

# 高等数学模拟卷

出题：第五组

1. 下列结论中，错误的是（ ）

A.  $z+2x^2+y^2=0$  表示椭圆抛物面

B.  $x^2+2y^2=1+3z^2$  表示双叶双曲面

C.  $x^2+y^2-(z-1)^2=0$  表示圆锥面

D.  $y^2=5x$  表示抛物柱面

2. 二元函数  $z=f(x,y)$  在  $(x_0,y_0)$  处满足关系（ ）

A. 可微 ☐ 可导 ☐ 连续

B. 可微 ☐ 可导 ☐ 连续

C. 可微 ☐ 可导或可微 ☐ 连续，但可导不一定可微

D. 可导 ☐ 连续，但可导不一定可微

3. 设  $f(\frac{y}{x}, \frac{z}{x})=0$ , 确定  $z=z(x,y)$ , 求  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$  ( )

A.  $-Z$

B.  $Z$

C.  $-Y$

D.  $Y$

4. 设函数  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  的某邻域内连续，且  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y)+4x^2-y^2}{x^4+x^2y^2+y^4} = -1$ ，则点  $(0,0)$  ( )

A. 是函数  $f(x,y)$  的极大值点

B. 是函数  $f(x,y)$  的极小值点

C. 不是函数  $f(x,y)$  的极值点

D. 题设条件不足以判定点  $(0, 0)$  是否为函数  $f(x, y)$  的极值点

5. 设  $f(x, y)$  为连续函数, 则二次函数  $\int_0^1 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$  可交换积分次序为 ( )

A.  $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{2x}}^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$

B.  $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_0^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_0^1 f(x, y) dy +$

$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$

C.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{2 \cos \theta}{(\sin \theta)^2}}^{\sqrt{3}} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

D.  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$

6. 极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3 - \sqrt{xy^2 + 9}}{xy^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 函数  $z = xe^{2y}$  在点  $P(1, 0)$  处沿东北方向的方向导数为  $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 直线  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  与平面  $2x + y + z - 5 = 0$  的夹角为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ , 则  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 过点  $(3, 1, -2)$  且与直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$  垂直相交的直线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11.

(1) 求过点  $A(1, -1, 0)$  且与直线  $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$  垂直相交的直线方程.

(2) 设空间中有点 A (1,1,3), B (0,1,0) 和 C (0,0,1), 计算三角形△ABC 的面积 S, 以及过这三点的平面方程。

12. 求内切于平面  $x+y+z=1$  与三个坐标面所构成的四面体的球面方程。

13.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} \frac{\sin(x^2 + 2xy + y^2 - 1)}{x + y - 1}$$

14.

(1)  $z = u^2 \ln v$ , 而  $u = \frac{x}{y}, v = 3x - 2y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ ;

(2) 设  $z + \ln z - \int_y^x e^{-t^2} dt = 0$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ ;

15. 求直线  $\begin{cases} 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - y - 2z = 9 \end{cases}$  在平面  $4x - y + z = 1$  上的投影直线的方程

16.

已知球面  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$ , 一平面通过其球心且与直线  $\begin{cases} x = 0, \\ y - z = 0 \end{cases}$  垂直相交.

试求球面与平面的交线在  $xOy$  平面上的投影.

17. 求函数  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x^2y^2$  在区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$  上的最大值和最小值.

18. 在球面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  ( $x>0, y>0, z>0$ ) 找一点, 使过该点的切平面与三坐标平面所围成的四面体的体积最小。