisis cuantitativo del fenómeno. El uso de microcontroladores en la adquisición de datos es clave en la automatización de mediciones y el procesamiento de señales en tiempo real. Estos dispositivos permiten registrar datos de manera eficiente y analizar el comportamiento de sistemas eléctricos sin la necesidad de instrumentos de medición especializados.

2.6. Metodología Experimental

Para garantizar la precisión en la adquisición de datos, es fundamental seguir las siguientes recomendaciones:

- Descargar completamente el capacitor antes de cada medición, conectando sus terminales a tierra.
- Utilizar un interruptor para iniciar la carga desde y asegurar una medición adecuada del proceso transitorio.
- Registrar los valores de voltaje obtenidos a través del monitor serial y graficar la curva de carga, comparándola con la solución teórica de la ecuación diferencial.
- Repetir el experimento con diferentes valores de resistencia y capacitancia para analizar el impacto en la constante de tiempo y verificar la validez del modelo teórico.

A través de este procedimiento, se busca validar experimentalmente el comportamiento teórico del circuito RC, demostrando la relación exponencial de la carga y descarga del capacitor en función del tiempo. La comparación de datos teóricos y experimentales permite comprender mejor la dinámica de estos circuitos y su relevancia en aplicaciones prácticas de ingeniería eléctrica y electrónica.

3. Materiales y montaje en la Protoboard

- Resistencia de $100\text{ k}\Omega$
- Capacitor de $100\text{ }\mu\text{F}$
- Fuente de voltaje de 5 V
- Protoboard
- Arduino nano
- Cables de conexión
- Multímetro para medición

A continuación, se muestra el esquema del circuito RC, el cual opera mediante un divisor de voltaje con una resistencia.

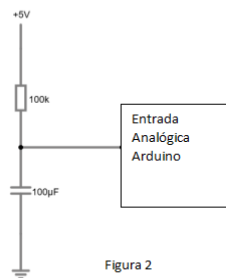


Figura 2: Esquema del circuito RC.

Para medir el cambio de voltaje en el capacitor, se utilizará el pin analógico A0 y se realizó el montaje de la siguiente manera:

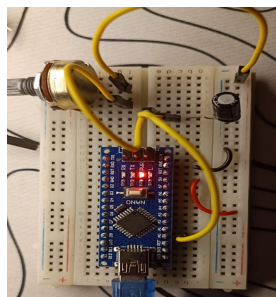


Figura 3: Montaje del circuito RC en la protoboard.

4. Ecuación Diferencial del Circuito RC

La ecuación diferencial que describe la carga de un capacitor en un circuito RC es:

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V$$

Donde Q es la carga en el capacitor, V es el voltaje de la fuente, R es la resistencia, y C es la capacitancia.

Sabemos que la carga en el capacitor está relacionada con el voltaje por la ecuación $Q = CV_c$, donde V_c es el voltaje en el capacitor. Por lo tanto, podemos escribir la ecuación como:

$$RC \frac{dV_c}{dt} + V_c = V$$

Sustituyendo los valores dados:

$$(100 \times 10^3)(100 \times 10^{-6}) \frac{dV_c}{dt} + V_c = 5$$

$$10 \frac{dV_c}{dt} + V_c = 5$$

Dividiendo todo entre 10:

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{10} V_c = 0,5$$

5. Resolución con el Método del Factor Integrante

El factor integrante $\mu(t)$ es:

$$\mu(t) = e^{\int \frac{1}{10} dt} = e^{t/10}$$

Multiplicamos la ecuación diferencial por el factor integrante:

$$e^{t/10} \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{10} e^{t/10} V_c = 0,5 e^{t/10}$$

Esto nos lleva a la derivada de un producto:

$$\frac{d}{dt} (e^{t/10} V_c) = 0,5 e^{t/10}$$

Integrando ambos lados:

$$e^{t/10} V_c = \int 0,5 e^{t/10} dt$$

$$e^{t/10}V_c = 5e^{t/10} + C_1$$

Despejando V_c :

$$V_c = 5 + C_1e^{-t/10}$$

Aplicando la condición inicial $V_c(0) = 0$:

$$0 = 5 + C_1e^0 \Rightarrow C_1 = -5$$

Finalmente, obtenemos la expresión para el voltaje en el capacitor:

$$V_c = 5(1 - e^{-t/10})$$

6. Cálculo de la Corriente

La corriente en el circuito RC está dada por la relación:

$$I(t) = C \frac{dV_c}{dt}$$

Sabemos que:

$$V_c(t) = 5(1 - e^{-t/10})$$

Por lo tanto, la derivada de $V_c(t)$ es:

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{2}e^{-t/10}$$

Sustituyendo en la fórmula de corriente:

$$I(t) = (100 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{2}e^{-t/10}$$

$$I(t) = 50 \times 10^{-6}e^{-t/10}$$

La corriente en cualquier momento t es:

$$I(t) = 50 \mu A e^{-t/10}$$

6.1. Corriente en $t = 0$

En $t = 0$, la corriente es:

$$I(0) = 50 \mu A$$

6.2. Corriente en $t = 10$ s

En $t = 10$ s, la corriente es:

$$I(10) = 50 \times 10^{-6} e^{-10/10}$$

$$I(10) \approx 18,39 \mu A$$

7. Gráfica de la Carga del Capacitor

A continuación se presenta la gráfica de la carga del capacitor en función del tiempo. Esta curva muestra cómo el voltaje en el capacitor se aproxima a su valor máximo a medida que el tiempo avanza.

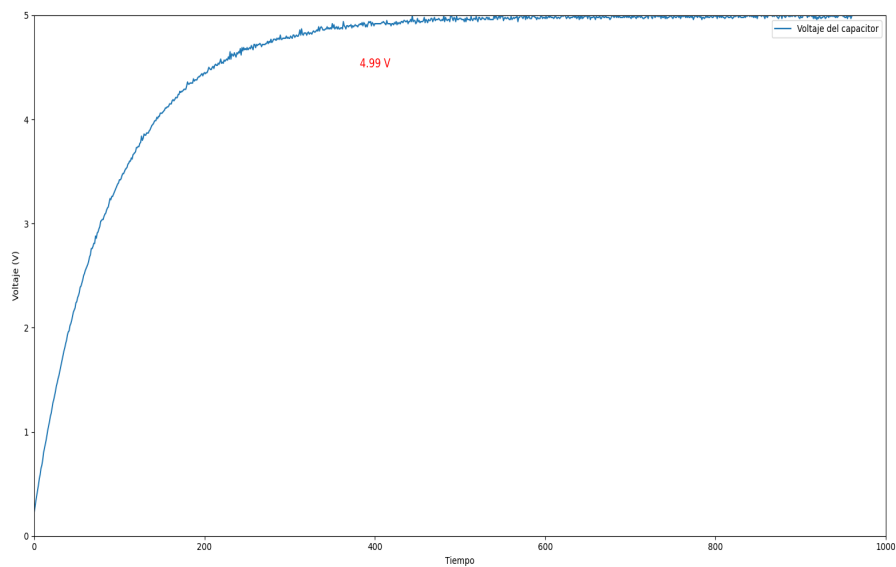


Figura 4: Curva de carga del capacitor en un circuito RC.

8. Conclusión

La ecuación de voltaje del capacitor es:

$$V_c = 5(1 - e^{-t/10})$$

Y la corriente en el circuito está dada por:

$$I = 50 \mu A e^{-t/10}$$

Para $t = 10$ s, la corriente es aproximadamente $18,39 \mu A$. La resolución de la ecuación diferencial que describe el comportamiento de un circuito RC nos ha permitido obtener una expresión matemática precisa para el voltaje en el capacitor,

$$V_c = 5(1 - e^{-t/10}),$$

y para la corriente en el circuito,

$$I(t) = 50 \mu A e^{-t/10}.$$

Estas expresiones muestran cómo el voltaje en el capacitor se aproxima a su valor máximo de 5 V conforme transcurre el tiempo, mientras que la corriente disminuye de forma exponencial debido a la naturaleza de la carga del capacitor.

Teóricamente, el circuito RC exhibe un comportamiento típico de los sistemas de primer orden, donde la carga en el capacitor sigue una curva exponencial, acercándose asintóticamente al valor máximo de voltaje proporcionado por la fuente. Este comportamiento se caracteriza por una constante de tiempo $\tau = RC$, que en nuestro caso es igual a 10 segundos. La constante de tiempo determina la rapidez con la que el capacitor alcanza su valor máximo de carga. En este ejercicio, el tiempo necesario para que el capacitor se cargue hasta aproximadamente el 36 % de su valor máximo es de 10 segundos.

Además, la corriente en el circuito sigue una curva exponencial decreciente. Al principio, la corriente es máxima y se reduce a medida que el capacitor se carga. Este comportamiento refleja el hecho de que a medida que el voltaje en el capacitor se acerca al voltaje de la fuente, la diferencia de potencial entre la fuente y el capacitor disminuye, lo que reduce la corriente en el circuito.

Referencias

- [1] Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2017). *Fundamentals of Electric Circuits* (6th ed.). McGraw-Hill Education.
- [2] Boylestad, R. L., & Nashelsky, L. (2019). *Electronic Devices and Circuit Theory* (11th ed.). Pearson.
- [3] Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2020). *Microelectronic Circuits* (8th ed.). Oxford University Press.
- [4] Floyd, T. L. (2021). *Principles of Electric Circuits: Conventional Current Version* (10th ed.). Pearson.
- [5] Arduino. (n.d.). Analog Read Serial. Recuperado el 10 de febrero de 2025, de <https://www.arduino.cc/en/Tutorial/BuiltInExamples/AnalogReadSerial>

A. Repositorio del Proyecto

El código fuente del proyecto se encuentra disponible en el siguiente enlace:
Repositorio en GitHub.