__Remarques :__ (iii) Soit $f$ et $g$ deux fonctions telles que

$$f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$$

On suppose que $g(x) \xrightarrow[x\to a]{} \ell$. Alors $f(x) \xrightarrow[x\to a]{} \ell$. En effet, on va prouver cela lorsque $a=+\infty$. Il existe $m \in \mathbb{R}$ et $\alpha : [m,+\infty[ \to \mathbb{C}$ telle que

$$\cdot\ \forall x \geq m \quad f(x) = \alpha(x) g(x)$$
$$\cdot\ \alpha(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} 1$$

Donc $f(x) = \underbrace{\alpha(x)}_{\substack{\downarrow x\to+\infty \\ 1}} \underbrace{g(x)}_{\substack{\downarrow x\to+\infty \\ \ell}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} \ell$

Attention, la réciproque est fausse. Par exemple $x \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$ et $2x \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$ mais

$$\frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \underset{x\to+\infty}{\not\longrightarrow} 1$$

Donc $x \underset{x\to+\infty}{\not\sim} 2x$.

__Exercice :__ Mq $\quad 1-\cos x \underset{x\to 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.

. $1-\cos(0) = 0$
. De plus

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$
$$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

$$\frac{1-\cos x}{\frac{x^2}{2}} = \frac{\cancel{2}\sin^2\frac{x}{2}}{\cancel{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2}$$
$$= \Bigg(\underbrace{\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}}}_{\substack{\downarrow x\to 0 \\ 1}}\Bigg)^2 \xrightarrow[x\to 0]{} 1$$

car $\frac{\sin u}{u} \xrightarrow[u\to 0]{} 1$ et $\frac{x}{2} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$

Donc $\quad 1-\cos x \underset{x\to 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$.

__Prop 3 :__

__Preuve :__ (i) Soit $a \in \mathbb{R}$ et $\ell \in \mathbb{C}^*$. Montrons que $f(x) \xrightarrow[x\to a]{} \ell \iff f(x) \underset{x\to a}{\sim} \ell$
En effet

$$f(x) \xrightarrow[x\to a]{} \ell \iff \frac{f(x)}{\ell} \xrightarrow[x\to a]{} 1$$

$\Longleftrightarrow f(x) \underset{x \to a}{\sim} \ell.$ (car $\ell \neq 0$)

(ii) Mq $f(x) \underset{x \to a}{\sim} 0$ si et seulement si il existe $\eta > 0$ tel que :

$$\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = 0.$$

$\Rightarrow$ On suppose que $f(x) \underset{x \to a}{\sim} 0$. Il existe donc $\eta > 0$ et $\alpha : [x-\eta, x+\eta] \longrightarrow \mathbb{C}$ telle que

- $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = \underbrace{\alpha(x) \times 0}_{=0}$
- $\alpha(x) \xrightarrow[x \to a]{} 1$

Donc $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = 0$

$\Leftarrow$ On suppose qu'il existe $\eta > 0$ tel que :

- $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = 0$

On définit la fonction $\alpha$ sur $[a-\eta, a+\eta]$ par :

$$\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad \alpha(x) := 1$$

Donc $\alpha(x) \xrightarrow[x \to a]{} 1$ et $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad \underbrace{f(x)}_{=0} = \underbrace{\alpha(x) \times 0}_{=0}$

Remarque : —

Prop 4 :

Preuve : (cas où $a \in \mathbb{R}$). On suppose que

$$f(x) \underset{x \to a}{\sim} g(x)$$

Il existe donc $\eta > 0$ et une fonction $\alpha : [a-\eta, a+\eta] \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que :

- $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = \alpha(x) g(x)$
- $\alpha(x) \xrightarrow[x \to a]{} 1$

Puisque $\alpha(x) \xrightarrow[x \to a]{} 1 > \frac{1}{2}$, il existe $\eta_1 > 0$ tel que

$$\forall x \in [a-\eta_1, a+\eta_1] \quad \alpha(x) \geqslant \frac{1}{2}.$$

Donc

$$\forall x \in [a-\eta_1, a+\eta_1] \quad f(x) = 0 \Longleftrightarrow \underbrace{\alpha(x)}_{\neq 0} . g(x) = 0$$

$$\Longleftrightarrow g(x) = 0$$

$$\forall x \in [a-\eta_1, a+\eta_1] \quad f(x) \geq 0 \iff \underbrace{\alpha(x)}_{>0} g(x) \geq 0$$
$$\iff g(x) \geq 0.$$

<u>Proposition 5 :</u>

<u>Preuve :</u> (cas où $a = -\infty$)

(i) Soit $f_1, g_1, f_2, g_2$ des fonctions définies sur un voisinage de $-\infty$ telles que

$$f_1(x) \underset{x\to-\infty}{\sim} g_1(x) \quad \text{et} \quad f_2(x) \underset{x\to-\infty}{\sim} g_2(x).$$

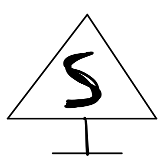
Alors il existe $M_1, M_2 \in \mathbb{R}$, $\alpha_1 : ]-\infty, M_1] \longrightarrow \mathbb{C}$ et $\alpha_2 : ]-\infty, M_2] \longrightarrow \mathbb{C}$ telles que :

- $\forall x \leq M_1 \quad f_1(x) = \alpha_1(x) g_1(x)$
- $\alpha_1(x) \xrightarrow[x\to-\infty]{} 1$
- $\forall x \leq M_2 \quad f_2(x) = \alpha_2(x) g_2(x)$
- $\alpha_2(x) \xrightarrow[x\to-\infty]{} 1$

On pose $M = \min(M_1, M_2)$. Alors

- $\forall x \leq M \quad f_1(x) f_2(x) = \underbrace{\alpha_1(x)\alpha_2(x)}_{\downarrow x\to-\infty \atop 1} g_1(x) g_2(x)$

Donc $\quad f_1(x) f_2(x) \underset{x\to-\infty}{\sim} g_1(x) g_2(x).$

<u>Remarque :</u> (i)  Les équivalents ne s'ajoutent pas.

$$1+x \underset{x\to0}{\sim} 1 \qquad \left(\text{en effet } \frac{1+x}{1} \xrightarrow[x\to0]{} 1\right)$$
$$-1 \underset{x\to0}{\sim} -1$$

Mais $\quad \underbrace{1+x-1}_{=x} \; \cancel{\underset{x\to0}{\sim}} \; \underbrace{1-1}_{=0}$

(vi) **S** Les équivalents ne se composent pas

$$1+x \underset{x\to+\infty}{\sim} x \qquad \left(\text{car } \frac{1+x}{x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 1\right)$$

$$\text{Mais } \quad e^{1+x} \cancel{\underset{x\to+\infty}{\sim}} e^{x} \qquad \text{car } \frac{e^{1+x}}{e^{x}} = e \xrightarrow[x\to+\infty]{} e \neq 1$$

(vii) (à remonter à chaque fois).

$$\cdot \ \frac{\ln(1+x^2)}{2\ln x} = \frac{\ln\left(x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right)}{2\ln x} = \frac{2\ln x + \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{2\ln x}$$

$$= 1 + \frac{\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{2\ln x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 1$$

$$\text{Donc} \quad \ln(1+x^2) \underset{x\to+\infty}{\sim} 2\ln x$$

$$\cdot \ \frac{\ln(\sin x)}{\ln(x)} = \frac{\ln\left(x \cdot \frac{\sin x}{x}\right)}{\ln(x)} = \frac{\ln x + \ln \frac{\sin x}{x}}{\ln x}$$

$$= 1 + \frac{\overbrace{\ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)}^{\xrightarrow[x\to 0]{} 0}}{\underbrace{\ln x}_{\substack{\downarrow x\to 0 \\ -\infty}}} \xrightarrow[x\to 0]{} 1$$

$$\text{Donc} \quad \ln(\sin(x)) \underset{x\to 0}{\sim} \ln(x)$$

<u>Exercices :</u>

(i) $\left.\begin{array}{l} \ln(1+x) \underset{x\to 0}{\sim} x \\ \sin x \underset{x\to 0}{\sim} x \end{array}\right\}$ Donc $\ln(1+x)\sin x \underset{x\to 0}{\sim} x^2$

(ii) On cherche la limite à droite en $0$ de $\dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{1-\cos x}}$

$$1-\cos x \underset{\substack{x\to 0 \\ x>0}}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

Donc $\sqrt{1-\cos x} \underset{\substack{x \to 0 \\ x > 0}}{\sim} \sqrt{\frac{x^2}{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$. $(\alpha = \frac{1}{2})$

Donc $\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1-\cos x}} \underset{x \to 0}{\sim} \frac{x}{x/\sqrt{2}}$ (car $\ln(1+x) \underset{x \to 0}{\sim} x$)

$$\underset{x \to 0}{\sim} \sqrt{2}$$

Donc $\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1-\cos x}} \xrightarrow[x \to 0]{} \sqrt{2}$.

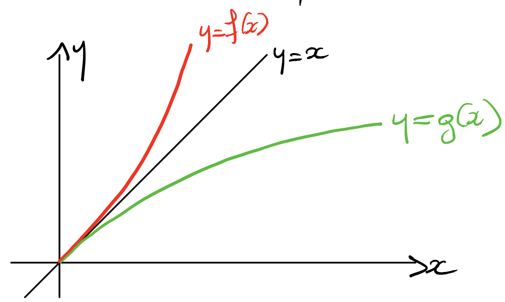
(ii) Soit $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+$ définie par :

$$\forall x \geq 0 \quad f(x) := x e^x$$

. Mq $f$ est bijective. D'après les théorèmes usuels, $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+$ et :

$$\forall x \geq 0 \quad f'(x) = e^x + x e^x = (1+x)e^x > 0$$

Donc $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$. De plus $f(0) = 0$, $f(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$ et $f$ est continue sur $\mathbb{R}_+$. Donc, elle réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}_+$. On note $g$ sa bijection réciproque. $(g = f^{-1})$. $g$ est une fonction de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}_+$. On cherche un équivalent lorsque $g$ tend vers $+\infty$.




Montrons que $g(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$. $f$ est strictement croissante donc, sa bijection réciproque $g$ l'est aussi. Puisque $g$ est croissante, elle admet une limite $\ell \in \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$ en $+\infty$,

$$g(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} \ell$$

Montrons que $\ell = +\infty$. On raisonne par l'absurde et on suppose que $\ell \in \mathbb{R}_+$. Alors :

$$\forall x \geq 0 \quad g(x) \leq \ell.$$

C'est absurde car $g$ est surjective de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}_+$ car elle réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}_+$. Donc $l = +\infty$. Donc

$$g(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty.$$

On a :

$$\forall x \geqslant 0 \qquad f(g(x)) = x$$
$$g(x) e^{g(x)} = x$$

Donc $\qquad \forall x > 0. \qquad e^{g(x)} = \dfrac{x}{g(x)}$

$$\ln\left(e^{g(x)}\right) = \ln\left(\frac{x}{g(x)}\right)$$
$$g(x) = \ln(x) - \ln(g(x))$$

$$\forall x > 1 \qquad \frac{g(x)}{\ln(x)} = 1 - \frac{\ln(g(x))}{\ln x}.$$

Montrons que $\dfrac{\ln(g(x))}{\ln x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$

$g(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$ donc il existe $m \geqslant 0$ tel que :

$$\forall x \geqslant m \qquad g(x) \geqslant 1.$$

Donc $\qquad \forall x \geqslant m \qquad e^{g(x)} = \dfrac{x}{g(x)} \leqslant x$

$$g(x) \leqslant \ln x$$

$$\forall x > \max(1, m) \qquad 0 \leqslant \ln g(x) \leqslant \ln(\ln x)$$

car $g(x) \geqslant 1$

$$0 \leqslant \frac{\ln(g(x))}{\underbrace{\ln x}_{>0}} \leqslant \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}.$$

Or $\dfrac{\ln(\ln x)}{\ln x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$ car $\dfrac{\ln(u)}{u} \xrightarrow[u \to +\infty]{} 0$ et $\ln x \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$

Donc, d'après le théorème des gendarmes.

$$\frac{\ln(g(x))}{\ln x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$$

Donc $\dfrac{g(x)}{\ln(x)} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 1$ donc $g(x) \underset{x \to +\infty}{\sim} \ln x.$

Autre preuve : $\forall x > 1$ $\qquad \dfrac{g(x)}{\ln(x)} = 1 - \dfrac{\ln(g(x))}{\ln x}$.

Mq $\dfrac{\ln(g(x))}{\ln x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$.

$$\frac{\ln(g(x))}{\ln x} = \frac{\ln g(x)}{\ln(g(x)e^{g(x)})} = \frac{\ln(g(x))}{\ln(g(x)) + g(x)}$$

$$= \frac{1}{1 + \underbrace{\dfrac{g(x)}{\ln(g(x))}}_{\substack{\downarrow x\to+\infty \\ +\infty}}}$$

car $\dfrac{u}{\ln u} \xrightarrow[u\to+\infty]{} +\infty$

et $g(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$

Donc $\dfrac{g(x)}{\ln x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 1$. Donc

$$g(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} \ln x.$$

Autre preuve : $\forall x > 1$ $\qquad g(x) = \ln(x) - \ln(g(x))$

Donc $\forall x > 1$ $\qquad 1 = \dfrac{\ln(x)}{g(x)} - \dfrac{\ln(g(x))}{g(x)}$

$$\frac{\ln(x)}{g(x)} = 1 + \underbrace{\frac{\ln(g(x))}{g(x)}}_{\substack{\downarrow x\to+\infty \\ 0}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 1$$

car $\dfrac{\ln u}{u} \xrightarrow[u\to+\infty]{} 0$

et $g(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$

Prop 6 :

Preuve : (On suppose que $a, b \in \mathbb{R}$)
Soit $x$ une fonction définie sur un voisinage de $a$ telle que

$$x(t) \xrightarrow[t\to a]{} b$$

et

$$f_1(x) \underset{x\to b}{\sim} f_2(x).$$

Il existe donc $\eta_1 > 0$ et une fonction $\alpha : [b-\eta_1, b+\eta_1] \to \mathbb{R}$ telle que :

$$\forall x \in [b-\eta_1, b+\eta_1] \quad f_1(x) = \alpha(x) f_2(x)$$
$$\alpha(x) \xrightarrow[x \to b]{} 1.$$

Puisque $\bar{x}(t) \xrightarrow[t\to a]{} b$, il existe $\eta_2 > 0$ tel que :

$$\forall t \in [a-\eta_2, a+\eta_2] \qquad \bar{x}(t) \in [b-\eta_1, b+\eta_1]$$

Donc

$$\forall t \in [a-\eta_2, a+\eta_2] \quad f_1(\bar{x}(t)) = \underbrace{\alpha(\bar{x}(t))}_{\downarrow\, t\to a \atop 1} f_2(\bar{x}(t))$$

Donc $\quad f_1(\bar{x}(t)) \underset{t\to a}{\sim} f_2(\bar{x}(t))$

Exercices

On cherche un équivalent de $\ln(1+\tan x)$ en $0$
$\tan x \xrightarrow[x\to 0]{} 0$. Or

$$\ln(1+u) \underset{u\to 0}{\sim} u$$

Donc $\quad \ln(1+\tan x) \underset{x\to 0}{\sim} \tan x.$

Or $\quad \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x}{1} = x$

Donc $\quad \ln(1+\tan x) \underset{x\to 0}{\sim} x.$

1.2)

Prop 9 :

Preuve : (ii) Soit $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$.

$$x^{\alpha_1} = o_{x\to+\infty}(x^{\alpha_2}) \iff \frac{x^{\alpha_1}}{x^{\alpha_2}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$$
$$\iff x^{\alpha_1-\alpha_2} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$$
$$\iff \alpha_1 - \alpha_2 < 0$$
$$\iff \alpha_1 < \alpha_2.$$

(i) Soit $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$.

. <u>Si $\alpha_2 > 0$ :</u> Alors $0^{\alpha_2} = 0$ donc

$$x^{\alpha_1} \underset{x\to 0}{=} o(x^{\alpha_2}) \iff 0^{\alpha_1} = 0 \text{ et } \frac{x^{\alpha_1}}{x^{\alpha_2}} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$$

$$\iff \alpha_1 > 0 \text{ et } \alpha_1 - \alpha_2 > 0$$

$$\iff \alpha_1 > 0 \text{ et } \alpha_1 > \alpha_2$$

$$\iff \alpha_1 > \alpha_2$$

. <u>Si $\alpha_2 \leqslant 0$ :</u> Alors

$$x^{\alpha_1} \underset{x\to 0}{=} o(x^{\alpha_2}) \iff \frac{x^{\alpha_1}}{x^{\alpha_2}} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$$

$$\iff x^{\alpha_1 - \alpha_2} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$$

$$\iff \alpha_1 - \alpha_2 > 0$$

$$\iff \alpha_1 > \alpha_2 .$$

<u>En particulier :</u> $x \underset{x\to +\infty}{=} o(x^2)$ et $x^2 \underset{x\to 0}{=} o(x)$ .

<u>Prop 10 :</u>

<u>Preuve :</u> Ce sont les croissances comparées :

<u>Prop 11 :</u>

<u>Preuve :</u> $f(x) \underset{x\to a}{=} o(1) \iff \frac{f(x)}{1} \xrightarrow[x\to a]{} 0$

$$\iff f(x) \xrightarrow[x\to a]{} 0$$

<u>Prop 12 :</u>

<u>Preuve :</u> (i) Soit $f_1, f_2$ deux fonctions definies sur un voisinage de $a \in \mathbb{R}$. Il existe donc $\eta_1 > 0$, $\eta_2 > 0$, $\varepsilon_1 : [a-\eta_1, a+\eta_1] \to \mathbb{C}$, $\varepsilon_2 : [a-\eta_2, a+\eta_2] \to \mathbb{C}$ tels que :

- . $\forall x \in [a-\eta_1, a+\eta_1]$ $f_1(x) = \varepsilon_1(x) g(x)$
- . $\forall x \in [a-\eta_2, a+\eta_2]$ $f_2(x) = \varepsilon_2(x) g(x)$
- . $\varepsilon_1(x) \xrightarrow[x\to a]{} 0$
- . $\varepsilon_2(x) \xrightarrow[x\to a]{} 0$

Donc, en posant $\eta = \min(\eta_1, \eta_2) > 0$ et pour tout $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$.

$$\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad (\lambda f_1 + \mu f_2)(x) = \lambda f_1(x) + \mu f_2(x)$$
$$= \underbrace{\left(\lambda \varepsilon_1(x) + \mu \varepsilon_2(x)\right)}_{\downarrow x \to a \; 0} g(x)$$

Donc $\lambda f_1(x) + \mu f_2(x) \underset{x \to a}{=} o(g(x))$.

(ii) =
(iii) =

Prop 13 :

Preuve : (i) (Preuve dans le cas où $f$ ne s'annule pas au voisinage de $a$)
Soit $h$ une fonction. On suppose que

$$f(x) \underset{x \to a}{\sim} g(x).$$

Montrons que $h(x) \underset{x \to a}{=} o(f(x)) \iff h(x) \underset{x \to a}{=} o(g(x))$

Puisque $f$ ne s'annule pas au voisinage de $a$ et que $f$ et $g$ sont équivalentes en $a$, $g$ ne s'annule pas au voisinage de $a$.
Donc

$$h(x) \underset{x \to a}{=} o(f(x)) \iff \frac{h(x)}{f(x)} \xrightarrow[x \to a]{} 0$$

$$\iff \frac{h(x)}{g(x)} \cdot \underbrace{\frac{g(x)}{f(x)}}_{\downarrow x \to a \; 1} \xrightarrow[x \to a]{} 0$$

$$\iff \frac{h(x)}{g(x)} \xrightarrow[x \to a]{} 0$$

$$\iff h(x) \underset{x \to a}{=} o(g(x)).$$

(ii) —

Prop 14 :

Preuve : Supposons que $f$ et $g$ sont définies sur un voisinage de $a \in \mathbb{R}$. Mq

$$f(x) \underset{x \to a}{\sim} g(x) \iff f(x) = g(x) + \underset{x \to a}{o}(g(x))$$

$\Rightarrow$ On suppose que $f(x) \underset{x \to a}{\sim} g(x)$. Il existe donc $\eta > 0$ et $\alpha : [a-\eta, a+\eta] \longrightarrow \mathbb{C}$ telle que :

- $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = \alpha(x) g(x)$
- $\alpha(x) \xrightarrow[x \to a]{} 1$

Donc $\quad \forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = g(x) + \underbrace{(\alpha(x) - 1)}_{=: \varepsilon(x) \xrightarrow[x \to a]{} 0} g(x)$

Donc $\quad f(x) = g(x) + \underset{x \to a}{o}(g(x))$

$\Leftarrow$ On suppose que $f(x) = g(x) + \underset{x \to a}{o}(g(x))$. Il existe donc $\eta > 0$ et $\varepsilon : [a-\eta, a+\eta] \longrightarrow \mathbb{C}$ telle que :

- $\forall x \in [a-\eta, a+\eta] \quad f(x) = g(x) + \varepsilon(x) g(x)$.
- $\varepsilon(x) \xrightarrow[x \to a]{} 0$.

Donc $\quad f(x) = \underbrace{(1 + \varepsilon(x))}_{\xrightarrow[x \to a]{} 1} g(x)$

Donc $f(x) \underset{x \to a}{\sim} g(x)$.

<u>Exemple :</u> $\quad 1 - \cos x \underset{x \to 0}{\sim} \dfrac{x^2}{2}$

Donc $\quad 1 - \cos x = \dfrac{x^2}{2} + \underset{x \to 0}{o}\left(\dfrac{x^2}{2}\right)$

$= \dfrac{1}{2} x^2 + \underset{x \to 0}{o}(x^2)$

donc $\quad \cos x = 1 - \dfrac{1}{2} x^2 - \underset{x \to 0}{o}(x^2)$ $\quad$ à ne plus jamais écrire

$= 1 - \dfrac{1}{2} x^2 + \underset{x \to 0}{o}(x^2)$

<u>Informatique :</u> 15h50

- Scan et envoi par email.
- 

$\underbrace{\text{elke_balzer}}$_python.pdf

elke.balzer@auxlazaristes.fr.

- 17h50.