

## 第24章 量子理论的起源

### 量子理论的起源

- 黑体辐射、普朗克量子假设 1900年
- 光电效应、爱因斯坦光子理论 1905年
- 康普顿效应 1923年
- 氢原子光谱、玻尔的氢原子模型 1913年

## 黑体辐射和 普朗克量子假设

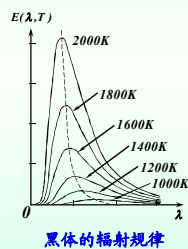
### 辐射本领和吸收本领

任何物体在任何温度下都向外辐射电磁波。

① 辐射能量的多少和辐射能按波长的分布与温度有关；

温度	低	高
辐射总能量	少	多
辐射的波长	长	短

能量按波长的分布随温度的变化而不同的电磁辐射称为**热辐射**。



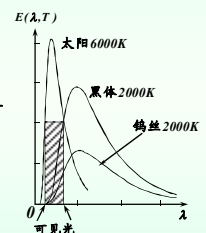
② 辐射能与物质的种类有关 (P.178图24-1)；

如：熔融的玻璃主要发射红外线，而同温度下的铁块发出强烈的可见光。

③ 辐射能与物体表面状况有关。

如：表面越黑、越粗糙的物体辐射越强。

为了描述热辐射的规律，引入**辐射本领**和**吸收本领**的概念。



设温度为  $T$  时，单位时间内从物体单位面积辐射出来的波长在  $\lambda \sim \lambda + d\lambda$  之间的辐射能为  $dE(\lambda, T)$ ，则定义：

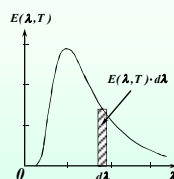
➤ **单色辐射本领**：

$$E(\lambda, T) = \frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} \quad \text{单位: } W/m^2$$

它反映了物体表面在不同温度下辐射能按波长分布的情况。

➤ **总辐射本领**：单位时间内从物体单位表面积辐射的各种波长的总辐射功率。

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) \cdot d\lambda \quad \text{单位: } W/m^2$$



物体辐射电磁波的同时也吸收照射在它上面的电磁波，辐射本领大的物体表面，其吸收本领也大。

➤ **单色吸收本领**：

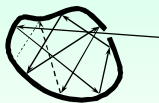
$$\alpha(\lambda, T) = \frac{\text{吸收的能量}}{\text{入射的能量}} \quad (\text{纯数})$$

$\alpha \approx 1$  的物体表面呈黑色； $\alpha \approx 0$  的表面呈白色；有些物体表面选择性地吸收某些色光，而反射其补色光。

能完全吸收照射到它上面的各种波长的电磁波的物体称为**绝对黑体**（简称**黑体**）。它的吸收本领  $\alpha_B = 1$ ，辐射本领也是所有物质中最大的。

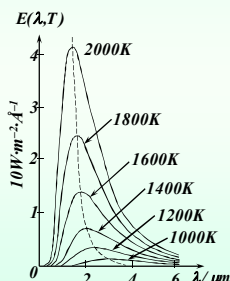
### 黑体的辐射规律

用任何不透明材料做成带小孔的空腔，则小孔就是一个绝对黑体。小孔黑体的辐射规律与腔体材料和腔内壁的性质无关。



1897年陆末(O.R.Lummer)和普林斯海姆(E.Pringsheim)测定了绝对黑体的辐射本领随波长和温度的分布。

- ① 曲线下的面积为总辐射本领。温度 $T$ 升高时，总辐射本领急剧增加。
- ② 温度升高时，辐射本领极大值的波长向短波方向移动。这些实验结果可归结为两个定律。



### (1) 维恩位移定律: (1896年)

在任何温度下，黑体辐射本领的峰值波长 $\lambda_m$ 与热力学温度 $T$ 成反比:

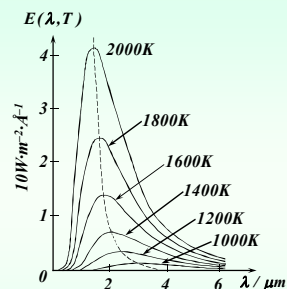
$$T \lambda_m = b, \quad b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

### (2) 斯特藩—玻耳兹曼定律: (1879年)

黑体的总辐射本领与热力学温度 $T$ 的四次方成正比:

$$E(T) = \sigma T^4$$

式中:  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$  称为斯特藩—玻耳兹曼常量。



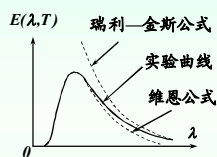
### 经典理论的困难:

由经典理论推导出的黑体单色辐射本领公式与实验不符。

#### (1) 维恩公式: (1896年)

$$E(\lambda, T) = C_1 \cdot \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$$

维恩公式在短波处与实验相符，而在长波处与实验曲线相差较大。



#### (2) 瑞利—金斯公式: (1900年)

$$E(\lambda, T) = 2\pi c \cdot \lambda^{-4} \cdot kT$$

该式在长波段与实验结果吻合，但波长变短时， $E(\lambda, T)$  趋向无穷大 (紫外灾难)。

### 普朗克量子假设

普朗克认为: 组成黑体空腔壁的电子的运动可看作线性谐振子，他们通过辐射和吸收电磁波而与外界交换能量。按经典理论，谐振子的能量可以连续变化，但普朗克认为这些线性谐振子的能量只能取某一最小能量

$$\epsilon_0 = h\nu$$

的整倍数，即:  $E = nh\nu \quad n = 1, 2, \dots$

$\epsilon_0 = h\nu$  称为量子;  $\nu$  为谐振子的频率;  $n$  称为量子数。

而  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  称为普朗克常量。

因此，谐振子在分立的能量状态之间变化时，也只能以  $\epsilon_0$  的整倍数与外界交换能量。

1900年普朗克从谐振子能量量子化的假设出发，利用量子统计的方法证明:

$$E(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad \text{称为普朗克公式}$$

普朗克公式与黑体辐射的实验曲线完全符合，量子假设也成为量子力学发展的基础。

### 光电效应和 爱因斯坦光量子理论

### 光电效应的实验规律

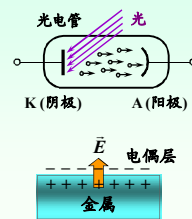
一定频率的光照射金属时，金属中自由电子吸收电磁波能量使动能增大，从而克服金属表面偶极层电场区而逸出金属的现象称为**光电效应**。

逸出的电子称为**光电子**，光电子形成的电流称为**光电流**。

常温下，金属内自由电子的动能 $\sim 10^{-2}eV$ 。设电子逸出金属表面需要 $4eV$ 的能量（逸出功），则当电子速率为

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 1200 \text{ km/s}$$

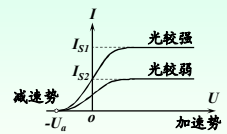
时，即可逸出金属表面。



实验结果：

(1) 饱和光电流  $I_S$  与入射光强成正比；

经典理论：电子受入射光作用而做受迫振动。入射光越强，则更多电子从入射光中获得能量，单位时间内逸出的电子数越多。



(2) 反向遏止电压  $U_a$  与入射光强无关；

当减速势 $\leq -U_a$ （反向遏止电压）时，光电流为零，说明逸出光电子的最大动能为：

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a$$

经典波动理论：光电子的动能随入射光强的增大而增大，不应存在固定的遏止电压。

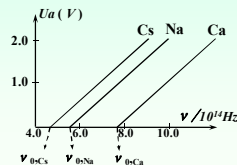
(3) 存在截止频率或红限频率（或波长）；

$U_a$  与入射光频率  $\nu$  的关系：

$$U_a = K\nu - U_0$$

$$\text{或: } \frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a = eK\nu - eU_0$$

$K$  是与材料无关的普适常量。



当  $\nu = \nu_0 = \frac{U_0}{K}$  时， $U_a = 0$ ，电子初动能为零；

当  $\nu > \nu_0$  时， $U_a > 0$ ，电子可逸出；

当  $\nu < \nu_0$  时，电子不可逸出。

$\nu_0$ ：红限频率

$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ ：红限波长

经典波动理论：只要光够强，任何频率下都可以产生光电效应，不应该存在红限频率或红限波长。

(4) 光电子逸出的驰豫时间  $< 10^{-9} \text{ s}$ 。

光电子的逸出几乎与光照射到金属表面同时发生，并且与入射光的强度无关。

实验表明：光强为  $1 \mu W/m^2$  的光照射到钠金属的表面即可产生光电子，这相当于一个  $500W$  的光源在  $6300m$  远时的光强！

按经典波动理论估算：在此光强下使电子获得  $1eV$  的能量需要  $10^7 s = 1/3$  年，与实验结果完全不符。

### 爱因斯坦光子理论

爱因斯坦认为：光是以光速运动的**光子（光子）**形成的粒子流。频率为  $\nu$  的单色光的一个光子的能量为：

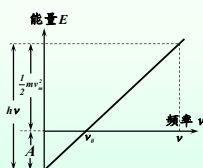
$$\varepsilon = h\nu$$

当单色光照射光阴极时，一个光子的能量被一个电子吸收，使电子动能增加  $h\nu$ ，从而有可能脱离金属表面。

设  $A$  为逸出功，则逸出电子的最大动能为：

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A$$

称为**爱因斯坦光电效应方程**。



光子理论对光电效应的解释：

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = eU_a$$

(1) 光越强  $\Rightarrow$  入射光子越多  $\Rightarrow$  单位时间内产生的光电子越多  $\Rightarrow$  入射光越强则饱和光电流越大；

(2) 由爱因斯坦方程  $\Rightarrow$  光电子最大初动能决定于  $\nu$ 、 $A$ ，与光强无关  $\Rightarrow U_a$  与光强无关；

(3) 由爱因斯坦方程  $\Rightarrow h\nu < A$  时，电子不能逸出金属表面  $\Rightarrow$  存在红限频率。

(4) 电子一次吸收一个光子的全部能量  $\Rightarrow$  无需能量积累时间  $\Rightarrow$  光电效应的瞬时性。

### 光的波粒二象性

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{光子能量: } \varepsilon = h\nu \\ \text{光子质量: } m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \\ \text{光子动量: } p = mc = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right.$$

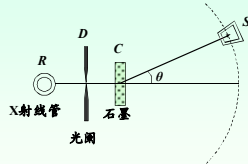
上式将描述光的粒子性的量  $\varepsilon$ 、 $m$ 、 $p$  与描述光的波动性的量  $\nu$ 、 $\lambda$  通过普朗克常量  $h$  联系在了一起，所以说：

### 光具有波粒二象性

在讨论干涉、衍射、偏振等现象时，光表现为波动；而讨论光与物质间的相互作用时，光更象粒子。

### 康普顿效应

单色X射线源  $R$  发出的波长为  $\lambda_0$  的X射线经光阑  $D$  后射入散射物质  $C$ ，用X光摄谱仪在不同方向测量散射X射线的波长。



实验发现：在透射X射线中，除有与原射线波长 ( $\lambda_0$ ) 相同的成分外，还有波长较长 ( $\lambda$ ) 的成分，说明X射线光子在穿过散射物质时有能量的损失，这种现象称为**康普顿效应**（**康普顿散射**）。

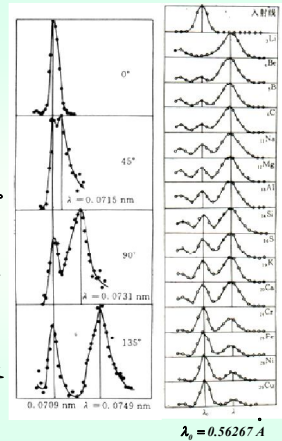
### 实验规律

#### (1) 当散射角 $\theta$ 增大时：

- 波长差  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  变大；
- 波长为  $\lambda$  的光相对光强增大，而原波长  $\lambda_0$  的光相对光强减小。

#### (2) 当散射角 $\theta$ 一定时：

- 波长差  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  与散射物质无关；
- 波长为  $\lambda$  的散射光的相对光强随散射物质的原子序数的增大而减小。

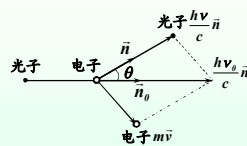


按照经典理论：

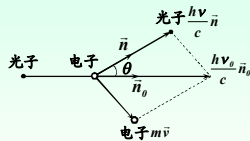
散射物质中的电子在入射电磁波的作用下做受迫振动，振动频率与入射X射线频率相同。所以，当这些电子辐射电磁波时，其频率应该与受迫振动的频率相同，即与入射X射线的频率相同。电子仅起到能量传递者的作用，不应该出现波长大于入射X射线波长的电磁波。

### 光子理论对康普顿效应的解释

固体（尤其是金属）中有许多受原子核束缚很弱的自由电子，自由电子在常温下的平均热运动动能 ( $\sim 10^{-2} \text{ eV}$ ) 与X光子能量 ( $\lambda_0 = 0.1 \text{ \AA}$  时， $\varepsilon = h\nu = 1.2 \times 10^5 \text{ eV}$ ) 相比可忽略，因此可看作静止。



		能量	动量
碰前	电子	$m_0 c^2$	0
	光子	$h\nu_0$	$\frac{h\nu_0}{c} \vec{n}_0$
碰后	电子	$mc^2$	$m\vec{v}$
	光子	$h\nu$	$\frac{h\nu}{c} \vec{n}$



		能量	动量
碰前	电子	$m_0c^2$	0
	光子	$h\nu_0$	$\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0$
碰后	电子	$mc^2$	$m\vec{v}$
	光子	$h\nu$	$\frac{h\nu}{c}\vec{n}$

由能量守恒:

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

得:  $mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0c^2 \quad \dots\dots(1)$

由动量守恒:  $\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{n} + m\vec{v}$

得:  $m\vec{v}c = h\nu_0\vec{n}_0 - h\nu\vec{n} \quad \dots\dots(2)$

$$mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0c^2 \quad \dots\dots(1) \quad m\vec{v}c = h\nu_0\vec{n}_0 - h\nu\vec{n} \quad \dots\dots(2)$$

(1)式平方:

$$m^2c^4 = h^2\nu_0^2 - 2h^2\nu_0\nu + h^2\nu^2 + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu) + m_0^2c^4 \quad \dots\dots(3)$$

(2)式平方:  $m^2v^2c^2 = h^2\nu_0^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta + h^2\nu^2 \quad \dots\dots(4)$

(3)-(4) 得:

$$m^2c^4(1 - \frac{v^2}{c^2}) = m_0^2c^4 - 2h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta) + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu)$$

即:  $m_0c^2(\nu_0 - \nu) = h\nu_0\nu(1 - \cos\theta)$

又:  $c\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0\nu} = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \lambda - \lambda_0$

得:  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

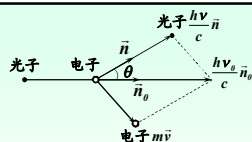
——康普顿散射公式

式中:  $\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = 0.024263 \text{ \AA} = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$

——康普顿波长

结论: 波长偏移量与散射物质及入射X射线波长 $\lambda_0$ 均无关, 而只与散射角 $\theta$ 有关。

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$$



光子理论解释:

光子与自由电子碰撞时将部分能量传给电子, 因而光子能量减少, 频率降低, 波长变长。使散射光中存在波长长于入射光波长的成分。

若光子与被束缚很紧的电子碰撞, 则可看作与整个原子碰撞。因原子质量 $\gg$ 光子质量, 所以碰撞前后光子能量几乎不变。这部分光子的能量仍为 $h\nu_0$ , 其波长仍为 $\lambda_0$ 。

当散射物质的原子序数增大时, 原子内层电子数增加, 光子与整个原子碰撞的机会增大。所以, 波长为 $\lambda_0$ 的相对光强增加。

讨论:

(1) 康普顿散射理论与实验结果完全相符, 说明在光子与微观粒子的相互作用过程中也严格遵守能量守恒定律和动量守恒定律。

(2) 康普顿散射效应仅当入射光的波长与康普顿波长相近时才显著。

如: 
$$\begin{cases} \lambda_0 = 400\text{nm}, \theta = \pi \text{ 时}, \Delta\lambda = 0.0048\text{nm}, \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 10^{-5} \\ \lambda_0 = 0.05\text{nm}, \theta = \pi \text{ 时}, \Delta\lambda = 0.0048\text{nm}, \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 10\% \end{cases}$$

在光电效应中, 入射光为可见光或紫外光, 康普顿效应不显著。

## 氢原子光谱 玻尔的量子假设和玻尔模型

量子理论是在研究氢原子光谱的结构中进一步发展起来的。原子光谱提供了关于原子结构的丰富信息。

气体的光谱大多是由离散的线状谱线组成的。同一元素的光谱包含完全确定的波长成分, 而不同元素的光谱结构各不相同。

氢原子的光谱结构最为简单。

## 氢原子光谱

巴尔末在1885年发现氢原子光谱在可见光部分的谱线波长可归纳为：

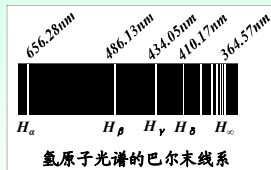
$$\lambda = 364.57 \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \quad (nm) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

称为**巴尔末公式**。由此式计算出的  $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \dots, \lambda_\infty$  与实验结果相当吻合。

里德伯在1896年用波长的倒数（波数）表示巴尔末公式：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

式中： $R_H = 1.0967758 \times 10^7 m^{-1}$  称为**里德伯常数**。



除了可见光部分的巴尔末线系外，氢原子光谱还有紫外和红外部分的谱线系：

紫外：	莱曼系	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 2, 3, 4, \dots$
红外：	帕邢系	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 4, 5, 6, \dots$
	布喇开系	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 5, 6, 7, \dots$
	普芳德系	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 6, 7, 8, \dots$

这些线系可以概括为一个公式—**广义巴尔末公式**：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{j^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad n = j+1, j+2, \dots$$

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{j^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad n = j+1, j+2, \dots$$

可见：氢原子光谱中任一谱线的波数都可以简单地用两个光谱项：

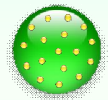
$$\frac{R_H}{j^2}, \quad \frac{R_H}{n^2} \quad \text{之差来表示。}$$

氢原子光谱能够用这些简单公式精确表示，一方面说明氢原子光谱有很强的规律性；另一方面，通过氢原子光谱的研究能够揭示原子结构的内在规律性。但经典理论无法对氢原子光谱的实验结果做出合理的解释。

## 原子的核式模型

要正确解释原子光谱的规律性，必须从原子的结构入手。

1903年，J.J汤姆孙提出的原子结构模型：原子中正电荷和质量均匀分布在半径 $\sim 10^{-10}m$ 的球体内，而电子则“嵌”于此球体中，电子在平衡位置附近作微小振动而辐射电磁波。



该模型存在的问题：

- ① 不能解释  $\alpha$  粒子散射实验中存在大散射角的  $\alpha$  粒子；
- ② 不能解释氢原子光谱的线系结构。

1909年，卢瑟福提出了原子的核式结构模型：氢原子中心有一带正电的原子核，它几乎集中了原子的全部质量，而电子则围绕原子核作圆周运动。原子核质量=1837电子质量；原子核的半径 $10^{-15}m \sim 10^{-14}m$ ，而原子的半径 $\sim 10^{-10}m$ 。

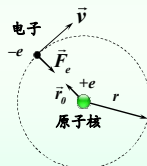
氢原子由一个原子核（质子）和一个核外电子组成。

电子受原子核的库仑力：

$$\vec{F}_e = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0 = -m \frac{v^2}{r} \vec{r}_0$$

$$\text{电子速率: } v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

$$\text{氢原子总能量: } E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$



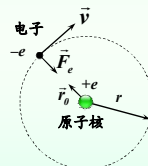
$$E = E_k + E_p = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

氢原子的总能量为负，说明电子被原子核所束缚而不能离开原子自由运动。

实验指出：要将一个氢原子电离成一个自由电子和一个质子，所需要的能量（**氢原子的电离能**）为13.6eV，即氢原子的最低能量为-13.6eV。由此估算出电子绕核运动的轨道半径为：

$$r = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E} = 0.529 \times 10^{-10} m$$

该结果与其他实验方法得到的结果一致。



卢瑟福的原子核式结构模型虽可圆满解释 $\alpha$ 粒子的散射问题，但仍未能解释原子的稳定性和氢原子光谱的规律性。

①由经典电磁理论：加速运动的电子会向外辐射电磁波，电磁波的频率=电子绕核转动的频率。所以电子能量逐渐减小，频率逐渐降低。

即：原子光谱应该是连续光谱。

②原子不断向外辐射能量，使电子轨道半径逐渐减小而最终落到原子核上。以氢原子为例：电子从半径为 $10^{-10}m$ 的轨道落到原子核上只需 $10^{-10}s$ 。

即：原子应该是一个不稳定的系统。

### 玻尔的氢原子理论

玻尔理论是经典理论和普朗克量子化概念的混合体，因此被称作半经典理论。它以三条假设为基础：

**假设1 (定态假设)**：电子可在一些特定轨道上运动而不辐射电磁波，此时原子处于稳定状态（定态），并具有一定能量。

此假设是经验性的，解决了原子的稳定性问题。

**假设2 (量子化条件)**：只有电子轨道角动量等于 $h/2\pi$ 的整数倍时，轨道才是稳定的。即：

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

$h$  或  $\hbar$  为普朗克常量， $n = 1, 2, 3, \dots$  称为主量子数。

角动量量子化是人为加入的，但后经德布罗意假设证实。

**假设3 (频率条件)**：当电子从高能轨道 ( $E_i$ ) 跃迁到低能轨道 ( $E_f$ ) 时，发射出一个能量为  $h\nu$  的光子。即：

$$E_i - E_f = h\nu$$

频率条件由普朗克假设引申而来，解释了原子线状光谱的由来。

下面以玻尔的三个假设为基础，解释氢原子光谱的规律。

(1) 氢原子中电子的轨道半径是量子化的：

由假设1：设电子在半径为  $r_n$  的稳定轨道上以速率  $v_n$  作圆周运动。

电子和原子核之间的作用力为库仑力：

$$\begin{cases} \frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \\ v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \end{cases}$$

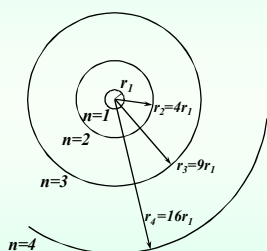
由假设2：

$$\text{消去 } v_n \text{ 得： } r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

式中： $r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0.529 \times 10^{-10} m$  称为**第一玻尔半径**。

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

结论：氢原子中电子绕核运动的轨道半径是量子化的。



电子轨道半径的可能值为：  
 $r_1, 4r_1, 9r_1, 16r_1, \dots$

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n}, \quad r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(2) 氢原子的能量是量子化的：

电子在第  $n$  个轨道上的总能量为：

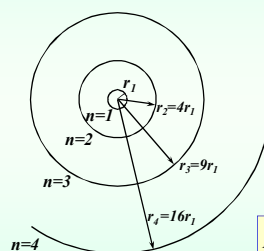
$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

$$\text{或： } E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

称为**氢原子的能级公式**。

$$E_1 = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -13.6 eV \quad (\text{基态能量})$$

$|E_1|$  等于将电子从第一玻尔轨道移到无穷远时所需的电离能。



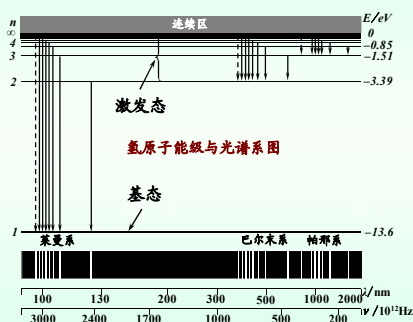


氢原子可取能量值为： $E_1, E_2 = \frac{E_1}{4}, E_3 = \frac{E_1}{9}, \dots$  或： $E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$

这些不连续的能量值称为**能级**。

氢原子中的电子通常处于第一玻尔轨道（**基态**）。

电子因被激发而跃迁到较高能级 $E_2, E_3, \dots$ 时，与这些能级相应的状态称为**激发态**。



### (3) 氢原子光谱的线系结构:

按玻尔假设3: 当氢原子由高能态跃迁到低能态时, 辐射的单色光光子的能量为:

$$E_i - E_f = h\nu = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

即:

$$\nu = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

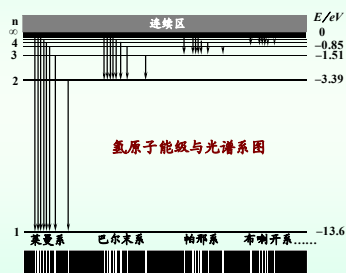
式中:  $n_i$  对应高能级,  $n_f$  对应低能级。

而波数:  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

$$R_H = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1.097 \times 10^7 \text{ 1/m} \quad \text{即为里德伯常量。}$$

与实验结果符合得很好。

当氢原子由不同的高能级跃迁到**同一低能级**时, 辐射的所有单色光形成**同一谱线系**。



赖曼系:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, \dots$$

巴尔末系:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, \dots$$

帕邢系:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, \dots$$

布喇开系:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, \dots$$

普芳德系:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, \dots$$

.....

由本节讨论可见:

玻尔的氢原子理论能够满意地解释氢原子光谱的规律。它指出了经典理论不能完全适用于氢原子内部的运动, 同时指出了量子规律在微观粒子领域的重要性。

但对比氢原子结构更为复杂的原子的光谱结构 (如氦和碱土元素等的光谱结构), 该理论的结果与实验结果有明显的偏差。此时, 要用量子力学的理论来讨论。