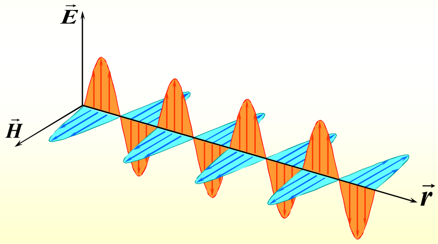
第三篇 光 学

1、光的概述

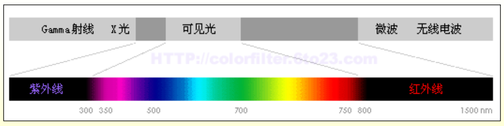
1、光是电磁横波:

能产生视觉和感光作用的振动矢量是 E （光矢量）。



2、光的波长（真空中）、频率:

	紫外光	可见光	红外光
$\lambda(nm)$:	$5\sim400$	$400\sim760$	$760\sim0.1mm$
$\nu(Hz)$:	6×10^{16} $\sim7.5\times10^{14}$	7.5×10^{14} $\sim3.9\times10^{14}$	3.9×10^{14} $\sim3.0\times10^{12}$



3、光的速度:

•真空中 $c=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=299{,}792{,}458m/s\approx3.0\times10^{8}m/s$

•介质中 $\boxed{v=\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}=\dfrac{c}{n}}$ $n=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$ 折射率

∵光在介质中频率不变，∴光在介质中的波长:

$\boxed{\lambda_n=\dfrac{v}{\nu}=\dfrac{c}{n\nu}=\dfrac{\lambda}{n}}$ λ为光在真空中的波长

可见，光在不同介质中传播时波长不同。

4、光 强:

光波的平均能流密度称为光强，用 I 表示:

$$I=\bar{S}=\frac{1}{2}E_0H_0=\frac{n}{2c\mu_0}E_0^2\propto nE_0^2$$

在波动光学中，往往只关心光场中各点光强的相对分布，而无须知道光强的实际大小。此时，常采用相对光强:

$$\boxed{I=nE_0^2}$$

当光在同一种介质中的传播时，相对光强:

$$\boxed{I=E_0^2}$$

2、几何光学基本定律

(1) 光的直线传播定律:

均匀介质中光沿直线传播

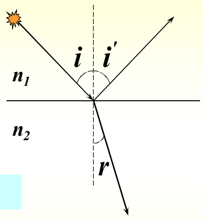
(2) 反射定律:

$i = i'$

(3) 折射定律（斯涅尔定律）:

$n_1 \sin i = n_2 \sin r$

推论：光的可逆性原理。



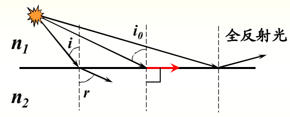
全 反 射:

若n_1（光密介质）> n_2（光疏介质），则 $r > i$ 。

当 $r = 90°$ 时：

$$n_1 \sin i_0 = n_2$$

$$\therefore \ i_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$



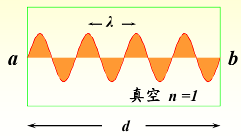
i_0：全反射（临界）角

当 $i > i_0$ 时，入射光全反射，折射光消失。

3、光程、光程差

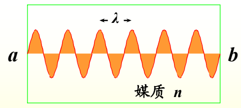
1、相位差与光程差:

定义：光程 $L = nd$

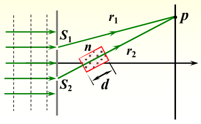


相位差和光程差的关系：

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{L_2 - L_1}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta L}{\lambda}$$



例: 求从两小孔S_1、S_2射出的两束光到达屏幕上P点时的相位差。



解：
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1)$$
$$= \frac{2\pi}{\lambda}\{[(r_2 - d) + nd] - r_1\}$$
$$= \frac{2\pi}{\lambda}[(r_2 - r_1) + (n-1)d]$$

第17章 光 的 干 涉

两束（或有限束）相干光在空间相遇而叠加，使光场中产生明、暗稳定的光强分布。这种现象称为光的干涉。

光的干涉现象说明光是波动（电磁波）。

光的干涉

- 1.光的相干性
  - 相干条件
  - 相干性分析
- 2.双缝干涉
  - 双缝干涉
  - 其它分波面干涉
- 3.薄膜干涉
  - 光程差公式
  - 等厚干涉
  - 等倾干涉

§17.1　光的相干性

1、相干条件：

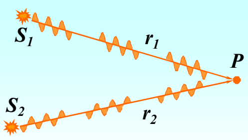
光波的叠加原理：两列光波在空间相遇处的光振动为各列波单独存在时在该处光振动的矢量和。

但仅当两列光波符合相干条件时才能在波场中产生稳定的光强分布 — 光的干涉。

光波的相干条件：

$$\begin{cases}(1)\ \text{频率相同;}\\(2)\ \text{振动方向相同（有相互平行的振动分量）;}\\(3)\ \text{相位相同或相位差恒定。}\end{cases}$$

2、相干性分析：



设S_1、S_2为两个相干单色光源。它们在P点引起的分振动分别为：

$$E_1 = A_1\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 + \varphi_{10}),\quad E_2 = A_2\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2 + \varphi_{20})$$

P点的合振动：

$$E = E_1 + E_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

式中：
$$\begin{cases}A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi\\ \Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) + \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\end{cases}$$

$$\begin{cases}A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi\\ \Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) + \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\end{cases}$$

由相对光强和光程的定义：

干涉项

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) + \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1)}$$

光源初相差

光程差引起的相位差

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$
$$\Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) + \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1)$$

讨论

- 当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$，$(k = 0,1,2,...)$ 时

  $$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$$

  在这些位置的光强最大，称为干涉相长。

- 当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$，$(k = 0,1,2,...)$ 时

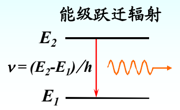
  $$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$$

  在这些位置的光强最小，称为干涉相消。

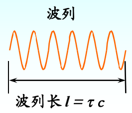
3、相干光的获得：

普通光源的发光机制：自发辐射

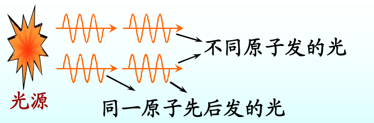
单次发光



发光时间 $\tau \sim 10^{-8}s$
波列长度 $l=\tau c \sim 1m$



光源发光



断续的
自发的
独立的
随机的

➤ 普通光源所发出的各光波列之间无固定相位差。

获得相干光的基本方法是将光源上同一点发出的每个光波列设法“一分为二”，然后再使这两部分光在空中相遇，由于这两部分光实际上都是来自同一发光原子的同一次发光，是一列光波自己和自己的干涉。这样，每一个光波列都被分为两个频率相同、振动方向相同、相位差恒定的波列，因而这两部分光满足相干条件。

获得相干光的方法：

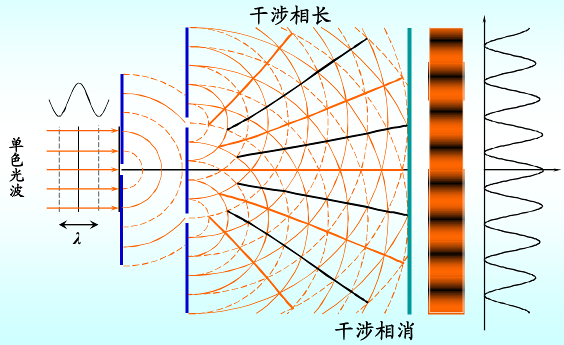
- 分波面法
- 分振幅（强度）法

---

§17.2 双 缝 干 涉

（分波面法）

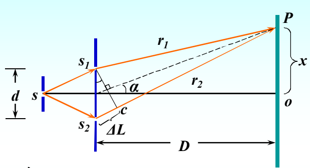
将同一分子（原子）所发光波面上相邻两点作为两个波源，则这两个波源为相干波源。



1、杨氏双缝干涉：（托马斯·杨 T·Young，1801年）

S、S_1、S_2为相互平行的狭缝。设：$SS_1=SS_2$

$\because D >> d$、x $\therefore \alpha$很小。



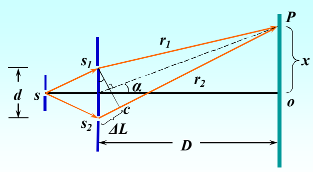
屏幕上P点，两光束间的光程差：

$$\Delta L = r_2 - r_1 \approx d\sin\alpha \approx \frac{d}{D}x$$

相位差： $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

$$\boxed{\Delta L \approx d\sin\alpha \approx \frac{d}{D}x}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L}$$



(1) 当 $\Delta L = \pm k\lambda$时， $(k=0,1,2,\cdots)$

$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$

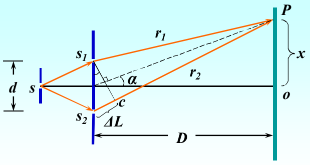
屏幕上 $\boxed{x = \frac{D}{d}\Delta L = \pm k\lambda\frac{D}{d}}$ 处光强最大。

即为明条纹中心。

屏幕中央 $x=0$ 处 $k=0$，$\Delta L=0$

为（中央）明条纹中心。

$\Delta L \approx \dfrac{d}{D}x$， $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta L$



(2) 当 $\Delta L = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 时　　$(k = 0,1,2\cdots)$

$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$

屏幕上 $x = \dfrac{D}{d}\Delta L = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}\cdot\dfrac{D}{d}$ 处光强最小。

即为暗条纹中心

(3) 条纹间距: $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \dfrac{D}{d}\lambda$　条纹等间距!

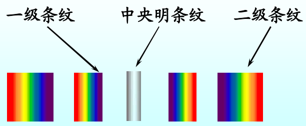
讨论

$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \dfrac{D}{d}\lambda$

(1) ∵λ很小，∴仅当 $D >> d$ 时，干涉条纹才可分辨;

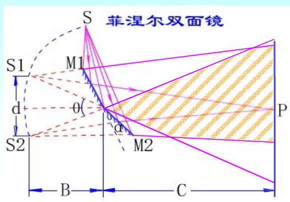
(2) 条纹间隔 $\Delta x \propto \lambda$，所以波长越长 Δx 越大;

(3) 白光入射时，可见到 1~2 级彩色条纹，紫条纹在内侧、红条纹在外侧。



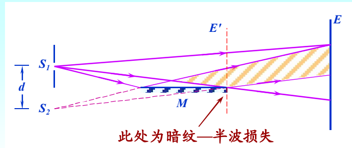
2、其它分波面干涉:

菲涅尔双面镜



菲涅尔双镜由两个交角 α 很小的平面镜组成，从狭缝光源 S 发出的光经平面镜 M_1 和 M_2 反射后分成向不同方向传播的两部分，这两部分光可以分别看成是从虚光源 S_1 和 S_2 发出的。因 α 很小，所以 S_1 和 S_2 之间的距离 d 也很小，满足 $d << B+C$，如同杨氏双缝实验一样。

洛埃镜



M 为反射镜，S_1 为狭缝光源，它发出的光波一部分以接近于 90°的入射角掠射于反射镜上，经反射到达屏幕 E 上，另一部分直接射到屏幕上。S_1 和 S_2 可看作两个相干光源。

若光屏 E 处于位置 E'，从光路上看，由 S_1 和 S_2 发出的光到达接触处的路程相等，该处应该出现明条纹。但实验结果这里出现的是暗条纹，说明反射光在该处出现了大小为 π 的相位变化，这种现象称为"半波损失"。

例17-1: 双缝干涉。D=1.2m，d=0.03mm。$K=2$ 级明条纹到中央明条纹（K=0）的距离为 x_2= 4.5 cm。求: (1) 入射光的波长λ; (2) 干涉条纹的间距。

解: (1) 由明条纹位置 $x_2 = k\lambda\dfrac{D}{d}$

得: $\lambda = \dfrac{x_2 d}{kD} = 4.5\times10^{-2}\times0.03\times10^{-3}\big/2\times1.2 = 5625\text{Å}$

(2) 干涉条纹的间距:

$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda = 1.2\times5625\times10^{-10}\big/0.03\times10^{-3} = 2.25\times10^{-2}\,m$

或: $\Delta x = \dfrac{x_2}{2} = 2.25\times10^{-2}\,m$

例17-2: 双缝实验中，一光源同时发射波长分别为 λ=430 nm 和 λ' = 510 nm 的两单色光，若 D=1.5 m，d = 0.025 mm，求屏上这两列单色光的第三级明纹之间的距离。

解: 对 λ: $x_3 = 3\lambda\dfrac{D}{d}$

对 λ': $x_3' = 3\lambda'\cdot\dfrac{D}{d}$

所以，两列单色光第三级明条纹之间的距离为:

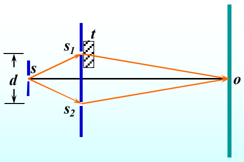
$\Delta x_3 = x_3' - x_3 = 3(\lambda' - \lambda)\dfrac{D}{d} = 1.44cm$

例17-3： 用很薄的云母片（n=1.58）覆盖在双缝装置的一条缝上，光屏上原来的中心这时被第 7 级明纹所占据，已知入射光的波长λ=550nm，求这云母片的厚度。

解：未覆盖云母片时，到达光屏中心的两束光之间的光程差为零。设云母片厚度为t，则覆盖云母片后两束光在o点的光程差为：

$$\Delta L=(n-1)t=7\lambda$$

$$\therefore\ t=\frac{7\lambda}{n-1}=6.64\,\mu m$$



§17.3 薄 膜 干 涉

（分振幅法）

1、光程差公式：

$$\Delta L=n\ (AC+CP)-n_1AB+\frac{\lambda}{2}$$

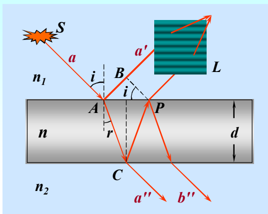
$$=2nAC-n_1AP\sin i+\frac{\lambda}{2}$$

$$=2n\frac{d}{\cos r}-2d\frac{\sin r}{\cos r}\cdot n\sin r+\frac{\lambda}{2}$$

$$=\frac{2nd}{\cos r}(1-\sin^2 r)+\frac{\lambda}{2}$$

$$=\boxed{2nd\cos r+\frac{\lambda}{2}}$$

或：$$\boxed{\Delta L=2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}}$$

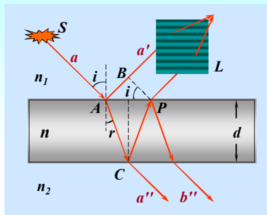


$n_1\sin i=n\sin r$

$n_1<n>n_2$

$$\Delta L=2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}$$

讨论



(1) 干涉条件：

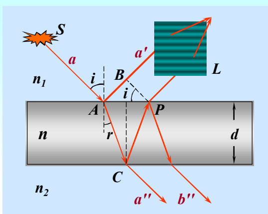
$$\begin{cases}\Delta L=k\lambda & \Rightarrow \text{干涉相长}\\ \Delta L=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \Rightarrow \text{干涉相消}\end{cases}$$

(2) $n_1<n>n_2$或$n_1>n<n_2$时，a'与b'之间有半波损失。

$n_1>n>n_2$或$n_1<n<n_2$时，a'与b'之间无半波损失。

$$\Delta L=2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}$$

讨论



(3) 增透膜、增反膜：

i不变、d不变。

等厚干涉：

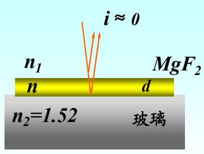
当i不变、d变，则d相同（等厚）处为同一级条纹 。

等倾干涉：

当i变、d不变，则i相同的入射光干涉产生同一条纹。

(4) 透射光a''、b''间的光程差与a'、b'间的光程差相差$\lambda/2$。

2、增透膜 和 增反膜：



(1) 增透膜：

在透镜表面镀上折射率为n的透明薄膜，并使 $n_1<n<n_2$，波长为λ的入射光垂直入射。

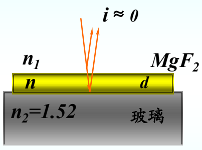
当 $\Delta L=2nd=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 时，反射光被削弱，透射加强。

取 $k=0$，得 $\boxed{nd=\dfrac{\lambda}{4}}$　　nd：光学厚度

例：$(0.9)^{20}=0.12$，$(0.99)^{20}=0.82$

例： 设 $n_1 = 1.0$，$n_2 = 1.52$，$n = 1.38$（MgF_2），入射光波长 $\lambda = 5500\mathring{A}$（白光中心波长），求增透膜的最小厚度。

$$\boxed{nd = \frac{\lambda}{4}}$$



增透膜最小厚度：

$$d = \frac{\lambda}{4n} = 0.10\,\mu m$$

(2) 增反膜（高反膜）：

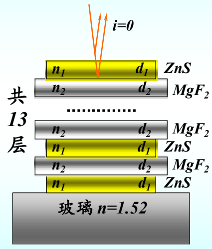
He—Ne激光器谐振腔上的反射镜通过在玻璃上交替镀上高折射率材料ZnS（n_1=2.35）和低折射率材料MgF_2（n_2=1.38），可对λ=6328$\mathring{A}$的单色光反射率大于99%。

$$2n_1 d_1 + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (k = 1)$$

得：$$d_1 = \frac{\lambda}{4n_1} = 67.3nm$$

$$2n_2 d_2 + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (k = 1)$$

得：$$d_2 = \frac{\lambda}{4n_2} = 114.6nm$$



习题17-21： 波长可连续变化的单色光垂直入射于折射率n=1.30的油膜上，油膜覆盖在折射率n'=1.50的玻璃板上。若波长λ_1= 500nm 和λ_2= 700nm的反射光完全相消。求油膜的最小厚度。

解：设膜的厚度为d，则（无半波损失）：

$$2nd = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2}, \qquad 2nd = (2k_2 + 1)\frac{\lambda_2}{2}$$

$$\frac{2k_1 + 1}{2k_2 + 1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{7}{5}$$

即：$10k_1 + 5 = 14k_2 + 7$ 求得：$\begin{cases} k_1 = 3 \\ k_2 = 2 \end{cases}$

$$\therefore\ d = \frac{2k_1 + 1}{4n}\lambda_1 = 673nm$$

习题17-22： 白光垂直入射在肥皂膜上，观察反射光，在可见光中对λ_1= 600 nm 的光有一干涉极大，而对λ_2= 450 nm的光有一干涉极小。肥皂膜折射率为 $n = 1.33$，求满足以上条件时，肥皂膜的最小厚度。

解：设膜的厚度为d，则：

$$\begin{cases} 2nd + \frac{\lambda_1}{2} = k_1\lambda_1 & \Rightarrow \quad 2nd = (k_1 - \frac{1}{2})\lambda_1 \\ 2nd + \frac{\lambda_2}{2} = (2k_2 + 1)\frac{\lambda_2}{2} & \Rightarrow \quad 2nd = k_2\lambda_2 \end{cases}$$

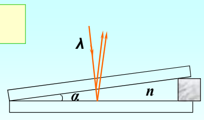
$$\frac{k_1 - \frac{1}{2}}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{4}$$

即：$4k_1 - 2 = 3k_2$，求得：$\begin{cases} k_1 = 2 \\ k_2 = 2 \end{cases}$

$$\therefore\ d = \frac{k_2\lambda_2}{2n} = 338nm$$

3、等厚干涉：（i 不变、d 变化）

(1) 劈尖干涉：（$i = 0$）

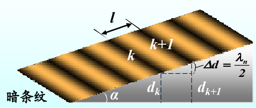


$$\Delta L = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明条纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗条纹} \end{cases}$$

∵存在半波损失，∴棱边处为暗条纹。

条纹间距：$$l = \frac{\Delta d}{\sin\alpha} = \frac{\lambda_n}{2\sin\alpha} = \frac{\lambda}{2n\sin\alpha}$$

即：$$\boxed{l = \frac{\lambda}{2n\sin\alpha}}$$



可见：α 大则 l 小，α 小则 l 大。

(2) 牛顿环：（$i = 0$，$n = 1$）

$$\Delta L = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明环} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗环} \end{cases}$$

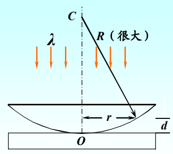
$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd$$

$$r = \sqrt{2Rd} = \sqrt{(\Delta L - \frac{\lambda}{2})R} \qquad (n = 1)$$

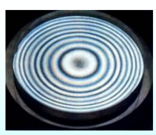
明环半径	$r = \sqrt{(k - \frac{1}{2})R\lambda}$
暗环半径	$r = \sqrt{kR\lambda}$

O点处：$d = 0$、$\Delta L = \lambda/2$ ⟶ 暗斑

讨论：$n \neq 1$时的明、暗环半径公式。



牛顿环仪



以O为圆心的一组同心圆环

牛顿环可应用于测量透镜曲率半径、检查表面平整度等。

例：测量平凸透镜凸面的曲率半径 R。

设测得 k、$k+m$ 级暗环的半径为 r_k、r_{k+m}，则

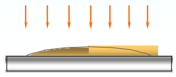
$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = (k+m)R\lambda - kR\lambda = mR\lambda$$

$$\boxed{R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} = \frac{D_{k+m}^2 - D_k^2}{4m\lambda}}$$

习题 17-24： 平板玻璃（$n_0 = 1.50$）表面有一展开成球冠状的油膜（$n = 1.20$），用波长λ=600nm的单色光垂直入射，从反射光中观察干涉条纹。(1)问看到的干涉条纹是什么形状的？(2)若油膜最厚处厚度为1200nm时，可看到几条亮纹？亮纹处油膜多厚？

解：(1) 看到圆形等厚干涉条纹；

(2) 干涉亮纹满足（无半波损失）：



$$\because 2nd = k\lambda, \quad \therefore k = \frac{2nd}{\lambda} = 4.8$$

取：$k_{max} = 4$

得：
$$d = \frac{k\lambda}{2n} = \begin{cases} 0.0nm & (k=0) \\ 250.0nm & (k=1) \\ 500.0nm & (k=2) \\ 750.0nm & (k=3) \\ 1000.0nm & (k=4) \end{cases}$$

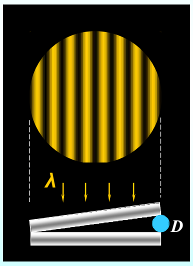
习题 17-27： 把直径为D的细丝夹在两块平板玻璃的一边，形成空气劈尖。在 λ=589.3nm 的钠黄光垂直照射下，形成如图所示的干涉条纹。求D为多大？

解：细丝处正好是第8级暗条纹中心，由暗纹条件：

$$\Delta L = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$k=8$ 时：

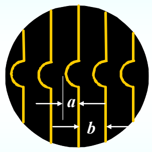
$$D = k \times \frac{\lambda}{2} = 2.36\,\mu m$$



例题 17-6： 一精细加工的工件与平板玻璃形成劈尖。当单色光正入射时，看到如图所示的干涉条纹。问：(1) 工件表面有凹槽还是凸槽？(2) 槽的深度（或高度）是多少？

解：

(1) 由条纹突起的方向可判断是凹槽。

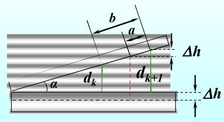


(2) 由下图：

$$a\sin\alpha = \Delta h \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{\Delta h}{a}$$

$$b\sin\alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{\lambda}{2b}$$

解得：$\Delta h = \frac{a}{b} \cdot \frac{\lambda}{2}$



例题： 当牛顿环装置中的透镜与玻璃板间充以某种液体时，牛顿环中第10个亮环的直径由1.40 cm 变为 1.27 cm，求这种液体的折射率。

解：未充液体时第k环的直径为：$d_k = 2\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda}$

充了液体后第k环的直径为：$d'_k = 2\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\frac{\lambda}{n}}$

$$\therefore \quad \sqrt{n} = \frac{d_k}{d'_k}$$

令k=10，得：$n = (\frac{d_{10}}{d'_{10}})^2 = 1.215$

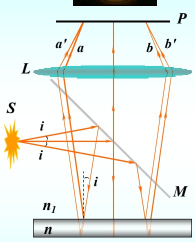
4、等倾干涉：（d不变、i变化）

光程差公式：

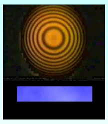
$$\Delta L = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

图中S为面光源，M为半透半反射平面镜，L为透镜，光屏P置于透镜的焦平面上。

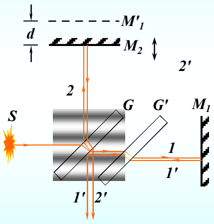
光线 a、a' 和 b、b' 的光程差相同，经干涉后聚焦在光屏的同一条干涉条纹上。屏上得到一组明亮而清晰的同心圆条纹。



G为半透半反镜，G'为补偿玻璃板，M_1、M_2为反射镜。



从扩展光源S出射的光被G分为1、2两束相干光。经M_1、M_2反射后的光束1′、2′可看作是由M'_1和M_2间等效空气薄膜两表面所反射的。



移动动镜M_2，则空气膜厚度d变化，干涉条纹向内或向外移动。移动的条纹数Δk和膜厚变化 Δd之间有如下关系：

$$\boxed{\Delta d = \Delta k \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

习题 17-39： 把折射率n=1.4的透明薄膜放在迈克尔逊干涉仪的一条臂上，由此产生7.0条干涉条纹的移动。若所用光波长为589nm，求此透明薄膜的厚度。

薄膜放入迈克尔逊干涉仪的一条光臂后引起的光程差为：

$$\Delta L = 2nd - 2d = 2(n-1)d$$

根据题意：　$\Delta L = 7\lambda$

所以：　$$d = \frac{7\lambda}{2(n-1)} = 5.2\mu m$$