

## სავარჯიშოები - მოდალური ლოგიკა

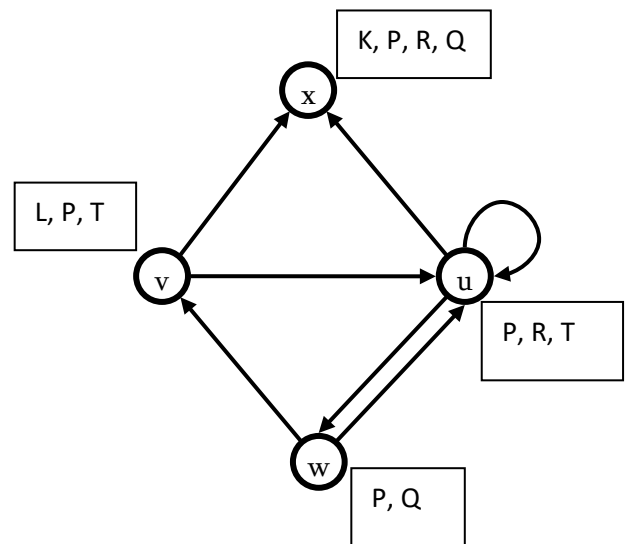
მოცემულია კრიპკეს მოდელი, რომელიც შედგება ოთხი სამყაროსგან, ესენია  $w$ ,  $u$ ,  $v$  და  $x$ . „წვდომადობის“ მიმართება ამ სამყაროებს შორის გამოსახულია ნახატზე ისრით. კერძოდ:

$w$  ხედავს  $u$ -ს და  $v$ -ს

$v$  ხედავს  $u$ -ს და  $x$ -ს

$u$  ხედავს  $u$ -ს,  $w$ -ს და  $x$ -ს

$x$  ვერ ხედავს ვერცერთ სამყაროს



ნახატზე ასევე გამოსახულია პროპოზიციული ცვლადების -  $K$ ,  $L$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $T$  - მნიშვნელობები თითოეულ სამყაროში. კერძოდ:

$w$ -ში ჭეშმარიტია  $P$ ,  $Q$

$v$ -ში ჭეშმარიტია  $L$ ,  $P$ ,  $T$

$u$ -ში ჭეშმარიტია  $P$ ,  $R$ ,  $T$

$x$ -ში ჭეშმარიტია  $K$ ,  $P$ ,  $R$ ,  $Q$

ნებისმიერი მოდალური ფორმულისთვის შესაძლებელია დავადგინოთ, ამ მოდელის რომელ სამყაროებშია ის ჭეშმარიტი.

კერძოდ,

$\Diamond \alpha$  ჭეშმარიტი იქნება რაიმე სამყაროში, თუ ამ სამყაროდან წვდომად რომელიმე სამყაროში ჭეშმარიტია  $\alpha$ . სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ,  $\Diamond \alpha$  ჭეშმარიტია ისეთ სამყაროში, რომელიც ხედავს სამყაროს, სადაც ჭეშმარიტია  $\alpha$ .

$\Box \alpha$  ჭეშმარიტი იქნება რაიმე სამყაროში, თუ ამ სამყაროდან წვდომად ყველა სამყაროში ჭეშმარიტია  $\alpha$ . სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ,  $\Box \alpha$  ჭეშმარიტია ისეთ სამყაროში, რომელიც ვერ ხედავს ისეთ სამყაროს, სადაც მცდარია  $\alpha$ .

უფრო დეტალური განხილვისათვის წაიკითხეთ დამატებითი ტექსტი და გადახედეთ სლაიდებს.

**დავალება:**

დაადგინეთ, მოდელის რომელ სამყაროებშია **ჭეშმარიტი** შემდეგი ფორმულები:

$$\Diamond R \quad \{u, v, w\}$$

$$\Box P \quad \{x, u, v, w\}$$

$$\Box \neg P \quad \{x\}$$

$$\Diamond \Box (P \wedge \neg P) \quad \{u, v\}$$

$$\Diamond Q \wedge \Box R \quad \{v\}$$

$$\Diamond \Diamond K \quad \{w, u, v\}$$

$$\Diamond \Diamond K \supset \Diamond K \quad \{x, v, u\}$$

$$\Box \Diamond T \quad \{w, x\}$$

$$\Diamond (P \wedge \Diamond K) \supset \Box (L \vee R) \quad \{w, v, x\}$$

დაადგინეთ, მოცემული მოდელის რომელ სამყაროებშია **მცდარი** შემდეგი ფორმულები:

$$\Diamond \Diamond \Diamond Q \quad \{x\}$$

$$\Box \Diamond (R \wedge T) \supset \Box \neg K \quad \{\}$$

$$\Box \neg K \supset \Diamond \Diamond T \quad \{x\}$$

$$\neg \Diamond (R \wedge \Box Q) \equiv (\Diamond L \vee \Box K \vee (R \wedge \Box R)) \quad \{\}$$

P. S.: გარდა ზემოთმოცემულისა, შეამოწმეთ სლაიდებში 61-ე სლაიდის მეორე და მესამე, და 70-ე სლაიდის ორივე წინადადების ჭეშმარიტება-მცდარობა 63-ე სლაიდზე მოცემულ მოდელში.