

一、填空（20 分, 每空 2 分）

- 1、分治模式在每层递归时都有三个步骤：（            ）、（            ）和（            ）。
- 2、有三个时间复杂性函数 $n^2$ 、 $n\log n$ 、 $2^n$ ，它们的大小是（            ）<（            ）<（            ）。
- 3、堆排序的平均时间复杂度（            ），其存储结构是（            ）。
- 4、矩阵乘法的 Strassen 算法应用了（            ）算法设计方案，渐近复杂性为（            ）。

二、单项选择题（15 分, 每题 3 分）

- 1、下列各式中错误的是（            ）。  
A.  $2n = o(n^2)$             B.  $2n^2 = o(n^2)$             C.  $n^2/3 = \Omega(n^2)$             D.  $3n = O(n^2)$
- 2、假设 $f(n)$ 和 $g(n)$ 为渐近整函数，下面的猜测正确的是（            ）。  
A.  $f(n) = O(g(n))$ 蕴涵 $g(n) = O(f(n))$   
B.  $f(n) + g(n) = \Theta(\min(f(n), g(n)))$   
C.  $f(n) = O(g(n))$ 蕴涵 $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ 。  
D.  $f(n) + o(f(n)) = \Theta(f(n))$ 。
- 3、下面不是（            ）求解递归式的方法。  
A. 代入法            B. 主方法  
C. 形象描写表述方法            D. 递归树法
- 4、对一组数据（84， 47， 25， 15， 21）排序，数据的排序次序在排序过程中变化如下：（1） 47 84 25 15 21 （2） 25 47 84 15 21 （3） 15 25 47 84 21 （4） 15 21 25 47 84 则采用的排序方法是（            ）

A. 选择排序      B. 快速排序      C. 插入排序      D. 堆排序

5、下列关于不确定知识描述错误的是（                      ）

A. 若对某些输入实例，算法均能终止于正确的输出，则该算法必定是正确的。

B. 算法的最坏运行时间是指所有输入实例的最长运行时间。

C. 算法的时间复杂度为 $O(1)$ 是指算法的运行时间与输入实例的大小 $n$ 无关。

D. 长度为  $n$  的序列执行插入排序算法，在特定输入实例下，排序时间复杂度为  $\Theta(n)$ 。

三、（10 分）求下列函数的渐近表达式： $3n^2 + 10n$ ； $\frac{n^2}{10} + 2^n$ ； $21 + \frac{1}{n}$ ； $\log n^3$ ； $10 \log 3^n$ 。

四、（15 分）对递归式 $T(n) = 3T\left(\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor\right) + cn^2$  ( $c$ 为常数)，画出递归树，并给出其解的一个渐进上界。用代入法验证。

五、（10 分）描述主方法依赖的主定理。并使用主方法证明二分查找递归式 $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(1)$ 的解是  $T(n) = \Theta(\log n)$ 。

六、（10 分）使用伪代码描述快速排序。当使用快速排序对实例 $[2, 8, 7, 1, 3, 5, 6, 4]$ 进行排序，记录第一次调用 PARTITION 时数组的变化。

七、（10 分）考虑用开放寻址法将关键字 10、22、31、4、15、28、17、88、59 插入到一个长度  $m = 11$  的散列表中，辅助散列函数为  $h'(k) = k \bmod m$ 。试说明分别用线性探查、二次探查 ( $c_1 = 1, c_2 = 3$ ) 和双重散列 ( $h_1(k) = k, h_2(k) = 1 + (k \bmod (m - 1))$ ) 将这些关键字插入散列表的过程。

八、（10 分）二叉搜索树性质与最小堆性质之间有什么不同？