

## Лабораторная работа №1.

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД ЧИСЛАМИ

**Цель работы:** приобретение и закрепление практических навыков при оценке погрешности результатов вычислений, полученных с помощью арифметических операций над действительными числами.

**Задание.** По данным из таблицы 1 вычислить величину  $s$  и ее абсолютную и относительную погрешности, используя формулы погрешности алгебраической суммы, произведения, частного, погрешности степени и корня для приближенных чисел.

Таблица 1

*Варианты задания к лабораторной работе №1*

№ вар.	Выражение	Значения параметров		
		$a$	$b$	$c$
1	$s = \frac{c^2 \sqrt{a^2 + b^2}}{18(a-b)}$	$3,85 \pm 0,01$	$2,043 \pm 0,004$	$1,6 \pm 0,2$
2	$s = \frac{\sqrt{a+b} \cdot c}{4} + \frac{b^2}{a}$	$8,53 \pm 0,05$	$6,27 \pm 0,01$	$12,4 \pm 0,1$
3	$s = \frac{(a+b)^2}{4\sqrt{c}} + \frac{c}{b}$	$0,843 \pm 0,002$	$0,35 \pm 0,01$	$0,74 \pm 0,05$
4	$s = \frac{a}{\sqrt{b}} \left( 4 + \frac{c^2}{a-b} \right)$	$5,71 \pm 0,01$	$3,27 \pm 0,05$	$4,7 \pm 0,2$
5	$s = \frac{b^2}{a+c} (1 + a^2 + \sqrt{c})$	$3,25 \pm 0,02$	$2,73 \pm 0,05$	$1,8 \pm 0,3$
6	$s = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$5,44 \pm 0,03$	$11,27 \pm 0,05$	$2,8 \pm 0,2$
7	$s = \frac{\sqrt{b-a}}{1+c^2+a^2}$	$1,37 \pm 0,01$	$4,73 \pm 0,05$	$5,9 \pm 0,3$
8	$s = \frac{a+2b+3c^2}{\sqrt{abc}}$	$4,52 \pm 0,03$	$1,92 \pm 0,01$	$5,1 \pm 0,1$
9	$s = \sqrt{\frac{a^3(b-c)}{4b}} (a-c)$	$7,58 \pm 0,03$	$5,21 \pm 0,01$	$3,48 \pm 0,03$

Таблица 1 (продолжение)

№ вар.	Выражение	Значения параметров		
		$a$	$b$	$c$
10	$s = \frac{(2a^2 - c)b}{\sqrt{c - b^2}}$	$5,43 \pm 0,01$	$1,27 \pm 0,03$	$4,7 \pm 0,1$
11	$s = \frac{a^3 - b - c^2}{1 + c^2 + \sqrt{a}}$	$5,19 \pm 0,03$	$3,69 \pm 0,05$	$9,8 \pm 0,5$
12	$s = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt{b}}{c^2 + a + b}$	$2,87 \pm 0,03$	$5,13 \pm 0,05$	$1,8 \pm 0,1$
13	$s = \frac{a^2 + \sqrt{b}}{abc}$	$2,14 \pm 0,05$	$1,73 \pm 0,01$	$2,9 \pm 0,3$
14	$s = \frac{(a + b + c)^2}{\sqrt{a} + b}$	$7,11 \pm 0,01$	$5,19 \pm 0,03$	$2,2 \pm 0,1$
15	$s = \frac{a^2 - b + \sqrt{c}}{ac}$	$1,19 \pm 0,05$	$2,31 \pm 0,01$	$7,9 \pm 0,3$
16	$s = \frac{ab^2 + c}{\sqrt{ab}}$	$1,25 \pm 0,03$	$1,83 \pm 0,05$	$5,2 \pm 0,3$
17	$s = 1 + \frac{a^2 - b}{\sqrt{c + b}}$	$3,48 \pm 0,02$	$5,47 \pm 0,03$	$2,9 \pm 0,1$
18	$s = a^2 + \frac{b}{c} + \sqrt[3]{c}$	$5,18 \pm 0,03$	$6,87 \pm 0,05$	$3,7 \pm 0,2$
19	$s = \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{c^2 + a^2}} + a$	$2,73 \pm 0,03$	$1,48 \pm 0,01$	$1,2 \pm 0,1$
20	$s = \frac{\sqrt{a^2 + b^3}}{c + a + b}$	$3,56 \pm 0,02$	$2,49 \pm 0,03$	$1,3 \pm 0,1$
21	$s = \frac{\sqrt{ac} + bc}{a^2 + b + c}$	$2,49 \pm 0,03$	$1,23 \pm 0,01$	$3,8 \pm 0,5$
22	$s = \frac{a^3 + b^2 + c}{\sqrt{a + b + c}}$	$2,13 \pm 0,02$	$1,45 \pm 0,03$	$5,6 \pm 0,2$
23	$s = \frac{(ab)^2 + c}{\sqrt{4 + c + b}}$	$1,73 \pm 0,01$	$2,34 \pm 0,02$	$5,1 \pm 0,1$
24	$s = \frac{a + \sqrt{b} + c}{(c + b)^3}$	$8,93 \pm 0,03$	$9,49 \pm 0,01$	$1,2 \pm 0,2$

Таблица 1 (окончание)

№ вар.	Выражение	Значения параметров		
		$a$	$b$	$c$
25	$s = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt{b}}{c^2 + a + b}$	$12,87 \pm 0,03$	$3,13 \pm 0,05$	$2,8 \pm 0,1$

**Отчет по лабораторной работе** должен содержать:

- тему лабораторной работы, полный текст задания и исходные данные в соответствии с номером варианта;
- формулы и соотношения, описывающие вычисление абсолютной и относительной погрешностей при выполнении арифметических операций над действительными числами;
- результаты аналитических расчетов, связанных с вычислением абсолютной и относительной погрешности;
- выводы по работе.

**Пример 1.** Вычислить величину  $s = \frac{(a-b^2)\sqrt{c}}{c+2}$  при значениях

$a = 8,37 \pm 0,03$ ,  $b = 1,73 \pm 0,01$ ,  $c = 2,3 \pm 0,2$  и оценить погрешность результата вычислений.

По условию задачи значения приближенных величин  $a$ ,  $b$  и  $c$  заданы с предельными абсолютными погрешностями:  $\Delta a = 0,03$ ;  $\Delta b = 0,01$  и  $\Delta c = 0,2$ , соответственно.

Находим приближенное значение величины  $s$ :

$$s = \frac{(8,37 - 1,73^2) \sqrt{2,3}}{2,3 + 2} = 1,896.$$

При вычислении величины  $s$  используется по одной операции умножения и деления. Поэтому предельная относительная погрешность величины  $s$  может быть найдена по формуле:  $\delta_s = \delta_{a-b^2} + \delta_{\sqrt{c}} + \delta_{c+2}$ , где  $\delta_{a-b^2}$ ,  $\delta_{\sqrt{c}}$  и  $\delta_{c+2}$  – предельные относительные погрешности разности  $a-b^2$ , квадратного корня  $\sqrt{c}$  и суммы  $c+2$ , соответственно [1,4,5].

Предельная относительная погрешность разности  $a - b^2$  находится как отношение предельной абсолютной погрешности к модулю разности:  $\delta_{a-b^2} = \frac{\Delta_{a-b^2}}{|a-b^2|}$ , где предельная абсолютная погрешность

разности  $a - b^2$  вычисляется как сумма предельных абсолютных погрешностей величин  $a$  и  $b^2$ :  $\Delta_{a-b^2} = \Delta a + \Delta_{b^2}$  [1,4,5].

Предельную абсолютную погрешность величины  $b^2$  можно найти по формуле:  $\Delta_{b^2} = \delta_{b^2} \cdot b^2$ , где  $\delta_{b^2}$  – предельная относительная погрешность величины  $b^2$ . Известно [1,4,5], что при возведении в квадрат приближенного числа  $b$  имеет место формула:  $\delta_{b^2} = 2\delta_b$ , где

$$\delta_b = \frac{\Delta b}{|b|} = \frac{0,01}{1,73} = 0,00578. \quad \text{Тогда} \quad \text{имеем:} \quad \delta_{b^2} = 2\delta_b = 0,01156,$$

$$\Delta_{b^2} = 0,01156 \cdot 1,73^2 = 0,0346, \quad \Delta_{a-b^2} = 0,03 + 0,0346 = 0,0646 \quad \text{и}$$

$$\delta_{a-b^2} = \frac{0,0646}{|8,37 - 1,73^2|} = 0,0120.$$

Вычислим предельную относительную погрешность величины  $s$ :

$$\delta_c = \frac{\Delta c}{c} = \frac{0,2}{2,3} = 0,08696. \quad \text{Тогда предельная относительная погреш-}$$

ность величины  $\sqrt{c}$  найдется по формуле:  $\delta_{\sqrt{c}} = \frac{1}{2}\delta_c = \frac{0,0870}{2} = 0,0435.$

$$\text{Так как } \Delta_{c+2} = \Delta c = 0,2, \text{ то } \delta_{c+2} = \frac{\Delta_{c+2}}{|c+2|} = \frac{0,2}{4,3} = 0,0465.$$

Таким образом, окончательно получаем:  $\delta_s = 0,0120 + 0,0435 + 0,0465 = 0,1020$ . Отсюда предельная абсолютная погрешность величины  $s$  равна:  $\Delta s = s\delta_s = 1,896 \cdot 0,102 = 0,1934$ .

$$\text{Таким образом, получили: } s = 1,896 \pm 0,193, \quad \delta_s \approx 10\%.$$

## Контрольные вопросы

1. Дать определение абсолютной погрешности приближенного числа.
2. Дать определение относительной погрешности приближенного числа.
3. Дать определение предельной абсолютной погрешности приближенного числа.
4. Дать определение предельной относительной погрешности приближенного числа.
5. Сформулировать и доказать теорему о погрешности алгебраической суммы нескольких приближенных чисел.
6. В чем заключается проблема вычитания двух близких приближенных чисел?
7. Как определяется погрешность при перемножении нескольких приближенных чисел?
8. Как определяется погрешность при делении двух приближенных чисел?