1

Для поиска предиката вспомним уравнение плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Заменяя $z = x^2 + y^2$, получаем

$$Cx^2 + Cy^2 + Ax + By + D = 0$$

поделим на C

$$x^2 + y^2 + \frac{A}{C} + \frac{B}{C} + \frac{D}{C} = 0$$

$$x^2 + y^2 + A'x + B'y + C' = 0$$

где $A' = \frac{A}{C}$, $B' = \frac{B}{C}$, $C' = \frac{D}{C}$
Не много преобразовав получаем уравнение окружности.

$$(x - A'')^2 + (y - B'')^2 = C''$$

И прежде чем, построить уравнение плоскости через три точки, покажем что если уравнение плоскости меньше нуля, то точка принадлежит окружности. Мы это сделаем с помощью следующих проеобразований.

$$Cx^2 + Cy^2 + Ax + By + D \leq 0$$

$$x^2 + y^2 + \frac{A}{C} + \frac{B}{C} + \frac{D}{C} \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - A'x - B'y + C' \leq 0$$

$$(x - A'')^2 + (y - B'')^2 \leq D''$$

А последнее уравнение дает нам условие принадлежности точки окружности. В обратную сторону доказательство аналогично.
Теперь построим уравнение плоскости проходящей через три точки.

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_a^2 + y_a^2 & x_a & y_a & 1 \\ x_b^2 + y_b^2 & x_b & y_b & 1 \\ x_c^2 + y_c^2 & x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

И использовав свойство доказанное ранее, получаем предикат

$$P(\triangle, \bullet) = \begin{vmatrix} x_d^2 + y_d^2 & x_d & y_d & 1 \\ x_a^2 + y_a^2 & x_a & y_a & 1 \\ x_b^2 + y_b^2 & x_b & y_b & 1 \\ x_c^2 + y_c^2 & x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} \leq 0$$