

FICHE : SEMAINE DU 27/1 AU 31/1

— **Arithmétique**

- Définition de la relation de divisibilité, propriétés élémentaires.
- Congruence modulo m . Compatibilité avec l'addition et la multiplication.
- Division euclidienne.
- Définition du pgcd.
- Algorithme d'Euclide.
- Relation de Bézout, nombres premiers entre eux.
- Lemme de Gauss.
- Écriture d'un rationnel sous forme irréductible.
- Définition du ppcm.
- Définition du pgcd et d'un nombre fini d'entiers.
- Nombres premiers.
- L'ensemble des nombres premiers est infini.
- Décomposition en facteurs premiers. Application au calcul du pgcd et du ppcm.

— **Structures algébriques**

- Loi de composition interne.
- Loi associative, commutative.
- Élément neutre.
- Puissances d'un élément pour une loi.
- Algorithme d'exponentiation rapide.
- Éléments symétrisables, réguliers.
- Groupe, sous-groupe.
- Groupe des racines n -ièmes de l'unité. Groupe des permutations d'un ensemble.
- Intersection d'une famille de groupes. Groupe engendré par une partie.
- Morphisme de groupe. Image directe et réciproque d'un sous-groupe.
- Noyau d'un morphisme. Caractérisations des morphismes injectifs.
- Composée de morphismes, bijection réciproque d'un isomorphisme, groupe des automorphismes.
- Groupe produit.
- Ordre d'un élément. Théorème de Lagrange.
- Groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$.
- Anneau, binôme de Newton et factorisation de $a^n - b^n$ si $ab = ba$.
- Anneau intègre.
- Sous-anneau.
- Morphisme d'anneau.
- Corps, sous-corps, morphisme de corps.
- Anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \cdot)$. C'est un corps si et seulement si n est premier.

Au programme des **questions de cours** :

- Définition et démonstration de l'existence et de l'unicité du pgcd.
- Relation de Bézout.
- Lemme de Gauss.
- Démonstration du fait que $(a \wedge b)(a \vee b) = |ab|$.
- Groupe des racines n -ièmes de l'unité.
- Groupe des permutations d'un ensemble.
- L'intersection d'une famille de groupes est un groupe.
- Noyau, caractérisation des morphismes injectifs.
- Binôme de Newton dans un anneau.