МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет»

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича

Кафедра математического моделирования

Авакян Константин Эрнестович

Конечно-элементный анализ эффективных свойств пенообразных материалов, составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби

> ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА по направлению подготовки 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

Научный руководитель — доц., к. ф.-м. н. Наседкина Анна Андреевна

Допущено к защите: заведующим кафедрой	Star	Наседкин А. В.
Abakan / Afakay K. 3	Har	у <u>Наседкина</u> А. А.

Ростов-на-Дону – 2024

ЗАДАНИЕ

на выпускную квалификационную работу бакалавра «Конечно-элементный анализ эффективных свойств пенообразных материалов, составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби»

- 1. Обзор литературы по моделированию высокопористых пенообразных материалов.
- 2. Постановка статической задач теории упругости и ее конечно-элементная формулировка.
- 3. Освоение теоретического материала по расчету эффективных свойств композитных структур с помощью метода эффективных модулей.
- 4. Изучение документации конечно-элементного пакета ANSYS по проведению статического упругого анализа, освоение макроязыка APDL ANSYS.
- 5. Создание твердотельных моделей закрытой ячейки Гибсона-Эшби с одинаковыми и разными размерами граней для последующего разбиения с помощью твердотельных конечных элементов solid и оболочечных конечных элементов shell.
- 6. Построение конечно-элементной модели с использованием твердотельных конечных элементов, проведение модельных расчетов эффективных упругих модулей, определение класса анизотропии полученной композитной структуры.
- 7. Построение конечно-элементной модели с использованием оболочечных конечных элементов, проведение модельных расчетов эффективных упругих модулей, определение класса анизотропии полученной композитной структуры.
- 8. Сравнение полученных расчетов эффективных упругих модулей закрытой ячейки Гибсона-Эшби по конечно-элементной модели из оболочечных конечных элементов с расчетами по конечно-элементной модели из твердотельных элементов solid.
- 9. Вывод формулы для расчета толщины граней для различных значений пористости при фиксированном размере каркаса.
- 10. Расчет эффективных упругих модулей для различной пористости по моделям solid и shell, получение графиков зависимости упругих модулей от пористости.
- 11. Анализ результатов, сравнение с имеющимися в литературе данными.
- 12. Подготовка текста квалификационной работы.

Доцент

Института математики, механики и компьютерных наук,

к.ф.-м.н.

Мас Наседкина А. А.

ОТЗЫВ

на выпускную квалификационную работу Авакяна К. Э. «Конечно-элементный анализ эффективных свойств пенообразных материалов, составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби»

В квалификационной бакалаврской работе Авакяна К. Э. рассмотрены проблемы моделирования и гомогенизации высокопористых пенообразных материалов на примере ячеистых материалов с закрытыми порами, составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби. Ячейка Гибсона-Эшби на микроуровне моделирует двухфазный композит, состоящий из материала скелета и пустот. Для расчета эффективных свойств пористых материалов в работе применяется метод эффективных модулей и решаются краевые задачи теории упругости со специальными граничными условиями. Осреднение по представительному объему полученных результатов решения позволяет найти полный набор эффективных модулей композитной структуры. Для моделирования закрытой ячейки Гибсона-Эшби в конечно-элементном пакете ANSYS Mechanical APDL были построены твердотельные модели из объемов и из плоскостей. Затем полученные модели были разбиты на твердотельные элементы SOLID185 и оболочечные элементы SHELL181. На основе метода эффективных модулей была получена матрица эффективных упругих модулей, а также найдены модули Юнга, модули сдвига и коэффициенты Пуассона полученного ортотропного композитного материала. Было проведено сравнение результатов расчетов эффективных упругих модулей закрытой ячейки Гибсона-Эшби по конечно-элементной модели из оболочечных конечных элементов SHELL181 с расчетами по конечно-элементной модели из твердотельных элементов SOLID185. Для различных значений пористости при фиксированном размере каркаса и различной толщине граней были получены графики зависимости упругих модулей от пористости для моделей solid и shell.

Для решения поставленной задачи Авакяну К. Э. нужно было изучить постановки статических задач теории упругости, изучить методику расчета эффективных свойств композитных структур по методу эффективных модулей, освоить приемы построения трехмерных твердотельных и конечно-элементных моделей в ANSYS Mechanical APDL и макроязык APDL ANSYS для написания расчетных программ, рассчитать эффективные упругие модули для закрытой ячейки Гибсона-Эшби и сравнить полученные результаты. В процессе работы Авакян К. Э. проявил достаточную квалификацию и самостоятельность. Он построил твердотельные и конечно-элементные модели представительных объемов ячейки Гибсона-Эшби с закрытыми порами и провел серию расчетов по вычислению эффективных модулей для кубической и прямоугольной ячейки при изменении ее размеров, сравнил и проанализировал результаты расчетов по моделям solid и shell.

Основное задание квалификационной работы полностью выполнено. Степень оригинальности выпускной квалификационной работы соответствует требованиям, предъявляемым к выпускным квалификационным работам данного уровня образования. Считаю, что квалификационная бакалаврская работа Авакяна К. Э. заслуживает оценки «отлично».

Доцент

Института математики, механики и компьютерных наук, к.ф.-м.н.

Наседкина А. А.



СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа на наличие заимствований

Южный федеральный университет

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ. ВУЗ

Автор работы:

Авакян Константин Эрнестович

Самоцитирование рассчитано для:

Авакян Константин Эрнестович

Название работы: Авакян К. Э. "Конечно-элементный анализ эффективных свойств пенообразных материалов,

составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби"Институт математики, механики и

компьютерных наук им. И. И. Воровича Выпускная квалификационная работа

Тип работы: Подразделение:

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича

РЕЗУЛЬТАТЫ

СОВПАДЕНИЯ ОРИГИНАЛЬНОСТЬ 24.2% 1.04% ЦИТИРОВАНИЯ 1.04% 74.76% САМОЦИТИРОВАНИЯ 24 2% ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 21.06.2024

Структура документа: Модули поиска: Проверенные разделы: титульный лист с.1, содержание с.2, основная часть с.3-32

Цитирование; Переводные заимствования*; Шаблонные фразы; Публикации eLIBRARY; Библиография; ИПС Адилет; Коллекция НБУ; Издательство Wiley; Диссертации НББ; Патенты СССР, РФ, СНГ; СМИ России и СНГ; Публикации eLIBRARY (переводы и перефразирования); Переводные заимствования (RuEn); Переводные заимствования IEEE; Перефразирования по коллекции IEEE; СПС ГАРАНТ: аналитика; Публикации РГБ; Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте; Перефразирования по Интернету (EN); Переводные заимствования по Интернету (EnRu); Медицина; Переводные заимствования издательства Wiley; IEEE; Перефразирования по коллекции издательства Wiley; Сводная коллекция ЭБС; СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация; Переводные заимствования по коллекции Интернет в

Работу проверил: Наседкина Анна Андреевна

ФИО проверяющего

Дата подписи:

21.06.2024



Чтобы убедиться в подлинности справки, используйте QR-код, который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего. Предоставленная информация не подлежит использованию в коммерческих целях.

Содержание

Введение
1. Постановка задачи11
1.1. Математическая постановка задачи11
1.2. Постановка граничных условий (метод эффективных модулей)13
2. Конечно-элементные аппроксимации
2.1. Моделирование с помощью конечных элементов SOLID18517
2.2. Моделирование с помощью конечных элементов SHELL18118
2.3. Построение моделей закрытых ячеек Гибсона-Эшби20
3. Результаты расчетов
3.1. Результаты расчетов сходимости эффективных модулей24
3.2. Сравнение результатов расчетов эффективных констант
твердотельного и оболочечного конечных элементов
3.3. Сравнение результатов расчетов эффективных констант при
разной пористости закрытой ячейки трехмерного и оболочечного
конечных элементов
Заключение
Список Литературы
Приложение 41

Введение

В течение многих веков человечество создавало и находило применение многим плотным твердым материалам. Например, сталь, стекло и бетон используются в сооружении объемных конструкций таких, как офисные здания -. При этом в природе для достижения подобных результатов применяются высокопористые структуры и ячеистые вещества [1-16]. Природные материалы с ячеистой структурой встречаются в деревьях и пробках, состоящих из призматических ячеек, похожих на соты, или во внутренних сердцевинах стеблей растений и трабекулярных костях, имеющих микроструктуру из многогранных ячеек (рис. 2, рис. 4- 6). успешно Искусственные материалы на данный момент также разрабатываются и используются для замены или регенерации тканей в организме. Изучение биологических композитов, таких как клюв тукана, вдохновляет на новые методы обработки материалов и проектирования конструкций в инженерной сфере [1, 2, 10–14, 17-20]. Примерами ячеистых структур из не сообщающихся друг с другом ячеек являются инженерные соты и пенопласт (рис.3, рис. 6). Пористым материалам часто находят применение в бытовой и транспортной промышленности, в фильтрации и очистки жидких и газообразных сред, а также используются в изоляционных и огнезащитных изделиях из керамических заготовок (рис. 1). Их главное преимущество заключается в наличии малого веса и высокой возможности поглощения энергии, а также в относительно высокой жесткости при малой плотности и низкой теплопроводности [14, 21-35]. Таким образом, развитие различных методов исследования микроструктур, эффективных физических свойств, и, в свою очередь, механического поведения ячеистого вещества является важным аспектом, отвечающим за облегчение и улучшение повседневной жизни человека.

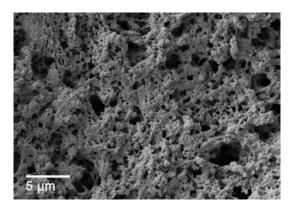


Рис. 1. Пористая поверхность синтетической керамики

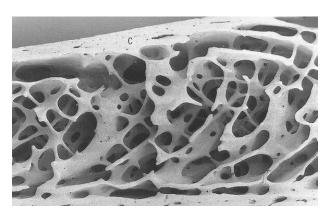


Рис. 2. Трабекулярная (губчатая) кость

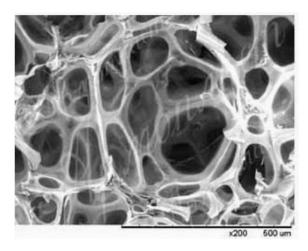


Рис. 3. Пеноизол или жидкий пенопласт

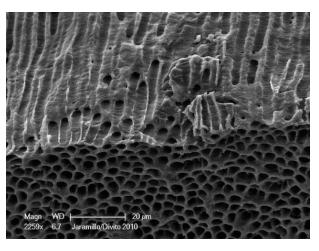


Рис. 4. Твердые ткани зуба: слоистая структура эмалевого слоя и пористая структура дентина

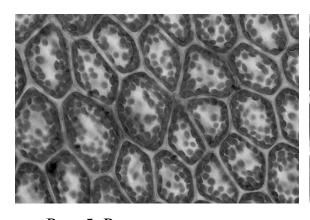


Рис. 5. Растительные ткани

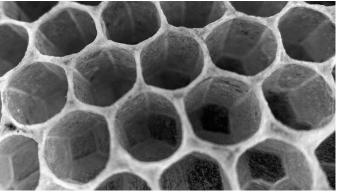


Рис. 6. Пчелиные соты

Высокопористые материалы, массово распространенные в природе или созданные искусственно, имеют характерные индивидуальные механические свойства в зависимости от структуры данного пористого вещества. Так, например, пенообразные материалы разделяются на изотропные,

отличающиеся тем, что их механические свойства не имеют направленности, одинаковы во всех направлениях, И анизотропные: структура осесимметрична, как у пробки, или ортотропна, как у дерева. Как правило, искусственные материалы являются изотропными или ортотропными. Кроме того, высокопористые материалы могут состоять как из открытых ячеек, где твердое вещество распределено небольшими столбиками или пучками, образующими края ячеек, так и из закрытых, представленных маленькими пластинами, которые формируют грани ячеек [13–15, 30-37]. Данные распределения хорошо отражают главные отличия В проявлении механических свойств. Тривиальными примерами открытых и закрытых пор являются губка и мыльная пена, соответственно.

Для рассмотрения и исследования микроструктур высокопористых материалов предлагаются различные модели: сотовые структуры, пены Кельвина и пены Вороного, а также ячейки Гибсона — Эшби. Наиболее популярным способом моделирования остаются модели Гибсона — Эшби [4, 5, 13–15, 19, 40, 42], имеющие форму как открытых, так и закрытых пор (рис. 7).

Ячейки Гибсона-Эшби, как открытые, так и закрытые, могут иметь разные размеры каркаса по всем осям, а также наличие внешних (соединительных) балок на серединах ребер каркаса (рис. 7). Предполагается наличие соединительных балок в двух или трех измерениях, когда они расположены вдоль осей х, у или одновременно вдоль трех осей (рис. 7, а). Закрытая ячейка Гибсона-Эшби [4, 5, 13–15, 19, 40, 42] отличается от открытой ячейки наличием неполых граней, а также возможностью построения ребер и граней ячейки с разной толщиной (рис. 7, б).

В данной работе рассматриваются закрытые ячейки Гибсона-Эшби с одинаковой толщиной граней и ребер модели.

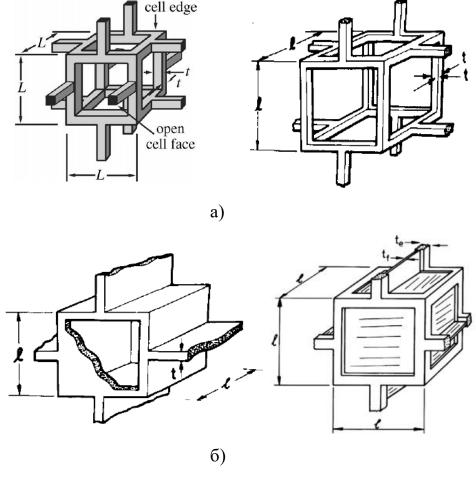


Рис. 7. Примеры ячеек Гибсона-Эшби: (a) – открытые ячейки, (б) – закрытые ячейки

Работа организована следующим образом. В первой главе приводится формулировка задачи о расчете эффективных модулей, математическая постановка стационарной задачи линейной теории упругости и описание граничных условий для рассматриваемой задачи.

Во второй главе рассматривается построение твердотельной и конечноэлементной модели закрытой ячейки Гибсона-Эшби в конечно-элементном Mechanical APDL ANSYS [3]. Описываются характеристики оболочечного и твердотельного используемого конечных элементов. Описано построение представительных объемов ДЛЯ двух ячеек периодичности: кубической ячейки с одинаковыми длинами сторон каркаса и прямоугольной ячейки с разными длинами сторон каркаса.

В третьей главе приведены результаты расчетов. С помощью метода эффективных модулей рассчитаны значения эффективных упругих модулей закрытой ячейки Гибсона-Эшби. Была исследована сходимость компонент матрицы упругих модулей для различных размеров конечных элементов. Были вычислены эффективные константы ячейки периодичности, построенной разной пористостью, рассмотрены полученные И относительные эффективные константы

Результаты работы были частично представлены на XII Всероссийской школе-семинаре «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», Дивноморское, 27 мая - 30 мая 2024 г. [42], а также на студенческой научной конференции «Неделя науки — 2024» в секции «Математическое моделирование», где докладу было присуждено первое место.

Хотелось бы выразить огромную благодарность своему научному руководителю Наседкиной Анне Андреевне за помощь советами и рекомендациями на протяжении всего времени работы над выпускной квалификационной работой.

1. Постановка задачи

1.1. Математическая постановка задачи

Пусть Ω – представительный объем, состоящий из двух фаз Ω^s и Ω^p . Примем, что материал в области Ω^s является упругим, в общем случае изотропным, и характеризуется плотностью ρ^s и упругими жесткостями $c_{\alpha\beta}^s$. Вторая область Ω^p заполнена гипотетическим упругим материалом с очень малыми упругими жесткостями и моделирует пустоты в пористом материале.

Рассмотрим в представительном объёме Ω статическую задачу линейной теории упругости для вектора перемещений $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$. Для постановки задачи линейной теории упругости нам понадобятся уравнение равновесия (1), соотношение связи деформаций и перемещений (2) и обобщенный закон Гука (3), который связывает тензор напряжений σ и тензор деформации є:

$$\nabla \cdot \mathbf{\sigma} = \mathbf{0} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^{\mathrm{T}}) \tag{2}$$

$$\mathbf{\sigma} = \mathbf{c} \cdot \cdot \mathbf{\varepsilon} \tag{3}$$

где $\mathbf{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$ — симметричный тензор напряжений второго ранга, $\mathbf{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$ — симметричный тензор линейных деформаций второго

$$oldsymbol{arepsilon} = egin{pmatrix} arepsilon_{11} & arepsilon_{12} & arepsilon_{13} \ arepsilon_{21} & arepsilon_{22} & arepsilon_{23} \ arepsilon_{31} & arepsilon_{32} & arepsilon_{33} \end{pmatrix}$$
 — симметричный тензор линейных деформаций второго

ранга,
$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{13} & \mathbf{c}_{14} & \mathbf{c}_{15} & \mathbf{c}_{16} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{c}_{23} & \mathbf{c}_{24} & \mathbf{c}_{25} & \mathbf{c}_{26} \\ \mathbf{c}_{31} & \mathbf{c}_{32} & \mathbf{c}_{33} & \mathbf{c}_{34} & \mathbf{c}_{35} & \mathbf{c}_{36} \\ \mathbf{c}_{41} & \mathbf{c}_{42} & \mathbf{c}_{43} & \mathbf{c}_{44} & \mathbf{c}_{45} & \mathbf{c}_{46} \\ \mathbf{c}_{51} & \mathbf{c}_{52} & \mathbf{c}_{53} & \mathbf{c}_{54} & \mathbf{c}_{55} & \mathbf{c}_{56} \\ \mathbf{c}_{61} & \mathbf{c}_{62} & \mathbf{c}_{63} & \mathbf{c}_{64} & \mathbf{c}_{65} & \mathbf{c}_{66} \end{pmatrix}$$
— тензор упругих модулей

(постоянных) четвертого ранга.

Для дальнейшего применения метода конечных элементов запишем уравнения линейной теории упругости в матрично-векторном виде:

$$[L(\nabla)]^T \cdot \{T\} = 0 \tag{4}$$

$$\{T\} = [C] \cdot \{S\} \tag{5}$$

$$\{S\} = [L(\nabla)] \cdot \{u\} \tag{6}$$

где (4) — уравнение равновесия, (5) — закон Гука, (6) — соотношение между перемещениями и деформациями. При этом $\{u\}$ — неизвестный вектор перемещений, $\{u\} = \{u_1(\{x\}), u_2(\{x\}), u_3(\{x\})\}, \quad \{x\} = \{x_1, x_2, x_3\}, \quad \{T\}$ — псевдовектор напряжений σ_{ij} , $\{T\} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}], \quad \{S\}$ — псевдовектор деформаций ε_{ij} , $S = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{12}\}, \quad [C]$ — симметричная матрица упругих модулей размером 6×6 ,

$$[L(\nabla)]^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{pmatrix}, \{\nabla\} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right),$$

Элементы матрицы упругих модулей [*C*] размером 6 × 6 определяются через компоненты тензора упругих модулей следующим образом: $C_{\alpha\beta} = C_{ijkl}$, $\alpha, \beta = \overline{1,6}$, i,j,k,l = x,y,z при следующем законе соответствия: $C_{\alpha\beta} = C_{ijkl}$, $\alpha, \beta = 1..6$, $i,j,k,l = x_1, x_2, x_3, \alpha \leftrightarrow (ij), \beta \leftrightarrow (kl), \qquad (x_1x_1) \leftrightarrow (1)$; $(x_2x_2) \leftrightarrow (2)$; $(x_3x_3) \leftrightarrow (3)$; $(x_2x_3), (x_3x_2) \leftrightarrow (4)$; $(x_1x_3), (x_3x_1) \leftrightarrow (5)$; $(x_1x_2), (x_2x_1) \leftrightarrow (6)$. (нотация Фойгта). Для изотропной среды

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

1.2. Постановка граничных условий (метод эффективных модулей)

Задача гомогенизации состоит в том, чтобы, зная материальные модули и геометрические характеристики фаз композита, определить эффективные свойства эквивалентной гомогенной среды [40].

Для нахождения компонентов матрицы упругих модулей воспользуемся методом эффективных модулей и решим задачу (1)-(3) со следующими граничными условиями на внешней границе $\Gamma = \partial \Omega$:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{\varepsilon}_0 \mid_{\Gamma} \tag{7}$$

При этом стоит отметить, что $\mathbf{\epsilon_0}$ не зависит от \mathbf{x} . Тогда $\mathbf{u} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{\epsilon_0}|_{\varGamma}$, $\mathbf{\epsilon} = \mathbf{\epsilon_0}$, $\mathbf{\sigma} = \mathbf{\sigma_0} = \mathbf{c^{eff}} \cdots \mathbf{\epsilon_0}$ даст решение задачи для однородной среды сравнения. Предположим, что для неоднородной среды и однородной среды сравнения осредненные напряжения равны: $\langle \mathbf{\sigma} \rangle = \langle \mathbf{\sigma_0} \rangle$, где $\langle ... \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (...) d\Omega$. Таким образом, получим, что для эффективных упругих модулей композитной структуры имеет место равенство: $\langle \mathbf{\sigma} \rangle = \langle \mathbf{c^{eff}} \rangle \cdot \mathbf{\epsilon_0}$, где $\mathbf{\epsilon_0}$ — известное значение из граничного условия (4), в котором лишь одна из компонент отлична от нуля. В предположении анизотропии однородной среды можно вычислить все 36 коэффициентов матрицы упругих модулей, решив 6 задач с граничными условиями вида (7).

В матрично-векторном виде граничные условия (7) примут вид:

$$\{u\} = [L(\{x\})]^T \cdot \{S_0\}, x \in \Gamma$$
 (8)

где $S_0 = \{S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{04}, S_{05}, S_{06}\} = \{\varepsilon_{011}, \varepsilon_{022}, \varepsilon_{033}, \varepsilon_{023}, \varepsilon_{013}, \varepsilon_{012}\};$ $S_{0\beta}$ некоторые не зависящие от координат постоянные величины.

Положим лишь одну из компонент массива S_0 отличной от нуля [40]:

$$S_{0\beta} = \delta_{\beta\xi} S_0 \tag{9}$$

где $\delta_{\beta\xi}$ — символ Кронекера, индекс ξ принимает какое-то целое число от 1 до 6; S_0 — некоторая постоянная величина.

В соответствии с общей теорией, после решения задачи и нахождения полей напряжений σ_{ij} , можно определить столбец матрицы эффективных модулей c^{eff} с номером ζ :

$$c_{\alpha\zeta}^{eff} = \langle \sigma_{ij} \rangle / \varepsilon_0 \tag{10}$$

где $\varepsilon_0 = S_0$ при $\zeta = 1,2,3$, $\varepsilon_0 = 2S_0$ при $\zeta = 4,5,6$, а через $< \bullet >$ обозначено осреднение по представительному объему,

$$\langle \bullet \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} (\bullet) d\Omega$$

При этом граничные условия (7) и формулы вычисления компонент матрицы упругих модулей композита (10) в координатной форме принимают вид:

1.
$$\varepsilon_{011} \neq 0 \Rightarrow u_1 = x_1 \varepsilon_{011}; u_2 = u_3 = 0; \underline{x} \in \Gamma$$

$$c_{11}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / \varepsilon_{011}; c_{12}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / \varepsilon_{011}; c_{13}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle$$

$$/ \varepsilon_{011}; c_{14}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / \varepsilon_{011}; c_{15}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / \varepsilon_{011}; c_{16}^{eff} =$$

$$\langle \sigma_{12} \rangle / \varepsilon_{011}$$

2.
$$\varepsilon_{022} \neq 0 \Rightarrow u_{2} = x_{2}\varepsilon_{022}; u_{1} = u_{3} = 0; \underline{x} \in \Gamma$$

$$c_{21}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / \varepsilon_{022}; c_{22}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / \varepsilon_{022}; c_{23}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle / \varepsilon_{022};$$

$$c_{24}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / \varepsilon_{022}; c_{25}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / \varepsilon_{022}; c_{26}^{eff} = \langle \sigma_{12} \rangle / \varepsilon_{022}$$

$$> / \varepsilon_{022}$$

3.
$$\varepsilon_{033} \neq 0 \Rightarrow u_{3} = x_{3}\varepsilon_{033}; u_{1} = u_{2} = 0; \underline{x} \in \Gamma$$

$$c_{31}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / \varepsilon_{033}; c_{32}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / \varepsilon_{033}; c_{33}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle / \varepsilon_{033};$$

$$c_{34}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / \varepsilon_{033}; c_{35}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / \varepsilon_{033}; c_{36}^{eff} = \langle \sigma_{12} \rangle / \varepsilon_{033}$$

$$> / \varepsilon_{033}$$
(11)

4.
$$\varepsilon_{023} \neq 0 \Rightarrow u_1 = 0$$
; $u_2 = \frac{1}{2}x_3\varepsilon_{023}$; $u_3 = \frac{1}{2}x_2\varepsilon_{023}$; $\underline{x} \in \Gamma$

$$c_{41}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / (2\varepsilon_{023}); \quad c_{42}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / (2\varepsilon_{023}); \quad c_{43}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle / (2\varepsilon_{023})$$

$$c_{44}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / (2\varepsilon_{023}); \quad c_{45}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / (2\varepsilon_{023}); \quad c_{46}^{eff} = \langle \sigma_{14} \rangle / (2\varepsilon_{023}); \quad c_{46}^{eff} = \langle \sigma_{$$

$$<\sigma_{12}>/(2 \varepsilon_{023})$$

- 5. $\varepsilon_{013} \neq 0 \Rightarrow u_{2} = 0$; $u_{1} = \frac{1}{2}x_{3}\varepsilon_{013}$; $u_{3} = \frac{1}{2}x_{1}\varepsilon_{013}$; $\underline{x} \in \Gamma$ $c_{51}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / (2 \varepsilon_{013}); \quad c_{52}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / (2 \varepsilon_{013}); \quad c_{53}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle / (2 \varepsilon_{013})$ $c_{54}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / (2 \varepsilon_{013}); \quad c_{55}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / (2 \varepsilon_{013}); \quad c_{56}^{eff} = \langle \sigma_{12} \rangle / (2 \varepsilon_{013})$
- 6. $\varepsilon_{012} \neq 0 \Rightarrow u_{3} = 0$; $u_{1} = \frac{1}{2}x_{2}\varepsilon_{012}$; $u_{3} = \frac{1}{2}x_{1}\varepsilon_{012}$; $\underline{x} \in \Gamma$ $c_{61}^{eff} = \langle \sigma_{11} \rangle / (2 \varepsilon_{012}); \quad c_{62}^{eff} = \langle \sigma_{22} \rangle / (2 \varepsilon_{012}); \quad c_{63}^{eff} = \langle \sigma_{33} \rangle / (2 \varepsilon_{012})$ $c_{64}^{eff} = \langle \sigma_{23} \rangle / (2 \varepsilon_{012}); \quad c_{65}^{eff} = \langle \sigma_{13} \rangle / (2 \varepsilon_{012}); \quad c_{66}^{eff} = \langle \sigma_{12} \rangle / (2 \varepsilon_{012})$

2. Конечно-элементные аппроксимации

Найдем решение данной задачи, обратившись к методу конечных В методе элементов непрерывная область элементов. конечных представляется конечным числом элементов простой формы, где решение нейной комбинацией находится ЛИнеизвестных параметров аппроксимирующих функ- ций. Результатом решения задачи является нахождение значений заданных функций на границах элементов.

Пусть Ω_h — область, занимаемая соответствующей конечно-элементной сеткой. $\Omega_h \subseteq \Omega$, $\Omega_k = \cup_k \Omega^{ek}$, где Ω^{ek} это отдельный конечный элемент с номером k. В случае данной статической задачи мы можем найти приближение к слабому решению $\{u_h\} \approx \{u\}$ на конечно-элементной сетке Ω_h в следующем виде:

$$\{u_h\} = [N_u(\{x\})]^T \cdot \{U\}$$
 (12)

где $[N_u(\{x\})]^T$ — матрица базисных функций для перемещений, $\{U\}$ — вектор узловых перемещений.

Подставляя полученное приближение к слабому решению и аналогичные представления проекционных функций в слабую постановку задачи для Ω_h , получается система конечно-элементных уравнений относительно узловых перемещений $\{U\}$.

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \tag{13}$$

где $[K] = \sum_k^a K^{ek}$ — глобальная матрица, получаемая ансамблированием соответствующих элементарных матриц, $\{F\} = \sum_k^a [F^{ek}]$ — глобальный вектор внешних воздействий, получемый из векторов $[F^{ek}]$, которые определяются внешними воздействиями и граничными условиями. Элементы матрицы $[K^{ek}]$ задаются следующими формулами:

$$K^{ek} = \int_{\Omega^{ek}} ([L(\nabla)] \cdot [N^{ek}]^T)^T \cdot \{c\} \cdot [L(\nabla)] \cdot [N^{ek}]^T d\Omega$$
(14)

где $[N^{ek}]$ — матрица аппроксимирующих базисных функций, определенных для каждого конечного элемента.

2.1. Моделирование с помощью конечных элементов SOLID185

Для конечно-элементного 3D моделирования в конечно-элементном пакете ANSYS [3] воспользуемся трехмерным твердотельным элементом, восьмиузловым гексаэдром, SOLID185 (рис. 8).

Элемент SOLID185 используется 3D-моделирования ДЛЯ твердотельных конструкций. Он состоит из восьми узлов, имеющих три степени свободы по перемещениям в направлениях х, у, z в каждом узле. Элемент характеризуется высокой пластичностью, обладанием гиперупругости, повышенной жесткостью при наличии напряжения, ползучестью, большим прогибом и сильной деформационной способностью. Он также имеет способность смешивать рецептуры для моделирования деформаций почти несжимаемых эластопластичных материалов и полностью несжимаемых гиперупругих материалов. Элемент SOLID185 допускает вырожденность призмы, тетраэдра и пирамиды при рассмотрении областей неправильной формы. В своем арсенале располагает поддерживание различных технологий изготовления элементов, таких как В-образная планка, равномерно уменьшенная интеграция и повышенные деформации. Геометрия и расположение узлов для этого элемента находятся на рис. 8.

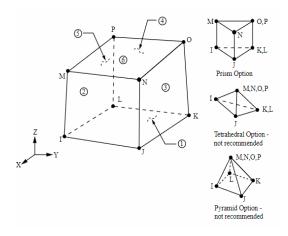


Рис. 8. Геометрия элемента SOLID185

Для твердотельного конечного элемента функции формы принимают вид:

$$\begin{split} u &= \frac{1}{8}(u_{i}(1-s)(1-t)(1-r) + u_{j}(1+s)(1-t)(1-r) \\ &+ u_{k}(1+s)(1+t)(1-r) + u_{l}(1-s)(1+t)(1-r) \\ &+ u_{m}(1-s)(1-t)(1+r) + u_{n}(1+s)(1-t)(1+r) \\ &+ u_{o}(1+s)(1+t)(1+r) + u_{p}(1-s)(1+t)(1+r)) \\ v &= \frac{1}{8}(v_{i}(1-s)(1-t)(1-r) + v_{j}(1+s)(1-t)(1-r) \\ &+ v_{k}(1+s)(1+t)(1-r) + v_{l}(1-s)(1+t)(1-r) \\ &+ v_{m}(1-s)(1-t)(1+r) + v_{n}(1+s)(1-t)(1+r) \\ &+ v_{o}(1+s)(1+t)(1+r) + v_{p}(1-s)(1+t)(1-r)) \\ w &= \frac{1}{8}(w_{i}(1-s)(1-t)(1-r) + w_{j}(1+s)(1-t)(1-r) \\ &+ w_{k}(1+s)(1+t)(1-r) + w_{l}(1-s)(1+t)(1-r) \\ &+ w_{m}(1-s)(1-t)(1+r) + w_{n}(1+s)(1-t)(1+r) \\ &+ w_{o}(1+s)(1+t)(1+r) + w_{p}(1-s)(1+t)(1+r)) \end{split}$$

где параметры $s,\,t,\,r$ - локальные координаты для канонического куба, $\mathbf{u} = \mathbf{U}\mathbf{X}, \mathbf{v} = \mathbf{U}\mathbf{Y}, \mathbf{w} = \mathbf{U}\mathbf{Z}$

2.2. Моделирование с помощью конечных элементов SHELL181

Для конечно-элементного разбиения был использован оболочечный элемент, четырехузловой четырехугольник, SHELL181 (рис. 9).

Элемент SHELL181 широко находит свое применение в анализе тонких и умеренно толстых оболочечных структур. Он имеет четыре узла с шестью степенями свободы в каждом из них: перемещения в направлениях х, у и z и вращения вокруг осей х, у и z. При использовании мембранного варианта, элемент ограничивается только поступательными степенями свободы. Вырожденный треугольный вариант рекомендуется выбирать только в качестве элементов-заполнителей при генерации сетки.

SHELL181 распространен в линейных, больших вращениях и/или нелинейных приложениях с большими деформациями. Изменение толщины оболочки учитывается при нелинейном анализе. В элементной области поддерживаются как полные, так и сокращенные схемы интеграции. Он может учитывать влияние жесткости нагрузки распределенной давлением.

Элемент SHELL181 популярен в использовании с многоуровневыми приложениями для моделирования композитных оболочек или многослойных конструкций. Точность моделирования композитных структур обозначается теорией деформации сдвига первого порядка (чаще всего принимающей название теории оболочек Миндлина-Рейсснера).

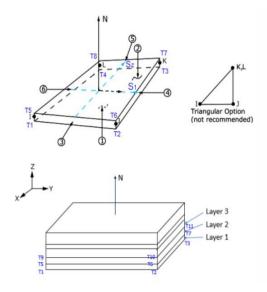


Рис. 9. Геометрия элемента SHELL181

Для оболочечного конечного элемента функции формы принимают вид:

$$\begin{split} u &= \frac{1}{4}(u_i(1-s)(1-t) + u_j(1+s)(1-t) \\ &+ u_k(1+s)(1+t) + u_l(1-s)(1+t)) \\ w &= \frac{1}{4}(w_i(1-s)(1-t) + w_j(1+s)(1-t) \\ &+ w_k(1+s)(1+t) + w_l(1-s)(1+t)) \\ v &= \frac{1}{4}(v_i(1-s)(1-t) + v_j(1+s)(1-t) \\ &+ v_k(1+s)(1+t) + v_l(1-s)(1+t)) \end{split}$$

$$\theta_{x} = \frac{1}{4}(\theta_{x}(1-s)(1-t) + \theta_{x}(1+s)(1-t) + \theta_{x}(1+s)(1-t) + \theta_{x}(1+s)(1+t) + \theta_{x}(1-s)(1+t))$$

$$\theta_{y} = \frac{1}{4}(\theta_{y}(1-s)(1-t) + \theta_{y}(1+s)(1-t) + \theta_{y}(1+s)(1+t) + \theta_{y}(1-s)(1+t))$$

$$\theta_{z} = \frac{1}{4}(\theta_{z}(1-s)(1-t) + \theta_{z}(1+s)(1-t) + \theta_{z}(1+s)(1-t) + \theta_{z}(1+s)(1+t) + \theta_{z}(1-s)(1+t))$$

2.3. Построение моделей закрытых ячеек Гибсона-Эшби

В данной работе рассматривалась и использовалась в качестве представительного объема для расчета эффективных свойств композита закрытая ячейка Гибсона-Эшби.

Для вычислительных экспериментов была рассмотрена закрытая ячейка Гибсона-Эшби с соединительными рёбрами в двух измерениях, длины которых равны половинам длин сторон каркаса. Моделировались два случая:

1) кубическая ячейка с одинаковыми длинами сторон каркаса а, 2) прямоугольная ячейка с разными длинами сторон каркаса а, b, c. Толщина каркаса h не менялась. На рис. 10 продемонстрирован сгенерированный представительный объем.

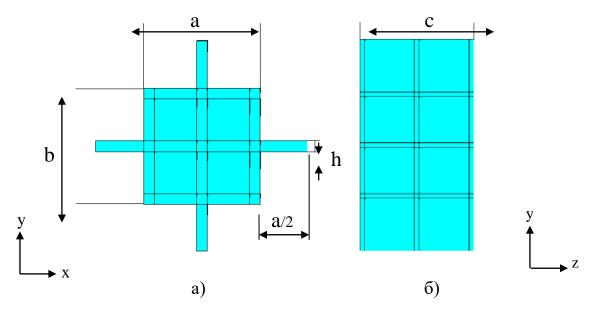


Рис. 10. Геометрия закрытой ячейки Гибсона-Эшби: (а) — вид в плоскости XY, (б) — вид в плоскости ZY

Для правильного разбиения конечно-элементной сетки закрытые ячейки Гибсона-Эшби формировались из объемов пяти видов (рис. 11, а): кубических объемов, находившихся на углах и серединах ребер; балок, строящих ребра каркаса; прямоугольных параллелепипедов, представляющих грани ячейки; а также из объемов соединительных граней, и, в свою очередь, из плоскостей соединительных граней и граней каркаса (рис. 11, б).

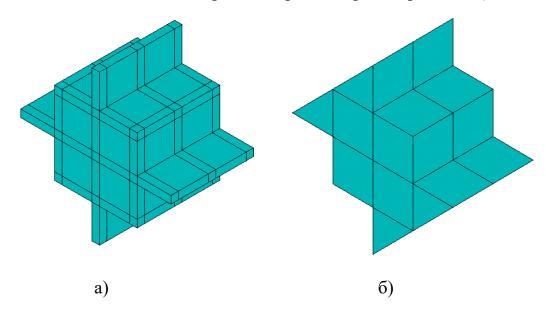


Рис. 11. Общий вид в трехмерном пространстве представительных объемов при использовании элементов SOLID185 (a) и SHELL181(б)

Смоделируем разные виды закрытой ячейки Гибсона-Эшби: а) кубическая ячейка с длиной стороны каркаса a=0.6 (м), б) прямоугольная ячейка с разными длинами сторон каркаса a=0.6 (м), b=0.3 (м), c=0.4 (м). Толщина каркаса неизменна в обоих случаях: h=0.025 (м). Таким образом, получаются следующие представительные объемы, изображенные на рис. 12.

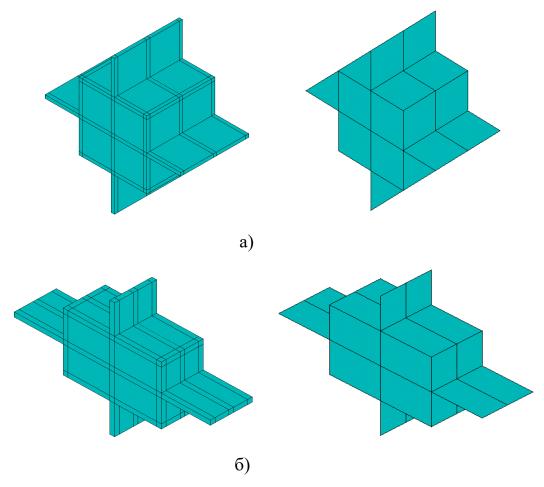


Рис. 12. Построенные два случая представительных объемов кубической ячейки (а) и прямоугольной ячейки (б) для двух конечных элементов

Воспользуемся методом конечных элементов и разобьем полученные модели на конечно-элементные сетки с размером элемента, принимающий значения: один элемент по толщине равным h, два элемента по толщине равным h/2, четыре элемента по толщине равным h/4. На рис. 13 продемонстрирована сетка разбиением в два элемента по толщине.

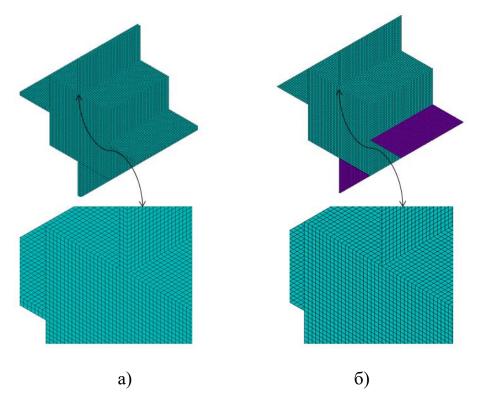


Рис. 13. Построенные конечно-элементные сетки трехмерными (a) и оболочечными (б) элементами

3. Результаты расчетов

В качестве материала каркаса использовался поликарбонат, являющийся линейным упругим изотропным материалом с модулем Юнга $E^s = 2.378 \ \Gamma \Pi a \ \text{коэффициентом} \ \Pi \text{уассона} \ v^s = 0.37 \, .$

3.1. Результаты расчетов сходимости эффективных модулей

Согласно поставленной задаче, используя метод эффективных модулей, найдем коэффициенты матрицы упругих модулей. В предположении анизотропии однородной среды были вычислены все 36 коэффициентов матрицы упругих модулей С.

где
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix}$$
 — матрица эффективных модулей

анизотропного материала.

В результате решения были вычислены коэффициенты матрицы эффективных упругих модулей. Для всех вычислений композитная структура

получилась ортотропной, принимающей вид
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{c}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{c}_{13} & \mathbf{c}_{23} & \mathbf{c}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{66} \end{bmatrix}$$

что согласуется с предположениями и результатами других работ связанных с моделью Гибсона-Эшби [1,16-19,30-38]. При этом в случае ячейки с

одинаковыми сторонами был получен трансверсально-изотропный материал,

одинаковыми сторонами был получен трансверсально-изотропный материал у которого матрица упругих модулей
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \end{bmatrix}$$

Таким образом, в дальнейшем при вычислении матрицы упругих модулей взамен 36 коэффициентам необходимо и достаточно рассчитывать 9 и 5 компонент соответственно.

Для выбора оптимального конечно-элементного разбиения была исследована сходимость компонентов матрицы С при различном разбиении представительного объема, построенного как для решения твердотельным элементом Solid185, так и оболочечным элементов Shell181 (таблица 1).

Таблица 1. Эффективные упругие модули при разном разбиении

Эффективные		Solid	<i>J</i> 1 <i>J</i>		Shell	
модули, Гпа	h	h/2	h/4	h	h/2	h/4
C ₁₁	0.039	0.038	0.038	0.040	0.040	0.040
C ₁₂	0.010	0.0098	0.0097	0.012	0.012	0.012
C ₁₃	0.0063	0.0062	0.0061	0.0047	0.0047	0.0047
C ₂₂	0.039	0.038	0.038	0.040	0.040	0.040
C ₂₃	0.0063	0.0062	0.0061	0.0047	0.0047	0.0047
C ₃₃	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
C ₄₄	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
C ₅₅	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
C ₆₆	0.0090	0.0089	0.0088	0.0090	0.0090	0.0090

Из таблицы 1 видно, что, начиная с разбиения в два элемента по толщине h/2, различие результатов расчетов с разбиением в четыре элемента по толщине h/4 незначительны. Таким образом, можно сделать вывод, что для модели Solid185 при размере элементов h/2 наблюдается сходимость результатов. Для Shell181 решение оказалось идентичным для всех трех случаев построения сетки. Таким образом, для твердотельного и оболочечного элементов наблюдается, как и ожидалось, сходимость результатов вычисления при уменьшении размеров элементов сетки, и в дальнейших вычислениях будет использоваться разбиение h/2.

3.2. Сравнение результатов расчетов эффективных констант твердотельного и оболочечного конечных элементов

Для сравнения эквивалентности результатов между трехмерными и оболочечными элементами с помощью матрицы податливостей ${\bf S}$

где,
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-v_{21}}{E_2} & \frac{-v_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-v_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{13}}{E_1} & \frac{-v_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
, являющейся обратной матрице упругих

модулей $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{\text{-1}}$, были рассчитаны E_i модули Юнга вдоль оси і, G_{ij} модули сдвига в направлении ј на плоскости, нормаль к которой проходит в направлении і, и v_{ij} коэффициенты Пуассона, которые соответствуют сжатию в направлении ј при растяжении в направлении і, а также их относительная процентная разность, вычисляемая по формуле $\left| \frac{\mathrm{Eff}_1 - \mathrm{Eff}_2}{\mathrm{Eff}_1} \right|$, где

 Eff_1 и Eff_2 значения эффективных констант твердотельного и оболочечного элементов соответственно (таблица 2).

Таблица 2. Эффективные упругие модули

Эффективные	Представительный объем с			Представит	ельный обт	ьем с разными
константы	одинаковыми длинами сторон			длинами сто	рон	
	Solid	Shell	Разность, %	Solid	Shell	Разность, %
<i>E</i> ₁ , ГПа	0.0360	0.0362	0.79	0.0796	0.0834	4.5
E_2 , $\Gamma\Pi$	0.0360	0.0362	0.79	0.0633	0.0680	6.9
E_3 , $\Gamma\Pi$	0.0756	0.0769	1.78	0.0968	0.0982	1.4
<i>G</i> ₁₂ , ГПа	0.0123	0.0121	2.1	0.0137	0.0124	9.1
G_{23} , ГПа	0.0123	0.0121	2.1	0.0206	0.0192	6.6
G ₃₁ , ГПа	0.0089	0.0090	1.3	0.0177	0.0180	2.3
v_{12}	0.2435	0.2953	17.5	0.2648	0.2960	10.5
v_{21}	0.2435	0.2953	17.5	0.2106	0.2472	14.8
v_{13}	0.0612	0.0428	30	0.1440	0.1115	22.6
v_{31}	0.1286	0.0907	29.5	0.1753	0.1340	23.5
v_{23}	0.0612	0.0428	30	0.0669	0.0349	47.8
<i>v</i> ₃₂	0.1286	0.0907	29.5	0.1024	0.0477	53.3

Из таблицы 2 видно, что результаты расчетов с SOLID185 и SHELL181 в большей степени совпадают для модели с одинаковыми сторонами, а наилучшее совпадение результатов во всех случаях наблюдается у модуля Юнга, что нельзя сказать про коэффициенты Пуассона. Также для расчетов можно использовать оболочечный элемент SHELL181 вместо трехмерного SOLID185, поскольку относительная процентная разница в результатах расчетов незначительна.

3.3. Сравнение результатов расчетов эффективных констант при разной пористости закрытой ячейки трехмерного и оболочечного конечных элементов

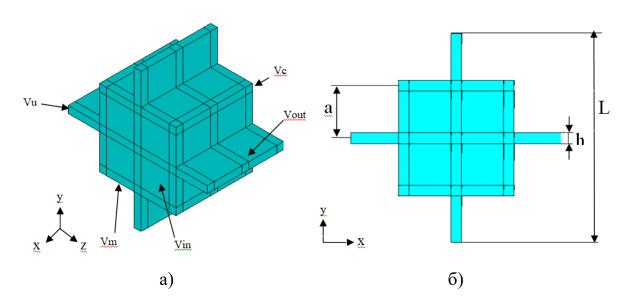


Рис. 14. Пример закрытой ячейки Гибсона-Эшби: (а) — общий вид в трехмерном пространстве, (б) — вид в плоскости XY

Как было заявлено ранее, ячейка построена пятью различными объемами, где способ построения не отличается от упомянутого ранее (рис. 10). Однако для генерации ячейки с разной пористостью, длина каркаса представляется суммой вводимого параметра а и рассчитанной толщины h при заданной исследуемой пористости р (рис. 14, б). Таким образом, общий объем одной ячейки V_f можно представить в виде суммы:

$$V_f = 26V_c + 48V_m + 12V_u + 24V_{in} + 8V_{out}$$
 (3.3.1)

где
$$V_c = h^3$$
, $V_m = (a-h)h^2$, $V_u = (\frac{L}{2} - a - \frac{h}{2})h^2$, $V_{in} = (a-h)^2 h$, $V_{out} = (a-h)(\frac{L}{2} - a - \frac{h}{2})h$

С другой стороны, объем V_f построенной ячейки можно рассчитать, используя пористость р и объем гомогенной среды сравнения $V = L^3$.

$$V_f = (1 - p)V (3.3.2)$$

Подставляя (3.3.1) в (3.3.2), получаем формулу зависимости пористости p от размеров каркаса:

$$p = 4Lah + 2Lh^2 + 16a^2h - 8ah^2 (3.3.3)$$

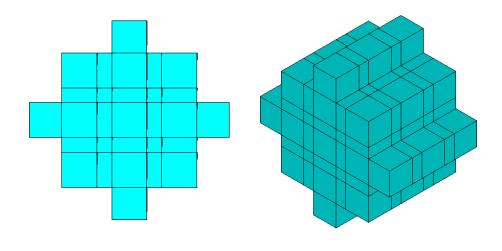
Зафиксируем размеры каркаса L=1 и перепишем (3.3.3) в виде:

$$p = 4ah + 2h^2 + 16a^2h - 8ah^2 (3.3.4)$$

Таким образом, используя полученную формулу (3.3.4) и фиксацию параметра a = 0.25 были получены значения толщины при заданной пористости, продемонстрированные в таблице 3, а также смоделированные представительные объемы на рис. 15.

Таблица 3. Зависимость толщины от пористости

Пористость, р	Толщина, h
60%	0.2
65%	0.175
70%	0.15
75%	0.125
80%	0.1
85%	0.075
90%	0.05
95%	0.025



a)

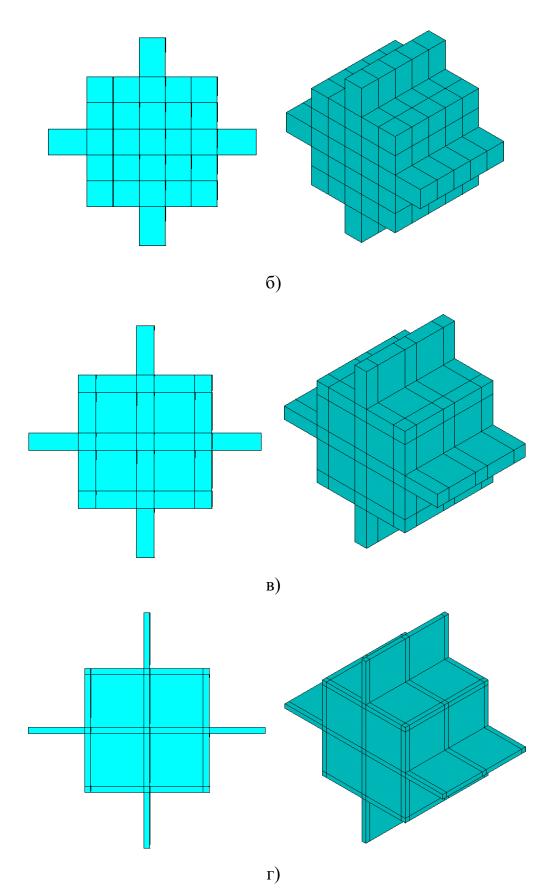


Рис. 15. Представительные объемы закрытой ячейки Гибсона-Эшби построенные с разной пористостью в трехмерном пространстве и в плоскости

XY: (a)
$$-65\%$$
, (б) -75% , (в) -85% , (г) -95%

Основываясь на полученных результатах, были вычислены значения относительных модулей Юнга, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона при разной пористости ячейки (рис. 16 – рис. 18).

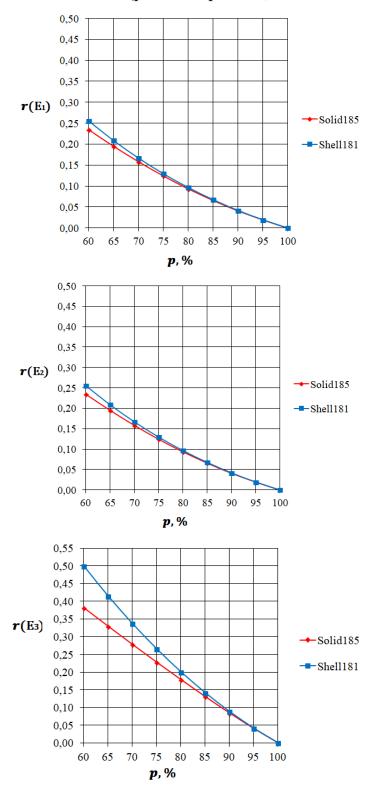


Рис. 16. Зависимость относительных модулей Юнга от пористости для конечных элементов SOLID185 и SHELL181

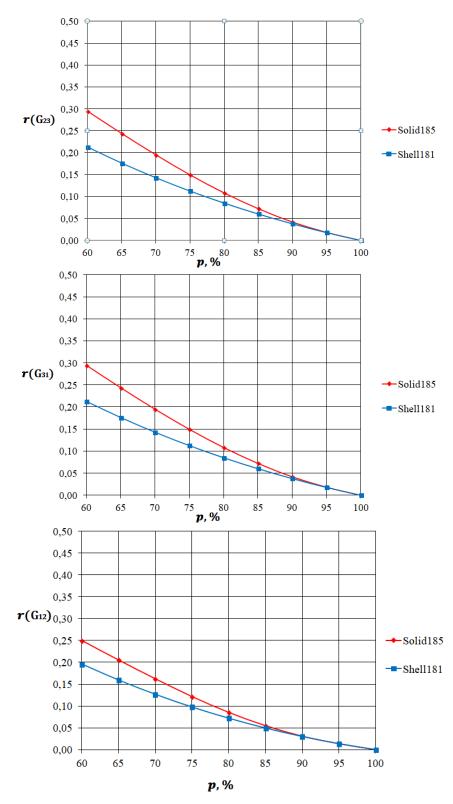


Рис. 17. Зависимость относительных модулей сдвига от пористости для конечных элементов SOLID185 и SHELL181

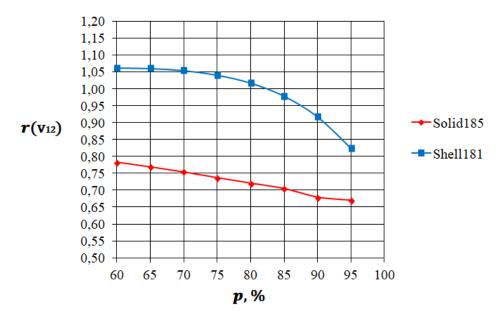


Рис. 18. Зависимость относительного коэффициента Пуассона от пористости для конечных элементов SOLID185 и SHELL181

При этом

$$r(E_i) = \frac{E_i^{eff}}{E_i^f}$$

$$r(G_i) = \frac{G_i^{eff}}{G_i^f}$$

$$r(v_i) = \frac{v_i^{eff}}{v_i^f}$$

где $E_i^{\rm eff}$, $G_i^{\rm eff}$, $v_i^{\rm eff}$ — значения модулей Юнга, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона пористого тела, E_i^f , G_i^f , v_i^f — значения модулей Юнга, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона для материала композита (для ячейки с нулевой пористостью).

Из рис. 16–18 видно, что результаты расчетов с SOLID185 и SHELL181 в большей степени совпадают для объемов, имеющих пористость 80% и более, так как модель закрытой ячейки Гибсона-Эшби изначально подходит для высокопористых материалов. В остальных случаях для модулей сдвига они различаются до 1.5 раза, модули Юнга показывают наилучшую близость результатов расчетов с разной пористостью двух конечных элементов, а коэффициенты Пуассона, как было замечено ранее при сравнении

эффективных констант ячейки с одинаковой и разной длиной каркаса, различаются больше всего. На основе полученных графиков можно сделать вывод, что, когда пористость принимает достаточно большие значения, варьирующие от 80% и более, то для расчетов можно использовать оболочечный элемент SHELL181 вместо трехмерного SOLID185, поскольку разница в результатах незначительна.

Заключение

В данной работе был произведен конечно-элементный анализ эффективных свойств пенообразных материалов, составленных из закрытых ячеек Гибсона-Эшби.

В ходе работы была изучена литература по высокопористым материалам. Были изучены методы гомогенизации композитных структур, составленных из ячейки периодичности с закрытыми порами. Для расчета эффективных упругих модулей закрытой ячейки Гибсона-Эшби была поставлена статическая задача линейной теории упругости, и был применен метод эффективных модулей. В конечно-элементном пакете ANSYS моделировались представительные объемы ячейки периодичности с одинаковыми и разными длинами сторон каркаса, и были проведены расчеты с использованием твердотельных и оболочечных конечных элементов. Согласно результатам, были получены коэффициенты матрицы упругих жесткостей ортотропного материала. Был проведен анализ зависимости толщины каркаса от задаваемой пористости представительного объема, который заранее имел определенные длины сторон каркаса, а также был закреплен в описываемый его прямоугольный параллелепипед. Благодаря полученным коэффициентам было выполнено сравнение эквивалентности эффективных констант, из которого можно сделать вывод, что, несмотря на незначительные расхождения в полученных решениях оболочечными и твердотельными элементами, разрешается использовать конечный элемент SHELL181 вместо конечного элемента SOLID185 при пористости ячейки лежащей от 80% и более. Данные результаты обосновываются тем, что модель закрытой ячейки Гибсона-Эшби предназначена для высокопористых материалов. В общем и целом, результаты данной научной работы соответствуют теоретическим и вычислительным ожиданиям.

Список Литературы

- 1. Alabort E., Barba D., Reed R.C. Design of metallic bone by additive manufacturing // Scr. Mater. 2019. Vol. 164. –P. 110-114.
- 2. Alsalla H., Hao L., Smith C. Fracture toughness and tensile strength of 316L stainless steel cellular lattice structures manufactured using the selective laser melting technique // Mater. Sci. Eng. A. 2016. Vol. 669. P. 1-6.
- 3. ANSYS Rel. 2020 R1 Theory Reference for ANSYS and ANSYS Workbench / ANSYS Inc. Canonsburg: SAS IP, Inc., 2020.
- 4. Ashby M.F. The mechanical properties of cellular solids // Metall. Mater. Trans. A. 1983. Vol. 14, iss. 9. P. 1755–1769.
- 5. Ashby M.F. The properties of foams and lattices // Phil. Trans. R. Soc. A. 2006. Vol. 364, iss. 1838. P. 15–30
- 6. A. Hössinger-Kalteis, M. Reiter, M. Jerabek, Z. Major Overview and comparison of modelling methods for foams // J. Cell. Plast. First Published December 15, 2020. P. 1–51.
- Bianchi G., Gianella S., Ortona A. Design and additive manufacturing of periodic ceramic architectures // J. Ceram. Sci. Tech. 2017. Vol. 08, iss. 01. P. 59–66.
- 8. C. Yan, L. Hao, A. Hussein, P. Young, J. Huang, W.Zhu Microstructure and mechanical properties of aluminium alloy cellular lattice structures manufactured by direct metal laser sintering // Mater. Sci. Eng. A. 2015. Vol. 628. P. 238–246.
- 9. Cristescu N.D., Craciun E.-M., Soós E. Mechanics of elastic composites. CRC Press, 2003.
- 10.D.A. Ramirez, L.E. Murr, S.J. Li, Y.X. Tian, E. Martinez, J.L. Martinez, B.I. Machado, S.M. Gaytan, F. Medina, R.B. Wicker Open-cellular copper structures fabricated by additive manufacturing using electron beam melting // Mater. Sci.Eng. A. 2011. Vol. 528, iss. 16-17. P. 5379–5386

- 11.Fleck N.A., Deshpande V.S., Ashby M.F. Microarchitectured materials: past, present and future // Proc. Royal Soc. Lond. A. 2010. Vol. 466, iss. 2121. P. 2495–2516.
- 12.F. Zhu, G. Lu, D. Ruan, Z. Wang Plastic deformation, failure and energy absorption of sandwich structures with metallic cellular cores // Int. J. Prot. Struct. 2010. Vol. 1, iss. 4. –P. 507–541
- 13.Gibson L.J., Ashby M.F. Cellular solids: structure and properties. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997. P. 510
- 14. Gibson L.J., Ashby M.F. The mechanics of threedimensional cellular materials // Proc. Royal Soc. Lond. A, 1982. –Vol. 382, iss. 1782. P. 43–59.
- 15. Gibson L.J. Biomechanics of cellular solids // J. Biomech. 2005. Vol. 38. P. 377–399.
- 16.G. Wang, L. Shen, J. Zhao, H. Liang, D. Xie, Z. Tian, C. Wang Design and compressive behavior of controllable irregular porous scaffolds: based on Voronoi-tessellation and for additive manufacturing // ACS Biomater. Sci. Eng. 2018. Vol. 4, iss. 2. P. 719–727.
- 17. Koudelka P., Jiroušek O., Valach J. Determination of mechanical properties of materials with complex inner structure using microstructural models // Mach Technol Mater. 2011. Vol. 1, iss. 3. P. 39–42.
- 18.Kachanov M., Sevostianov I. Micromechanics of materials, with applications / Serie: Solid Mechanics and its Applications. Vol. 249. Springer Int. Publ. AG, 2018.
- 19. Kornievsky, A. Nasedkin. Numerical investigation of mechanical properties of foams modeled by regular Gibson–Ashby lattices with different internal structures. // Materialia 26 (2022) 101563
- 20.L. Maheo, P. Viot, D. Bernard, A. Chirazi, G. Ceglia, V. Schmitt, O. Mondain-Monval Elastic behavior of multi-scale, open-cell foams // Compos. Part B: Eng. 2013. Vol. 44, iss. 1. P. 172–183.
- 21.Marvi-Mashhadi M., Lopes C.S., LLorca J. Modelling of the mechanical behavior of polyurethane foams by means of micromechanical characterization

- and computational homogenization // Int. J. Solids Struct. -2018. Vol. 146. P. 154–166.
- 22.Marvi-Mashhadi M., Lopes C.S., LLorca J. Effect of anisotropy on the mechanical properties of polyurethane foams: An experimental and numerical study // Mech. Mater. 2018. Vol. 124. P. 143–154.
- 23. Mukhopadhyay T., Adhikari S. Equivalent in-plane elastic properties of irregular honeycombs: An analytical approach // Int. J. Solids Struct. 2016. Vol. 91. P. 169–184.
- 24.Mills N.J. Finite element models for the viscoelasticity of open-cell polyure-thane foam // Cell. Polym. 2006. Vol. 25, iss. 5. P. 293–316.
- 25.M. Benedetti, J. Klarin, F. Johansson, V. Fontanari, V. Luchin, G. Zappini, A. Molinari Study of the compression behaviour of Ti6Al4V trabecular structures produced by additive laser manufacturing // Materials. 2019. Vol. 12, iss. 9. Article 1471.
- 26.Ortona A., Rezaei E. Modeling the properties of cellular ceramics: From foams to lattices and back to foams // Adv. Sci. Tech. 2014. Vol. 91. P. 70–78.
- 27. Pabst W., Uhlířová T., Gregorová E., Wiegmann A. Young's modulus and thermal conductivity of closed-cell, opencell and inverse ceramic foams model-based predictions, crossproperty predictions and numerical calculations // J. Eur. Ceram. Soc. 2018. Vol. 38. P. 2570–2578.
- 28.P. Blennow, J. Hjelm, T. Klemensø, S. Ramousse, A. Kromp, A. Leonide, A. Weber Manufacturing and characterization of metal-supported solid oxide fuel cells // J. Power Sources. 2011. Vol. 196, iss. 17. P. 7117–7125.
- 29.Roberts A.P., Garboczi E.J. Elastic moduli of model random three-dimensional closed-cell cellular solids // Acta Mater. 2001. Vol. 49, iss. 2. P. 189–197.
- 30.R. Singh, P.D. Lee, T.C. Lindley, C. Kohlhauser, C. Hellmich, M. Bram, T. Imwinkelried, R.J. Dashwood Characterization of the deformation behavior

- of intermediate porosity interconnected Ti foams using micro-computed to-mography and direct finite element modeling // Acta Biomater. 2010. Vol. 6, iss. 6. P. 2342–2351.
- 31. Scheffler M., Colombo P. (eds.) Cellular ceramics: structure, manufacturing, properties and applications / John Wiley & Sons, 2005.
- 32.S.A. Kaoua, D. Dahmoun, A.E. Belhadj, M. Azzaz Finite element simulation of mechanical behaviour of nickel-based metallic foam structures // J. Alloys Compd. 2009. Vol. 471, iss. 1-2. P. 147–152.
- 33.T. Dillard, F. N'guyen, E. Maire, L. Salvo, S.Forest, Y. Bienvenu [et al.] 3-D quantitative image analysis of open-cell nickel foams under tension and compression loading using X-ray microtomography // Philos. Mag. 2005. Vol. 85, iss. 19. P. 2147–2175
- 34.Uhlířová T., Pabst W. Conductivity and Young's modulus of porous metamaterials based on Gibson-Ashby cells // Scr. Mater. 2019. Vol. 159. P. 1–4.
- 35. Yasuaki Seki, Matthew S. Schneider, Marc A. Meyers. Structure and mechanical behavior of a toucan beak // Acta Materialia 53 (2005) P. 5281–5296
- 36.Zhu H.X., Hobdell J.R., Windle A.H. Effects of cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams // Acta Mater. 2000. Vol. 48, iss. 20. P. 4893–4900.
- 37.Z. Xiao, Y. Yang, R. Xiao, Y. Bai, C. Song, D. Wang Evaluation of topology-optimized lattice structures manufactured via selective laser melting // Mater. Des. 2018. Vol. 143. –P. 27–37.
- 38.Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541c.
- 39.3енкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 318 с
- 40. Корниевский А.С., Наседкин А.В. Сравнение моделей пен, составленных из регулярных и нерегулярных массивов открытых ячеек

- Гибсона–Эшби // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. -2021. -№ 3. С. 70–83. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.07
- 41. Наседкин А.В Теория и технология метода конечных элементов: курс лекций. Ростов-на-Дону, 2013. 224 с.
- 42. Наседкина А.А., Авакян К.Э., Середина П.С. Сравнение конечноэлементных моделей для анализа упругих свойств пенообразных
 материалов, составленных из открытых и закрытых ячеек ГибсонаЭшби // Мат. моделирование и биомеханика в современном
 университете. Тез. докл. XVIII Всероссийской школы-семинара, пос.
 Дивноморское, 27-30 мая 2024 г. Ростов-на-Дону Таганрог: Изд-во
 ЮФУ, 2024. С.73.

Приложение

Solid185

```
/clear
                                  параллелепипеда по оси у в котором
! Материальные свойства -----
                                  находится ячейка lz=2*(lz1)
                                  !Сторона параллелепипеда по оси z в
f r = 'solid results' !Название
                                  котором находится ячейка
файла с результатами расчетов
                                  !1x=1
/OUTPUT, f r, txt
                                  !ly=1
*VWRITE
                                  !1z=1
(1х, 'Эффективные модули')
                                  EPS 0 = 1
/OUTPUT
                                  VOL G1 = 1/(1x*1y*1z) ! 1/объем
! Геометрия
                                  параллелепипеда в котором находится
1x1=0.6!1c/2
                   !Длина
                                  ячейка
каркаса по оси х
                                  ! Материальные константы
ly1=lx1
                                  ! (все данные - в системе СИ)
                    !Длина
                                  ES = 2.378e9
каркаса по оси у
                                                          ! модуль
1z1=1x1
                                  Юнга
                    !Длина
                                  NUS = 0.37
каркаса по оси z
lax=lx1/2 !Половина длины
                                  коэффициент Пуассона
каркаса по оси х
                                  MP, EX, 1, ES
laz = lz1/2
                   !Половина
                                  MP, PRXY, 1, NUS
                                  ET,1,SOLID185
длины каркаса по оси z
                                                      !Элемент
                                  MAT,1
lay = ly1/2
                   !Половина
длины каркаса по оси у
                                  TYPE, 1
!laz = 0.3
!lav = 0.4
                                  !----- Построение
1h=0.025
             !Толщина ребер
                                  представительного объема -----
LHH = LH/2
             !Половина толщины
ребра
                                  !Маленькие объемы кубов по углам и
!lax=lax+lhh ! (3.3)
                                  середине ребер каркаса
!lay=lay+lhh ! (3.3)
!laz=laz+lhh ! (3.3)
                                  BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -lay, -
1x=2*(1x1)
                                  LAy+2*1hh,-LAz,-LAz+2*LHH
             !Сторона
параллелепипеда по оси х в
                                  BLOCK, -lhh, lhh , -lay, -LAy+2*lhh, -
котором находится ячейка
                                  LAz_{-}LAz+2*LHH
1y=2*(1y1)
                                  BLOCK, lax-2*lhh, lax ,-lay, -
             !Сторона
```

BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -Lhh, Lhh, -LAy+2*lhh,-LAz,-LAz+2*LHH BLOCK, -LAx, -LAx+2*lhh, -lhh, lhh, -LAz, -LAz+2*LHHBLOCK, -Lhh, lhh, -Lhh, Lhh, -LAz, -LHH, LHH LAz+2*LHH BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, lay-BLOCK, lax-2*Lhh, lax, -Lhh, Lhh, -2*lhh, lay, -LHH, LHH BLOCK, -Lhh, lhh, LAy-2*lhh, LAy, - $LAz_{I}-LAz+2*LHH$ BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, lay-LHH, LHH 2*lhh, LAy, -LAz, -LAz+2*LHH BLOCK, -Lhh, lhh, -LAy, -LAy+2*lhh, -BLOCK, -lhh, lhh , lay-2*lhh, LAy, -LHH, LHH LAz, -LAz+2*LHH!Объемы ребер каркаса и BLOCK, lax-2*lhh, lax , layсоединительных балок 2*lhh, LAy, -LAz, -LAz+2*LHH BLOCK, -lax+2*lhh, -lhh, -lay, -BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -lay, -LAy+2*lhh,-LAz,-LAz+2*LHH LAy+2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, lhh, lax-2*lhh ,-lay,-BLOCK, -lhh, lhh , -lay, -LAy+2*1hh,-LAz,-LAz+2*LHH LAy+2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -LAy+2*lhh, -BLOCK, lax-2*lhh, lax ,-lay,lhh,-LAz,-LAz+2*LHH LAy+2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -Lhh, lhh, -LAy+2*lhh, -lhh, -BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -LAz, -LAz+2*LHHLhh, Lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, lax-2*Lhh, lax, -LAy+2*lhh, -BLOCK, -Lhh, lhh, -Lhh, Lhh, LAzlhh,-LAz,-LAz+2*LHH 2*LHH, LAz BLOCK, -LAx+2*1hh, -lhh, -Lhh, Lhh, -BLOCK, lax-2*Lhh, lax, - $LAz_{,}-LAz+2*LHH$ Lhh, Lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, lhh, lax-2*lhh, -Lhh, Lhh, -LAz, -BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, lay-LAz+2*LHH 2*lhh, LAy, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, Lhh, lay-2*lhh,-LAz,-LAz+2*LHH BLOCK, -lhh, lhh , lay-2*lhh, LAy, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -Lhh, lhh, Lhh, lay-2*lhh, -LAz, -BLOCK, lax-2*lhh, lax , lay-LAz+2*LHH BLOCK, lax-2*Lhh, lax, Lhh, lay-2*lhh, -2*lhh, LAy, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, LAx-2*1hh, LAx, -LAy, -LAz, -LAz+2*LHHlay+2*lhh,-LHH,LHH BLOCK, -lax+2*lhh, -lhh, lay-BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -lhh, lhh, -2*lhh, LAy, -LAz, -LAz+2*LHH BLOCK, lhh, lax-2*lhh, lay-2*lhh, LAy, -LHH, LHH BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lay- $LAz_{,}-LAz+2*LHH$ 2*lhh, lay, -LHH, LHH BLOCK, -lax+2*lhh, -lhh, -lay, -BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -LAy, -LAy+2*lhh, LAz-2*LHH, LAz lay+2*lhh,-LHH,LHH BLOCK, lhh, lax-2*lhh, -lay, -

BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, -LAy+2*lhh, LAz-2*LHH, LAz LAy+2*lhh,-lhh,LAz-2*LHH,LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -LAy, -BLOCK, -Lhh, lhh, -LAy+2*lhh, lay+2*lhh, LHH, laz-2*LHH lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -LAy+2*1hh, -BLOCK, lax-2*Lhh, lax, -LAy+2*lhh, lhh,-LHH,LHH lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -1hh, 1hh, -BLOCK, -LAx+2*1hh, -lhh, -LAz+2*LHH,-LHH Lhh, Lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -BLOCK, lhh, lax-2*lhh, lhh,lhh,LHH,laz-2*LHH Lhh, Lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, 1hh, lay-BLOCK, -LAx, -lax+2*lhh, Lhh, lay-2*lhh,-LHH,LHH 2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*lhh, lay-2*lhh, lay, -LAz+2*LHH, -LHH BLOCK, -Lhh, lhh, Lhh, lay-2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx, -LAx+2*lhh, lay-BLOCK, lax-2*Lhh, lax, Lhh, lay-2*lhh, lay, LHH, laz-2*LHH 2*lhh, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, LAy-BLOCK, -lax+2*lhh, -lhh, lay-2*lhh, LAy, -LHH, LHH 2*lhh, LAy, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -Lhh, lhh, LAy-2*lhh, LAy, -BLOCK, lhh, lax-2*lhh , lay-LAz+2*LHH,-LHH 2*lhh, LAy, LAz-2*LHH, LAz BLOCK, -Lhh, lhh, LAy-BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy, -2*lhh, LAy, LHH, LAz-2*LHH lay+2*lhh,-LAz+2*LHH,-LHH BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, lay-2*lhh, lay, -BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy, -LHH, LHH BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, -LAy, lay+2*lhh, LHH, laz-2*LHH BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy+2*lhh, -LAy+2*lhh,-LHH,LHH lhh,-LHH,LHH BLOCK, -Lhh, lhh, -LAy, -LAy+2*lhh, -BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -lhh, lhh, -LAz+2*LHH,-LHH LAz+2*LHH,-LHHBLOCK, -Lhh, lhh, -LAy, -BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy+2*1hh, LHH, LAz-2*LHH lhh, lhh, LHH, laz-2*LHH BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, -LAy, -BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lhh, lay-LAy+2*lhh,-LHH,LHH 2*1hh,-LHH,LHH BLOCK, -lhh, lhh, LAy, ly/2, -LAz, -BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lay-LAz+2*lhh 2*lhh, lay, -LAz+2*LHH, -LHH BLOCK, -lhh, lhh, LAy, ly/2, -lhh, lhh BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lay-BLOCK, -lhh, lhh, LAy, ly/2, LAz-2*lhh, lay, LHH, laz-2*LHH 2*lhh,laz BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -LAy, -BLOCK, -1hh, 1hh, -1y/2, -LAy, -LAz, lay+2*lhh,-LAz+2*LHH,-LHH LAz+2*1hh

```
BLOCK, -lhh, lhh, -ly/2, -LAy, LAz-
                                      BLOCK, -lhh, lhh, -ly/2, -LAy, -lhh, lhh
2*lhh,laz
                                      BLOCK, -LAx, -LAx+2*lhh, -LAy+2*lhh, -
BLOCK, -1x/2, -1ax, -1hh, 1hh, -LAz, -
                                      lhh,-LAz+2*LHH,-LHH
LAz+2*1hh
                                      BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, -LAy+2*1hh, -
BLOCK, -1x/2, -1ax, -1hh, 1hh, -
                                      lhh, LHH, laz-2*LHH
lhh, lhh
                                      BLOCK, -LAx, -LAx+2*1hh, 1hh, lay-
BLOCK, -1x/2, -1ax, -1hh, 1hh, LAz-
                                      2*lhh,-LAz+2*LHH,-LHH
2*lhh,laz
                                      BLOCK, -LAx, -LAx+2*lhh, lhh, lay-
BLOCK, lax, lx/2, -lhh, lhh, -LAz, -
                                      2*lhh, LHH, laz-2*LHH
LAz+2*1hh
                                      BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, LAy-
BLOCK, lax, lx/2, -lhh, lhh, -lhh, lhh
                                      2*lhh, LAy, -LAz+2*LHH, -LHH
                                      BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, LAy-
BLOCK, lax, lx/2, -lhh, lhh, LAz-
2*lhh,laz
                                      2*lhh, LAy, LHH, LAz-2*LHH
                                      BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, LAy-2*lhh, LAy, -
!Объемы граней
BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, -
                                      LAz+2*LHH,-LHH
LAy+2*lhh,-lhh,-LAz,-LAz+2*LHH
                                      BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, lay-
BLOCK, Lhh, lax-2*lhh, -LAy+2*lhh, -
                                      2*lhh, lay, LHH, LAz-2*LHH
lhh,-LAz,-LAz+2*LHH
                                      BLOCK, -LAx+2*1hh, -lhh, -LAy, -
BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, Lhh, lay-
                                      LAy+2*lhh,-LAz+2*LHH,-LHH
2*lhh, -LAz, -LAz+2*LHH
                                      BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, -LAy, -
BLOCK, Lhh, lax-2*lhh, Lhh, lay-
                                      LAy+2*1hh, LHH, LAz-2*LHH
2*lhh,-LAz,-LAz+2*LHH
                                      BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, -LAy, -
BLOCK, -LAx+2*1hh, -lhh, -
                                      LAy+2*lhh,-LAz+2*LHH,-LHH
LAy+2*lhh,-lhh,LAz-2*LHH,LAz
                                      BLOCK, Lhh, LAx-2*lhh, -LAy, -
BLOCK, Lhh, lax-2*lhh, -LAy+2*lhh, -
                                      LAy+2*lhh, LHH, LAz-2*LHH
lhh, LAz-2*LHH, LAz
                                      !Объем граней соединительных балок
BLOCK, -LAx+2*lhh, -lhh, Lhh, lay-
                                      BLOCK, -lhh, lhh, LAy, ly/2, -
2*lhh, LAz-2*LHH, LAz
                                      LAz+2*lhh,-lhh
BLOCK, Lhh, lax-2*lhh, Lhh, lay-
                                      BLOCK, -lhh, lhh, LAy, ly/2, lhh, laz-
2*lhh, LAz-2*LHH, LAz
                                      2*1hh
BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy+2*lhh, -
                                      BLOCK, -lhh, lhh, -ly/2, -LAy, -
lhh,-LAz+2*LHH,-LHH
                                      LAz+2*lhh,-lhh
BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, -LAy+2*lhh, -
                                      BLOCK, -lhh, lhh, -ly/2, -LAy, lhh, laz-
lhh, LHH, laz-2*LHH
                                      2*1hh
BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lhh, lay-
                                      BLOCK, -1x/2, -1ax, -1hh, 1hh, -
2*lhh, -LAz+2*LHH, -LHH
                                      LAz+2*lhh,-lhh
BLOCK, LAx-2*lhh, LAx, lhh, lay-
                                      BLOCK, -1x/2, -1ax, -1hh, 1hh, 1hh, 1az-
2*lhh, LHH, laz-2*LHH
                                      2*1hh
```

```
BLOCK, lax, lx/2, -lhh, lhh, -
LAz+2*lhh,-lhh
                                   nsel, s, loc, x, -lx/2
BLOCK, lax, lx/2, -lhh, lhh, laz-
                                   nsel,a,loc,x,lx/2
2*1hh
                                   nsel,a,loc,y,-ly/2
                                   nsel,a,loc,y,ly/2
esize, 0.0125/2!lhh !Разбиение
VMESH, ALL
                                   nsel, a, loc, z, laz
NUMMRG, ALL
                                   nsel,a,loc,z,-laz
NUMMRG, KPOI
                                   D, ALL, UY, 0
NUMCMP, ELEM
                                   D, ALL, UZ, 0
*GET, ELALL MAX, ELEM, , COUNT
                                   *GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
! Вычисляем объем всех элементов
                                   *GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                   *DO, I, 1, NN MAX
и пористость
ESEL, ALL
                                     D, JJ, UX, NX (JJ) *EPS 0
current number = 0
                                     JJ=NDNEXT (JJ)
TOTAL VOLUME = 0
                                   *ENDDO
*DO, I, 1, ELALL MAX, 1
                                   NSEL, ALL
current number =
                                   OUTRES, BASIC, ALL
ELNEXT(current number)
                                   SOLVE
*GET, current volume, ELEM, current
                                   FINISH
                                   /POST1
number, VOLU
TOTAL VOLUME = TOTAL VOLUME +
                                   set, last
current volume
                                   ETAB, S11, S, X
*ENDDO
                                   ETAB, S22, S, Y
CUBE VOLUME = 1
                                   ETAB, S33, S, Z
POR REAL = (1-
                                   ETAB, S23, S, YZ
TOTAL VOLUME/CUBE VOLUME) *100
                                   ETAB, S13, S, XZ
                                   ETAB, S12, S, XY
FINISH
!-----
                                   ETAB, V EL, VOLU
Решение -----
                                   C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
!----- U1 prob-
                                   C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
lem (eps 011) -----
                                   *do, ii, 1, ELALL MAX
/SOLU
                                   *get,c1x el,elem,ii,etab,s11
ANTYPE, STATIC
                                   *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
! Удаляем ограничения DOF
                                   *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
DDEL, ALL, ALL
                                   *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
                                   *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
DADEL, ALL, ALL
                                   *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
! Выбираем все узлы внешней
                                   *get, vol el, elem, ii, etab, v el
границы
```

```
C2X=C2X+c2x el*vol el
                                    C1X=C1X+c1x el*vol el
C3X=C3X+c3x el*vol el
                                    *GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                    *DO, I, 1, NN MAX
C4X=C4X+c4x el*vol el
C5X=C5X+c5x el*vol el
                                      D, JJ, UY, NY (JJ) *EPS 0
C6X=C6X+c6x el*vol el
                                      JJ=NDNEXT (JJ)
*enddo
                                    *ENDDO
C11EFF=C1X*VOL G1 $
                                    NSEL, ALL
C21EFF=C2X*VOL G1 $
                                    OUTRES, BASIC, ALL
C31EFF=C3X*VOL G1
                                    SOLVE
C41EFF=C4X*VOL G1 $
                                    FINISH
C51EFF=C5X*VOL G1 $
                                    /POST1
C61EFF=C6X*VOL G1
                                    set, last
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                    ETAB, S11, S, X
*VWRITE, C11EFF, c21EFF, c31EFF, c41
                                    ETAB, S22, S, Y
EFF, c51EFF, c61EFF
                                    ETAB, S33, S, Z
(1X,' ',E12.5,';
                                    ETAB, S23, S, YZ
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                    ETAB, S13, S, XZ
',E12.5,'; ',E12.5)
                                    ETAB, S12, S, XY
/OUTPUT
                                    ETAB, V EL, VOLU
                                    C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
FINISH
                                    C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
!----- U2 problem
(eps 022) -----
                                    *do,ii,1,ELALL MAX
/SOLU
                                    *get,clx el,elem,ii,etab,s11
                                    *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
ANTYPE, STATIC
                                    *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
DDEL, ALL, ALL
                                    *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
DADEL, ALL, ALL
                                    *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
! Выбираем все узлы внешней
                                    *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
                                    *get, vol el, elem, ii, etab, v el
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                    C1X=C1X+c1x el*vol el
nsel, a, loc, x, lx/2
                                    C2X=C2X+c2x el*vol el
nsel, a, loc, y, -ly/2
                                    C3X=C3X+c3x el*vol el
nsel,a,loc,y,ly/2
                                    C4X=C4X+c4x el*vol el
                                    C5X=C5X+c5x el*vol el
nsel,a,loc,z,laz
nsel, a, loc, z, -laz
                                    C6X=C6X+c6x el*vol el
D, ALL, UX, 0
                                    *enddo
D, ALL, UZ, 0
                                    C12EFF=C1X*VOL G1 $
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
                                    C22EFF=C2X*VOL G1 $
```

```
C42EFF=C4X*VOL G1 $
                                    C32EFF=C3X*VOL G1
C52EFF=C5X*VOL G1 $
                                    SOLVE
C62EFF=C6X*VOL G1
                                    FINISH
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, C12EFF, c22EFF, c32EFF, c42
                                    /POST1
EFF, c52EFF, c62EFF
                                    set, last
(1X,' ',E12.5,';
                                    ETAB, S11, S, X
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                    ETAB, S22, S, Y
',E12.5,'; ',E12.5)
                                    ETAB, S33, S, Z
/OUTPUT
                                    ETAB, S23, S, YZ
FINISH
                                    ETAB, S13, S, XZ
!----- U3 problem
                                    ETAB, S12, S, XY
                                    ETAB, V EL, VOLU
(eps 033) -----
/SOLU
                                    C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
ANTYPE, STATIC
DDEL, ALL, ALL
                                    C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
DADEL, ALL, ALL
                                    *do,ii,1,ELALL MAX
                                    *get,c1x_el,elem,ii,etab,s11
! Выбираем все узлы внешней
                                    *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                    *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
                                    *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,x,lx/2
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                    *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,ly/2
                                    *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
nsel, a, loc, z, laz
                                    *get, vol el, elem, ii, etab, v el
nsel, a, loc, z, -laz
                                    C1X=C1X+c1x el*vol el
D, ALL, UX, 0
                                    C2X=C2X+c2x el*vol el
D, ALL, UY, 0
                                    C3X=C3X+c3x el*vol el
                                    C4X=C4X+c4x el*vol el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
                                    C5X=C5X+c5x el*vol el
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                    C6X=C6X+c6x el*vol el
*DO, I, 1, NN MAX
                                    *enddo
 D, JJ, UZ, NZ (JJ) *EPS 0
                                    C13EFF=C1X*VOL G1 $
  JJ=NDNEXT (JJ)
                                    C23EFF=C2X*VOL G1 $
*ENDDO
                                    C33EFF=C3X*VOL G1
NSEL, ALL
                                    C43EFF=C4X*VOL G1 $
                                    C53EFF=C5X*VOL G1 $
OUTRES, BASIC, ALL
                                    C63EFF=C6X*VOL G1
```

```
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, C13EFF, c23EFF, c33EFF, c43
                                    SOLVE
EFF, c53EFF, c63EFF
                                    FINISH
(1X,' ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                    /POST1
',E12.5,'; ',E12.5)
                                    set, last
/OUTPUT
                                    ETAB, S11, S, X
                                    ETAB, S22, S, Y
FINISH
                                    ETAB, S33, S, Z
!----- U4 prob-
                                    ETAB, S23, S, YZ
                                    ETAB, S13, S, XZ
lem (eps 023) -----
/SOLU
                                    ETAB, S12, S, XY
ANTYPE, STATIC
                                    ETAB, V EL, VOLU
                                    C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
DDEL, ALL, ALL
DADEL, ALL, ALL
                                    C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
                                    *do,ii,1,ELALL MAX
! Выбираем все узлы внешней
                                    *get,c1x el,elem,ii,etab,s11
границы
                                    *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                    *get,c3x_el,elem,ii,etab,s33
nsel, a, loc, x, lx/2
                                    *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                    *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,ly/2
                                    *get,c6x_el,elem,ii,etab,s12
                                    *get,vol_el,elem,ii,etab,v_el
nsel, a, loc, z, laz
nsel, a, loc, z, -laz
                                    C1X=C1X+c1x el*vol el
                                    C2X=C2X+c2x el*vol el
D, ALL, UX, 0
                                    C3X=C3X+c3x el*vol el
                                    C4X=C4X+c4x el*vol el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
                                    C5X=C5X+c5x el*vol el
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                    C6X=C6X+c6x el*vol el
*DO, I, 1, NN MAX
                                    *enddo
 D, JJ, UZ, NY(JJ) *EPS 0/2
                                    C14EFF=C1X*VOL G1 $
                                    C24EFF=C2X*VOL G1 $
 D,JJ,UY,NZ(JJ)*EPS 0/2
  JJ=NDNEXT(JJ)
                                    C34EFF=C3X*VOL G1
*ENDDO
                                    C44EFF=C4X*VOL G1 $
NSEL, ALL
                                    C54EFF=C5X*VOL G1 $
OUTRES, BASIC, ALL
                                    C64EFF=C6X*VOL G1
```

```
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, C14EFF, c24EFF, c34EFF, c44
                                    SOLVE
EFF, c54EFF, c64EFF
                                    FINISH
(1X,' ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                    /POST1
',E12.5,'; ',E12.5)
                                    set, last
/OUTPUT
                                    ETAB, S11, S, X
                                    ETAB, S22, S, Y
FINISH
                                    ETAB, S33, S, Z
!----- U5 prob-
                                    ETAB, S23, S, YZ
                                    ETAB, S13, S, XZ
lem (eps 013) -----
/SOLU
                                    ETAB, S12, S, XY
ANTYPE, STATIC
                                    ETAB, V EL, VOLU
                                    C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
DDEL, ALL, ALL
DADEL, ALL, ALL
                                    C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
! Выбираем все узлы внешней
                                    *do,ii,1,ELALL MAX
                                    *get,clx el,elem,ii,etab,s11
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                    *get,c2x_el,elem,ii,etab,s22
nsel, a, loc, x, lx/2
                                    *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                    *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,y,ly/2
                                    *get,c5x_el,elem,ii,etab,s13
nsel, a, loc, z, laz
                                    *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
nsel, a, loc, z, -laz
                                    *get,vol_el,elem,ii,etab,v_el
                                    C1X=C1X+c1x_e1*vol el
D, ALL, UY, 0
                                    C2X=C2X+c2x el*vol el
                                    C3X=C3X+c3x el*vol el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
                                    C4X=C4X+c4x el*vol el
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                    C5X=C5X+c5x el*vol el
*DO, I, 1, NN MAX
                                    C6X=C6X+c6x el*vol el
 D, JJ, UZ, NX(JJ) *EPS 0/2
                                    *enddo
                                    C15EFF=C1X*VOL G1 $
 D,JJ,UX,NZ(JJ)*EPS 0/2
  JJ=NDNEXT(JJ)
                                    C25EFF=C2X*VOL G1 $
*ENDDO
                                    C35EFF=C3X*VOL G1
NSEL, ALL
                                    C45EFF=C4X*VOL G1 $
OUTRES, BASIC, ALL
                                    C55EFF=C5X*VOL G1 $
```

```
C65EFF=C6X*VOL G1
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, C15EFF, c25EFF, c35EFF, c45
                                    SOLVE
EFF, c55EFF, c65EFF
                                    FINISH
(1X,' ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                    /POST1
',E12.5,'; ',E12.5)
                                    set, last
/OUTPUT
                                    ETAB, S11, S, X
                                    ETAB, S22, S, Y
FINISH
                                    ETAB, S33, S, Z
                                    ETAB, S23, S, YZ
!----- U6 prob-
                                   ETAB, S13, S, XZ
                                    ETAB, S12, S, XY
lem (eps 012) -----
/SOLU
                                    ETAB, V EL, VOLU
ANTYPE, STATIC
                                    C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
DDEL, ALL, ALL
                                    C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
DADEL, ALL, ALL
                                    *do,ii,1,ELALL MAX
! Выбираем все узлы внешней
                                    *get,clx el,elem,ii,etab,s11
                                    *get,c2x_el,elem,ii,etab,s22
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                    *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
nsel,a,loc,x,lx/2
                                    *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                    *get,c5x_el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,ly/2
                                    *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
                                    *get,vol_el,elem,ii,etab,v_el
nsel, a, loc, z, laz
nsel, a, loc, z, -laz
                                    C1X=C1X+c1x_e1*vol el
D, ALL, UZ, 0
                                    C2X=C2X+c2x el*vol el
                                    C3X=C3X+c3x el*vol el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
                                    C4X=C4X+c4x el*vol el
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                    C5X=C5X+c5x el*vol el
*DO, I, 1, NN MAX
                                    C6X=C6X+c6x el*vol el
 D, JJ, UX, NY(JJ) *EPS 0/2
                                    *enddo
                                    C16EFF=C1X*VOL G1 $
 D,JJ,UY,NX(JJ)*EPS 0/2
  JJ=NDNEXT(JJ)
                                    C26EFF=C2X*VOL G1 $
*ENDDO
                                    C36EFF=C3X*VOL G1
NSEL, ALL
                                    C46EFF=C4X*VOL G1 $
OUTRES, BASIC, ALL
                                    C56EFF=C5X*VOL G1 $
```

```
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                   C66EFF=C6X*VOL G1
*VWRITE, C16EFF, c26EFF, c36EFF, c46
                                   V13 = -(C21EFF*C32EFF-
EFF, c56EFF, c66EFF
                                   C22EFF*C31EFF) *E1/ZNAM
(1X,' ',E12.5,';
                                   V23 = (C11EFF*C32EFF-
',E12.5,';',E12.5,'; ',E12.5,';
                                   C12EFF*C31EFF) *E2/ZNAM
',E12.5,'; ',E12.5)
                                   V32 = (C11EFF*C23EFF-
/OUTPUT
                                   C13EFF*C21EFF) *E3/ZNAM
FINISH
                                   /OUTPUT, f r, txt, append
1-----
                                   *VWRITE
!-----
                                   (1х, 'Модули Юнга')
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                   /OUTPUT
*VWRITE
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
                                   *VWRITE, E1,E2,E3
(1х, 'Компоненты')
/OUTPUT
                                   (1X,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5)
G12=C66EFF
                                   /OUTPUT
G23=C44EFF
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
G31=C55EFF
                                   *VWRITE
z1=C11EFF*C22EFF*C33EFF
                                   (1х, 'Модули Сдвига')
z2=C11EFF*C23EFF*C32EFF
                                   /OUTPUT
z3=C12EFF*C21EFF*C33EFF
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
z4=C12EFF*C23EFF*C31EFF
                                   *VWRITE, G23,G31,G12
z5=C13EFF*C21EFF*C32EFF
                                   (1X,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5)
z6=C13EFF*C22EFF*C31EFF
                                   /OUTPUT
ZNAM = z1 - z2 - z3 + z4 + z5 -
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
7.6
                                   *VWRTTE
E1 = ZNAM/(C22EFF*C33EFF-
                                   (1х, 'Коэфф Пуассона')
                                   /OUTPUT
C23EFF*C32EFF)
E2 = ZNAM/(C11EFF*C33EFF-
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
C13EFF*C31EFF)
                                   *VWRITE, V12,V13,V23
E3 = ZNAM/(C22EFF*C11EFF-
                                   (1X, '', E12.5, '; ', E12.5, '; ', E12.5)
C21EFF*C12EFF)
                                   /OUTPUT
V21 = (C12EFF*C33EFF-
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
C13EFF*C32EFF) *E2/ZNAM
                                   *VWRITE, V21, V31, V32
V12 = (C21EFF*C33EFF-
                                   (1X,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5)
C23EFF*C31EFF) *E1/ZNAM
                                   /OUTPUT
V31 = -(C12EFF*C23EFF-
                                   FINISH
C13EFF*C22EFF) *E3/ZNAM
                                   *VWRITE
                                    ('******* DONE ********)
```

Shell181

```
/clear
                              1z=2*(1z1)
                                             !Сторона параллелепипеда
!-----
                              по оси z в котором находится ячейка
                              !1x=1
Материальные свойства -----
                              !ly=1
                              !1z=1
/PREP7
     = 'solid results'
                              EPS 0 = 1
fr
!Название файла с результатами
                              VOL G1 = 1/(1x*1y*1z)
                              1/объем параллелепипеда в котором
расчетов
/OUTPUT, f r, txt
                              находится ячейка
*VWRITE
                               ! Материальные константы
(1х, 'Эффективные модули')
                                 (все данные - в системе СИ)
/OUTPUT
                              ES = 2.378e9
                                                     ! модуль Юнга
                              NUS = 0.37
! Геометрия
                                                      ! коэффициент
1x1=0.6!1c/2
                   !Длина
                              Пуассона
                              MP, EX, 1, ES
каркаса по оси х
                              MP, PRXY, 1, NUS
1y1=1x1
                   !Длина
                              ET, 1, SHELL181 !Элемент
каркаса по оси у
1z1=1x1
                              MAT, 1
                   !Длина
                              TYPE, 1
каркаса по оси z
lax=lx1/2
                              sect, 1, shell
             !Половина длины
каркаса по оси х
                              secdata, 2*1hh
                              !-----Построение-----
laz = lz1/2
                  !Половина
длины каркаса по оси z
lay = ly1/2
                  !Половина
                              !Каркас
длины каркаса по оси у
!laz = 0.3
                              block, -lax, 0, -lay, 0, -laz, 0
!lay = 0.4
                              block, -lax, 0, 0, lay, -laz, 0
lh=0.025
                              block, 0, lax, -lay, 0, -laz, 0
             !Толщина ребер
LHH = LH/2 !Половина
                              block, 0, lax, 0, lay, -laz, 0
толщины ребра
                              block, -lax, 0, -lay, 0, 0, laz
                              block, -lax, 0, 0, lay, 0, laz
1x=2*(1x1)
          !Сторона
параллелепипеда по оси х в block, 0, lax, -lay, 0, 0, laz
                              block, 0, lax, 0, lay, 0, laz
котором находится ячейка
1y=2*(1y1)
                              vsel, all
           !Сторона
параллелепипеда по оси у в vdel, all
```

```
котором находится ячейка
asel, s, loc, x, -lax+0.01, a, 65, 81, 82, 68
lax-0.01
                                a, 81, 82, 67, 66
asel, r, loc, y, -lay+0.01,
lay-0.01
                                a, 69, 83, 84, 72
asel, r, loc, z, -laz+0.01,
                                a, 83, 84, 71, 70
laz-0.01
                                a, 73, 88, 87, 76
                                a, 88, 87, 75, 74
adel, all
asel, all
                                a, 77, 86, 85, 80
                                a, 86, 85, 79, 78
!Соединительные балки
k,65, 0, lay, laz
                                esize, 0.0125!2*lhh
k,66, 0, lay, -laz
k,67, 0, lay*2, -laz
                                MSHK, 1
k,68, 0, lay*2, laz
k,69, 0, -lay, laz
                                secoffset, mid
k,70, 0, -lay, -laz
k,71, 0, -lay*2, -laz
                                asel, all
k,72, 0, -lay*2, laz
                                amesh, all
k,73, lax, 0, laz
                                NUMMRG, ALL
k,74, lax, 0, -laz
k,75, lax*2, 0, -laz
                                NUMCMP, ELEM
k,76, lax*2, 0, laz
                                *GET, ELALL MAX, ELEM, , COUNT
k,77, -lax, 0, laz
                                ! Вычисляем объем всех элементов и
k,78, -lax, 0, -laz
                                пористость
k,79, -lax*2, 0, -laz
                                ESEL, ALL
k,80, -lax*2, 0, laz
                                current number = 0
                                TOTAL VOLUME = 0
k,81, 0, lay, 0
                                *DO, I, 1, ELALL MAX, 1
k,82, 0, 2*lay, 0
                                current number
k,83, 0, -lay, 0
                                ELNEXT(current number)
k,84, 0, -2*lay, 0
                                *GET, current volume, ELEM, current numbe
k,85, -lax*2, 0, 0
                                r, VOLU
k,86, -lax, 0, 0
                                TOTAL VOLUME = TOTAL VOLUME + cur-
k,87, lax*2, 0, 0
                                rent volume
```

```
k,88, lax, 0, 0
                                   *ENDDO
CUBE VOLUME = 1
                                   /POST1
POR REAL
                              (1 -
                                  set, last
TOTAL VOLUME/CUBE VOLUME) *100
                                   ETAB, S11, S, X
                                   ETAB, S22, S, Y
FINISH
! -----
                                   ETAB, S33, S, Z
/SOLU
                                   ETAB, S23, S, YZ
ANTYPE, STATIC
                                   ETAB, S13, S, XZ
                                   ETAB, S12, S, XY
                                   ETAB, V EL, VOLU
! Удаляем ограничения DOF
DDEL, ALL, ALL
                                   C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
DADEL, ALL, ALL
                                   C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
                                  *do, ii, 1, ELALL MAX
! Выбираем все узлы внешней
                                   *get,c1x el,elem,ii,etab,s11
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                   *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
nsel,a,loc,x,lx/2
                                   *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                   *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
                                   *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,ly/2
nsel, a, loc, z, -laz
                                   *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
nsel, a, loc, z, laz
                                   *get, vol el, elem, ii, etab, v el
                                   C1X=C1X+c1x el*vol el
D, ALL, UY, 0
                                   C2X=C2X+c2x el*vol el
D, ALL, UZ, 0
                                   C3X=C3X+c3x el*vol el
D, ALL, rotx, 0
                                   C4X=C4X+c4x el*vol el
D, ALL, roty, 0
                                   C5X=C5X+c5x el*vol el
                                   C6X=C6X+c6x el*vol el
D, ALL, rotz, 0
*GET, JJ, NODE, , NUM, MIN
                                   *enddo
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                   C11EFF=C1X*VOL G1 $ C21EFF=C2X*VOL G1
*DO, I, 1, NN MAX
                                   $ C31EFF=C3X*VOL G1
                                   C41EFF=C4X*VOL G1 $ C51EFF=C5X*VOL G1
  D, JJ, UX, NX (JJ) *EPS 0
  JJ=NDNEXT(JJ)
                                   $ C61EFF=C6X*VOL G1
*ENDDO
                                   /OUTPUT, f r, txt, , append
NSEL, ALL
                                   *VWRITE, C11EFF, c21EFF, c31EFF, c41EFF, c5
                                   1EFF, c61EFF
                                   (1X,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5,';
OUTRES, BASIC, ALL
                                   ',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
SOLVE
                                   /OUTPUT
```

FINISH	FINISH
! U2 problem	/POST1
(eps_022)	set,last
/SOLU	ETAB, S11, S, X
ANTYPE, STATIC	ETAB, S22, S, Y
	ETAB, S33, S, Z
DDEL, ALL, ALL	ETAB, S23, S, YZ
DADEL, ALL, ALL	ETAB, S13, S, XZ
	ETAB, S12, S, XY
! Выбираем все узлы внешней	ETAB, V_EL, VOLU
границы	
nsel,s,loc,x,-lx/2	C1X=0 \$ C2X=0 \$ C3X=0
nsel,a,loc,x,lx/2	C4X=0 \$ C5X=0 \$ C6X=0
nsel,a,loc,y,-ly/2	*do,ii,1,ELALL_MAX
nsel,a,loc,y,ly/2	*get,c1x_e1,elem,ii,etab,s11
nsel,a,loc,z,-laz	*get,c2x_el,elem,ii,etab,s22
nsel,a,loc,z,laz	*get,c3x_el,elem,ii,etab,s33
	*get,c4x_el,elem,ii,etab,s23
	*get,c5x_el,elem,ii,etab,s13
D, ALL, UX, 0	*get,c6x_el,elem,ii,etab,s12
D, ALL, UZ, O	*get,vol_el,elem,ii,etab,v_el
D, ALL, rotx, 0	C1X=C1X+c1x_el*vol_el
D, ALL, roty, 0	C2X=C2X+c2x_el*vol_el
D, ALL, rotz, 0	C3X=C3X+c3x_el*vol_el
	C4X=C4X+c4x_el*vol_el
	C5X=C5X+c5x_el*vol_el
	C6X=C6X+c6x_el*vol_el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN	*enddo
*GET,NN_MAX,NODE,,COUNT	C12EFF=C1X*VOL_G1 \$ C22EFF=C2X*VOL_G1
*DO, I, 1, NN_MAX	\$ C32EFF=C3X*VOL_G1
D,JJ,UY,NY(JJ)*EPS_0	C42EFF=C4X*VOL_G1 \$ C52EFF=C5X*VOL_G1
JJ=NDNEXT(JJ)	\$ C62EFF=C6X*VOL_G1
*ENDDO	/OUTPUT, f_r, txt, , append
NSEL, ALL	*VWRITE,C12EFF,c22EFF,c32EFF,c42EFF,c5
	2EFF,c62EFF
OUTRES, BASIC, ALL	(1X,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5,';
	',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
SOLVE	/OUTPUT

FINISH	FINISH
	ETAB, S13, S, XZ
! U3 problem	ETAB, S12, S, XY
(eps_033)	ETAB, V_EL, VOLU
/SOLU	
ANTYPE, STATIC	C1X=0 \$ C2X=0 \$ C3X=0
DDEL, ALL, ALL	C4X=0 \$ C5X=0 \$ C6X=0
DADEL, ALL, ALL	*do,ii,1,ELALL_MAX
! Выбираем все узлы внешней	*get,c1x_el,elem,ii,etab,s11
границы	*get,c2x_el,elem,ii,etab,s22
nsel,s,loc,x,-lx/2	*get,c3x_el,elem,ii,etab,s33
nsel,a,loc,x,lx/2	*get,c4x_el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,y,-ly/2	*get,c5x_el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,ly/2	*get,vol_el,elem,ii,etab,v_el
nsel,a,loc,z,-laz	
nsel,a,loc,z,laz	C1X=C1X+c1x_el*vol_el
D, ALL, UX, 0	C2X=C2X+c2x_el*vol_el
D, ALL, UY, 0	C3X=C3X+c3x_el*vol_el
D, ALL, rotx, 0	C4X=C4X+c4x_el*vol_el
D, ALL, roty, 0	C5X=C5X+c5x_el*vol_el
D, ALL, rotz, 0	C6X=C6X+c6x_el*vol_el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN	*enddo
*GET, NN_MAX, NODE, , COUNT	C13EFF=C1X*VOL_G1 \$ C23EFF=C2X*VOL_G1
*DO,I,1,NN_MAX	\$ C33EFF=C3X*VOL_G1
D,JJ,UZ,NZ(JJ)*EPS_0	C43EFF=C4X*VOL_G1 \$ C53EFF=C5X*VOL_G1
JJ=NDNEXT (JJ)	\$ C63EFF=C6X*VOL_G1
*ENDDO	
NSEL, ALL	/OUTPUT,f_r,txt,,append
	*VWRITE,C13EFF,c23EFF,c33EFF,c43EFF,c5
OUTRES, BASIC, ALL	3EFF, c63EFF
SOLVE	(1x,' ',E12.5,'; ',E12.5,';',E12.5,';
FINISH	',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
	/OUTPUT
/POST1	
set,last	FINISH
ETAB, S11, S, X	! U4 problem
ETAB, S22, S, Y	(eps_023)
ETAB, S33, S, Z	/SOLU

```
ETAB, S23, S, YZ
                                   ANTYPE, STATIC
DDEL, ALL, ALL
                                   SOLVE
DADEL, ALL, ALL
                                   FINISH
                                  /POST1
! Выбираем все узлы внешней
границы
                                   set, last
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                   ETAB, S11, S, X
nsel,a,loc,x,lx/2
                                   ETAB, S22, S, Y
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                   ETAB, S33, S, Z
                                   ETAB, S23, S, YZ
nsel,a,loc,y,ly/2
nsel, a, loc, z, -laz
                                   ETAB, S13, S, XZ
nsel,a,loc,z,laz
                                   ETAB, S12, S, XY
                                   ETAB, V EL, VOLU
                                   C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
D, ALL, rotx, 0
D, ALL, roty, 0
                                   C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
D, ALL, rotz, 0
                                   *do,ii,1,ELALL MAX
D, ALL, UX, 0
                                   *get,c1x el,elem,ii,etab,s11
                                   *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
                                   *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
nsel, s, loc, x, -lax
                                   *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
nsel,a,loc,x,lax
nsel, a, loc, y, -lay
                                   *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,y,lay
                                   *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
nsel, a, loc, z, -laz
                                   *get, vol el, elem, ii, etab, v el
nsel, a, loc, z, laz
                                   C1X=C1X+c1x el*vol el
D, ALL, rotx, 0
                                   C2X=C2X+c2x el*vol el
D, ALL, roty, 0
                                   C3X=C3X+c3x el*vol el
D, ALL, rotz, 0
                                   C4X=C4X+c4x el*vol el
                                   C5X=C5X+c5x_el*vol_el
*GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
*GET, NN MAX, NODE, , COUNT
                                   C6X=C6X+c6x el*vol el
*DO, I, 1, NN MAX
                                   *enddo
 D,JJ,UZ,NY(JJ)*EPS 0/2
                                   C14EFF=C1X*VOL G1 $ C24EFF=C2X*VOL G1
 D,JJ,UY,NZ(JJ)*EPS 0/2
                                   $ C34EFF=C3X*VOL G1
                                   C44EFF=C4X*VOL G1 $ C54EFF=C5X*VOL G1
  JJ=NDNEXT(JJ)
*ENDDO
                                   $ C64EFF=C6X*VOL G1
NSEL, ALL
```

```
OUTRES, BASIC, ALL
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                  *GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
*VWRITE, C14EFF, c24EFF, c34EFF, c
                                  *GET, NN MAX, NODE, , COUNT
44EFF, c54EFF, c64EFF
                                  *DO, I, 1, NN MAX
                     ',E12.5,';
(1X,'
                                    D,JJ,UZ,NX(JJ)*EPS 0/2
',E12.5,';',E12.5,';
                                    D,JJ,UX,NZ(JJ)*EPS 0/2
',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
                                    JJ=NDNEXT(JJ)
/OUTPUT
                                  *ENDDO
FINISH
                                  NSEL, ALL
!-----
                              115
problem (eps 013) -----
                                  OUTRES, BASIC, ALL
____
/SOLU
                                  SOLVE
ANTYPE, STATIC
                                  FINISH
DDEL, ALL, ALL
                                  /POST1
DADEL, ALL, ALL
                                  set,last
! Выбираем все узлы внешней
                                  ETAB, S11, S, X
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                  ETAB, S22, S, Y
nsel,a,loc,x,lx/2
                                  ETAB, S33, S, Z
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                  ETAB, S23, S, YZ
nsel,a,loc,y,ly/2
                                  ETAB, S13, S, XZ
nsel,a,loc,z,-laz
                                  ETAB, S12, S, XY
nsel, a, loc, z, laz
                                  ETAB, V EL, VOLU
D, ALL, rotx, 0
D, ALL, roty, 0
                                  C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
                                  C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
D, ALL, rotz, 0
D, ALL, UY, 0
nsel, s, loc, x, -lax
                                  *do, ii, 1, ELALL MAX
nsel,a,loc,x,lax
                                  *get,c1x el,elem,ii,etab,s11
                                  *get,c2x el,elem,ii,etab,s22
nsel,a,loc,y,-lay
nsel, a, loc, y, lay
                                  *get,c3x el,elem,ii,etab,s33
nsel, a, loc, z, -laz
                                  *get,c4x el,elem,ii,etab,s23
                                  *get,c5x el,elem,ii,etab,s13
nsel,a,loc,z,laz
                                   *get,c6x el,elem,ii,etab,s12
                                  *get, vol el, elem, ii, etab, v el
D, ALL, rotx, 0
D, ALL, roty, 0
D, ALL, rotz, 0
                                  C1X=C1X+c1x el*vol el
```

```
C2X=C2X+c2x el*vol el
C3X=C3X+c3x el*vol el
                                  D, ALL, rotx, 0
C4X=C4X+c4x el*vol el
                                  D, ALL, roty, 0
C5X=C5X+c5x el*vol el
                                  D, ALL, rotz, 0
C6X=C6X+c6x el*vol el
                                  D, ALL, UZ, 0
*enddo
                               $ | nsel,s,loc,x,-lax
C15EFF=C1X*VOL G1
C25EFF=C2X*VOL G1
                               $ nsel,a,loc,x,lax
C35EFF=C3X*VOL G1
                                  nsel,a,loc,y,-lay
                               $ | nsel,a,loc,y,lay
C45EFF=C4X*VOL G1
                               $ nsel,a,loc,z,-laz
C55EFF=C5X*VOL G1
C65EFF=C6X*VOL G1
                                  nsel, a, loc, z, laz
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                  D, ALL, rotx, 0
*VWRITE, C15EFF, c25EFF, c35EFF, c | D, ALL, roty, 0
45EFF, c55EFF, c65EFF
                                  D, ALL, rotz, 0
(1X,'
                     ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5,';
                                  *GET, JJ, NODE, ,NUM,MIN
',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
                                  *GET, NN MAX, NODE, , COUNT
/OUTPUT
                                  *DO, I, 1, NN MAX
                                    D, JJ, UX, NY (JJ) *EPS 0/2
FINISH
                                    D,JJ,UY,NX(JJ)*EPS 0/2
!-----
                              U6
                                    JJ=NDNEXT (JJ)
problem (eps 012) -----
                                  *ENDDO
                                  NSEL, ALL
/SOLU
ANTYPE, STATIC
                                  OUTRES, BASIC, ALL
DDEL, ALL, ALL
                                  SOLVE
DADEL, ALL, ALL
                                  FINISH
                                  /POST1
! Выбираем все узлы внешней set, last
                                  ETAB, S11, S, X
границы
nsel, s, loc, x, -lx/2
                                  ETAB, S22, S, Y
nsel,a,loc,x,lx/2
                                  ETAB, S33, S, Z
nsel,a,loc,y,-ly/2
                                  ETAB, S23, S, YZ
nsel,a,loc,y,ly/2
                                  ETAB, S13, S, XZ
nsel, a, loc, z, -laz
                                  ETAB, S12, S, XY
```

```
nsel,a,loc,z,laz
                                ETAB, V EL, VOLU
C1X=0 $ C2X=0 $ C3X=0
                                G12=C66EFF
C4X=0 $ C5X=0 $ C6X=0
                                G23=C44EFF
                                G31=C55EFF
*do,ii,1,ELALL MAX
*get,c1x el,elem,ii,etab,s11
                                z1=C11EFF*C22EFF*C33EFF
*get,c2x el,elem,ii,etab,s22
                                z2=C11EFF*C23EFF*C32EFF
*get,c3x el,elem,ii,etab,s33
                                z3=C12EFF*C21EFF*C33EFF
*get,c4x el,elem,ii,etab,s23
                                z4=C12EFF*C23EFF*C31EFF
*get,c5x el,elem,ii,etab,s13
                                z5=C13EFF*C21EFF*C32EFF
*get,c6x el,elem,ii,etab,s12
                                z6=C13EFF*C22EFF*C31EFF
*get, vol el, elem, ii, etab, v el
                                ZNAM = z1 - z2 - z3 + z4 + z5 - z6
C1X=C1X+c1x el*vol el
C2X=C2X+c2x el*vol el
                                E1
                                                    ZNAM/(C22EFF*C33EFF-
C3X=C3X+c3x el*vol el
                                C23EFF*C32EFF)
C4X=C4X+c4x el*vol el
                                                    ZNAM/(C11EFF*C33EFF-
                                C13EFF*C31EFF)
C5X=C5X+c5x el*vol el
C6X=C6X+c6x el*vol el
                                                    ZNAM/(C22EFF*C11EFF-
*enddo
                                C21EFF*C12EFF)
C16EFF=C1X*VOL G1
                              $ V21
C26EFF=C2X*VOL G1
                                                         (C12EFF*C33EFF-
C36EFF=C3X*VOL G1
                                C13EFF*C32EFF) *E2/ZNAM
                              $ V12
C46EFF=C4X*VOL G1
                                                         (C21EFF*C33EFF-
C56EFF=C5X*VOL G1
                                C23EFF*C31EFF) *E1/ZNAM
C66EFF=C6X*VOL G1
                                                       -(C12EFF*C23EFF-
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                C13EFF*C22EFF) *E3/ZNAM
*VWRITE, C16EFF, c26EFF, c36EFF, c
                                V13
                                                       -(C21EFF*C32EFF-
46EFF, c56EFF, c66EFF
                                C22EFF*C31EFF) *E1/ZNAM
                    ',E12.5,';
                                V23
(1X,'
                                                         (C11EFF*C32EFF-
',E12.5,';',E12.5,';
                                C12EFF*C31EFF) *E2/ZNAM
',E12.5,'; ',E12.5,'; ',E12.5)
                                                         (C11EFF*C23EFF-
/OUTPUT
                                C13EFF*C21EFF) *E3/ZNAM
FINISH
!-----
                                /OUTPUT, f r, txt, , append
/OUTPUT, f r, txt, , append
                                 *VWRITE
                                 (1х, 'Модули Юнга')
*VWRITE
(1х, 'Компоненты')
                                 /OUTPUT
```

```
/OUTPUT
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, E1,E2,E3
                    ',E12.5,';
(1X,'
',E12.5,';',E12.5)
/OUTPUT
/OUTPUT, f r, txt, , append
(1х,'Модули Сдвига')
/OUTPUT
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, G23,G31,G12
(1X,'
                    ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5)
/OUTPUT
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE
(1х,'Коэфф Пуассона')
/OUTPUT
/OUTPUT, f_r, txt,, append
*VWRITE, V12,V13,V23
(1X,'
                    ',E12.5,';
',E12.5,';',E12.5)
/OUTPUT
/OUTPUT, f r, txt, , append
*VWRITE, V21, V31, V32
                     ',E12.5,';
(1X,'
',E12.5,';',E12.5)
/OUTPUT
FINISH
*VWRITE
('******** DONE ********)
```