一、单项选择题（35 分, 单选题每题 2 分，多选题每题 3 分）

1、下面关于算法的说法错误的是（　　　　）。

A．算法必须有输出

B．算法必须在计算机上实现

C．算法不一定有输入

D．算法必须在有限步执行后能结束

2、$\mathrm{O}(n)$表示关于 n 的线性阶，那么$\sum_{1\le k\le n}\mathrm{O}(n)$的阶是（　　　　）。

A. $\mathrm{O}(n)$　　B. $\mathrm{O}(n^2)$　　C. $\mathrm{O}(n^3)$　　D. $\mathrm{O}(1.5n^2)$

3、以下关于渐进记号的性质是正确的是（　　　　）。

A. $f(n)=\Theta(g(n)), g(n)=\Theta(h(n)) \Rightarrow f(n)=\Theta(h(n))$

B. $f(n)=\mathrm{O}(g(n)), g(n)=\mathrm{O}(h(n)) \Rightarrow h(n)=\mathrm{O}(f(n))$

C. $\mathrm{O}(f(n))+\mathrm{O}(g(n))=\mathrm{O}(\min\{f(n), g(n)\})$

D. $f(n)=\mathrm{O}(g(n)) \Leftrightarrow \mathrm{g(n)}=\mathrm{O}(f(n))$

4、某算法的时间复杂度表达式为 $\mathrm{T(n)}=an^2+bnlgn+cn+d$，其中，n 为问题的规模，a、b、c 和 d 为常数，用 O 表示其渐近时间复杂度为（　　　　）。

A．$\mathrm{O}(n)$　　B．$\mathrm{O}(nlgn+n^2)$

C．$\mathrm{O}(n^2)$　　D．$\mathrm{O}(nlgn)$

5、考虑下面函数：

$f(n)=2^n$，$g(n)=n!$，$h(n)=n^{\log n}$

下面哪个选项对$f(n)$、$g(n)$和$h(n)$渐近行为的描述是正确的（　　　　）。

A. $f(n)=\mathrm{O}(g(n))$；$g(n)=\mathrm{O}(h(n))$

B. $f(n)=\Omega(g(n))$；$g(n)=\mathrm{O}(h(n))$

C. $g(n)=\mathrm{O}(f(n))$；$h(n)=\mathrm{O}(f(n))$

D. $h(n)=O\big(f(n)\big)$；$g(n)=\Omega(f(n))$。

6、考虑下面 C 函数，令$n\geq m$。该函数会进行多少次递归调用？（　　　　）

```
Int gcd(int n, int m){
   If (n%m ==0)
      Return m;
   N = n%m;
   Return gcd(m,n);
}
```

A. $\Theta(\log_2 n)$　　　　　　B. $\Omega(n)$

C. $O(1)$　　　　　　D. $\Theta(n)$

7、一组记录的排序码为 {46，79，56，38，40，84}，则利用堆排序（建立大根堆）的方法建立的初始堆为（　　　　）。

A. 79，46，56，38，40，80　　　　B. 84，79，56，38，40，46

C. 84，79，56，46，40，38　　　　D. 84，56，79，40，46，38

8、对一组数据（84， 47， 25， 15， 21）排序，数据的排序次序在排序过程中变化如下：（1） 47 84 25 15 21 （2） 25 47 84 15 21 （3） 15 25 47 84 21 （4）15 21 25 47 84 则采用的排序方法是（　　　　）

A. 选择排序　　B. 快速排序　　C. 插入排序　　D. 堆排序

9、设问题 P 的输入规模是 n，下述三个算法是求解 P 的不同的分治算法. 算法 1：在常数时间将原问题划分为规模减半的 5 个子问题，递归求解每个子问题，最多用线性时间将子问题的解综合而得到原问题的解. 算法 2：先递归求解 2 个规模为 n-1 的子问题，最多用常量时间将子问题的解综合得到原问题的解. 算法 3：在常数时间将原问题划分为规模 n/3 的 9 个子问题，递归求解每个子问题，最多用$O(n^3)$时间将子问题的解综合得到原问题的解. 设最坏情况下时间复杂度最低的算法为 A，A 在最坏情况下的时间复杂度是Θ（　　　　）。

A. $nlog_5 n$　　　　　　B. $n^{log_2 5}$

C. $logn$　　　　　　D. n

10、栈和队列的共同点是（　　　　）。

A. 都是先进先出　　　　　　　B. 都是先进后出

C. 只允许在端点处插入和删除元素　　　D. 没有共同点

11、有 n 项任务的集合$T=\{1,2,\dots,n\}$，每项任务需要先放到机器 A 上进行预处理，然后再放到机器 B 上加工。第$i(i=1,2,\dots,n)$项任务的预处理和加工时间分别是$a(i)$和$b(i)$，这里的$a(i)$和$b(i)$都是正整数。如果机器 A 只有 1 台，机器 B 的数量不限，即只要任务 i 在机器 A 上加工完毕，就可以立刻放到某台机器 B 上加工。问如何安排这些任务在机器 A 上的处理顺序，以使得总的加工时间最短？（总加工时间的含义是：从 0 时刻机器 A 开始预处理，到 t 时刻最后一台机器 B 停止工作，即全部任务在机器 A、B 上的加工都结束，那么总加工时间就是 t。)考虑对该调度问题使用贪心法求解，在机器 A 上安排加工顺序，正确的贪心策略是（　　　　）。

A.　在机器 A 上加工时间短的优先安排

B.　在机器 B 上加工时间长的优先安排

C.　在机器 A 的加工时间减去在机器 B 的加工时间，这个差越小的越优先安排

D.　在机器 A 和 B 上加工时间之和小的优先安排

12、下述 Find-Second-Min 算法是找第二小算法，输入是 n 个不等的数构成的数组 S，输出是第二小的数 SecondMin。在最坏情况下，该算法做多少次比较？从下述备选的答案中选择正确答案的标号填入（　　　　）内。

```
Find-Second-Min(S,n)
if    S[1] < S[2]
then    min ← S[1],   SecondMin ← S[2]
else    min ← S[2],   SecondMin ← S[1]
for    i ← 3  to  n  do
        if    S[i] < SecondMin
        then  if   S[i] < min
                    then    SecondMin ← min,   min ← S[i]
                    else    SecondMin ← S[i]
```

A. $2n$　　　　　　　　　　　B. n

C. $2n-1$　　　　　　　　　　D. $2n-3$

13、下列关于不确定知识描述错误的是（　　　　）。

A. 若对某些输入实例，算法均能终止于正确的输出，则该算法必定是正确的。

B. 算法的最坏运行时间是指所有输入实例的最长运行时间。

C. 算法的时间复杂度为$O(1)$是指算法的运行时间与输入实例的大小n无关。

D. 长度为 n 的序列执行插入排序算法，在特定输入实例下，排序时间复杂度为$\Theta(n)$。

14、一条水平方向的公路上有 n 个地点，设公路的起点位置为 0，对于$i=1,2,\dots,n$，地点 i 到起点的距离是d_i，且满足$0<d_1<d_2<\cdots<d_n$地点 i 放置广告牌的收益是v_i。上述距离和收益都是正整数。如果要求任意两个广告牌之间的距离至少是 5 公里，应该如何选择放置广告牌的位置使得总收益达到最大？使用动态规划算法，设考虑前 k 个地点的最大收益是$F(k), k=1,2,\dots,n$，那么递推方程是（　　　　）。

A. $F(k)=\max\{F(k),F(k-1)+v_k\}$

B. $F(k)=\max\{F(k-1),F(k-5)+v_k\}$

C. $F(k)=\max\{F(k-1),F\big(t(k)\big)+v_k\},t(k)=\max\{j|1\le j<k,d_k-d_j\ge 5\}$

D. $\mathrm{F}(k)=\max\{F(k-1),F(j)+v_k\},\ d_k-d_j\ge 5,j=1,2,\dots,k-1$

15、给定含有个不同的数的数组$\mathrm{L}=[x_1,x_2,\dots,x_n]$。如果 L 中$x_i(1<i<n)$，使得$x_1<x_2<\cdots<x_{i-1}<x_i$，并且$x_i>x_{i+1}>\cdots>x_n$，则称 L 是单峰的，并称$x_i$是 L 的“峰顶”。现在已知 L 是单峰顶，请把 a、b、c 三行代码按正确的顺序补全到算法中，使得算法正确找的 L 的峰顶（　　　　）。

```
a. return Search(L, k+1,n)
b. return Search(L, 1, k-1)
c. return L[k]

Search(L, s, t)
    1.k = (s + t) / 2;
    2.if (L[k] > L[k-1]) and (L[k] > L[k+1])
    3.then ________
    4.else if (L[k] > L[k-1]) and (L[k] < L[k+1])
    5.then ________
    6.else ________
```

A. c,a,b　　　　B. c,b,a

C. a,b,c　　　　D. b,a,c

16、给定下述关于分治策略算法的时间复杂度$T(n)$的递推方程

$$\begin{cases} T(n)=\ 4T\left(\dfrac{n}{2}\right)+n^2logn \\ T(1)=1 \end{cases}$$

请问该递推方程的解是$T(n)=\Theta$（　　　　）

A. n^2logn　　　　B. $\mathrm{n}log^2n$

C. $nlogn$　　　　D. n^2log^2n

17、（多选）对于给定函数$f(x)$和$g(x)$如下表，

序号	f(n)	g(n)	备注
1	$f(n)=\log^k n$	$g(n)=n$	其中 k 为常数
2	$f(n)=\sqrt{n}$	$g(n)=n^{\sin n}$	其中 sin 表示正弦函数
3	$f(n)=\log(n!)$	$g(n)=\log(n^n)$	无
4	$f(n)=\log^2 n$	$g(n)=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$	无
5	$f(n)=n^{\log c}$	$g(n)=c^{\log n}$	无

其中满足关系$f(n)=O(g(n))$的组号是（　　　　）

A. 1　　　B. 2　　　C. 3　　　D. 4　　　E. 5

二、填空（20 分,每空 2 分）

1、给定下述关于分治策略算法的时间复杂度$T(n)$的递推方程

$$\begin{cases} T(n)= 4T\left(\frac{n}{2}\right)+n^2 logn \\ T(1)=1 \end{cases}$$

从上述方程看出划分后的子问题有（　　　　）个？

2、根据渐进性,下列三个时间复杂性函数 1：$21+\frac{1}{n}$、2：$10\lg n^3$、3：$\lg 3^n$ 时间复杂度最大的是（只写标号 1、2 或 3）（　　　　）

3、插入排序的最好时间复杂度是 O（　　　　）

4、一组记录的关键码为 （46，79，56，38，40，50），则利用快速排序的方法，以最后个记录为划分元素得到的一次划分结果为（以英文逗号间隔）（　　　　　　　　）。

5、对于双向链表，在两个结点之间插入一个新结点需修改的指针共（　　　　）个

6、动态规划算法通常用来求解（　　　　）问题。

7、分治模式在每层递归时都有三个步骤：（　　　　）、解决和合并。

8、红黑树是许多平衡搜索树的一种，可以保证在最坏情况下基本动态集合操作的时间复杂度为O（　　　　）（从下面的选项中选取，只写标号 1 或 2 或 3 或…）

1:logn; 2: nlogn; 3: n; 4: n^2; 5: n^2logn; 6: nlog^2n; 7: log^2n; 8: $\lg 3^n$

9、快速排序虽然最坏情况时间复杂度很差，但它是实际排序应用中最好的选择，因为它的平均性能好：它的期望时间复杂度是Θ（　　　　）。（从下面的选项中选取，只写标号 1 或 2 或 3 或...）

1:logn；2: nlogn；3: n；4: n^2；5: n^2logn；6: nlog^2n；7: log^2n；8: $\lg 3^n$

10、动态规划算法和贪心算法都需要证明其具有（　　　　）性质。