一家公司正试图对其销售员工的质量做评估，并且正寻找一种考察或一系列测试，以期可以揭示是否有创造良好销售额的潜能。该公司已挑选了50个销售人员的随机样本，还已对每一个人就3项表现作了评估：销售增长，销售利润和新客户销售额。这些测量度已被变为同一尺度，其中100表示“平均”业绩。50个人中的每一个接受4项测试，分别测量创造力、机械推理、抽象推理和数学能力。数据表中列出在p=7个变量上的n=50次观察值。请解决如下问题。

1、假设对标准化变量有正交因子模型，求m=2和m=3个公共因子的主成分解和极大似然解。

极大似然法m=2

前两个因子贡献率达到了80.2%，对于X=AF+ε

0.695 0.669

0.669 0.695

0.795 0.494

其中A= 0.983 -0.167

0.655 0.312

0.250 0.569

0.558 0.812

极大似然法m=3

前两个因子贡献率达到了90.6%，对于X=AF+ε

0.901 0.381 0

0.775 0.600 0

0.931 0.202 0

其中A= 0.733 -0.118 0.666

0.689 0.225 0.169

0.757 -0.132 -0.636

0.762 0.608 -0.110

主成分法m=2

前两个因子贡献率达到了85.26%，对于X=AF+ε

0.9731 -0.107976

0.9429 0.028297

0.9448 0.008891

其中A= 0.6603 0.645814

0.7833 0.284971

0.6488 -0.620657

0.9141 -0.193592

主成分法m=3

前两个因子贡献率达到了92.37%，对于X=AF+ε

0.9731 -0.107976 -0.053267

0.9429 0.028297 -0.312228

0.9448 0.008891 0.144083

其中A= 0.6603 0.645814 0.318588

0.7833 0.284971 0.004179

0.6488 -0.620657 0.426048

0.9141 -0.193592 -0.306273

2、根据问题1的解，求m=2和m=3的旋转后因子载荷。比较这两组旋转载荷。解释m=2和m=3的因子解。

m=2

$loadings

Factor1 Factor2

V1 0.78538 0.58455

V2 0.67037 0.66363

V3 0.68498 0.65072

V4 0.04262 0.92265

V5 0.37862 0.74256

V6 0.89781 -0.01155

V7 0.80065 0.48173

第一个公共因子中，总体业绩表现、抽象推理、数学能力有较大的正载荷，而创造力和机械推理的正载荷比较小，创造力载荷尤其小，因此考虑将这一因子定义为理科因子。

第二个公共因子中，总体业绩表现、创造力、机械推理有较大的正载荷，抽象推理有较小的负载荷，数学能力有较小的正载荷，故考虑将这一因子定义为创造因子。

m=3

$loadings

Factor1 Factor2 Factor3

V1 0.7795 0.38719 0.45154

V2 0.9082 0.35623 0.18882

V3 0.6163 0.54771 0.48334

V4 0.2128 0.95242 0.04694

V5 0.5523 0.60712 0.14534

V6 0.2866 0.06067 0.94969

V7 0.9093 0.18073 0.32773

第一个公共因子中，平均业绩、数学能力有较大的正载荷，故考虑将这一因子定义为数学因子。

第二个公共因子中，创造力、机械推理有较大的正载荷，故考虑将这一因子定义为创造因子。

第三个因子中，抽象推理有较大的正载荷，我们将它定义为逻辑因子。

3、列出m=2和m=3的共性方差、特殊方差和AA'+\Fai的估计值。比较这些结果。此时，你更愿意选择m等于什么值？为什么？

m=2

共性方差

$common

V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7

0.9585 0.8898 0.8926 0.8531 0.6948 0.8062 0.8731

特殊方差

> 1-fac2$common

V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7

0.04148 0.11019 0.10737 0.14691 0.30525 0.19380 0.12689

AA'+\Fai的估计值

> A=as.matrix(fac2$loadings)

> A%\*%t(A)+diag(c(0.04148,0.11019,0.10737,0.14691,0.30525,0.19380,0.12689))

V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7

V1 1.0000 0.9144 0.9183 0.5728 0.7314 0.6984 0.9104

V2 0.9144 1.0000 0.8910 0.6409 0.7466 0.5942 0.8564

V3 0.9183 0.8910 1.0000 0.6296 0.7425 0.6075 0.8619

V4 0.5728 0.6409 0.6296 1.0000 0.7013 0.0276 0.4786

V5 0.7314 0.7466 0.7425 0.7013 1.0000 0.3314 0.6609

V6 0.6984 0.5942 0.6075 0.0276 0.3314 1.0000 0.7133

V7 0.9104 0.8564 0.8619 0.4786 0.6609 0.7133 1.0000

m=3

共性方差

$common

V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7

0.9614 0.9873 0.9134 0.9546 0.6948 0.9877 0.9669

特殊方差

1-fac3$common

V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7

0.03864 0.01271 0.08661 0.04541 0.30523 0.01229 0.03309

AA'+\Fai的估计值

|  |
| --- |
| > A=as.matrix(fac3$loadings)  > A%\*%t(A)+diag(c(0.03864,0.01271,0.08661,0.04541,0.30523,0.01229,0.03309))  V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7  V1 1.0000 0.9311 0.9107 0.5558 0.7312 0.6757 0.9267  V2 0.9311 1.0000 0.8460 0.5414 0.7453 0.4612 0.9521  V3 0.9107 0.8460 1.0000 0.6755 0.7431 0.6689 0.8178  V4 0.5558 0.5414 0.6755 1.0000 0.7026 0.1633 0.3810  V5 0.7312 0.7453 0.7431 0.7026 1.0000 0.3331 0.6596  V6 0.6757 0.4612 0.6689 0.1633 0.3331 1.0000 0.5828  V7 0.9267 0.9521 0.8178 0.3810 0.6596 0.5828 1.0000 |

二者共同度相差不大，考虑选择更低维数，故选择m=2.

4、设随机选取一个新的销售人员，得到测试分数为：x'=(110,98,105,15,18,20,35)。利用回归方法，计算该销售人员的因子得分。

library(psych) #加载psych包

> fac4=principal(mydata,2,rotate="varimax") #利用psych包中的principal函数利用主成分法做因子分析

> fac4$weights

RC1 RC2

V1 0.22024 0.04719

V2 0.11632 0.14988

V3 0.13076 0.13492

V4 -0.37580 0.59546

V5 -0.09436 0.32938

V6 0.54763 -0.39844

V7 0.27422 -0.02788

A=as.matrix(fac4$weights)

x=c(110,98,105,15,18,20,35)

> x%\*%A

RC1 RC2

[1,] 62.57 39.96

备注：fac4=principal(X,2,rotate="varimax")

fac4$weights 可以输出因子得分的回归系数

程序

mydata <- read.table("~/rstdio\_wsl/factor\_analysis\_data.txt", quote="\"", comment.char="")

library(mvstats)

factanal(mydata,factors=2,rotation="none") #极大似然法m=2

factanal(mydata,factors=3,rotation="none") #极大似然法m=3

fac2=factpc(mydata,2)#主成分法m=2

fac2.1=factpc(mydata,2,rotation="varimax") #2旋转后

fac3=factpc(mydata,3)#主成分法m=3

fac3.1=factpc(mydata,3,rotation="varimax") #3旋转后