

自测题一(向量代数与空间解析几何)

一、选择题(每题 3 分,共 15 分)

- 已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为非零向量,且 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$,则必有().
A. $\mathbf{a}-\mathbf{b}=\mathbf{0}$ B. $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{0}$ C. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=\mathbf{0}$ D. $\mathbf{a} \times \mathbf{b}=\mathbf{0}$
- 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为非零向量且 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}=2$,则 $[(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \times (\mathbf{b}+\mathbf{c})] \cdot (\mathbf{c}+\mathbf{a})=($).
A. 4 B. 2 C. -2 D. 0
- 直线 $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-1}{1}$ 与平面 $2x+y-z+4=0$ 的夹角为().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
- 点 $(1,1,1)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上的投影为().
A. $(-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2})$ B. $(1, -1, 0)$
C. $(\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2})$ D. $(0, 1, -1)$
- 方程 $x^2-y^2+z^2=1$ 表示的旋转曲面以及其旋转轴分别为().
A. 单叶双曲面、 x 轴 B. 双叶双曲面、 x 轴
C. 单叶双曲面、 y 轴 D. 双叶双曲面、 y 轴

二、填空题(每题 3 分,共 15 分)

- 过点 $M(1,2,-1)$ 且与直线 $\begin{cases} x=-t+2, \\ y=3t-4, \\ z=t-1 \end{cases}$ 垂直的平面方程是_____.
- 设一平面过原点及点 $(6,-3,2)$,且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直,则此平面方程是_____.
- 曲面 $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$ 可以由曲线_____或_____绕 z 轴旋转一周得到.
- 曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=x^2 \end{cases}$ 在 yOz 平面上的投影为_____.
- 点 $P(3,-1,2)$ 到直线 $\begin{cases} x+y-z+1=0, \\ 2x-y+z-4=0 \end{cases}$ 的距离为_____.

三、解下列各题(每小题 10 分,共 40 分)

- 求直线 $\begin{cases} x+y+z+1=0, \\ 2x-y+3z+2=0 \end{cases}$ 的对称式方程和参数式方程.

- 化曲线的一般方程 $\begin{cases} z=\sqrt{4-x^2-y^2}, \\ (x-1)^2+y^2=1 \end{cases}$ 为参数方程.

- 设一向量与 x 轴、 y 轴的夹角相等,而与 z 轴所成的角是它们的两倍,求该向量的单位向量.

4. 求锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与柱面 $z^2 = 2x$ 所围立体在三个坐标面上的投影.

2. 求以直线 $L: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 为对称轴, 半径为 2 的圆柱面方程.

四、解下列各题 (每题 10 分, 共 30 分)

1. 试求点 $M_1(3, 1, -4)$ 关于直线 $L: \begin{cases} x - y - 4z + 9 = 0, \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$ 的对称点 M_2 的坐标.

3. 已知两点 $A(1, 0, 0), B(0, 2, 1)$, 试在 z 轴上找一点 C , 使得 $\triangle ABC$ 的面积最小.