

苏州大学《线性代数》课程试卷库（第十四卷）共 4 页

学院_____专业_____成绩_____

年级_____学号_____姓名_____日期_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一、填空题：（每题 3 分，共 30 分）

1、行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ -b & 0 & c & 0 \\ d & 0 & 0 & -e \\ f & g & h & i \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 均为 4 维列向量，且 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1)$,

$B = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3)$, $C = (\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1 + \beta_2)$, 如果 $|A| = a, |B| = b$,

则 $|C| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设方阵 A 满足 $A^2 + 2A + 3E = 0$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、设向量 $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & -3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 并且 A 的列向量组线性相关, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{12} & a_{33} + a_{13} \end{pmatrix}$, 存在矩阵 P 使得 $PA = B$,
则 $P = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、如果 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关, 当 n 阶实方阵 A 满足 _____

条件时, 向量组 $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_n$ 也线性无关。

8、设 A 为 n 阶可逆矩阵, 其行向量可由 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表出, 则 s 满足 _____。

9、设 n 阶矩阵 A 的各行元素之和均为 0, 且 $r(A) = n - 1$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 _____。

10、设 λ 为 n 阶非奇异方阵 A 的一个特征值, 则 $(A^*)^3 - 2E$ 必有特征值 $-\lambda^3 + 2$ 。

二、(10 分) 计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_n & a_n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

三、(10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1}

四、(10 分) 设 A, B, C 为三阶可逆方阵,

(1) 化简等式 $(BC^T - E)^T (AB^{-1})^T + [(BA^{-1})^T]^{-1}$;

(2) 当 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 时, 求出上式结果.

五、(10 分) 求下列向量组的秩和一个极大无关组, 并把其余向量用极大无关组线性表示.

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 26 \\ -9 \\ -12 \end{pmatrix}, \quad \alpha_5 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

六、(10 分) 已知方程组
$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + (1-\lambda)x_2 + x_3 = 1+\lambda \\ (1-2\lambda)x_1 + (1-\lambda)x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 1 \end{cases}$$

- (1) 问 λ 为何值时, 方程组有唯一解、无解或有无穷多解?
 (2) 在有无穷多解时求出通解.

七、(10 分) 问 a 取何值时矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & a & 3 \end{pmatrix}$ A 可对角化

八、(10 分) 设 $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$ 是正交矩阵 A 的两个特征值, α, β 是对应的特征向量, 证明: α 与 β 正交