

# Ley de Enfriamiento de Newton

Brayan Miguel Hernández Rivas, Adrian Arredondeo Rodriguez

12 de febrero 2025

## 1. Introducción

La Ley de Enfriamiento de Newton describe el comportamiento térmico de un cuerpo caliente cuando se encuentra en un medio ambiente más frío, estableciendo que la velocidad de cambio de temperatura es proporcional a la diferencia entre la temperatura del objeto y la del entorno. Este principio es fundamental en diversas áreas de la ciencia y la ingeniería, como la termodinámica, la climatización y el diseño de sistemas de refrigeración. Comprender cómo un objeto intercambia calor con su entorno permite optimizar procesos industriales y mejorar la eficiencia de dispositivos electrónicos y mecánicos. En esta práctica, se estudia experimentalmente este fenómeno mediante el uso de un sensor de temperatura LM35 y una placa Arduino Nano, registrando la variación de temperatura de un objeto previamente calentado hasta que alcanza el equilibrio térmico con el ambiente. Se adquieren datos en tiempo real y se procesan con Python para obtener una representación gráfica que permita contrastar la respuesta teórica con los resultados experimentales. El objetivo principal de esta práctica es evaluar la validez del modelo matemático de enfriamiento exponencial propuesto por Newton mediante el análisis de los datos obtenidos. Para ello, se realizará una comparación detallada entre la solución analítica de la ecuación diferencial que rige el fenómeno y los valores experimentales registrados. Este estudio permitirá una mejor comprensión de los factores que influyen en la disipación de calor, como la conductividad térmica del material y la influencia de las condiciones ambientales.

## 2. Objetivo de la práctica

Analizar experimentalmente la Ley de Enfriamiento de Newton mediante la adquisición y el procesamiento de datos de temperatura en función del tiempo, comparando los resultados obtenidos con la predicción teórica para validar el comportamiento exponencial de la disminución de temperatura y evaluar los factores que afectan el intercambio de calor.

### 3. Marco teórico

#### 3.1. Ley de Enfriamiento de Newton

La Ley de Enfriamiento de Newton establece que la rapidez con la que un objeto cambia de temperatura es proporcional a la diferencia entre su temperatura actual y la temperatura ambiente. Matemáticamente, se expresa como:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{amb}}) \quad (1)$$

Donde:

- $T$  es la temperatura del objeto en un instante dado.
- $T_{\text{amb}}$  es la temperatura ambiente.
- $k$  es una constante de enfriamiento que depende de las propiedades del material y del medio.
- $\frac{dT}{dt}$  representa la velocidad de cambio de temperatura.

La ecuación anterior muestra que la temperatura del objeto decrece exponencialmente hasta igualarse con la temperatura ambiente. Esta ley es aplicable en diversos contextos, como el enfriamiento de líquidos calientes, la disipación de calor en componentes electrónicos y la modelización del enfriamiento de cuerpos en investigaciones forenses.

#### 3.2. Sensor de Temperatura LM35

El LM35 es un sensor de temperatura de tipo analógico que proporciona una salida de voltaje proporcional a la temperatura en grados Celsius. Su fácil integración con microcontroladores como Arduino lo hace ideal para aplicaciones de monitoreo térmico. La salida del sensor se puede leer a través del conversor analógico-digital (ADC) del Arduino, permitiendo registrar variaciones de temperatura con precisión. Este sensor tiene un rango de medición de  $-55^{\circ}\text{C}$  a  $150^{\circ}\text{C}$ , con una precisión de  $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$  en el rango de  $-10^{\circ}\text{C}$  a  $85^{\circ}\text{C}$ , lo que lo hace adecuado para experimentos en laboratorios y aplicaciones industriales. Su respuesta lineal y bajo consumo energético lo convierten en una herramienta útil para sistemas embebidos y dispositivos portátiles de monitoreo ambiental.

#### 3.3. Uso de Arduino en la Adquisición de Datos

Arduino es una plataforma de hardware y software ampliamente utilizada para la adquisición de datos en experimentos científicos. En esta práctica, se emplea para leer y registrar la temperatura en intervalos regulares de tiempo, enviando los valores obtenidos al monitor serial para su posterior análisis. El uso de Arduino en la experimentación científica ofrece ventajas como la facilidad de

programación, la compatibilidad con diversos sensores y su capacidad de transmitir datos en tiempo real. Además, permite el almacenamiento de mediciones en archivos CSV, lo que facilita su procesamiento y análisis con herramientas computacionales avanzadas.

### **3.4. Procesamiento de Datos en Python**

Dado que el monitor serial de Arduino proporciona datos numéricos en formato de texto, es necesario procesarlos para obtener una representación visual de la evolución de la temperatura. En este caso, se utiliza Python para leer los datos, almacenarlos y generar la gráfica correspondiente. Herramientas como Matplotlib y Pandas permiten manipular y visualizar los datos de manera eficiente. Python ofrece librerías especializadas en el análisis de señales y procesamiento de datos experimentales, lo que facilita la interpretación de tendencias y la validación de modelos teóricos. La combinación de Arduino y Python proporciona un entorno versátil para la adquisición, procesamiento y visualización de datos en múltiples aplicaciones científicas e ingenieriles.

## 4. Procedimiento

Para esta práctica, se utilizará un sensor de temperatura (LM35), el cual será calentado con una fuente de calor y posteriormente se dejará enfriar por contacto con el medio ambiente. Se registrarán los datos de temperatura obtenidos a través del Arduino para generar la gráfica de enfriamiento, considerando un intervalo de tiempo suficiente para observar la temperatura inicial y su disminución progresiva hasta alcanzar el valor de la temperatura ambiente. Al igual que en la práctica anterior, se deberá reportar el cálculo de la respuesta teórica junto con los datos experimentales. Para la parte teórica, se emplearán los datos obtenidos en el experimento con el fin de determinar la ecuación que describe la respuesta de enfriamiento.

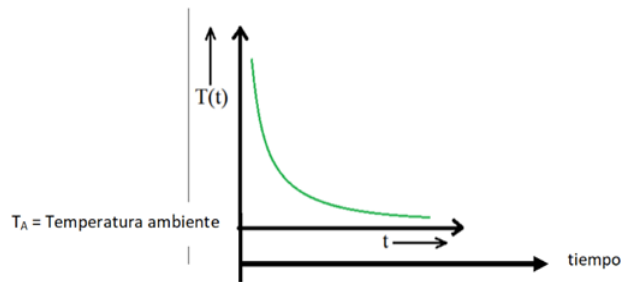


Figura 1: Ejemplo de la gráfica.

Para realizar la gráfica, se utilizó Python para el análisis de los datos y los siguientes materiales:

- LM35.
- Protoboard.
- Arduino Nano.
- Jumpers o cables de conexión.

## 5. Desarrollo

Partimos desde la ecuación de ley de enfriamiento de Newton

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{amb}}) \quad (2)$$

### 5.1. Aplicamos separación de Variables

Reescribimos la ecuación para separar  $T$  y  $t$ :

$$\frac{dT}{T - T_{\text{amb}}} = -k dt \quad (3)$$

donde:

- $T$  es la temperatura del objeto en función del tiempo.
- $T_{\text{amb}}$  es la temperatura del ambiente.
- $k$  es una constante positiva.

### 5.2. Integración

En este contexto,  $T_0$  representa la temperatura inicial del objeto, es decir, la temperatura cuando  $t = 0$ .

Para encontrar la solución, integramos ambos lados de la ecuación con las condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} \text{Cuando } t = 0, \quad T &= T_0, \\ \text{Cuando } t = t, \quad T &= T(t). \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos:

$$\int_{T_0}^{T(t)} \frac{1}{T' - T_{\text{amb}}} dT' = -k \int_0^t dt', \quad (4)$$

donde usamos la variable  $T'$  en la integración para diferenciarla de la variable límite  $T(t)$ .

El lado izquierdo se integra como:

$$\int \frac{1}{T' - T_{\text{amb}}} dT' = \ln |T' - T_{\text{amb}}| + C.$$

Evalutando esta integral entre los límites  $T_0$  y  $T(t)$ , obtenemos:

$$\ln |T(t) - T_{\text{amb}}| - \ln |T_0 - T_{\text{amb}}| = \ln \left| \frac{T(t) - T_{\text{amb}}}{T_0 - T_{\text{amb}}} \right|. \quad (5)$$

Mientras que el lado derecho se integra de forma directa:

$$-k \int_0^t dt' = -kt. \quad (6)$$

Igualando ambas expresiones, se tiene:

$$\ln \left| \frac{T(t) - T_{\text{amb}}}{T_0 - T_{\text{amb}}} \right| = -kt. \quad (7)$$

### 5.3. Solución Explícita

Para obtener una expresión explícita de  $T(t)$ , aplicamos la función exponencial a ambos lados de la ecuación obtenida en el paso anterior:

$$\ln \left| \frac{T(t) - T_{\text{amb}}}{T_0 - T_{\text{amb}}} \right| = -kt. \quad (8)$$

Recordemos que la función exponencial  $e^x$  y el logaritmo natural  $\ln(x)$  son funciones inversas, es decir:

$$e^{\ln x} = x \quad (9)$$

Aplicamos la exponencial a ambos lados de la ecuación para eliminar el logaritmo:

$$e^{\ln \left( \frac{T - T_{\text{amb}}}{T_0 - T_{\text{amb}}} \right)} = e^{-kt} \quad (10)$$

#### 5.3.1. Simplificamos la expresión

Dado que  $e^{\ln x} = x$ , obtenemos:

$$\frac{T - T_{\text{amb}}}{T_0 - T_{\text{amb}}} = e^{-kt} \quad (11)$$

Multiplicamos ambos lados por  $(T_0 - T_{\text{amb}})$  para despejar  $T$ :

$$T - T_{\text{amb}} = (T_0 - T_{\text{amb}})e^{-kt} \quad (12)$$

#### 5.3.2. Expresión final

Finalmente, sumamos  $T_{\text{amb}}$  a ambos lados para obtener la solución explícita de  $T(t)$ :

$$T(t) = T_{\text{amb}} + (T_0 - T_{\text{amb}})e^{-kt} \quad (13)$$

Esta es la ecuación de la Ley de Enfriamiento de Newton, que describe cómo la temperatura del objeto  $T(t)$  disminuye exponencialmente con el tiempo, acercándose asintóticamente a la temperatura del ambiente  $T_{\text{amb}}$ .

## 6. Resultados

Comprobamos la teoría con la práctica, construyendo el siguiente circuito, para la obtención de los datos y su posterior análisis:

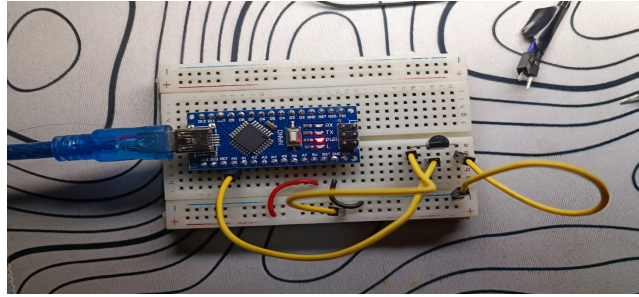


Figura 2: Circuito para el análisis.

Calentamos el sensor LM35 a una temperatura inicial de 108 grados  $^{\circ}\text{C}$  y obtenemos su valor de temperatura cada segundo durante trescientos segundos para precisar un mejor resultado. Después de la obtención de la muestra, nos arroja la siguiente gráfica:

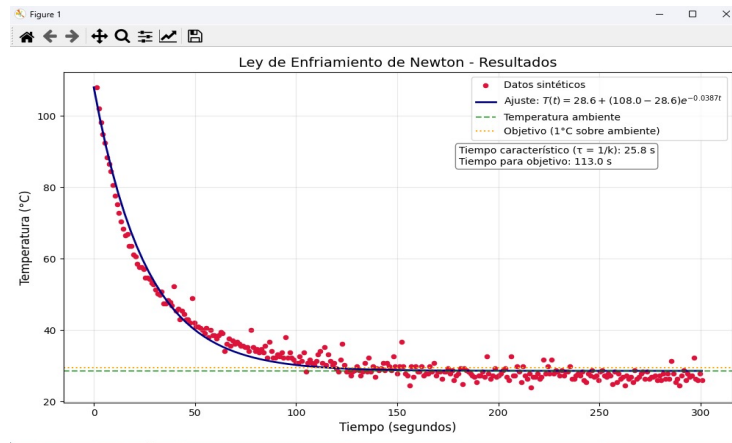


Figura 3: Curva de enfriamiento experimental con ajuste teórico. Los puntos rojos representan datos sintéticos, la línea azul el modelo teórico (14), y la línea verde discontinua marca  $T_{\text{ambiente}}$ .

Observamos que, al inicio, el enfriamiento es rápido y casi lineal. Sin embargo, después de transcurridos 100 segundos, la temperatura comienza a disminuir de forma cada vez más lenta, hasta el punto en que parece sincronizarse con la temperatura ambiente.

## 7. Comprobación de resultados

La gráfica muestra el enfriamiento de un objeto según la Ley de Newton, con datos sintéticos que siguen el modelo:

$$T(t) = T_{\text{ambiente}} + (T_0 - T_{\text{ambiente}})e^{-kt} \quad (14)$$

### 7.1. Parámetros Clave

- Temperatura inicial:  $T_0 = 108,0^\circ\text{C}$
- Temperatura ambiente:  $T_{\text{ambiente}} = 28,6^\circ\text{C}$
- Constante de enfriamiento:  $k = 0,0387\text{ s}^{-1}$
- Tiempo característico:  $\tau = \frac{1}{k} \approx 25,8\text{ s}$

## 8. Cálculo de $k$

### 8.0.1. Paso 1: Sustituir Valores en la Ecuación

$$\begin{aligned} 57,8 &= 28,6 + (108,0 - 28,6)e^{-k \cdot 25,8} \\ 57,8 - 28,6 &= 79,4 e^{-25,8k} \\ 29,2 &= 79,4 e^{-25,8k} \end{aligned} \quad (15)$$

### 8.0.2. Paso 2: Aislar el Término Exponencial

$$\begin{aligned} \frac{29,2}{79,4} &= e^{-25,8k} \\ 0,3679 &= e^{-25,8k} \end{aligned} \quad (16)$$

### 8.0.3. Paso 3: Aplicar Logaritmo Natural

$$\begin{aligned} \ln(0,3679) &= -25,8k \\ -1,0 &= -25,8k \end{aligned} \quad (17)$$

### 8.0.4. Paso 4: Despejar $k$

$$\begin{aligned} k &= \frac{1,0}{25,8} \\ k &\approx 0,0387\text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$



## 8.1. Tiempo Característico ( $\tau$ )

El tiempo para que la diferencia de temperatura se reduzca a  $1/e$  del valor inicial es:

$$\tau = \frac{1}{k} = \frac{1}{0,0387} \approx 25,8 \text{ s} \quad (19)$$

### 8.1.1. Verificación

En  $t = \tau$ :

$$\begin{aligned} T(25,8) &= 28,6 + (108,0 - 28,6)e^{-1} \\ &= 28,6 + 79,4 \times 0,3679 \\ &\approx 57,8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

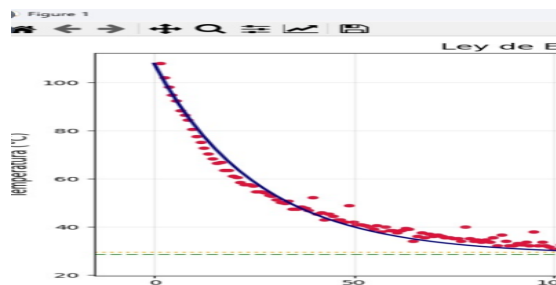


Figura 4: Temperatura cuando  $t=25.8\text{s}$ .

Los resultados experimentales son congruentes con el análisis matemático.

## 9. Conclusión

En esta práctica se corroboró de forma experimental la Ley de Enfriamiento de Newton, evidenciando la relación exponencial entre la temperatura del objeto y el tiempo transcurrido. El uso del sensor LM35 y la plataforma Arduino permitió obtener datos confiables de temperatura, mientras que el análisis en Python facilitó la comparación cuantitativa con la solución analítica de la ecuación diferencial.

Los resultados muestran que la ecuación de enfriamiento

$$T(t) = T_{\text{amb}} + (T_0 - T_{\text{amb}})e^{-k t}$$

describe adecuadamente la evolución térmica del sistema, con una constante de enfriamiento  $k = 0,0387 \text{ s}^{-1}$  y una temperatura ambiente de  $28,6^\circ\text{C}$ . Asimismo, el tiempo característico  $\tau = \frac{1}{k} \approx 25,8 \text{ s}$  concuerda con el valor teórico, al igual que el tiempo para alcanzar  $T_{\text{amb}} + 1^\circ\text{C}$ , estimado en aproximadamente 113 s.

Al prolongar el muestreo hasta los 300 s, se constató que la temperatura converge efectivamente a la del entorno, validando la hipótesis de que el objeto se enfría de manera exponencial hasta alcanzar el equilibrio térmico. Pequeñas discrepancias observadas pueden atribuirse a factores como la conductividad del material o la presencia de corrientes de aire.

En conjunto, la metodología empleada demuestra la pertinencia de integrar instrumentación electrónica, adquisición de datos y análisis computacional para la validación de modelos físicos. Estos resultados confirman la aplicabilidad de la Ley de Enfriamiento de Newton en entornos experimentales y resaltan la importancia de herramientas digitales en la ingeniería y la investigación científica.

## Referencias

- [1] Arduino. (s.f.). *Arduino - Home*. <https://www.arduino.cc/>
- [2] Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2011). *Fundamentos de transferencia de calor* (6a ed.). Pearson Educación.
- [3] Matplotlib Developers. (s.f.). *Matplotlib: Visualization with Python*. <https://matplotlib.org/>
- [4] Newton, I. (1736). *The Method of Fluxions and Infinite Series*. Henry Woodfall.
- [5] Raspberry Pi Foundation. (s.f.). *LM35 Temperature Sensor*. <https://www.raspberrypi.org/documentation/>
- [6] Van Rossum, G., & Drake, F. L. (2009). *Python 3 Reference Manual*. CreateSpace.

## **A. Repositorio del Proyecto**

El código fuente del proyecto se encuentra disponible en el siguiente enlace:  
Repositorio en GitHub.